EUCLID
OPERA

VEN
1482

1re Editio

v. Braun II. 92
D. Clément VIII. 143.
Clemmius. 532
Debure n° 1959
fossi. 1. 643
freytag. analect. 315
Laire. II. 59.
Maittaire. 434.
mercier. 6.
Seemiller. II. 168.

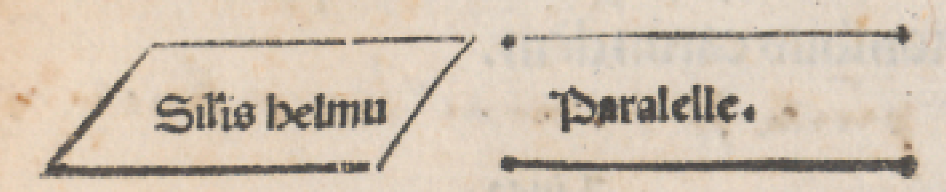
¶ Erhardus ratdolt Augustensis impressor. Serenissimo alme vrbis venete Principi Joanni Mocenico. S.

Solebam antea serenissime princeps mecum ipse cogitans admirari quid cause esset ꝙ in hac tua prepotenti ⁊ fausta vrbe cum varia au/ctorum veterum nouorumqꝫ volumina quottidie imprimerent. In hac mathematica facultate vel reliquarum disciplinarum nobilissima aut nihil aut parua quedam et friuola in tanta impressorũ copia qui in tua vrbe agunt: viderentur impressa. Hec cum mecum sepius discu terem inueniebam id difficultate operis accidisse. Non enim adhuc quo pacto schemata geometrica: quibus mathematica volumina sca/tent: ac sine quibus nihil ĩ his disciplinis fere intelligi optime potest excogitauerant. Itaqꝫ cum hoc ipsum tantũmodo cõmuni omnium vtilitati que ex his percipitur. obstaret mea industria nõ sine maximo labore effeci. vt qua facilitate litterarum elementa imprimuntur .ea etiam geometrice figure conficerentur. Quamobrem vt spero hoc nostro inuento he discipline quas mathemata greci appellant volu/minum copia sicuti relique scientie breui illustrabuntur. De quarum laudibus ⁊ vtilitate possem multa im presens adducere ab illustribus collecta auctoribus: nisi studiosis iam omnibus hec nota esset. Illud etiam plane cognitum est ceteras scientias sine mathematibus imper fectas ac veluti mancas eẽ. Neqꝫ hoc profecto negabunt Dialectici neqꝫ Philosophi abnuent: in quorum libris multa reperiuntur: que si ne mathematica ratione minime intelligi possunt. Quam diuinus ille Plato mere veritatis arcanũ. vt adipisceretur cyrenas ad. Theo/dorum summum eo tempore mathematicuꝫ ⁊ ad egiptios sacerdotes enauigauit. Quid ꝙ sine hac vna facultate viuendi ratio nõ perfecte constat. Nam vt de musice taceam: que nobis muneri ab ipsa natura ad perferendos facilius labores concessa videtur: vt astrologiã pre/teream qua exculti celum ipsum veluti scalis machinisqꝫ quibusdam conscendentes verum ipsius nature argumentum cognoscimus: sine arithmetica ⁊ geometria: quarum altera numeros altera mẽsuras do cet ciuiliter: comodeqꝫ viuere q̃ possumus: Sed quid ego ĩ his mo/ror que iam omnibus vt dixi: notiora sunt q̃ꝫ vt a me dicantur. Eu/clides igitur megarensis serenissime princeps qui. xv. libris omnem geometrie rationem consummatissime complexus est: quem ego sum ma ⁊ cura ⁊ diligentia nullo pretermisso schemate imprimendum cu/raui: sub tuo numine tutus felixqꝫ prodeat.

Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspi/cacissimi: in artem Geometrie incipit quã foelicissime:

PUnctus est cuius ps nõ est. ¶ Linea est lõgitudo sine latitudine ~~cuiꝰ quidẽ ex/tremitates sũt duo pũcta~~. ¶ Linea recta ẽ ab vno pũcto ad aliũ breuissima extẽ/sio ĩ extremitates suas vtrũqȝ eoꝝ reci/piens. ¶ Supficies ẽ q̃ lõgitudinẽ ⁊ lati/tudinẽ tm̃ hȝ: cuiꝰ termi quidẽ sũt linee. ¶ Supficies plana ẽ ab vna linea ad a/liã extẽsio ĩ extremitates suas recipiẽs ¶ Angulus planus ẽ duarũ linearũ al/ternus ꝯtactus: quaꝝ expãsio ẽ sup sup/ficiẽ applicatioqȝ nõ directa. ¶ Quãdo aũt angulum ꝯtinẽt due linee recte rectilineꝰ angulus noiat̃. ¶ Qñ recta linea sup rectã steterit duoqȝ anguli vtrobiqȝ fuerit eq̃les: eoꝝ vterqȝ rectꝰ erit ¶ Lineaqȝ linee supstãs ei cui supstat ꝑpendicularis vocat̃. ¶ Angulus vo qui recto maior ẽ obtusus dicit̃. ¶ Angulꝰ vo minor recto acutꝰ appellat̃. ¶ Terminꝰ ẽ qd vniuscuiusqȝ finis ẽ. ¶ Figura ẽ q̃ t̃mino vl' termĩs ꝯtinet̃. ¶ Circulꝰ ẽ figura plana vna q̃dem li/nea ꝯtẽta: q̃ circũferentia noiat̃: in cuiꝰ medio pũctꝰ ẽ: a quo oẽs linee recte ad circũferẽtiã exeũtes sibiĩuicẽ sũt equales. Et hic quidẽ pũctꝰ cẽtrũ circuli dr̃. ¶ Diameter circuli ẽ linea recta que sup eiꝰ centꝝ trãsiens extremitatesqȝ suas circũferẽtie applicans circulũ ĩ duo media diuidit. ¶ Semicirculus ẽ figura plana dia/metro circuli ⁊ medietate circũferentie ꝯtenta. ¶ Portio circu/li ẽ figura plana recta linea ⁊ parte circũferẽtie ꝯtẽta: semicircu/lo quidẽ aut maior aut minor. ¶ Rectilinee figure sũt q̃ rectis li/neis cõtinent̃ quarũ quedã trilatere q̃ tribꝰ rectis lineis: quedã quadrilatere q̃ q̃tuor rectis lineis. q̃dã m̃ltilatere que pluribus q̃ȝ quatuor rectis lineis continent̃. ¶ Figurarũ trilaterarũ: alia est triangulus hñs tria latera equalia. Alia triangulus duo hñs eq̃lia latera. Alia triangulus triũ inequalium laterũ. Haꝝ iterũ alia est orthogoniũ: vnũ .s. rectum angulum habens. Alia ẽ am/bligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigoni/um: in qua tres anguli sunt acuti. ¶ Figurarũ autẽ quadrilateraꝝ Alia est q̃dratum quod est equilaterũ atqȝ rectangulũ. Alia est tetragonꝰ longꝰ: q̃ est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs p se notis: ⁊ pmo de diffinitionibus earundem.



¶ Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia atq; oppositos angulos equales: idē tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinet. Preter has autē oēs quadrilatere figure helmuariphe nominantur. ¶ Equidistantes linee sunt que in eadem superficie collocate atq; in alterutram partem ꝓtracte non conueniunt etiā si in infinitum protrahantur.

Petitiones sunt quinq;: ¶ A quolibet pūcto in quemlibet punctum rectā lineā ducere atq; lineā definitā in cōtinuū rectūq; quātūlibet protrahere. ¶ Super centrū quodlibet quātumlibet occupando spacium circulu; designare. ¶ Omnes rectos angulos sibiīuicem esse equales: ¶ Si linea recta sup duas lineas rectas ceciderit duoq; anguli ex vna parte duob⁹ rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eādē pte ꝓtractas ꝓculdubio ꝯiūctim ire. ¶ Duas lineas rectas supficiē nullam concludere.

Communes animi ꝯceptiones sunt hee: ¶ Que vni ꝛ eidē sunt equalia ꝛ sibiīuicē sunt equalia: ¶ Et si equalib⁹ equalia addant̄ tota quoq; fiēt equalia. ¶ Et si ab equalib⁹ eq̄lia auferant̄ que relinquūt̄ erūt equalia. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas q̄ relinquūt̄ erūt ineq̄lia. ¶ Et si ineq̄libus equalia addas ipsa quoq; fiēt inequalia. ¶ Si fuerint due res vni equales ipse sibiīuicem erūt equales. ¶ Si fuerint due res quarū vtraq; vni⁹ eiusde; fuerit dimidiū vtraq; erit equalis alteri. ¶ Si aliqua res alicui superponat̄ applicet̄q; ei nec excedat altera alterā: ille sibiīuicē erunt eq̄les. ¶ Omne totum ē maius sua pte.

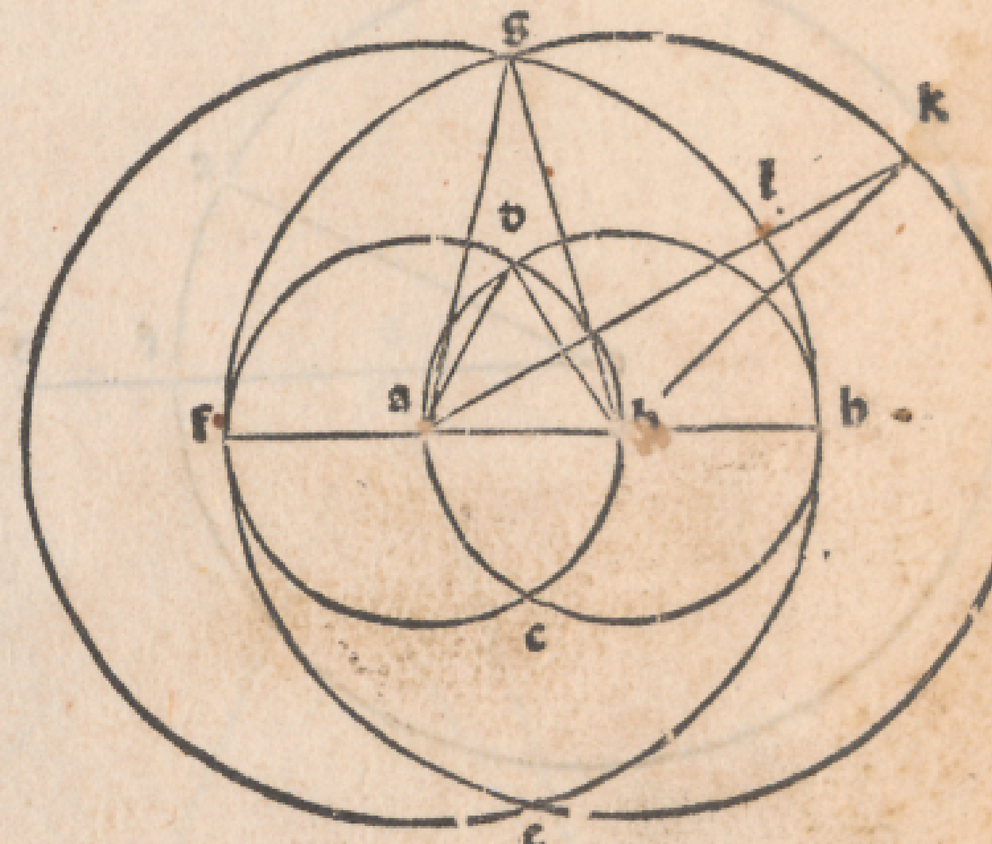
Sciendū est aūt q̄ preter has animi cōceptiōes: siue cōes scias multas alias que numero sunt incōprehensibiles pretermisit Euclides: quarū hec est vna. ¶ Si due quantitates equales ad quālibet tertiā eiusdem generis cōparentur simul erunt ambe illa tertia aut equē maiores: aut eque minores: aut simul equales. ¶ Itē alia Quanta est aliqua quantitas ad quālibet aliam eiusdē generis tantā esse quālibet tertiā ad aliquam quartā eiusdem generis in quantitatib⁹ continuis: hoc vniuersaliter verum est siue antecedentes maiores fuerint consequentibus siue minores. magnitudo enim decrescit in infinitū. in numeris aūt non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicui⁹ quarti: quoniā numerus crescit in infinitū: sicut magnitudo in in finitum minuitur.

Propositio prima.

Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare.

¶ Esto data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulū equilaterū cōstituere super alterā eius extremitatē. s. in puncto a. ponam pedē circini immobilem: ꝛ alterū pedem mobilem extendam vsq; ad. b. ꝛ describā ꝭm quantitatem ipsius linee date per secūdam petitionē circulū. c. b. d. f.

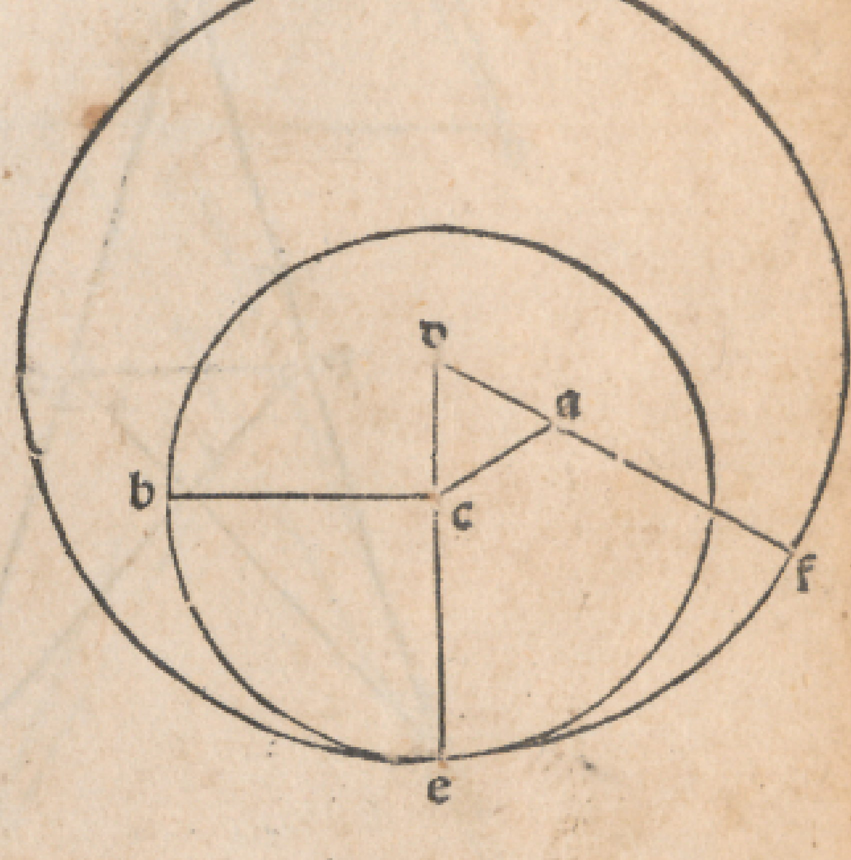
rursus alterā eius extremitatem.s.punctū b.faciam centrū: ⁊ per eandem petitio nem ⁊ ſm eiusdem quantitatem lineabo circulum c.a.d.b.qui circuli intersecabūt se in duobus punctis:que sint.c.d.⁊ alteram duarū sectionum:sicut sectionem.d. continuabo cum ambabus extremitatibus date linee protractis lineis.d.a.d.b. per primā petitionem : quia ergo a puncto a.qđ est centrum circuli.c.b.d. ꝓtra/cte sunt linee a.d.⁊ a.b.vsqꝫ ad eius circūferentiam ipse erunt equales per diffini tionem circuli. Similiter quoqꝫ: quia a puncto b.quod est centrum circuli.c.a.d. protracte sunt linee b.a.⁊.a.d.vsqꝫ ad eius circūferentiā ipse erunt ēt equales: q̄a ergo vtraqꝫ duarū linearū.a.d.b.d.equalis ē linee a.b.vt probatum est:ipse erūt equales inter se per primā cōceptionē:ergo super datam lineam collocauimus tri angulum equilaterū:quod est ꝓpositum.¶Si autē super eandē lineaꝫ libeat col/locare reliquas duas trianguloꝝ spēs.scꝫ.triangulū duū eq̄liū laterū ⁊ triangulū triū inequaliū laterū.ꝓtrahat̄ linea.a.b.i vtrāqꝫ ꝑtem vsqꝫ quo occurret circūfe/rentie amboꝝ circuloꝝ:sup duo pūcta .f.⁊.b.⁊ posito cētro i pūcto.a.lineet̄ circu lus.e.h.g.ſm quātitatē linee.a.b.Jtēqꝫ posito centro in pūcto.b.lineet̄ circul⁹.e. f.g.ſm quantitatē linee.b.f.di aūt circuli intersecabūt se i duob⁹ pūctis q̄ sūt e.g. Coniungant̄ igit̄ extremitates date linee cū altera dictarū sectionū ꝑ duas lineas rectas q̄ sunt.a.g. b.g.⁊ quia he linee a.b.⁊.a.f.exeunt a centro circuli.c.d.f.ad eius circūferentiā ipse erūt equales.Silr̄ quoqꝫ.a.b.⁊.b.h.quia exeūt a centro cir culi.c.a.d.b.vsqꝫ ad ipsius circūferētiā ipse erūt equales: Quia ergo vtraqꝫ dua rū lineaꝝ.a.f.⁊.b.h.equalis est linee.a.b.ipse erunt inter se equales.ergo posito a.b.cōi erit.b.f.equalis.a.h.sꝫ.b.f.est equalis.b.g.quia ābo exeūt a centro circu/li.e.f.g.ad eius circūferentiam.Similit̄ quoqꝫ.a.h.est equalis.a.g.⁊ vtraqꝫ earū est maior.a.b.eo ꝙ vtraqꝫ duarū linearum.b.f.⁊.a.h.maior est.a.b. quare sup datam lineā collocauimus triangulū duoꝝ equaliū laterū: ¶ Triangulū etiā triū inequaliū laterū sup eandē lineā collocabim⁹:si aliqđ pūctū exn̄s in circūferentia alterutrius duoꝝ maioꝝ circuloꝝ qđ nō sit in altera duarū sectionū: ⁊ cui nō ob/uiet f.h.cū in vtrālibet ꝑtem ꝓtracta fuerit in cōtinuū ⁊ directū: ꝯiunxerimus ꝑ duaslineas rectas cū ambab⁹ extremitatib⁹ date linee.Sit.n.pūctus.k.signat⁹ i circūferentia circuli.e.f.g.⁊ nō sit i altera sectionū nec occurrat ei.f.h. cū ꝓtrahe ret̄ in ꝯtinuū:⁊ directū vsqꝫ ad eius circūferentiā.ꝓtraham ergo lineas.a.k.⁊.b. k.⁊ secabit linea.a.k.circūferentiā circuli.e.h.g.secet ergo in pūcto.l. eritqꝫ.b.k. equalis.a .l.quia.b.k.est equalis.b.g.⁊.a.l.equalis.a.g.quare.a.k.est maior.b. k.sed ⁊.b.k.est maior.a.b.triangul⁹ergo.a.b.k.est triū inequaliū laterū: Sic igi tur sup datam lineam omnes trianguloꝝ species collocauimus.

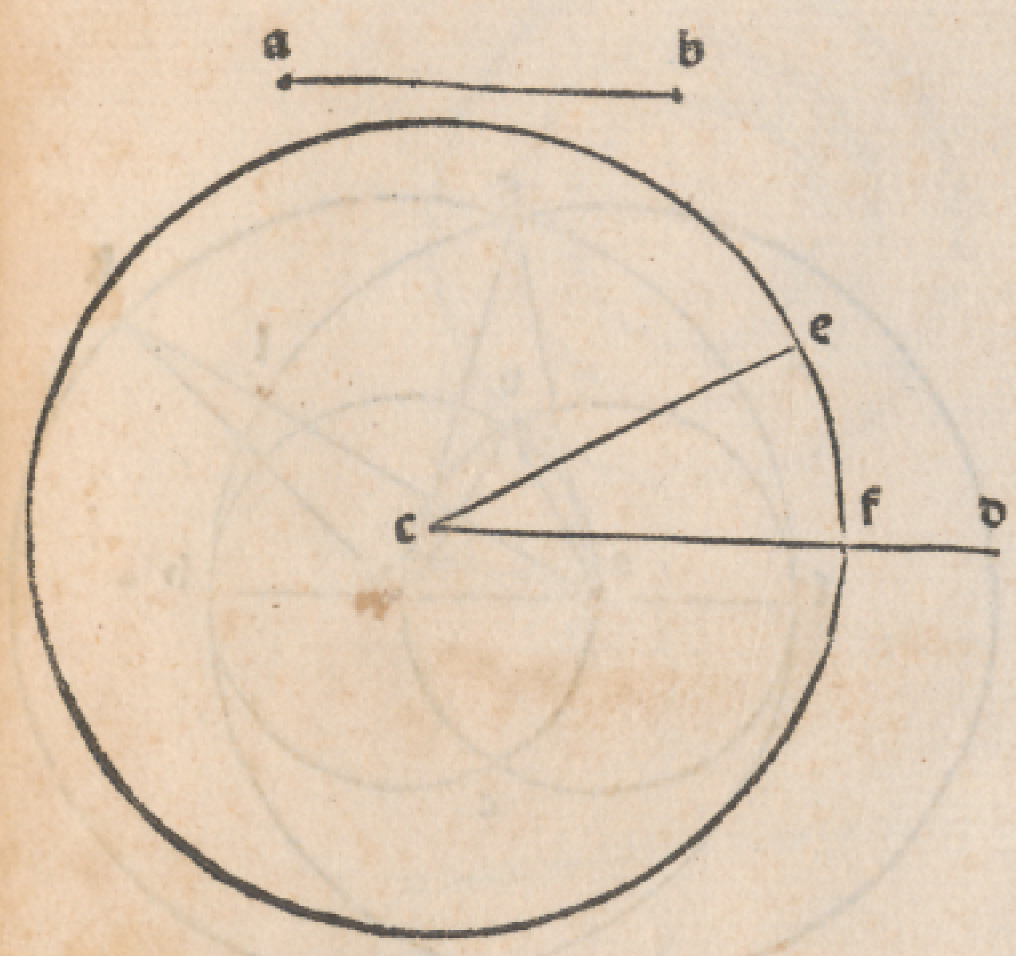


Propositio. 2

A Dato puncto cuilibet linee recte ꝓposite equam rectam lineam ducere.

¶Sit.a.punctus datus ⁊.b.c.linea data volo a puncto.a.ducere li neā vnā equalem linee.b.c.in quācūqꝫ ꝑtem contingat : cōiungam ergo punctū.a.cum altera extremitate linee.b.c.cum qua voluero.⁊ coniūgā ipsū.a.cū extremitate.c.per lineā.a.c.super quā constituā triangulū eq̄la terū ſm doctrinā p̄cedentis qui sit.a. c.d.⁊ in illa extremitate linee date cum qua coniunxi punctū datū.s.in extremitate.c.ponā pedē circini imobilē ⁊ describā su per ipsum circulū ſm quantitatē ipsius date linee q̄ sit circul⁹.e.b.⁊ latus triāguli



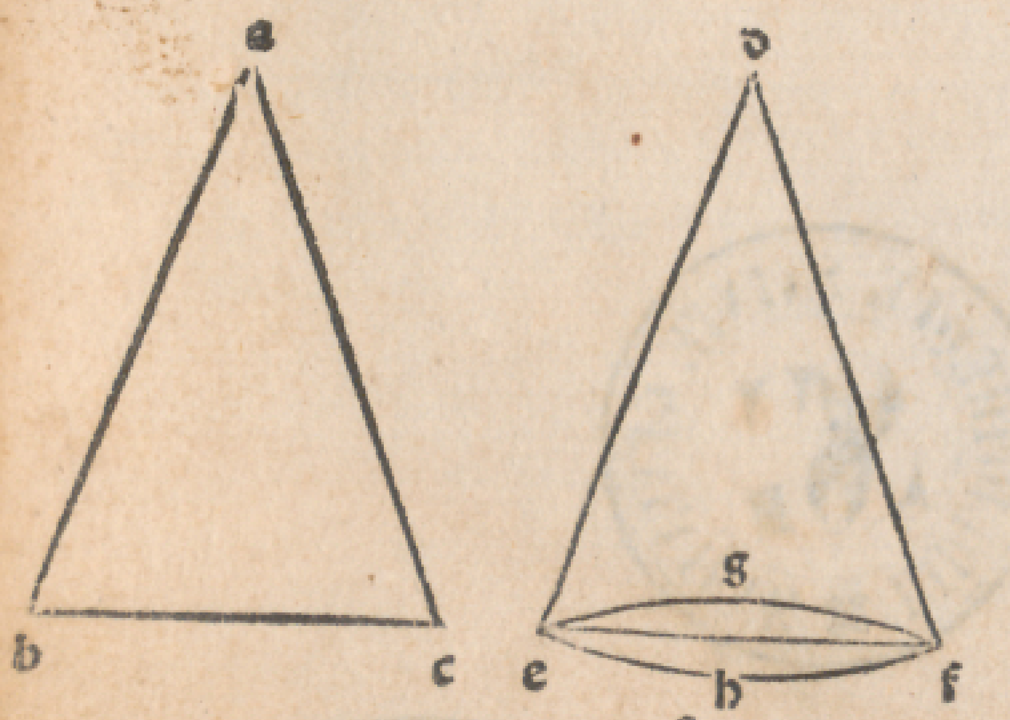


equilateri qd opponit̄ pūcto dato.f.latus.d.c.ꝓtrabam ꝑ centrū circuli descripti vsqꝫ ad ei⁹ circūferētiā: ⁊ sit tota linea sic ꝓtracta.d.c.e.ꝭm cui⁹ quātitatē linea/bo circulū posito centro in.d.qui sit circulus.e.f.⁊ postea ꝓtrabā latus.d.a.vsqꝫ ad circūferentiā h⁹ vltimi circuli ⁊ occurrat circūferētie ipsius in pūcto.f.dico igit̄ ꝙ.a.f.est equalis.b.c.nam.b.c.⁊.c.e.sunt equales:quia exeūt a centro circuli.c.b ad eius circūferentiā.Silr̄ quoqꝫ.d.f.⁊.d.e.sunt equales q̄ꝛ exeūt a centro circuli e.f.ad circūferentiā.sed.d.a.⁊.d.c.sunt equales q̄ꝛ sunt latera trianguli equilateri ergo si.d.a.⁊.d.c.demant̄.d.c.⁊.d.f.que sunt equales: erūt residua que sūt.a.f.⁊ c.e.equalia q̄ꝛ ğ vtraqꝫ duarū lineaꝝ.a.f.⁊.c.b.ē equalis.c.e.ipse sūt equales int̄ se:quare a pūcto.a.ꝓtraximus lineam.a.f.equalem.b.c.quod ē ꝓpositum.

Propositio .3.

PRopositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abscindere.

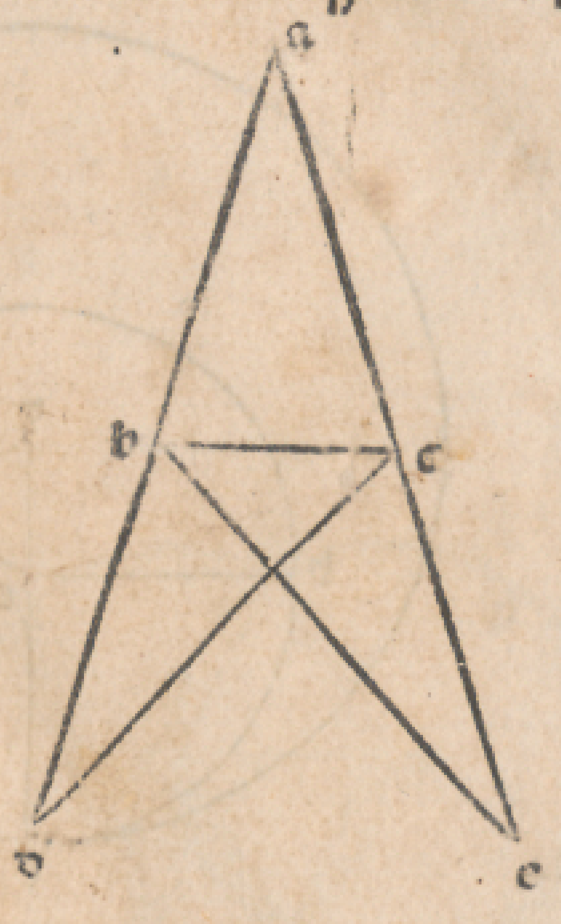
¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.⁊ sit.a.b.minor volo ex.c.d.abscindere vnā que sit eq̄lis.a.b.duco p̄mo a pūcto.c.vnā lineā equalē.a.b.ꝭꝫ qd docuit p̄cedens:que sit.c.e.posito ergo centro in pūcto.c.descri/bam circulū ꝭm quantitatē.c.e.q̄ secabit lineā.c.d.Sit ergo vt secet eā i pūcto.f. eritqꝫ linea.c.f.equalis linee.c.e.quia ambo exeūt a centro eiusdem circuli ad cir/cumferētiā:⁊ q̄ꝛ vtraqꝫ duarū linearū.a.b.⁊.f.c.est equalis.c.e.ipse sūt int̄ se equa les:quod est ꝓpositum.



Propositio .4.

OMniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vnius duobus lateribus alterius equalia fuerint:duoqꝫ anguli eoꝝ illis equilateribus contenti equales fuerint alter alteri:latera quoqꝫ illoꝝ reliqua sese respicientia equalia:reliqui vero anguli vni⁹ reliq̄s angulis alterius equales erūt:ac totus triangul⁹ toti triangulo equalis.

¶Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.sitqꝫ latus.a.b.equale lateri.d.e.⁊ lat⁹.a.c.eq̄ le lateri.d.f.⁊ angul⁹.a.equalis angulo.d.tūc dico ꝙ basis.b.c.ē equalis basi.e.f ⁊ angulus.b.equal̄ angulo.e.Itē angul⁹.c.equalis angulo.f.qd ꝓbat̄: supponaꝫ triangulū.a.b.c.triangulo.d.e.f.ita ꝙ angulus.a.cadat sup̱ angulū d.⁊ lat⁹a.b. sup̱ latus.d.e.⁊ latus.a.c.sup̱ latus.d.f.⁊ pꝫ per penultimā ꝯceptionē ꝙ nec an guli nec latera sese excedent eo ꝙ angulus.a.est equalis angulo.d.⁊ latera suppo sita his quibus supponunt̄ ꝑ ypothesym.puncta ergo.b.c.cadent sup̱ pūcta.e.f. si ergo linea.b.c.cadit sup̱ lineā.e.f.pꝫ ꝓpositum:quia cum linea.b.c.superposi/ta linee.e.f.non excedat eā nec excedat̄ ab ea ē ei equalis ꝑ ꝯuersionē penultime conceptiōis:eadem rōne erit angul⁹.b.equalis angulo.e:⁊ angulus.c.eq̄lis angu lo.f.si autem linea.b.c.non cadit super lineam.e.f.sed cadit inter triangulum si/cut linea.e.g.f.aut extra sicut linea.e.h.f.tunc due linee recte concludūt sup̱ficiē quod est contra vltimā petitionē.

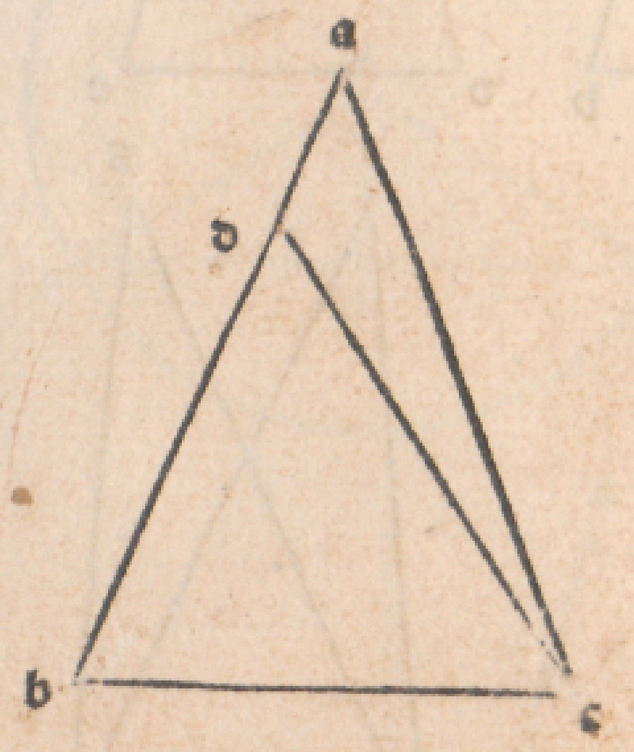


Propositio .5.

OMnes trianguli duūꝫ eq̄liū laterū angulos qui supra ba sim sunt equales esse necesse est:ꝙ si eius duo equalia la/tera directe ꝓtrabant̄ fient̄ quoqꝫ sub basi duo anguli inuicem equales.

¶Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.a.b.sit equale lateri a.c.dico ꝙ angulus.a.b.c.ē equalis angulo.a.c.b.ꝙ si ꝓtrabant̄.a.b.⁊.a.c. vsqꝫ ad.d.⁊.c.

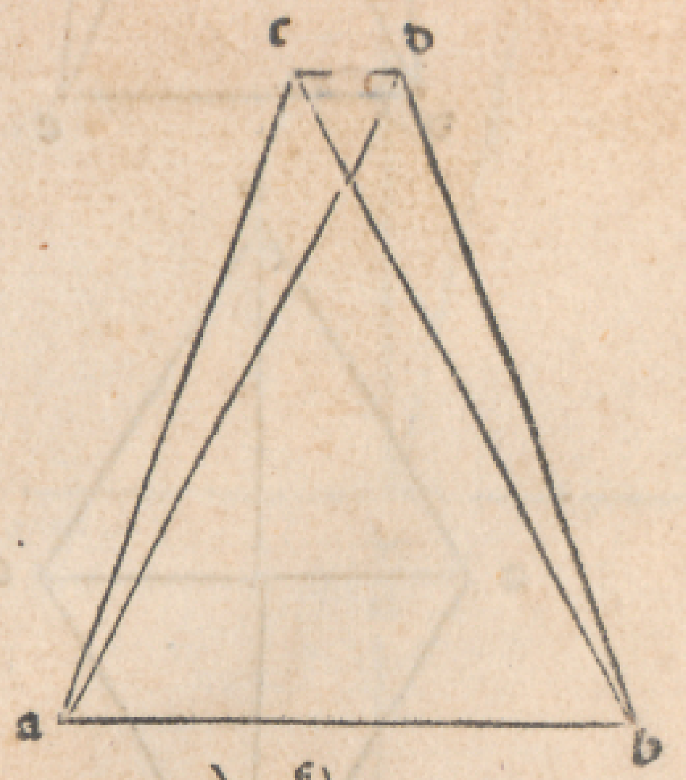
fiet angulus.d.b.c.equalis angulo.e.c.b.quod sic ꝓbatur: protractis.a.b.⁊.a.c. ponam per tertiam lineam.a.d.equalem linee.a.e.⁊ protrabam lineas.e.b. d.c. ⁊ intelligam duos triangulos.a.b.e.⁊.a.c.d.quos probabo esse equales ⁊ equilateros ⁊ eq̄angulos. Sunt.n.duo latera.a.b.⁊.a.e.trianguli.a.b.e.equalia duob⁹ lateribus.a.c.⁊.a.d.trianguli.a.c.d.⁊ angulus.a.ē cōis vtriq; ergo ꝑ p̄missā basis.b.e.est equalis basi.c.d.⁊ angulus.e.est equalis angulo.d. ⁊ angulus.a.b.e. equalis angulo.a.c.d. Item intelligo duos triangulos.d.b.c.⁊.e.c.b.quos similiter probabo esse equilateros ⁊ equiangulos.nam duo latera.d.b.⁊.d.c. trianguli b.d.c.sunt equalia duobus lateribus.e.c.⁊.e.b.trianguli.e.b.c. ⁊ angulus.d.est equalis angulo.e.ergo per premissam: basis basi: ⁊ reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus.d.b.c.est equalis angulo.e.c.b.⁊ hoc est scōm ꝓpositū.s.ꝙ anguli sub basi equales sunt: ⁊ angulus.b.c.d.est equalis angulo.e.b.c.sed totus.a.b.e. est equalis.a.c.d.vt probatum fuit supra.ergo angulus.a.b.c.residuus est equalis angulo.a.c.b.residuo quoꝝ vterq; est super basim: quod p̄mū ꝓpositum



Propositio .6.

Si duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoq; latera angulos illos respicientia equalia erunt.

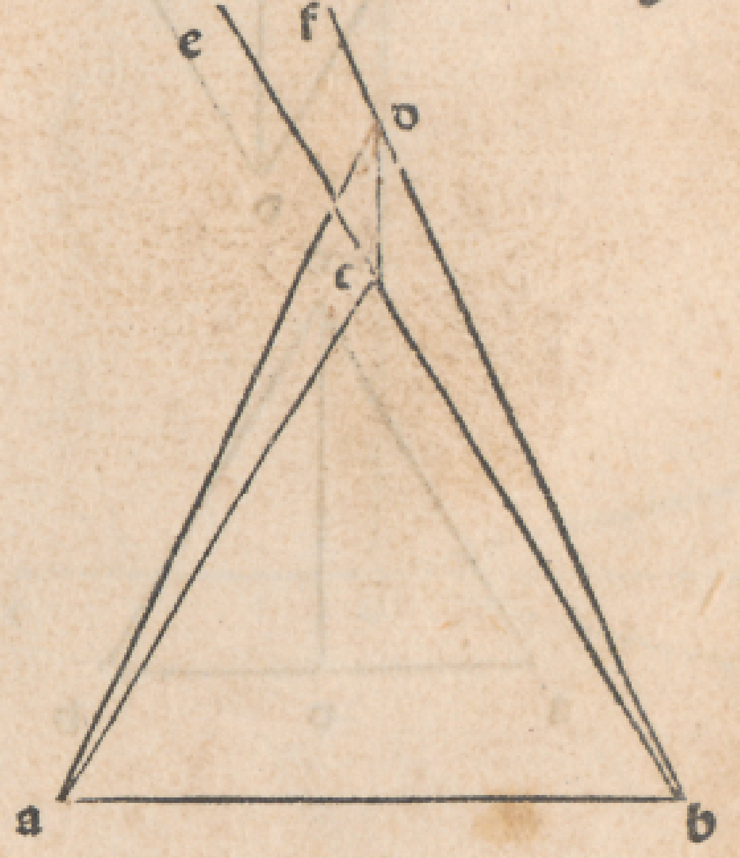
¶ hec ē conuersa p̄misse quantum ad p̄mā eius ꝑtem. Sit enim triangulus.a.b.c.cuius duo anguli.b.⁊.c.sunt equales dico ꝙ lat⁹.a.b.est equalis lateri.a.c.Si enī non sunt equales erit alterū alīo maius.sitq;.a.b.maius quod resecetur ad equalitatem.a.c.per tertiam ꝓpositionē vt superfluum sit a parte.a.⁊ resecetur in puncto.d.sitq;.b.d.equalis.a.c.⁊ ducat̄ linea.d.c. Intelligo ergo duos triangulos.a.b.c.⁊.d.b.c.quos ꝓbabo esse equilateros ⁊ equiangulos.sunt enim duo latera.d.b.⁊.b.c.trianguli.d.b.c.eq̄lia duobus lateribus.a.c.⁊. b.c.trianguli.a.b.c.⁊ angulus.b.equalis angulo.c. totali ꝑ ypothesim ergo basis.d.c.est equalis basi.b.a.⁊ angulus.d.c.b.equalis angulo.a c.b.pars v; toti quod est impossibile.

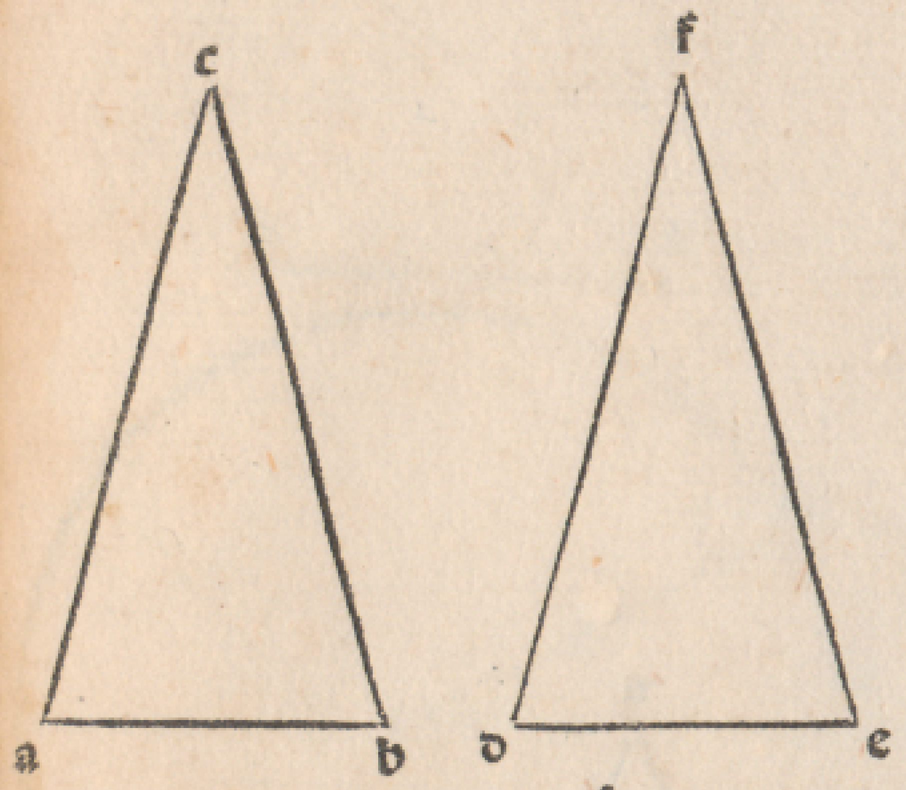


Propositio .7.

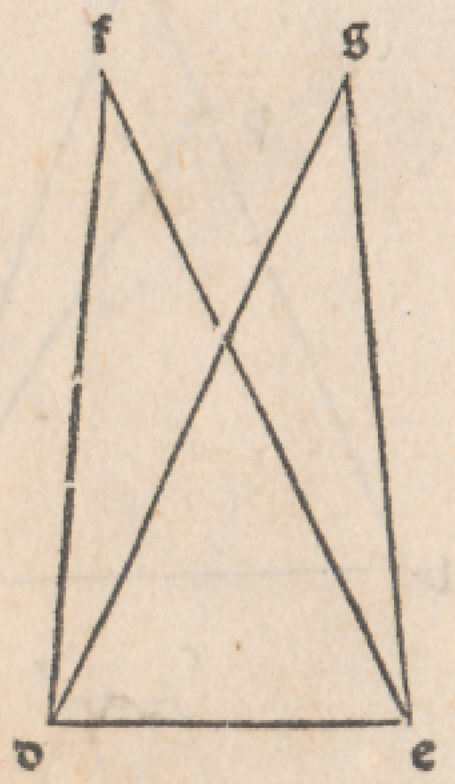
Si a duobus punctis aliquam lineā terminantibus due linee ad punctū vnum concurrentes exierint ab eisdē punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales q̄ ad aliū ꝯcurrāt in eandē ꝑtem duci est impossibile.

¶ Sit linea a.b.a cuius extremitatibus ꝓtrahant̄ due linee in partem vnam que concurrant in eodem puncto vt sint.a.c.⁊.b.c.que concurrant in puncto.c.dico ꝙ in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum: ita ꝙ illa que egredietur a pūcto.a. sit equalis linee.a.c.⁊ que egredietur a puncto.b.sit equal' linee.b.c.Quod si fuerit possibile protrahantur alie due linee in eandem partem que concurrant in pūcto.d.⁊ sit linea.a.d.equalis linee.a.c.⁊ linea.b.d.equalis.b.c.aut ergo punctus d.cadet intra triangulum aut extra: nam in altero laterum .a.c.⁊.b.c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum.a. d.⁊.b.d.secabit alteram linearum.a.c.⁊.b.c.aut neutra neutram: ⁊ secet primo altera alteram ⁊ protrahatur linea.c.d.quia ergo trianguli.a.c.d.duo latera.a.c. ⁊.a.d.sunt equalia erit angulus.a.c.d.equalis angulo.a.d.c.per.5. Similiter q̄a in triangulo.b.c.d.duo latera.b.c.⁊.b.d.sunt equalia erunt āguli.b.c.d.⁊.b.d.c





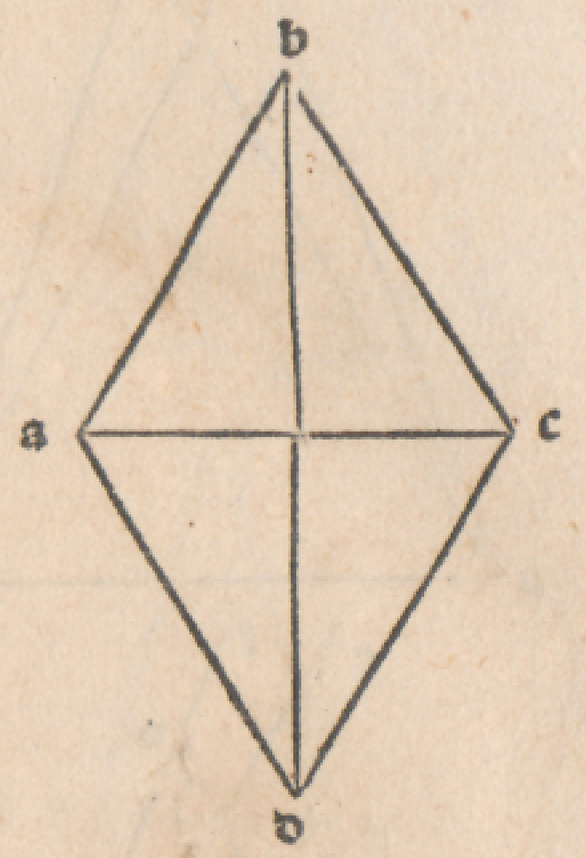
Similiter equales per eandem: ⁊ quia angulus.b.d.c.est maior angulo.a.d.c.se/
quitur angulum.b.c.d.esse maiorem angulo.a.c.d.partem.s.toto quod est ipos/
sibile: Si autem.d.cadit extra triangulum.a.b.c.ita ꝙ linee non se secent ꝯtrabā
lineam.d.c.⁊ producam.b.d.⁊.b.d.⁊.b.c.sub basi vsq₃ ad.f.⁊ ad.e. ⁊ quia linee
a.d.⁊.a.c.sunt equales: erūt anguli.a.c.d.⁊.a.d.c.equales ꝑ.5.Similiť quia.b.c
⁊.b.d.sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt.c.d.f.⁊.d.c.e.equales ꝑ scḋa₃
partem eiusdem: quia ergo angulus.e.c.d.minor est angulo.a.c.d.sequitur angu
lum.f.d.c.esse minorem angulo.a.d.c.quod est impossibile: ⁊ eodem modo dedu
cetur aduersarius ad inconueniens: si.d.pūctus cadat intra triangulū.a.b.c. ⁊c̃.



Propositio .8.

Omnium duoꝝ trianguloꝝ quorum duo latera vni⁹ duo/
bus lateribus alterius fuerint equalia: basisq₃ vnius basi
alterius equalis: duos angulos equis lateribus conten/
tos: equales esse necesse est.

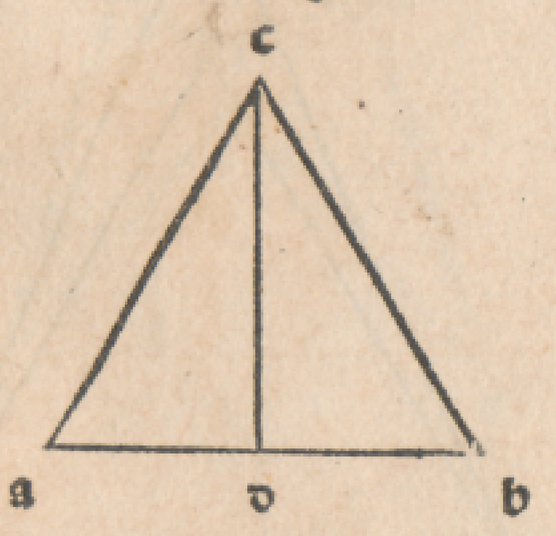
¶ Sint duo triāguli.a.b.c. d.e.f.sitq₃.a.c.equalis.d.f.⁊.b.e.eq̄lis
e.f.⁊.a.b.equalis.d.e.dico ꝙ angulus.c.est equalis angulo.f.⁊ angulus.a.angu
lo.d.⁊ angulus.b.angulo.e.superponā basim.a.b.basi.d.e.que cum sint equales
neutra excedet alterā per penultimā conceptionem: aut ergo punctus.c.cadet su/
per punctū.f.aut non. Si sic: tunc quia angulus.c.superposit⁹ erit angulo.f.⁊ neu
ter eoꝝ excedit alterum: ipsi sunt equales per conuersionem conceptionis p̄dicte:
Similiter argue reliquos angulos esse equales: Si autem punctus.c. non cadit
super.f.sed super quemlibet alium qui sit punct⁹.g.quia.e.g. est equalis.b.c. imo
eadem: itemq₃.d.g.equalis.a.c.erit.e.g.equalis.e.f.⁊.d.g. equalis.d.f.quod est
impossibile per precedentem.



Propositio .9.

Datum angulum per equalia secare.

¶ Sit datus angulus quem oportet diuidere: angulus.a.b.c.lineas
ipsum continentes que sunt.a.b.⁊.b.c.ponam equales per tertia₃
⁊ producam lineam.a.c.super qua₃ constituam triangulum equila
terum.a.d.c.⁊ protrabam lineā.b.d.dico ꝙ ipsa diuidit datū an/
gulū per equalia: Intelligo duos triangulos.a.b.d.⁊.c.b.d.⁊ quia duo latera a.
b.⁊.b.d.trianguli.a.b.d.sunt equalia duobus lateribus.c.b.⁊.b.d.trianguli.c.b
d.⁊ basis.a.d.basi.c.d.ergo per precedentem angulus.a.b.d.est equalis angulo
c.b.d.quod est ꝓpositum facere.



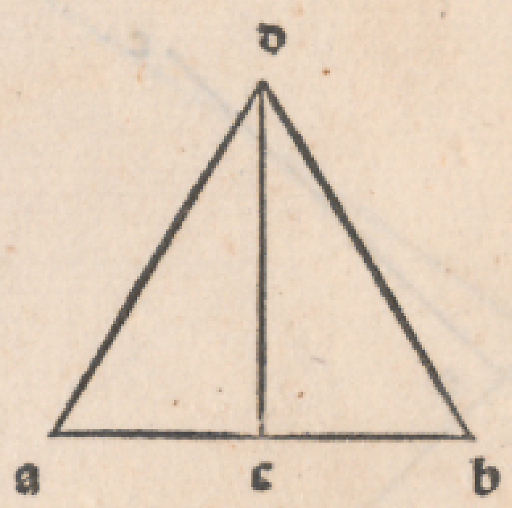
Propositio .10.

Proposita recta linea eam per equalia diuidere.

¶ Sit proposita linea quā oportet diuidere ꝑ equalia.linea a.b.sup
ipsā ꝯstituā triāgulū eq̄laterū.a.b.c.⁊ angulū.c.diuido ꝑ eq̄lia s̄m
doctrina₃ p̄cedentis per lineam.c.d.dico ꝙ linea.c.d.diuidit datā
lineā.a.b.ꝑ eq̄lia: Intelligo.n.duos triāgulos.a.c.d.⁊.b.c.d.⁊ ar/
guo sic: duo lat̄a.a.c.⁊.c.d.trianguli.a.c.d.sт eq̄lia duob⁹ laterib⁹ b.c.⁊.c.d.triā/
guli.b.c.d.⁊ angulus.c.vnius angulo.c.alterius ergo per quartam basis.a.d.ba
si.d.b.quod est ꝓpositum.

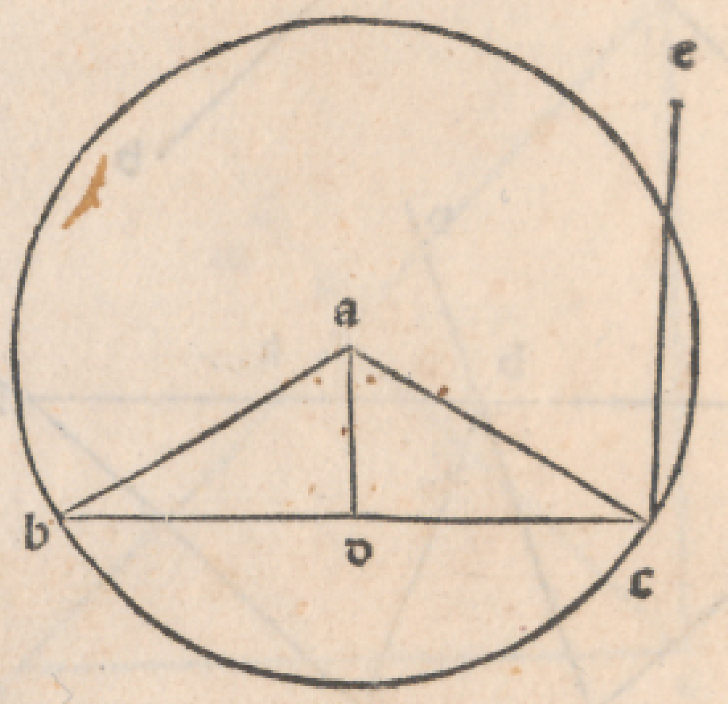
Data linea recta a pũcto in ea signato ꝑpẽdicularẽ extrahere duob⁹ qdem angul' eq̃lib⁹ ac rectis vtrinq; subnixam.

¶ Sit data linea .a.b. in q̃ sit datus pũctus .c. a quo oꝫ ꝑpẽdicularẽ extrahere: faciã ĝ ꝑ tertiã lineã .b.c. eq̃lẽ linee .a.c. ⁊ sup totã .a.b. cõstituo triangulũ eq̃laterũ .a.b.d. ⁊ ꝓtrabo lineã .c.d. õ q̃ dico ꝙ ipa ẽ ꝑpẽdicularis sup lineã .a.b. Intelligo duos triangulos .a.c.d. ⁊ .b.c.d. ⁊ q: duo latera .a.c. ⁊ .c.d. trianguli .a.c.d. sũt eq̃lia duob⁹ laterib⁹ .c.b. ⁊ .c.d. trianguli .c.b.d. ⁊ basis .a.d. basi .b.d. erit ꝑ .8. angul⁹ .a.c.d. eq̃lis angulo .b.c.d. q̃re vterq; eorũ erit rect⁹ ꝑ diffinitõem anguli recti: ⁊ linea .c.b. ꝑpẽdicularis sup lineã .a.b. ꝑ diffinitõem linee ꝑpẽdicularis: qđ ẽ ꝓpositũ. Propositio 12.



A puncto extra signato ad datã lineã indefinite quantitatis perpendicularem deducere.

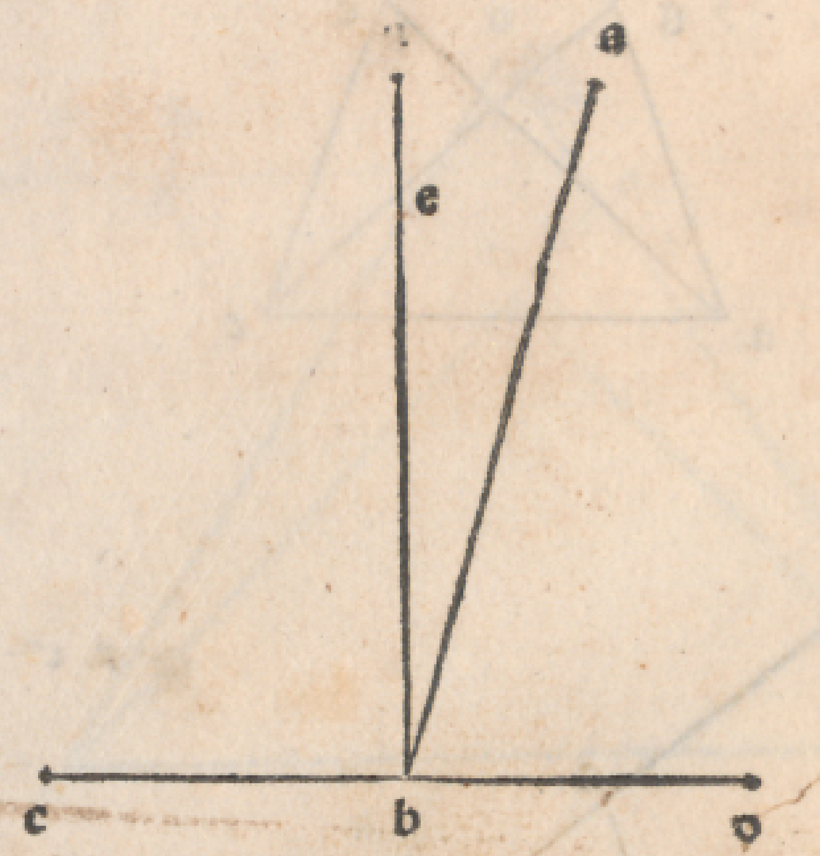
¶ Sit .a. punctus signat⁹ extra lineã .b.c. a quo ad ipsã oꝫ deducẽ ꝑpẽdicularẽ: ꝓtrahã ergo lineã .b.c. i vtrãq; ꝑtẽ q̃tũ libuerit ⁊ super pũctũ .a. describã circulũ .b.c. sic vt secet lineã datã in pũctis .b.c. et ꝓtrahã lineas .a.b. ⁊ .a.c. ⁊ diuidã angulũ .b.a.c. ꝑ eq̃lia ꝑ lineã .a.d. ꝑ .9. dico ꝙ a.d. ẽ ꝑpẽdicularis sup lineã .b.c. Intelligo duos triãgulos .a.b.d. ⁊ .a.c.d. ⁊ quia duo latera .a.b. ⁊ .a.d. triãguli .a.b.d. sũt eq̃lia duobus laterib⁹ .a.c. ⁊ .a.d. trianguli .a.c.d. ⁊ angul⁹ .a. vni⁹ eq̃lis angulo .a. alteri⁹ erit ꝑ .4. basis .b.d. eq̃lis basi .d.c. ⁊ angulus .a.d.b. eq̃lis angulo .a.d.c: q̃re vterq; eoꝝ rect⁹ ⁊ linea .a.d. ꝑpẽdicularis sup lineã .b.c. ꝑ diffinitõem anguli recti ⁊ linee ꝑpẽdicularis: qđ ẽ ꝓpositũ.



Propositio ·13.

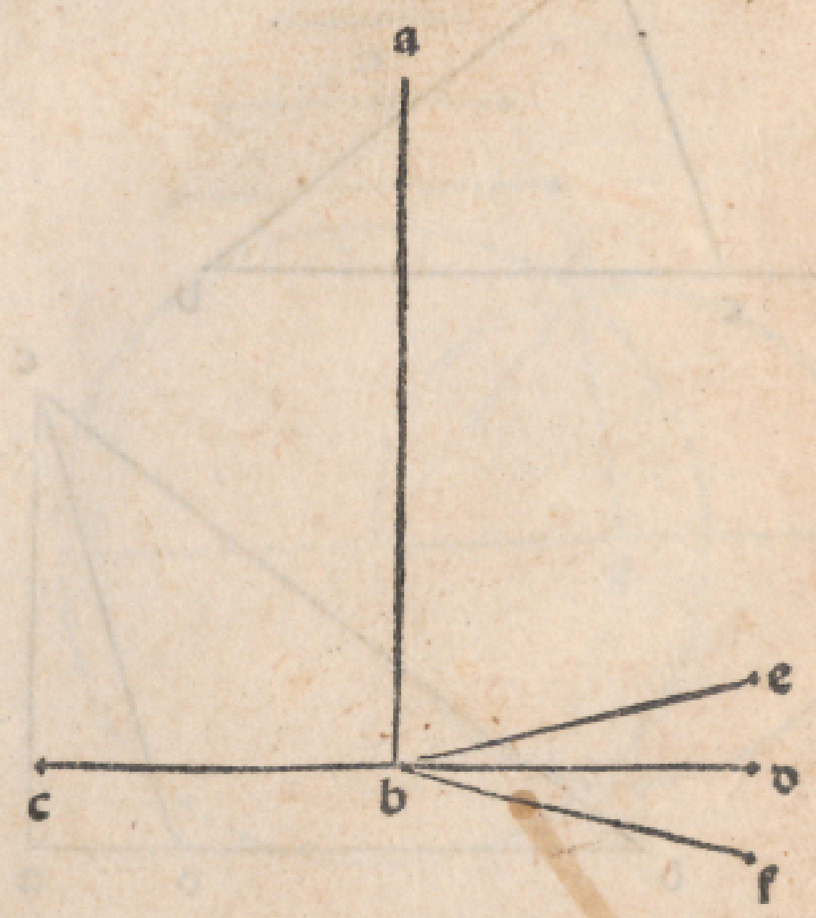
Omnis recte linee sup rectã lineã stantis duo vtrobiq; anguli aut sunt recti aut duobus rectis equales.

¶ Sit vt linea .a.b. supstet linee .c.d. q̃ si fuerit sup eã ꝑpẽdicularis faciet duos angulos rectos ꝑ ꝯuersionẽ diffinitõis. Si ãt nõ fuerit sup eã ꝑpẽdicularis a pũcto .b. ducat̃ .b.e. ꝑpẽdicularis sup .c.d. ꝑ vndecimã: eruntq; duo anguli .e.b.c. ⁊ .e.b.d. recti ꝑ ꝯuersionẽ diffinitõis: q: ergo duo anguli .d.b.a. ⁊ .a.b.e. adequant̃ angulo .d.b.e. ipse cũ ãgulo .c.b.e. erũt eq̃les duob⁹ rectis: q̃re tres ãguli q̃ sũt .d.b.a. a.b.e. ⁊ .c.b.e. sũt eq̃les duob⁹ rectis: ꝫ angul⁹ .c.b.a. ẽ eq̃lis duob⁹ angul' .c.b.e. ⁊ .e.b.a. ĝ duo ãguli .c.b.a. ⁊ .a.b.d. sᷓt eq̃les duob⁹ rectis: qđ ẽ ꝓpositũ: Ex quo pꝫ ꝙ totũ spaciũ qđ i q̃libꝫ supficie plana pũctũ q̃libꝫ circũstat q̃tuo: rectis agulis eẽ eq̃le. Propo⁰ ·14.



Si due linee a pũcto vni⁹ linee i diuersas ꝑtes exierint duosq; circa se angulos rectos aut duob⁹ rectis equales fecerint: ille due linee sibi directe coniũcte sũt ⁊ linea vna.

¶ Sit vt a pũcto .b. linee .a.b. exeãt due linee in oppositas ꝑtes que sint .b.c. ⁊ .b.d. ⁊ faciũt duos ãgulos q̃ sᷓt .c.b.a. ⁊ .d.b.a. eq̃les duobus rectis: tũc dico ꝙ due linee .c.b. ⁊ .d.b. sᷓt sibiĩuicẽ directe ꝯiũcte ⁊ linea vna: ⁊ hec ẽ q̃si ꝯuersa ꝓoris: ꝙ si nõ fuerit linea vna tũc ꝓtrahat̃ .c.b. in ꝯtinuũ ⁊ directũ q̃ q: nõ ẽ linea vna cũ .d.b. trãsibit sup eã vt .b.e. aut ifra eã vt .b.f. q: ĝ sup lineã rectã q̃ ẽ .c.b.e. cadit linea .a.b. erũt anguli .c.b.a. ⁊ e.b.a. eq̃les duob⁹ rectis ꝑ ꝓcedẽtẽ: ⁊ q: oẽs recti sᷓt ad iuicẽ eq̃les ꝑ .3. petitõem anguli quoq; .c.b.a. ⁊ d.b.a. sᷓt eq̃les duob⁹ angul' rectis ꝑ ypothesym erũt duo ãguli .c.b.a. ⁊ .e.b.a. eq̃les duobus angul' .c.b.a. ⁊ .d.b.a. ĝ dẽpto cõi angulo .c.b.a. erit ãgul⁹ e.b.a. eq̃lis angulo

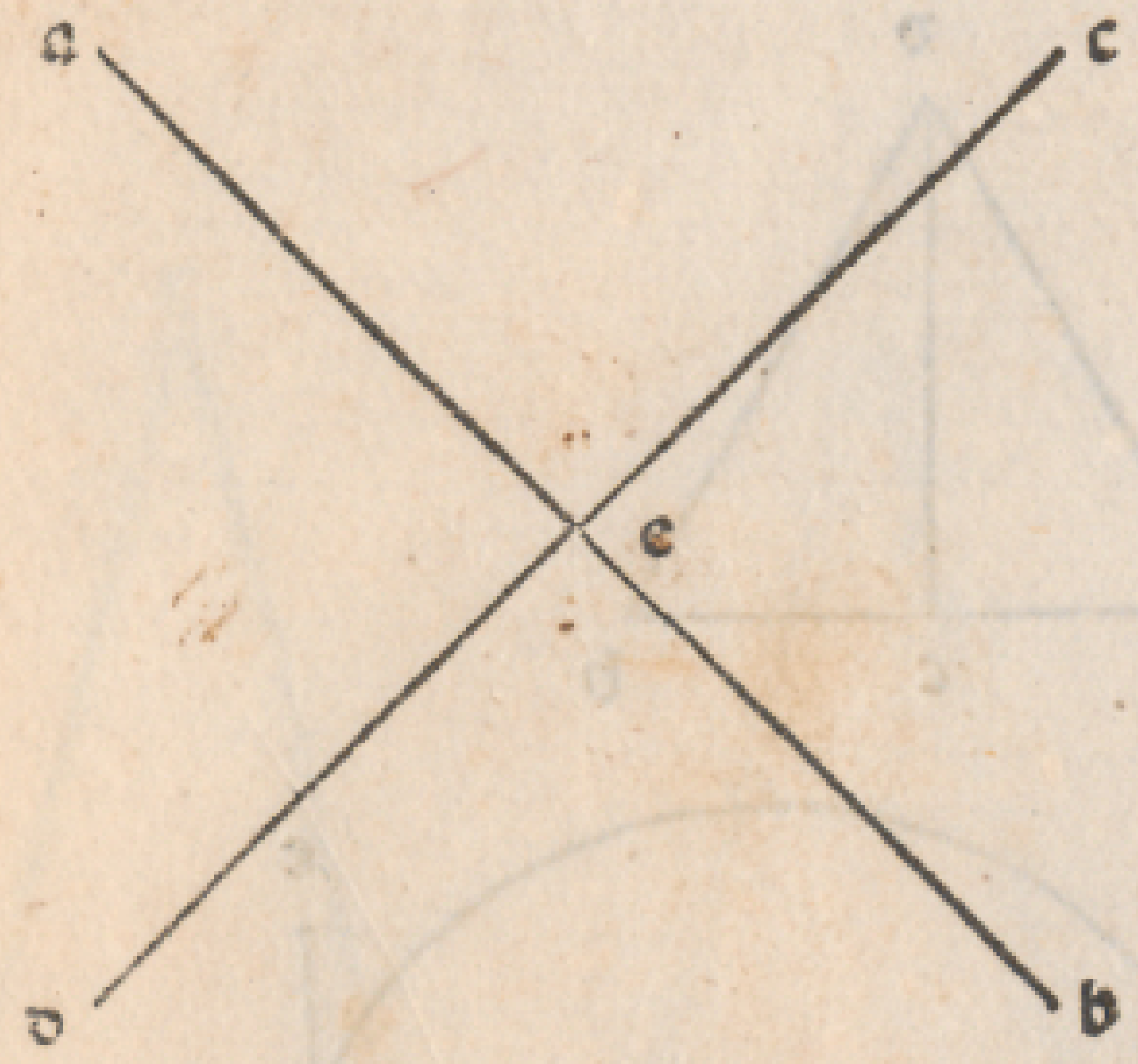


d.b.a. ps toti: quod ē īpossibile: siłr lineā.c.b. ꝓtractā ꝓbabis angulū d.b.a. esse eq̄lem angulo.f.b.a. si forte diceret aduersariꝰ lineā.c.b. ꝓtractā cadere īfra.b.d.

Propositio 15.

OMnium duarū linearum se inuicē secātiū: oēs anguli cōtra se positi sūt eq̄les: vnde manifestū est ꝙ cū due linee recte se inuicē secāt q̄tuor q̄ fiūt āgulos q̄tuor rectis eē eq̄les

¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d. se inuicē secātes ī pūcto.e. dico ꝙ angulꝰ d.e.b. est eq̄lis angulo.a.e.c.⁊ angulus.b.e.c. ē eq̄lis angulo.a.e.d. Erūt.n.ꝑ.13. duo anguli.a.e.c.⁊.c.e.b. eq̄les duobꝰ rectis: itēqȝ duo anguli.c.e.b.⁊.d.e.b. eq̄les duobus rectis ꝑ eandē: q̄re duo p̄mi sūt eq̄les duobꝰ postremis eo ꝙ oēs recti sūt ad inuicē equales ꝑ.4. petitionē: dempto ergo cōi angulo q̄ ē c.e.b. erit angulus.a.e.c. eq̄lis angulo.d.e.b. Eodē mō ꝓbabiť anguluȝ.c.e.b. eē eq̄leȝ angulo.a.e.d. qđ ē ꝓpositū.

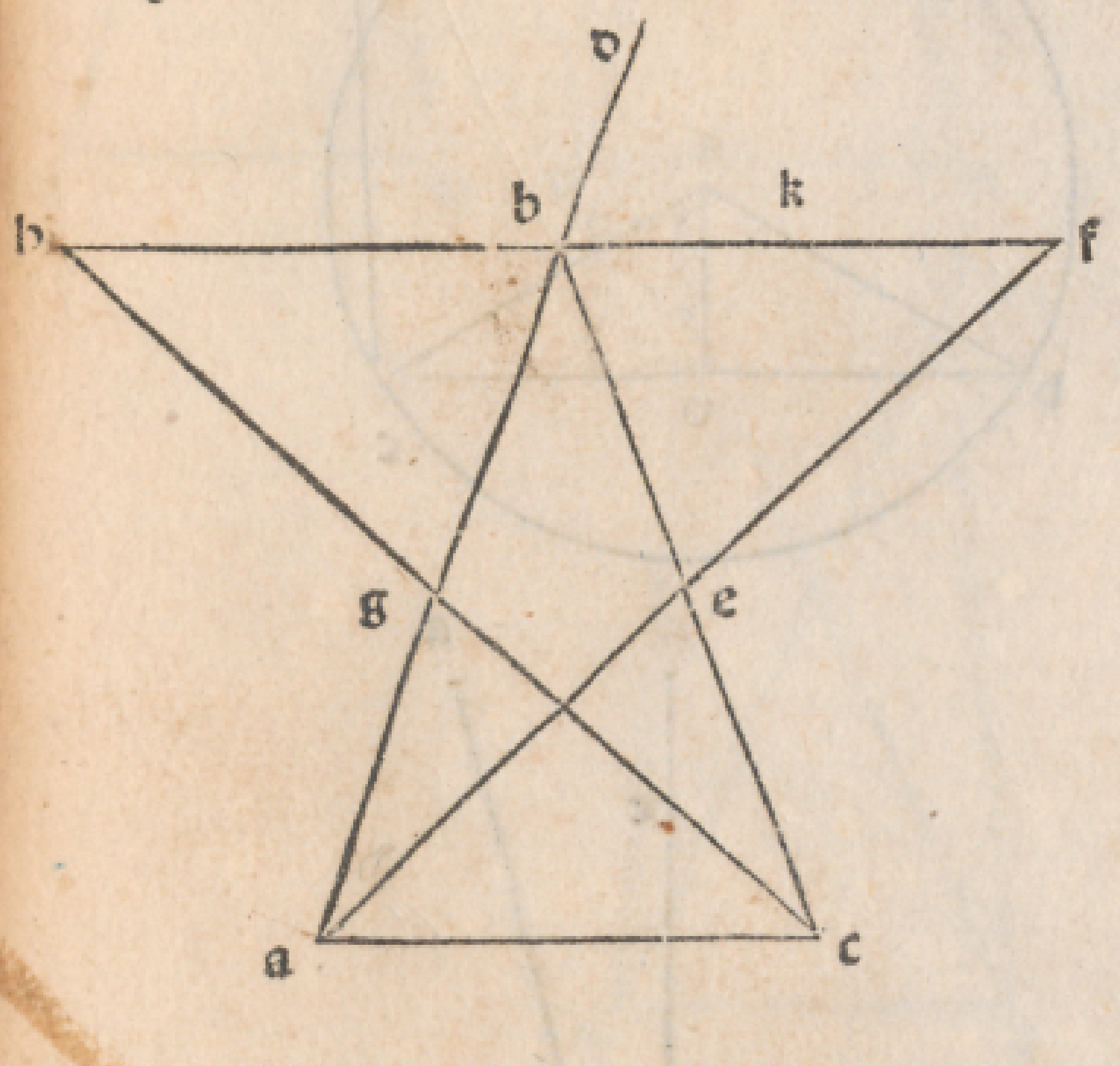


Propositio 16

SI quodlibet laterū trianguli directe ꝓtrahať faciet angulum extrinsecum vtroqȝ angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

¶ Sit vt trianguli.a.b.c. latus.a.b. ꝓtrahať vsqȝ ad.d. dico ꝙ angulus.d.b.c. maior ē vtroqȝ duoꝝ anguloꝝ ītrinsecoꝝ sibi oppositorū q̄ sūt.b.a.c.⁊.b.c.a. diuidā.n.ꝑ.10. lineā.c.b. ꝑ eq̄lia in pūcto.e.⁊ ꝓtrahā.a.e. vsqȝ ad.f. ita vt.e.f. fiat eq̄lis.a.e.⁊ ꝓtrahā lineā.f.b. intelligo duos triangulos c.e.a.⁊.b.e.f.⁊ q2 duo latera.a.e.⁊.e.c. trianguli.a.e.c. sūt eq̄lia duobus laterib' f.e.⁊.e.b. trianguli.f.e.b.⁊ angulus.e. vnius ē eq̄lis angulo.e. alteriꝰ ꝑ p̄missā q̄a sūt anguli ꝯpositi: erit ꝑ.4. angulꝰ.e.c.a. eq̄lis angulo.e.b.f.⁊ ideo angulus.e.b.d. maior erit angulo.b.c.a. Siłr quoqȝ ꝓbabitur ꝙ est maior angulo.c.a.b. naȝ diuidam.a.b. ꝑ eq̄lia in pūcto.g.ꝑ.10.⁊ ꝓtrahaȝ lineā.g.h. equalē linee.c.g.ꝑ.3. postea ꝓtrahā.h.b.k. erūtqȝ duoꝝ triāguloꝝ q̄ sūt.a.g.c.⁊.h.g.b. duo latera.a.g.⁊ g.c. p̄mi eq̄lia duobꝰ laterib'.h.g.⁊.b.h. scđi: ⁊ angulus.g. vniꝰ angulo.g. alteriꝰ ꝑ 15. ergo ꝑ.4. angulus.g.c.a. est eq̄lis angulo.g.b.h. q̄re ꝑ.15.⁊ angulo.k.b.d ⁊ q2 angulus.c.b.d. ē maior angulo.k.b.d. erit etiā maior āgulo.b.a.c. qđ ē ꝓpositū.

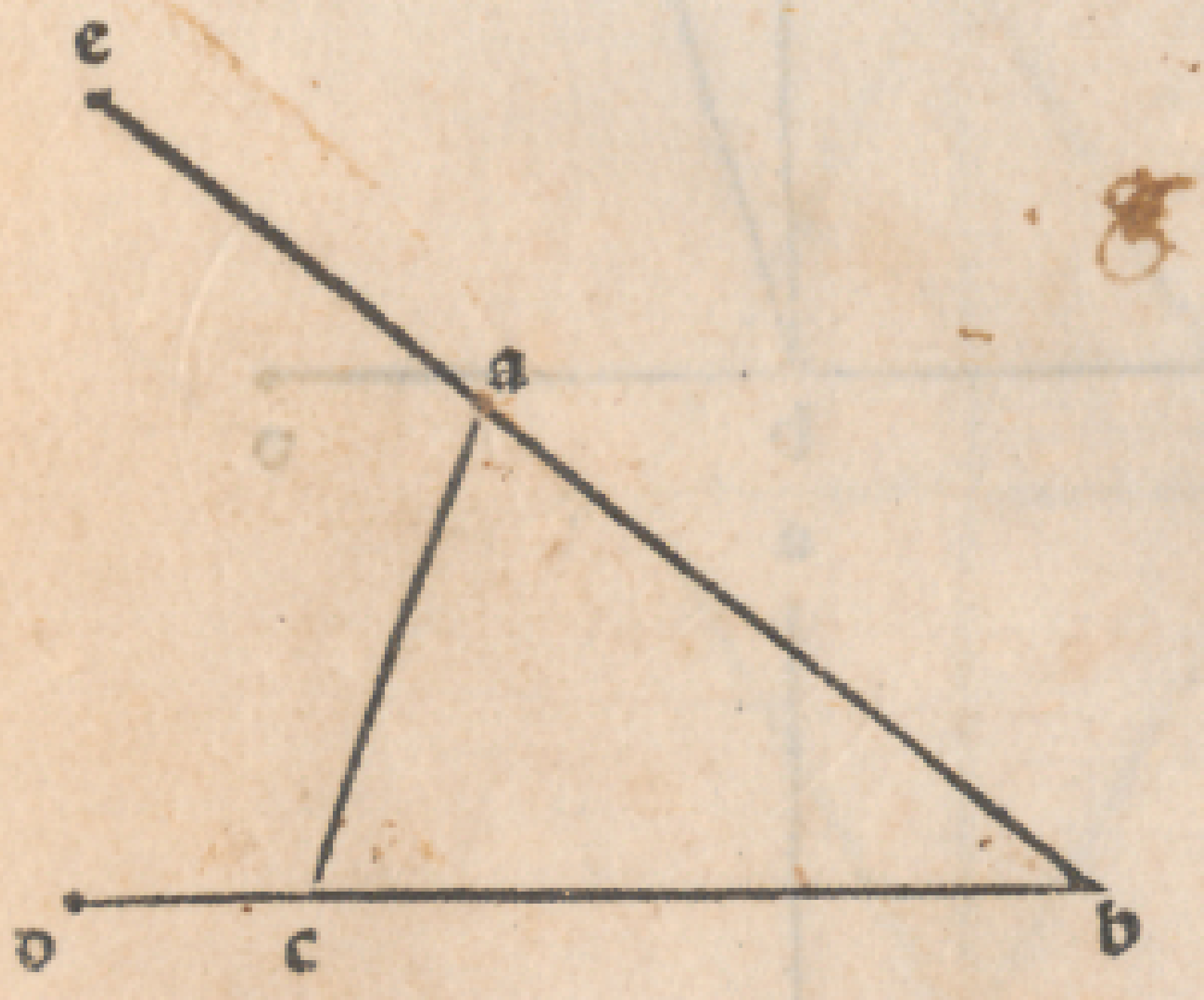
gac



Propositio .17.

OMnis triāguli duo q̄libet āguli duobꝰ rectis sūt minores.

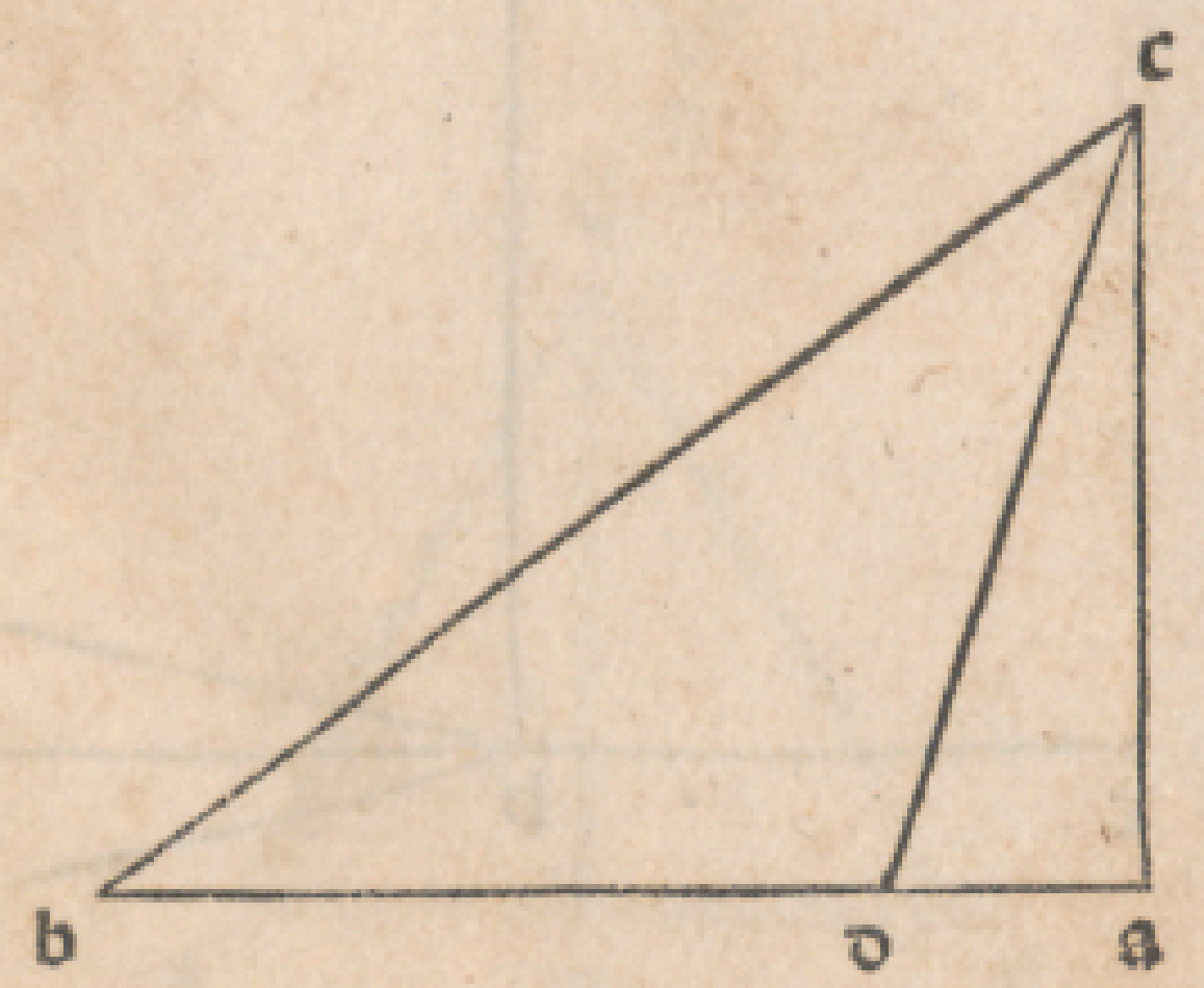
¶ Sit triangulus.a.b.c. dico ꝙ duo q̄libet eiꝰ anguli duobꝰ rectis sūt minores: ꝓtrahať.n. vnū latus eius vt.b.c. vsqȝ ad.d. eritqȝ ꝑ p̄cedentē angulus.c. extrinsecus maior.a.⁊ maior.b. sȝ.c. extrinsecꝰ cum c. intrinseco ē eq̄lis duobus rectis ꝑ.13. ḡ anguli.b.⁊.c. intrinseci siue anguli.a.⁊.c. intrinseci sūt minores duobus rectis: siłr si ꝓtrahať latus.b.a. ꝓbabiť ꝙ duo anguli.a.⁊.b. sunt minores duobus rectis: quod ē ꝓpositū.



Propositio .18.

OMnis trianguli lōgius latꝰ maiori angulo oppositū est.

¶ Sit vt ī triangulo.a.b.c. āgulꝰ.a. sit maior āgulo.c. dico ꝙ latꝰ c.b. maior erit latere.a.b. Si.n. sit eq̄le erit ꝑ.5. āgulꝰ a. eq̄l' angulo.c. qđ ē ꝯ ypothesym: si aūt.a.b. sit maiꝰ resecet ad eq̄litatē.c.b. ꝑ.3. sitqȝ.d b. eq̄le.c.b. erit ḡ ꝑ.5. āgulꝰ d.c.b. eq̄l' anglo.b.d.c. sȝ.b.d.c. ē maior āgulo.b.a.c. ꝑ.16. ḡ.b.c.d. ē maior.b.a.c. q̄re m̄lto fortiꝰ maior.a.c.b. ꝑs toto: qđ ē īpossibile.



Propositio ·19.

Ex greco

18ª — Longius latus cuiuslibet trianguli maiori angulo subtenditur

Verbi gratia sit triangulus a b g cuius latus a g sit longius latere a b. dico quod angulus a b g angulo a g b maiorem esse [illegible] probatio longius quam latus a g latere a b longius est absumenda ex linea a g linea equalis linee a b. sitque linea a e. Deinde copulabo duo puncta e et b protrahendo lineam e b. Quia ergo linea a b linee a e facta est equalis angulus a b e angulo a e b equalis invenitur. Angulus vero a b g angulo a b e maior existit angulus ergo a b g angulo a e b maior invenitur. Sed quia angulus a e b trianguli e b g extrinsecus sit erit maior angulo intrinseco qui ei opponitur scilicet angulo a g b. Sed cum sic sit [illegible] quod angulus a b g angulo a e b maior existit. Angulus ergo a b g valde maior est angulo a g b. Cuiuslibet ergo trianguli longius latus ~~minori~~ maiori angulo subtenditur

19ª Maior angulus cuiuslibet trianguli longiori opponitur lateri

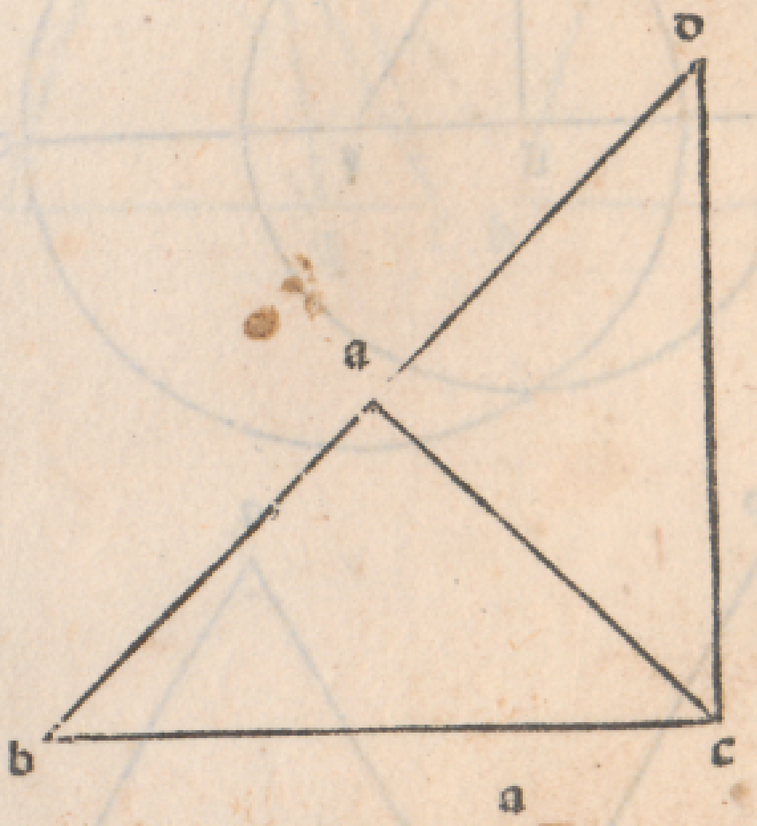
Omnis trianguli maiori angulo longius latus oppositū ē

¶Sit vt in triangulo.a.b.c.latus.b.c.sit maiꝰ latere.a.b.dico ꝙ angulꝰ.a.erit maior angulo.c.⁊ ē ꝯuersa ꝓcedētis:si.n.sit eq̄lis tūc p.6.latus.a.b.ē eq̄le lateri.b.c.qḋ est ꝯ ypothesym:Si āt.c.sit maior tūc ꝑ ꝓcedentē latus.a.b.ē maiꝰ latere.b.c.qḋ ē ꝯ ypothesym q̄re astruiť ꝓpositum.

Propositio 20.

Omnis trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

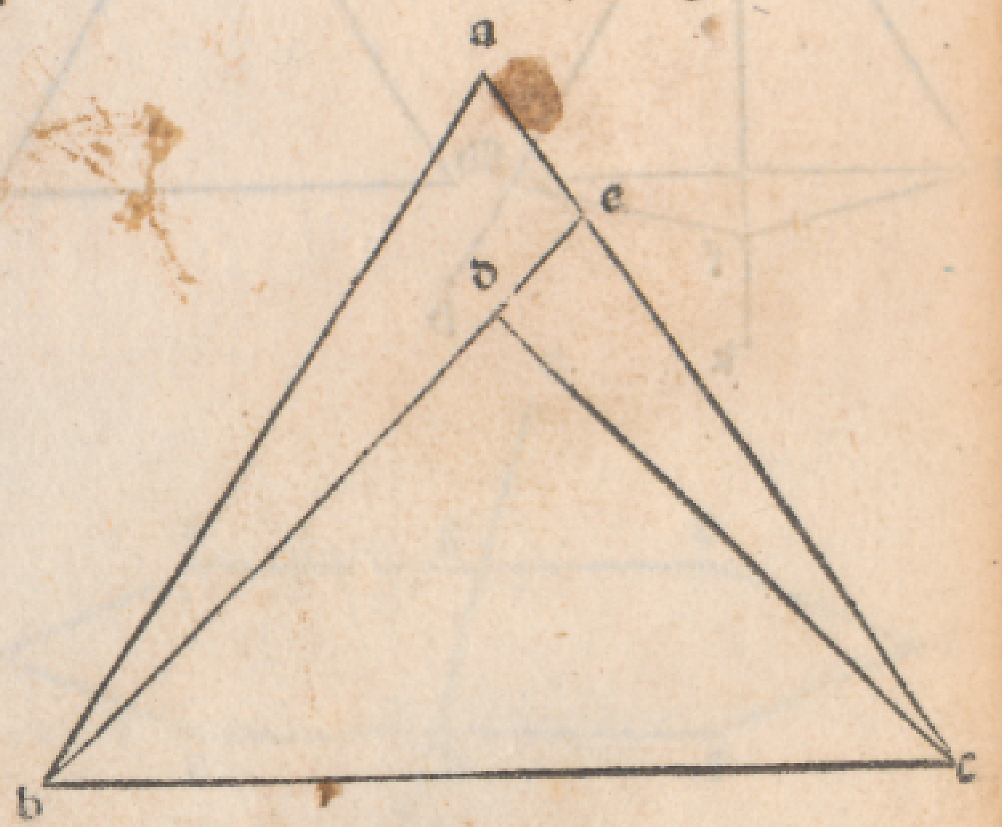
¶Sit triāgulꝰ.a.b.c.dico ꝙ duo latera.a.b.⁊.a.c.sūt lōgiora latere b.c.ꝓtrahať linea.b.a.vsq3 ad.d.ita vt a.d.sit eq̄lis.a.c.⁊ ꝓtrahať c.d.p.5.erit angulus.a.c.d.eq̄lis angulo.d.q̄re angulꝰ.b.c.d.ē maior angulo.d.ergo p.18.latus.b.d.est maiꝰ latere.b.c.s3.b.d.ē eq̄le.a.b.⁊ a.c.q̄re b.a.⁊.a.c.siľ iūcta sť maiora.b.c.



Propositio .21.

Si de duobus punctis terminalibus vnius lateris triāguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctū vnū ꝯueniant eedē duabus quidē reliquis trianguli lineis breuiores erunt ⁊ maiorē angulum continebunt.

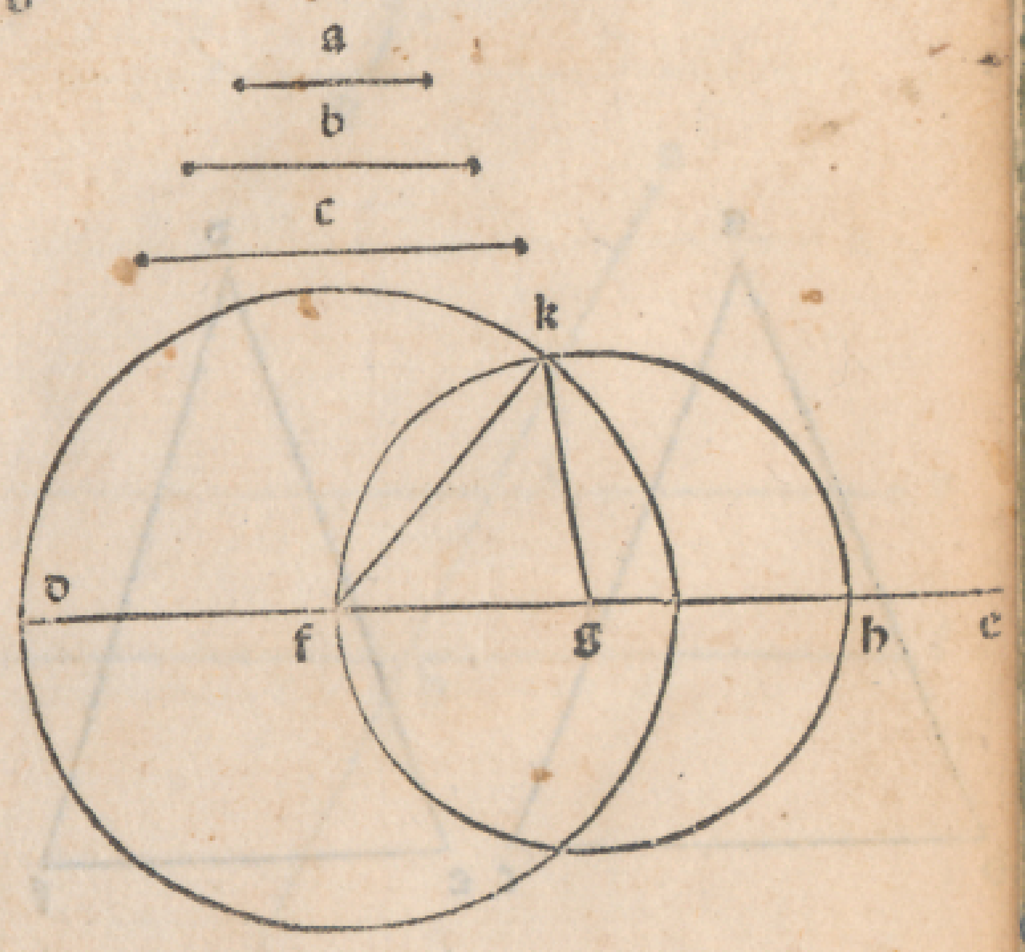
¶Sit vt in triangulo.a.b.c.ab extremitatibus lateris.b.c.concurrant due linee.b d.⁊.c.d.ad punctū.d.intra triangulum.a.b.c.dico ꝙ ipse simul iuncte sūt breuiores duabus lineis.a.b.⁊.a.c.siľ iunctis ⁊ ꝙ angulus.d.ē maior angulo.a.ꝓtrahā enī.b.d.vsq3 quo secet latus.a.c.in puncto.e.eruntq3 per.20.b.a.⁊.a.e.simul iūcte maiores.b.e.ergo.b.a.⁊.a.c.sunt maiores.b.e.⁊.e.c.At vero.d.e.⁊.e.c.simľ iuncte ꝑ eandē sūt maiores.d.c.q̄re.b.e.⁊ e.c.sunt maiores.b.d.⁊.d.c.⁊ q2.b.a.⁊ a.c.sunt maiores.b.e.⁊.e.c.vt ꝓbatū ē prius erūt multō fortius maiores.b.d.et d.c.qḋ ē ꝑmū ꝓpositum:At qm̄ angulus.b.d.c.est maior angulo.d.e.c.p.16.et angulus.d.e.c.ē maior angulo.e.a.b.ꝑ eandē:erit angulus.b.d.c.multo fortiꝰ maior angulo.b.a.c.qḋ ē scḋz ꝓpositū.



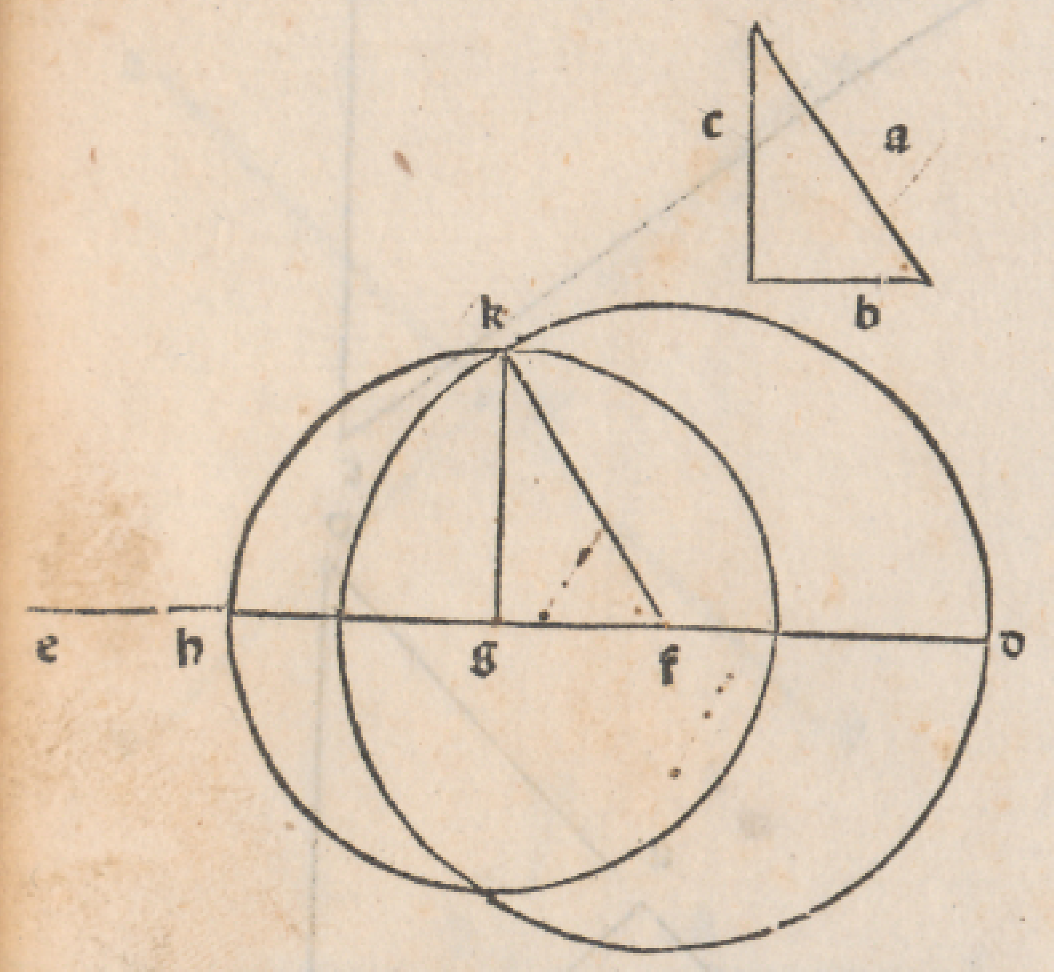
Propositio .22.

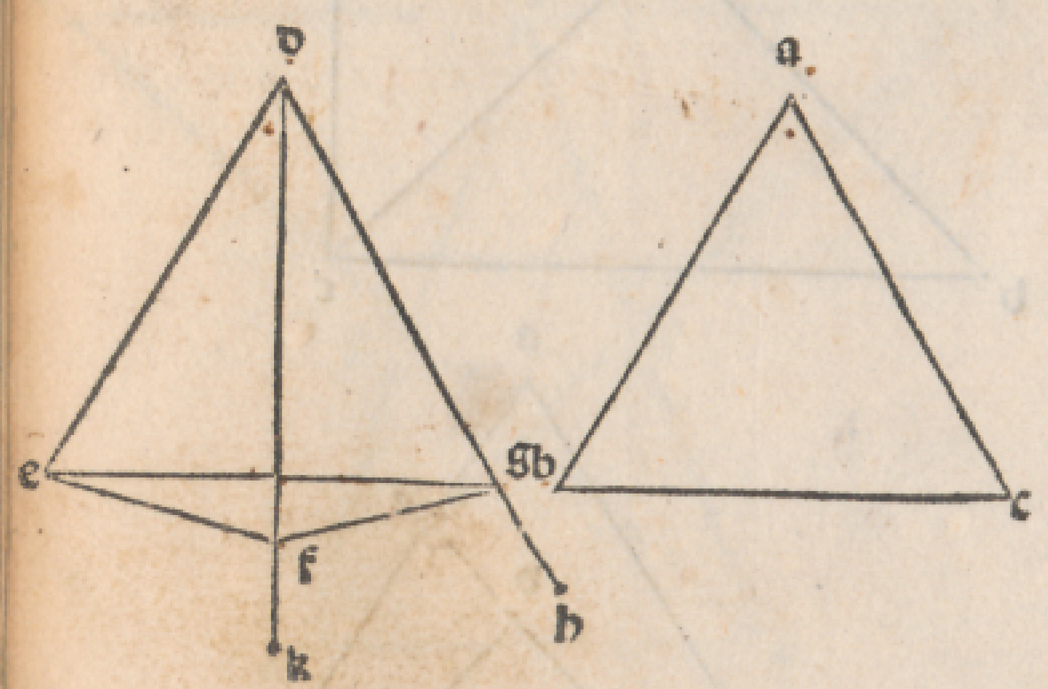
Propositis tribus lineis rectis quarū due quelibet simul iuncte relique sint longiores de tribus alijs lineis sibi equalibus triangulum constituere.

¶Sint tres linee recte ꝓposite.a.b.c.⁊ sint quelibet due siľ iūcte longiores reliq̄.aliť.n.ex illis tribus eq̄libus triangulꝰ non posset constitui p.20.cū ḡ ex illis tribus ꝑdictis volo ꝯstituere triangulū:sūmo lineā rectam que sit.d.e.cui nō pono a ꝑte.e.determiatū finē:ḋ q̄ sūmo p.3.d.f.equalē.a.⁊.f.g equalē.b.⁊.g.h.eq̄lem.c.scḋq3 puncto.f.centro describo ẜm q̄titatē linee.f.d.circulū.d.k.iteq3 facto.g.centro describo ẜm q̄titatē linee.g.h.k.h.q̄ circuli intersecabunt se in duobus punctis quoꝝ vnū sit.k.alioquin sequereť vnā dictaꝝ linearū esse equalē alijs duabꝰ iunctis aut maioreꝫ eis:quod est ꝯtrium poni:duco ergo lineā.k.f.⁊.k.g.eritq3 triangulus.k.f.g.constitutus ex tribus lineis eq̄libꝰ lineis a.b.c.datis:sūt enim.f.d.⁊.f.k.equales qm̄ sunt a centro ad circūferentiā quare f.k.ē equalis.a.Similiťq3.g.h.⁊.g.k.sunt equales:quia exeunt a centro ad circūferentiam:quare.g.k.est equalis c.⁊ quia.g.f.sūpta fuit equalis.b.patet propositum manifeste.



Propositio .23.





DAta recta linea sup̱ terminũ eius cuilibet angulo ꝓposito equum angulum designare.

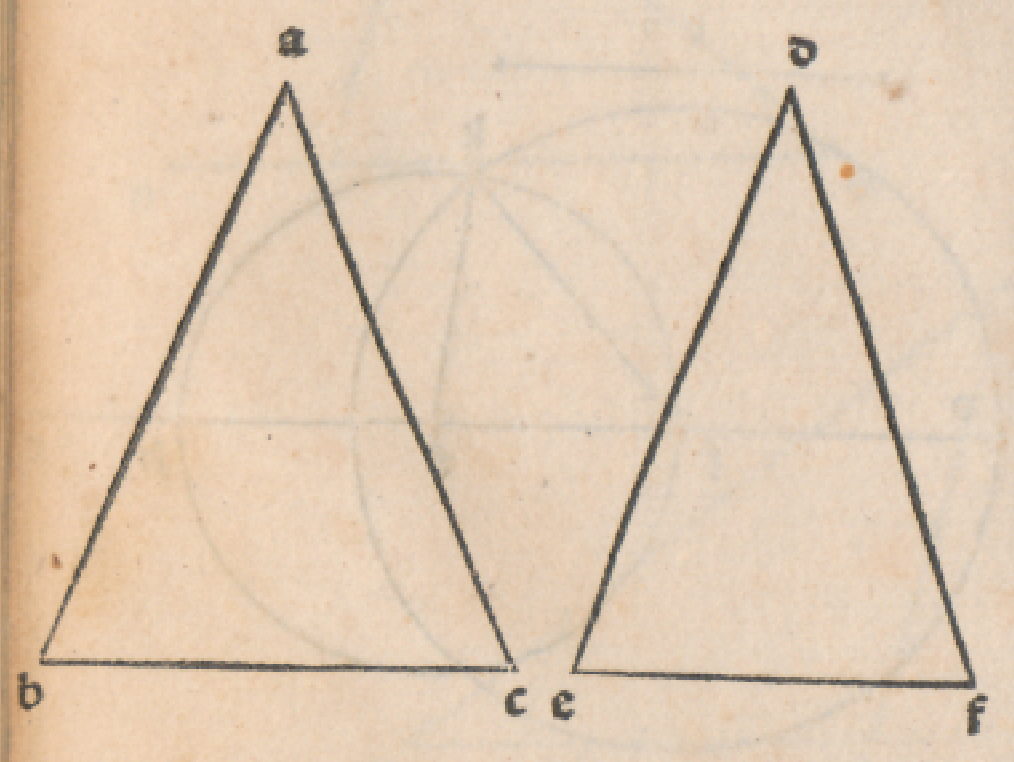
Sit data linea.f.e.que ẽ in superiori figura: ⁊ sint linee.b.a.ↄtinentes ãgulũ datũ cui subtendã basim.c.sup̱ pũctũ.f.linee.e.f.iuberẽ facere eq̃lẽ angulũ angulo dato ad lineã.e.f.adiũgo.f.d.eq̃lem linee.a ⁊ ex f.e.sũmo.f.g.eq̃lẽ.b.⁊ ex.g.e.sũmo.g.h.eq̃lẽ.c.⁊ sup̱ puncta.f.⁊.g. describo duos circulos.d.k.⁊.k.h.ſm quantitatẽ duarũ linearũ.f.d.⁊.g.h.⁊ intsecãtes se in pũcto.k.sicut docuit p̃cedẽs: ductisq̧ lineis.k.f.⁊.k.g.erũt eq̃lia duo latera.k.f.⁊.f.g.trianguli.k.f.g.duobus laterib⁹.a.⁊.b.trianguli.a.b.c.⁊ basis.g.k eq̃lis basi.c.ergo p̱.8.angul⁹k.f.g.eq̃l' erit angulo ↄtẽto.ab.a.⁊ a.b.qð ẽ ꝓpositum.

Propositio 24.

OMniũ duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vni⁹ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eq̃lia: si fuerit anguloꝝ sub illis eq̃s laterib⁹ ↄtẽtoꝝ alter altero maior basis quoq̧ eiusdẽ basi alterius maior erit.

¶ Sint duo triãguli.a.b.c.⁊.d.e.f.sintq̧ duo latera.a.b.⁊.a.c. eq̃lia duob⁹ laterib⁹.d.e.⁊.d.f.⁊ vnũquodq̧ suo correlatio dextrũ.s.dextro: sinistrũq̧ sinistro: sitq̧ angulus.a.maior angulo d.dato: dico q̧ basis.b.c.maior erit basi.e.f.faciã.n.iuxta doctrinã p̃cedentis.e.d.g.eq̃lẽ angulo.a.eritq̧ ãgulus.e.d.f.p̱s ei⁹ ⁊ ponã.d.g.eq̃lẽ.a.c.⁊ ꝓtrahã.e.g.q̃ aut trãsibit sup̃.e.f.vt secet lineã.d.f.aut sup̱.e.f.vt sit secũ linea vna: aut infra. Transeat ergo p̄mo sup̃: ⁊ q̄r.a.b.⁊.a.c latera triãguli.a.b.c.sũt eq̃lia.e.d.⁊.d.g.laterib⁹ trianguli.e.d.g.⁊.angul⁹.a.angulo.d.totali: erit p̱.8.basis.b.c.eq̃lis basi.e.g. At v̊o q̄r.d.g.⁊.d.f.sũt eq̃les: nam vtraq̧ ẽ eq̃lis.a.c.erit p̱.5.angul⁹.d.f.g.eq̃lis angulo.d.g.f.q̃re d.f.g.maior erit f.g.e.g̊.e.f.g.m̄lto forti⁹ maior ẽ eodẽ.f.g.e.g̊ p̱.18.lat⁹.e.g.mai⁹ ẽ latere.e.f.q̃re ⁊.b.c.maior ẽ.e.f.qð ẽ ꝓpositũ. Si v̊o.e.g.trãseat sup̱.e.f.⁊ sit secũ linea vna tũc e.f.erit p̱s.e.g.p̱ vltimã g̊ ↄceptõem p̱z ꝓpositũ. Si v̊o.e.g.trãseat ĩfra.e.f. ꝓtrahant̃ due linee.d.f.⁊.d.g.q̃ sũt eq̃les vt ꝓbatũ ẽ vsq̧ ad.k.⁊ ad.h. fietq̧ p̱ scðaꝫ p̱tẽ.q̄nte sub basi.f.g.anguli.k.f.g.⁊.f.g.h.eq̃les: q̃re angul⁹.e.f.g.maior erit angulo.f.g.e. ergo p̱.18.lat⁹.e.g.mai⁹ ẽ latere.e.f.q̃re.b.c.maior ẽ.e.f.qð ẽ ꝓpositũ. Istud vltimũ mẽbrũ possꝫ ẽt ꝓbari p̱. 21.p̱.ipsã.n.erunt ĩ dispositõe t̃tia due linee.d.g.⁊.e.g.maiores duabus lineis.d.f.⁊.f.e.⁊ q̄r.d.g. ẽ eq̃lis .d.f.ꝓpt̃ hoc q̧ ambe sũt eq̃les.a.c.erit.g.e.maior.e.f.q̃re ⁊.b.c.maior: qð ẽ ꝓpositũ: meli⁹ tñ est demonstrare priori mõ vt in omni dispositõe arguat̃ per quintam.

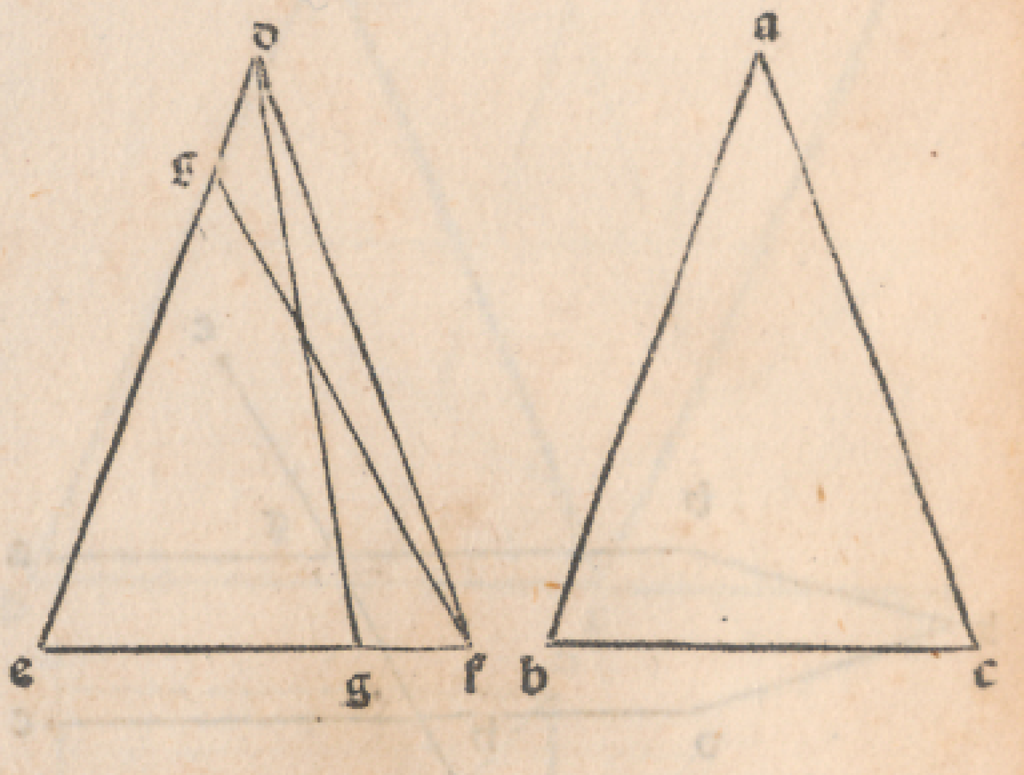
Propositio 25.



OMniũ duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vni⁹ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eq̃lia: basis v̊o vni⁹ basi alteri⁹ fuerit maior: erit quoq̧ angul⁹ trianguli maioris illis eq̃s laterib⁹ contentus angulo alterius se respiciente maior.

¶ Sint duo triãguli.a.b.c. d.e.f.sintq̧ duo lat̃a.a.b.⁊.a.c.p̄mi eq̃lia duob⁹ laterib⁹.d.e.⁊.d.f.scð̄i vnũquodq̧ suo correlatio: sitq̧ basis.b.c.maior basi.e.f.dico q̧ ãgul⁹.a.maior erit angl'o.d.hec ẽ ↄuersa p̃cedẽtis: Eq̃lis q̇dẽ non erit: sic.n.esset p̱.4.basis.b.c.eq̃lis basi.e.f.qð ẽ ↄ̃ ypothesym: sed nec minor quia sic esset.d.maior: ⁊ ita p̱ p̃cedẽtẽ basis.e.f.erit maior basi.b.c.qð ẽ ↄ̃riũ ꝓpositiõi q̃re maior erit sicq̧ ꝓpositũ astruit̃. Propõ .26.

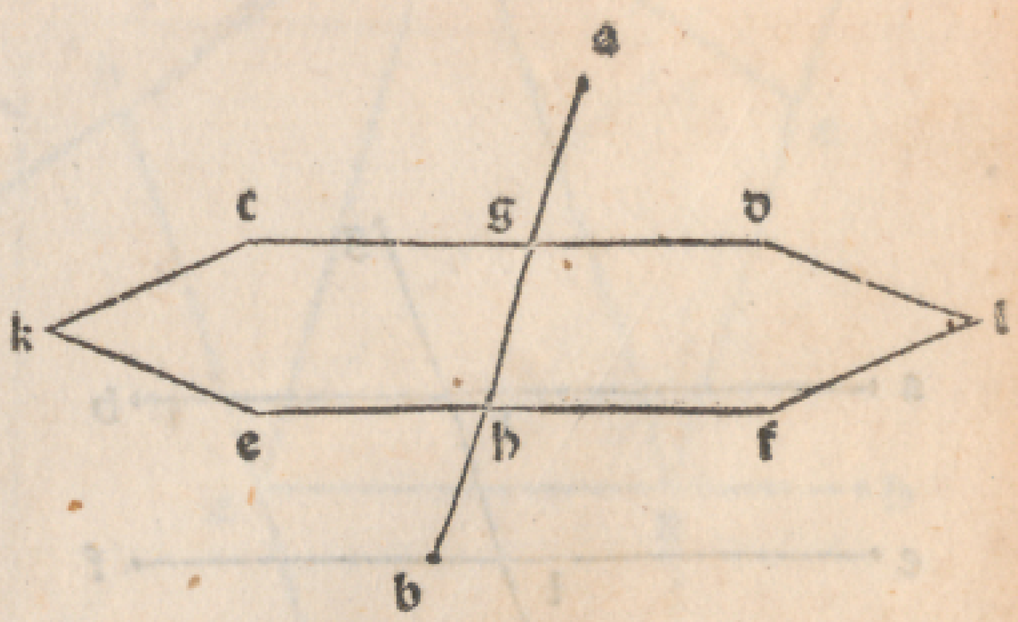
OMnium duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo anguli vnius duo/bus angulis alterius ⁊ vterqꝫ se respicienti eq̄les fuerint latus quoqꝫ vniꝰ lateri alterius equale: fueritqꝫ latus il/lud inter duos angulos eq̄les aut vni eoꝝ oppositū: erūt quoqꝫ duo vniꝰ reliq̄ latera duobꝰ reliq̄s alteriꝰ trianguli lateribꝰ vnūquodqꝫ se respicienti equalia: angulusqꝫ reliquus vni/us angulo reliquo alterius equalis.



¶ Sint duo trianguli .a.b.c. d.e.f. sitqꝫ angulus .b. eq̄lis angulo .e. ⁊ angulus .c. equalis āgulo .f. sitqꝫ latus .b.c. eq̄le lateri .e.f. aut alterū duoꝝ laterū .a.b. ⁊ .a.c. equale alteri duoꝝ laterū .d.e. ⁊ .d.f. ita ꝙ .a.b. sit eq̄le d.e. aut .a.c. d.f. dico ꝙ re/liqua duo latera vniꝰ erūt eq̄lia reliq̄s duobꝰ laterib⁹ alteriꝰ ⁊ reliquꝰ angulꝰ reliquo angulo eq̄lis: āgulꝰ vꝫ .a. āgulo .d. ponā ergo p̄mo vt latꝰ .b.c. sup qd̄ iacent anguli b.c. sit eq̄le lateri .e.f. sup qd̄ iacent anguli .e.f. qui positi sūt eq̄les angulis .b.c. tūc dico ꝙ latus .a.b. est eq̄le lateri .d.e. ⁊ latus .a.c. lateri .d.f. ⁊ angulus .a. angulo .d. Si .n. latus .a.b. non sit equale lateri .d.e. alterū erit maius: sit ergo maiꝰ .d.e. qd̄ resecabo ad equalitatē .a.b. sitqꝫ .g.e. equale .a.b. ⁊ ꝓducā lineā .g.f. eritqꝫ per .4. angulus .g.f.e. eq̄lis angulo .a.c.b. q̄re ⁊ angulo .d.f.e. ps toti quod ē īpossibile: erit ergo .d.e. eq̄le .a.b. ergo ꝑ .4. d.f. eq̄le .a.c. ⁊ angulus .d. eq̄lis angulo .a. qd̄ est p̄mū mēbrū diuisiōis ꝓposite: Sint rursus vt priꝰ duo anguli .b. ⁊ .c. eq̄les duo/bus angulis .e. ⁊ .f. sitqꝫ latus .a.b. quod opponit̄ angulo .c. eq̄le lateri .d.e. qd̄ op/ponit̄ angulo .f. cui positus ē eq̄lis angulus .c. dico ꝙ latus .b.c. erit eq̄le lateri .e.f ⁊ latus .a.c. lateri .d.f. ⁊ angulus .a. angulo .d. Si .n. latus .e.f. nō fuerit equale la/teri .b.c. erit alterū maius: sit ergo .e.f. maius: ponat̄ itaqꝫ .e.g. eq̄le .b.c. ⁊ ꝓducā lineā .d.g. eritqꝫ ꝑ .4. angulus .d.g.c. equalis angulo .a.c.b. q̄re ⁊ angulo .d.f.e. extrinsecꝰ videlꝫ ītrinseco qd̄ ē īpossibile: ꝑ .16. erit ergo .e.f. eq̄le .b.c. ergo ꝑ .4. la/tus .d.f. equale lateri .a.c. ⁊ angulus .d. totalis angulo .a. qd̄ ē scd̄m mēbꝝ diuisio/nis ꝓposite: q̄re totū manifeste pꝫ.

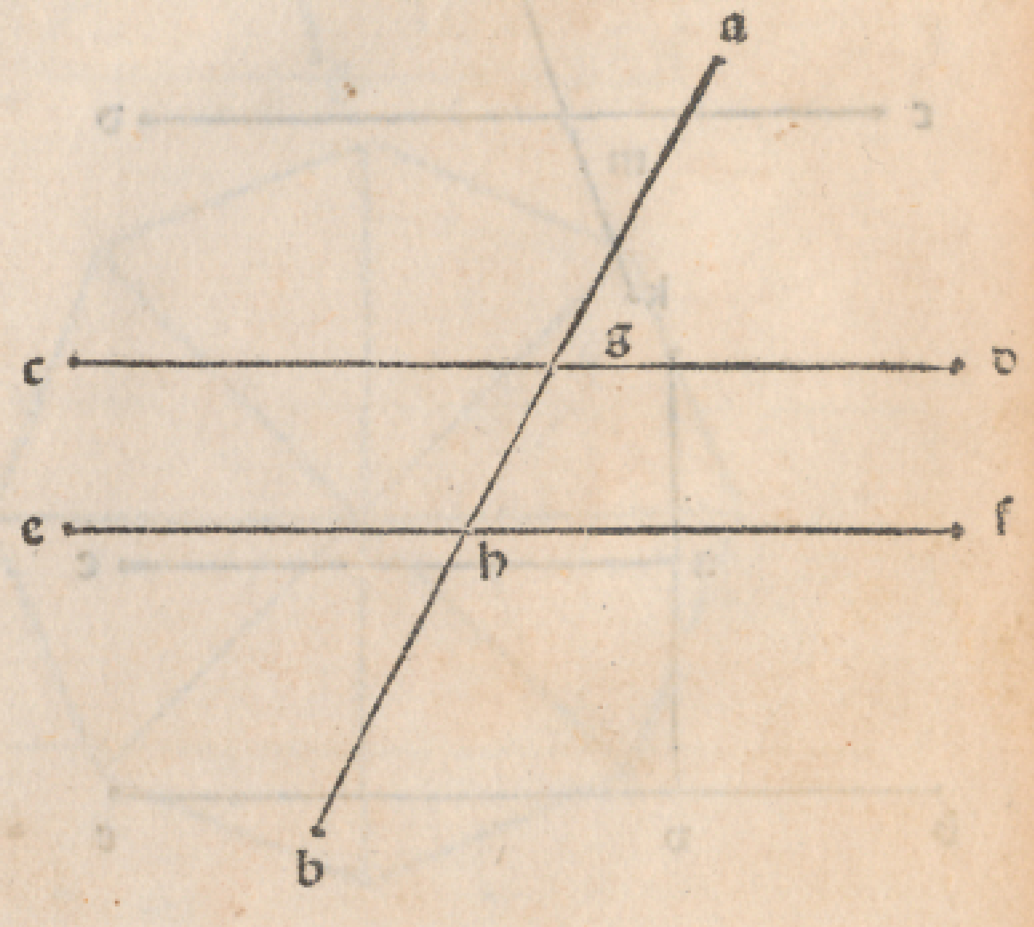
Propositio .27.

SI recta linea sup duas lineas rectas ceciderit duosqꝫ an/gulos coalternos sibiīuicē equales fecerit ille due linee erūt equidistantes.



¶ Sit vt linea .a.b. cadat super duas lineas .c.d. ⁊ .e.f. ⁊ secet lineā c.d. in puncto .g. ⁊ lineam .e.f. in puncto .h. sitqꝫ angulus .d.g.h. eq̄/lis angulo .e.h.g. dico ꝙ linee .c.d. ⁊ .e.f. sūt eq̄distātes. Si .n. nō ꝯcurrant aut ad ꝑtē .c.e. sup pūctū .k. aut a ꝑte .d.f. sup pūctū .l. ⁊ q̄litcūqꝫ fuerit accidet īpossibile ꝑ .16. videlꝫ angulū extrinsecū cē eq̄lē ītrinseco: nā vnꝰ dictoꝝ anguloꝝ coalt̄noꝝ q̄ positi sīt eq̄les erit extrinsecꝰ ⁊ reliquus intrinsecꝰ: q2 igit̄ īpossibile ē eas ꝯcurrē ī alterutrā ꝑtē ꝓtractas ipse ꝑ diffinitōem erūt eq̄distātes: quod est ꝓpositum.

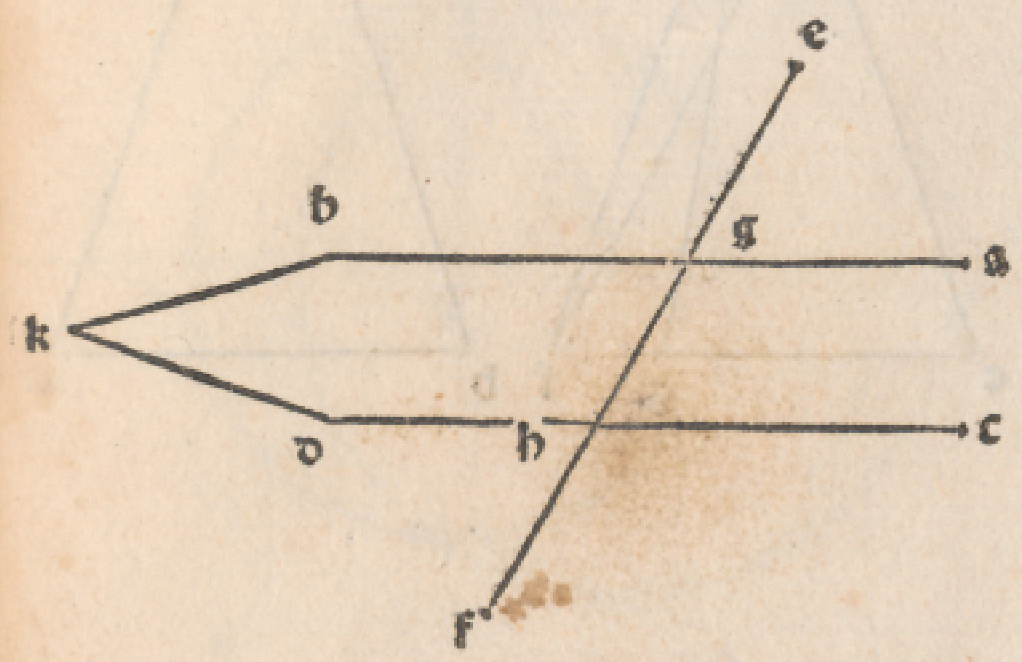
Propositio .28.



SI linea recta duabus lineis rectis supuenerit fueritqꝫ angulus eius ītrinsecus angulo extrinseco sibi opposito equalis aut duo anguli ītrinseci ex vna parte duobꝰ an/gulis rectis eq̄les ille due linee equidistantes erunt.

¶ Sit vt linea .a.b. secet duas lineas .c.d. ⁊ .e.f. ī pūcto g. ⁊ .h. sitqꝫ angulus .g. extrinsecus equalis angulo .h. intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli .g. ⁊ .h. intrinseci ex eadēꝫ parte sumpti sint equales duobus angulis

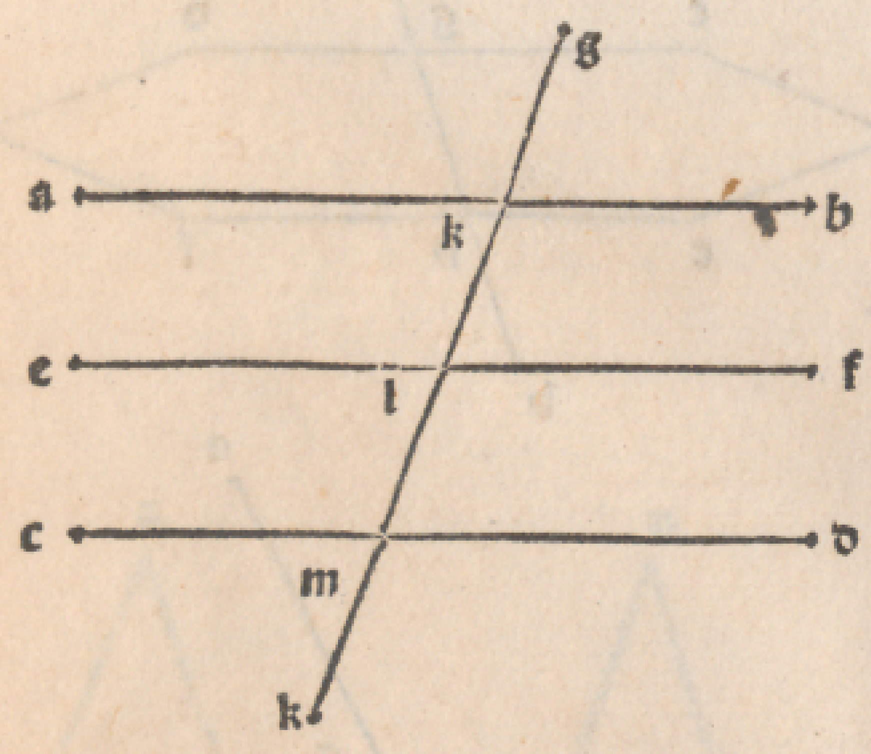
rectis: dico q̄ due linee.c.d.⁊.e.f.sunt equidistantes. Sit ergo p̄mo angul⁹.d.g.a equalis angulo.f.h.g.eritq3 per.15.angulus.c.g.h.equalis eidem angulo.f.h.g. q̄re p̄ p̄missam.d.⁊.e.f.sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli.d.g.h.⁊.f.h g.equales duobus rectis: ⁊ q2 p.13.duo anguli.d.g.h.⁊.c.g.h.sūt sil'r eq̄les duo/ bus rectis erit angulus.c.g.h.eq̄lis angulo.f.h.g.q̄re p̄ p̄missā.c.d.⁊.e.f.erūt eq̄ distantes: quod est ꝓpositū.



Propositio 29.

Si duabus lineis equidistantib⁹ linea supuenerit duo an/ guli coalterni equales erūt: angulusq3 extrīsecus angulo intrinseco sibi opposito eq̄lis. Itēq3 duo anguli intrinse ci ex alterutra p̄te consti tuti duob⁹ rectis angul' equales.

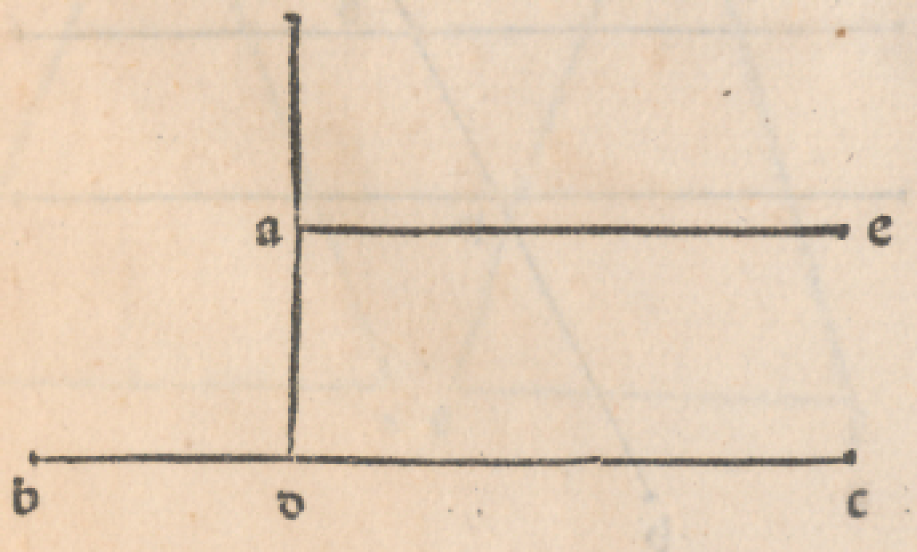
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes super quas cadat linea.e f.secans eas in punctis.g.⁊.h.dico q̄ anguli.g.⁊.h.coalterni sūt eq̄les: ⁊ q̄ angu lus.g.extrinsecus est equalis angulo.h.intrinseco sibi opposito ex eadem p̄te sū/ pto: ⁊ q̄ anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadem p̄te sūpti sunt eq̄les duob⁹ rectis: ⁊ hec est ꝯuersa duarū p̄cedentiū. Primū sic p3: Si.eni āgul⁹.h.g.b.nō ē eq̄lis angulo. c.h.g.alter eoꝝ erit maior.sit ḡ maior āgul⁹.c.h.g.⁊ q2 duo āguli.c.h.g.⁊.g.h.d sunt equales duobus rectis ergo p.13.erunt duo anguli.b.g.h.⁊.d.h.g.minores duobus rectis ergo per quartā petitionem due linee.a.b.⁊.c.d. si protrahant̄ ꝯcurrēt in p̄te.b.⁊.d.ad punctum aliquē vt ad.k.non ergo sūt eq̄distantes p̄ diffi nitionem qḋ ē ꝯ ypothesim: ⁊ q2 hoc est impossibile.erūt igit̄ duo anguli coalterni b.g.h.⁊.c.h.g.eq̄les quod est p̄mū ꝓpositū. Ex hoc p3 secūdū: ē.n.p.15.angulus b.g.h.equalis angulo.a.g.e.ergo angulus.a.g.e.erit eq̄lis angulo.c.h.g.extrin/ secus v3 intrinseco: quod ē scḋ3 ꝓpositū. Ex hoc rursus p3 tertiū: Sūt.n.p.13.duo anguli.a.g.e.⁊.a.g.h.eq̄les duobus rectis.ergo duo anguli a.g.h.⁊.c.h.g.erunt etiā eq̄les duobus rectis q̄ sunt duo intrinseci ex eadem p̄te sūpti: qḋ ē tertiū ꝓpo situm.



Propositio .30.

Si fuerint due linee vni equidistantes eedem sibiinuicē e/ quidistantes erunt.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.quarū vtraq3 eq̄distet linee.e f.dico il/ las duas videl3.a.b.⁊.c.d.esse equidistantes.hoc aūt est vniuersali ter veꝝ siue due linee.a.b.⁊.c.d.sint in vna sup̄ficie cū linea.e.f.siue non: hic tñ non intelligit̄ nisi ḃm q̄ oēs sunt in superficie vna: scḋm.n.q̄ sūt in di uersis superficieb⁹ ꝓbat̄ i nona.libri.11.q̄ sunt equidistātes. Sint ergo oēs i sup/ ficie vna: ꝓtrahā aūt lineā.g.h.secātem lineas a.b.⁊.c.d.in punctis.k.l.m. ⁊ q2 a.b.equidistat.e.f.erit angulus.b.k.l.equalis angulo.e.l.k.per p̄mā p̄tem p̄cedē tis cum illi sint coalterni: atq3.c.d.equidistat.e.f.erit angulus.k.l.e.extrinsec⁹ eq̄/ lis angulo.l.m.c.intrinseco p̄ scḋam p̄tem p̄cedentis ergo angulus.b.k.l.est equa lis angulo.c.m.l.qui cū sint coalterni erūt p.27.linee.a.b.⁊.c.d.equidistātes: qḋ est ꝓpositum.



Propositio .31.

A puncto extra lineam dato linee proposite equidistantē ducere.

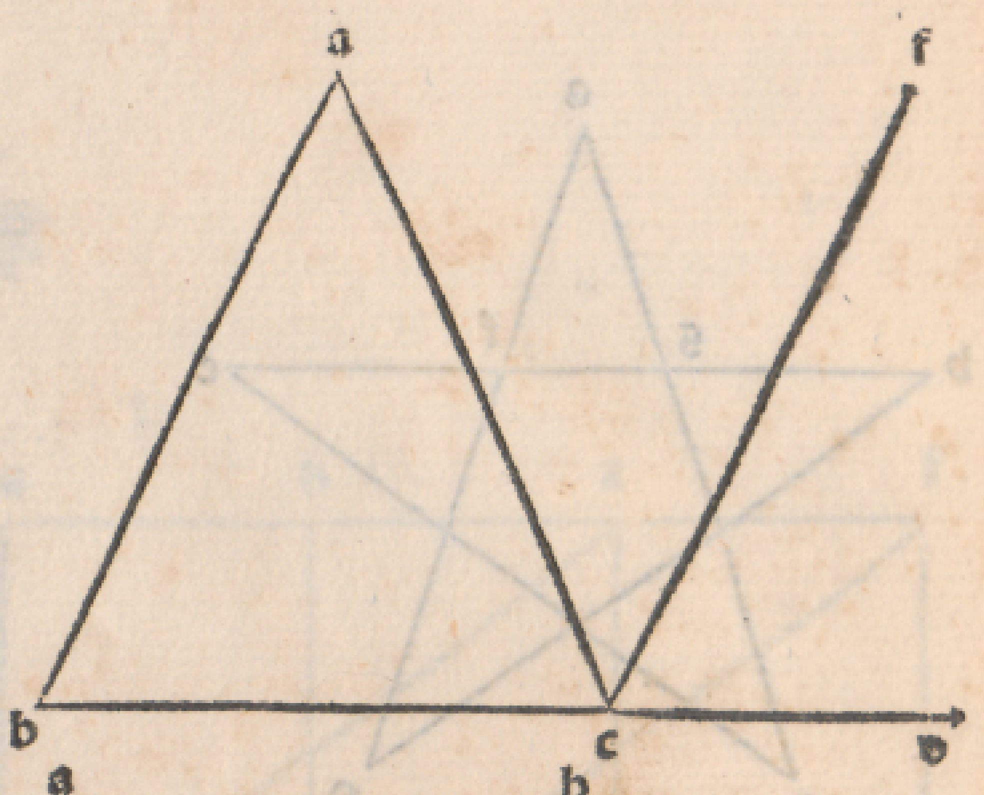
¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtrinq3 pro/ trahatur per ipsū nō transit. Sit ergo punctus.a.datus extra lineā b.c.a quo oportet protrahere lineam. equidistantem.b.c.protra/ ho lineam.a.d.qualitercunq3 contingat et super punctum .a. qui est extremitas

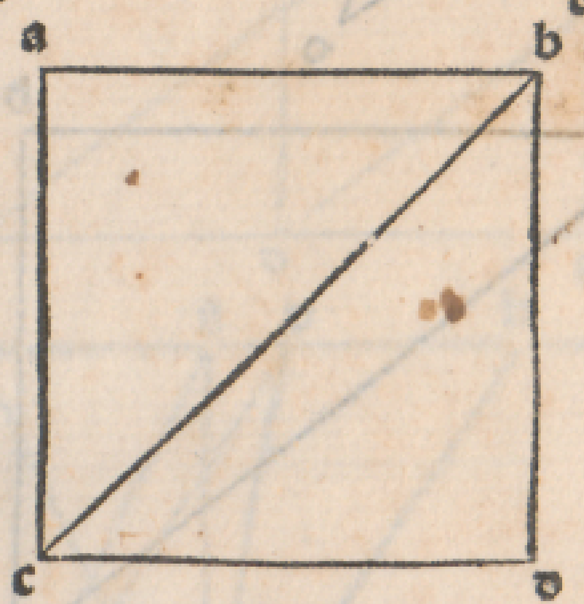
linee.a.d.constituo angulũ.e.a.d.ꝑ doctrinã.23.equalem angulo.b.d.a.sibi coal
terno:eritqꝫ.a.c.equidistãs.b.c.ꝑ.27.quod est ꝓpositum.

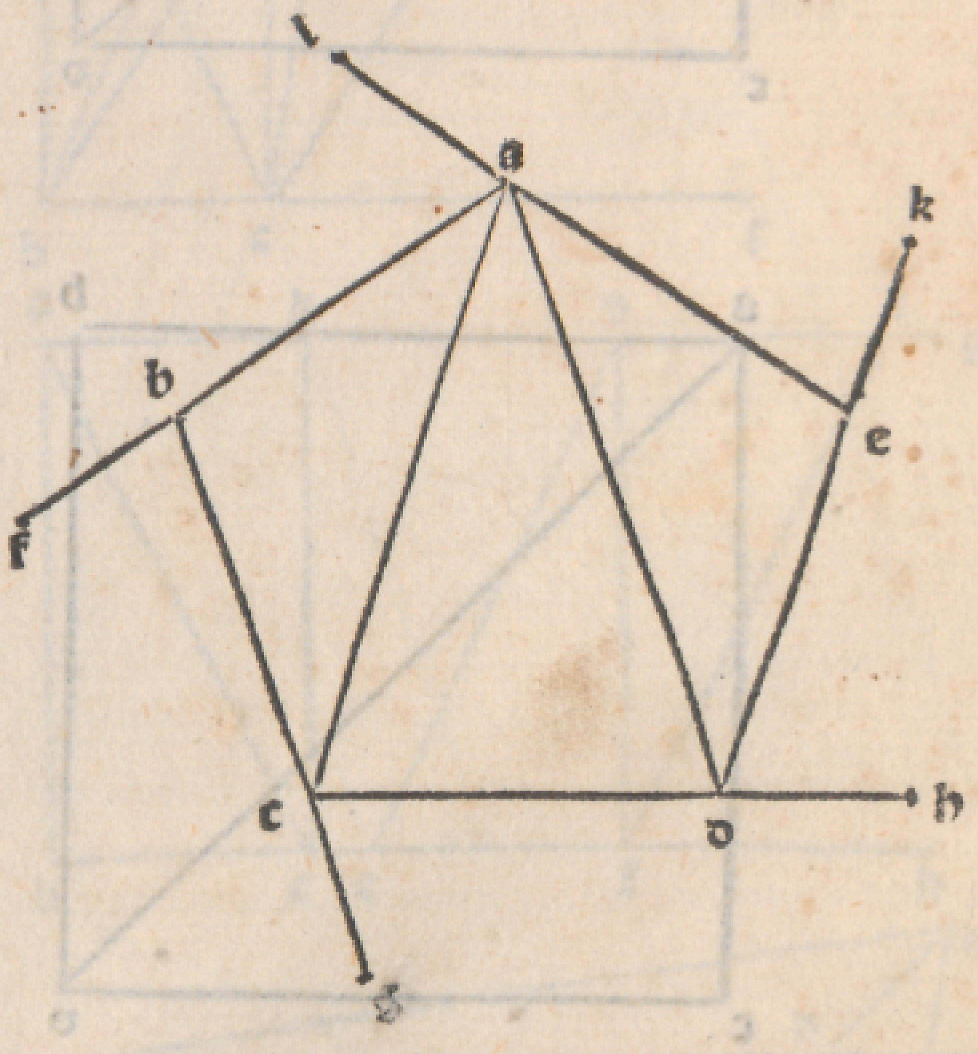
Propositio .32.

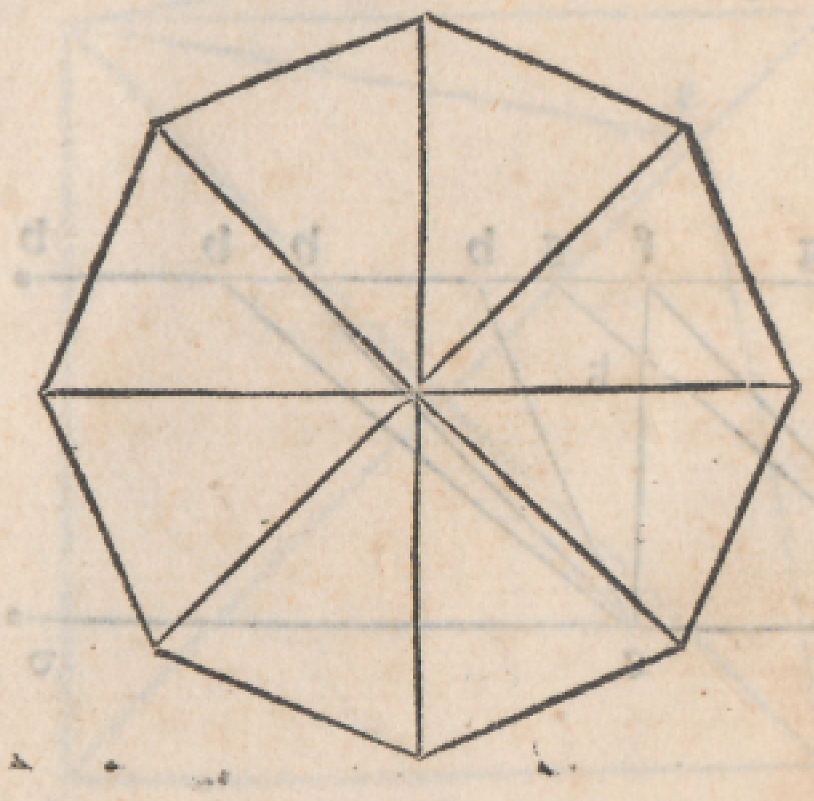
Omnis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autẽ tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

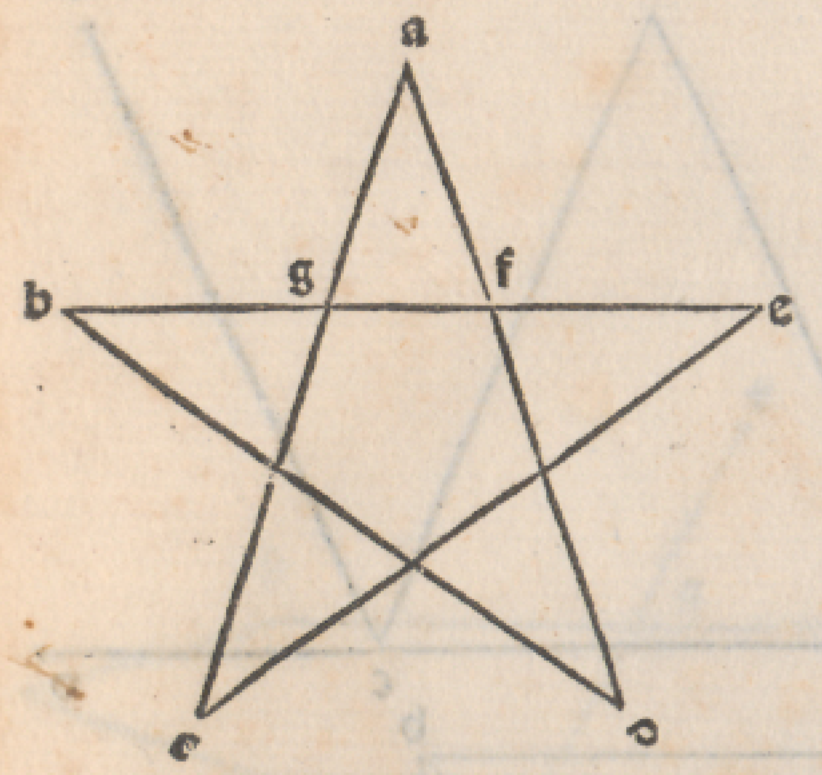
¶ Sit triangulus a.b.c.cuius latꝰ b.c. ꝓtrahat̃ vsqꝫ ad.d.dico ꝙ an
gulus.c.extrinsecus ẽ eq̃lis duobꝰ angulis.a.⁊.b.intrinsecis sibi op
positis siľ iũctis: ⁊ ꝙ tres anguli trianguli.a.b.c.siľ iuncti sũt eq̃les duobꝰ rectis.
A puncto.c.ꝓtrabam.c.f.eq̃distantẽ.a.b.ſm doctrinã ṗcedẽtis: eritqꝫ angulꝰ.f.
c.a.eq̃lis angulo.a.q2 sũt coalterni ꝑ ṗmã ꝑtẽ.29.⁊ angulus.f.c.d.extrinsecꝰ eq̃lis
angulo.b.intrinseco ꝑ scd̃am ꝑtem eiusdẽ:q̃re totꝰ.a.c.d.extrinsecꝰ ẽ equaľ duobꝰ
angulis.a.⁊.b.intrinsecis sibi oppositis:qđ ẽ ṗmũ .⁊ q2 duo anguli.a.c.b.⁊.a.c.
d.sũt eq̃les duobꝰ rectis ꝑ.13.erũt tres anguli.a.b.⁊.c.intrĩseci eq̃les duobꝰ rectis:
qđ ẽ scd̃m ꝓpositũ. ¶ Ex hac aũt pꝫ ꝙ oĩs figure poligonie oẽs anguli siľ sumpti
tot rectis angulis sũt eq̃les quotꝰ ẽ nũerꝰ quo a ṗma destiterit duplicatꝰ: Vbi gr̃a
Poligoniarũ figurarũ ẽ triangula ṗma:q2 si essꝫ duaꝝ lineaꝝ:cũ figura sit clausio
linearũ:tunc due linee recte includerent supficiẽ qđ ẽ ĩpossibile ꝑ vltimã petitionẽ
Quadrilatera scd̃a:penthagona 3ª.siľr aũt q̃libet tota erit ĩ ordĩe quotus erit nu
merꝰ laterũ aut anguloꝝ eiꝰ inde dempto binario. Dico ĝ ꝙ triãgule q̃ ẽ ṗma oẽs
anguli sũt eq̃les duobꝰ rectis. Quadrilatere q̃ ẽ scd̃a erũt eq̃lis q̃tuor rectis ⁊ pen/
thagone q̃ ẽ t̃tia erũt eq̃les sex rectis. Hoc aũt inde manifestũ ẽ q̃m cũ q̃libet talis
figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis
a quouis anguloꝝ eius ad oẽs angulos oppositos:sintqꝫ oẽs anguli oĩs trianguli
duobus rectis eq̃les erũt oẽs laterate figure oẽs ãguli bis tot rectis equales quota
ipsa fuerit a ṗma:quod ẽ ꝓpositũ:Sit.n.exẽpli gr̃a: Penthagonꝰ.a.b.c.d.e.a cu
ius angulo.a.ducã lineas ad angulos.c.d.sibi oppositos:eritqꝫ totꝰ penthagonꝰ
resolutus in triangulos.a.b.c.a.c.d.⁊.a.d.e.quoꝝ cũ cuiuslibet sint anguli eq̃les
duobꝰ rectis erũt penthagoni anguli eq̃les sex rectis:qđ ẽ duplũ eiꝰ nũeri quo a ṗ/
ma distat siue duplum numeri angulorum aut laterum eiꝰ inde dempto binario.
¶ Possumꝰ quoqꝫ ⁊ sic idẽ ꝓponẽ dicentes ꝙ oĩs figure poligonie oẽs anguli pa
riter accepti sũt tot rectis angulis eq̃les q̃tus est numerꝰ quẽ eiꝰ anguli duplicant
inde dẽptis q̃tuor.pũcto.n.quolibet intra figurã signato ⁊ ab eo ad singulos ãgu
los lineis ꝓtractis erit ipsa figura in tot angulos resoluta q̃ãti fuerit eiꝰ anguli:
iđ qꝫ oẽs anguli oĩum illoꝝ trianguloꝝ ꝑiter accepti tot rectis angulis erũt eq̃les
q̃ãtus ẽ numerꝰ quẽ duplicãt anguli ꝓposite figure:cũ itaqꝫ sint oẽs anguli trian
guloꝝ in quos ipsa resoluta ẽ pũctuꝫ mediũ circũstãtes q̃tuor rectis equales ꝑ.13.
manifestũ constat ꝓpositũ. ¶ Similiť quoqꝫ pꝫ ꝙ oĩs figure poligonie anguli oẽs
extrinseci q̃tuor rectis angulis sũt eq̃les:sũt eni ĩtrinseci ⁊ extrĩseci ⁊ bis tot rectis
eq̃les quot hũerint angulos per.13. Intrinseci ãt sũt bis tot rectis eq̃les quot hũe/
rit ãgl'os demptis inde q̃tuor:ĝ extrinseci sunt q̃tuor rectis equales:qđ ẽ ꝓpositũ.
Exempli gratia: ꝓpositi penthagoni latera ꝓtrabantur vt fiant anguli extrinseci
a.b.quidẽ ꝓtrahat̃ vsqꝫ ad.f. b.c.vsqꝫ ad.g.c.d.vsqꝫ ad.h. d.e. vsqꝫ ad.k.e.a.
vsqꝫ ad.l.eruntqꝫ per.13. duo anguli.a. intrinsecus ⁊.a. extrinsecus equales duo
bus rectis:eadem autem ratione duo anguli.b.intrinsecus.⁊.b.extrinsecus:sic et

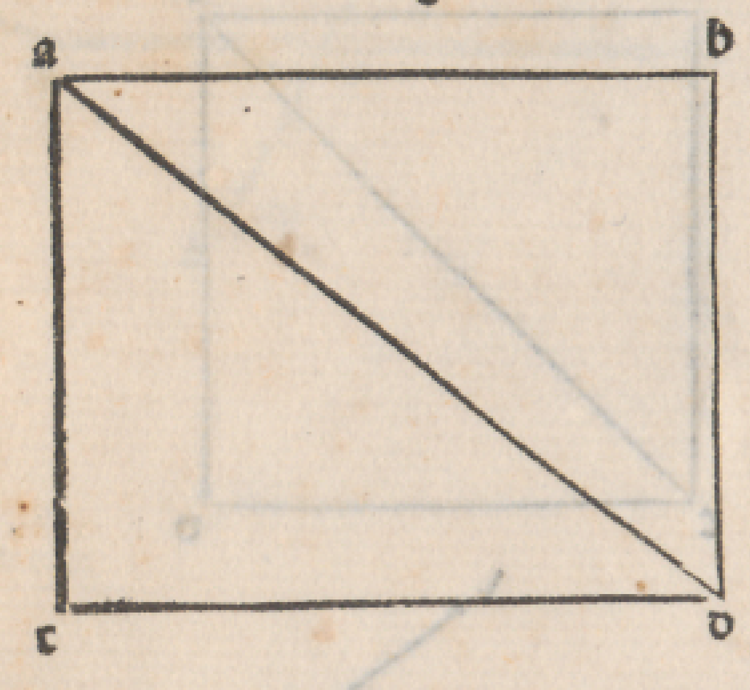


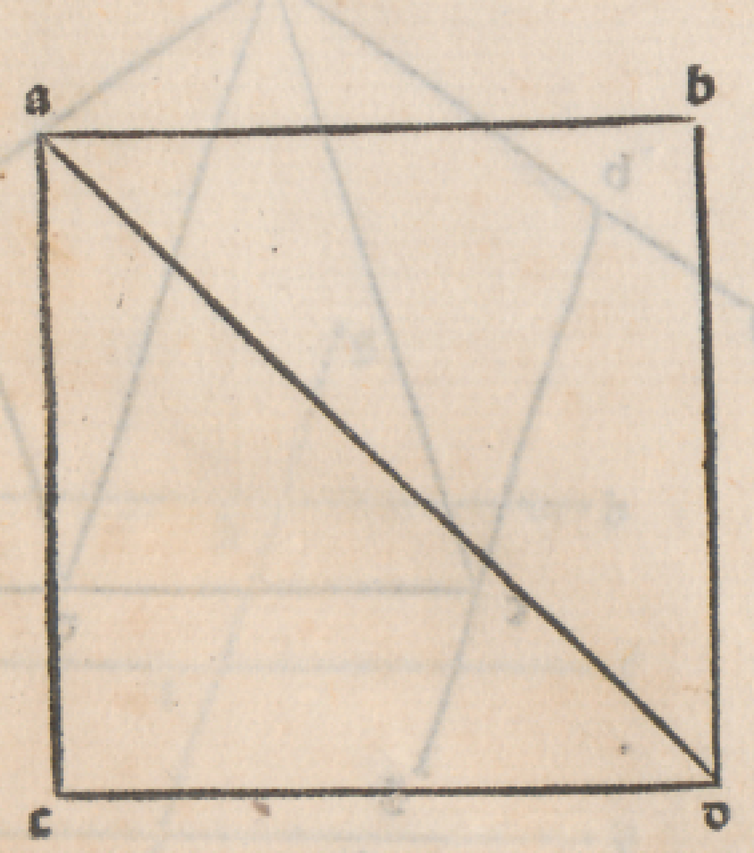


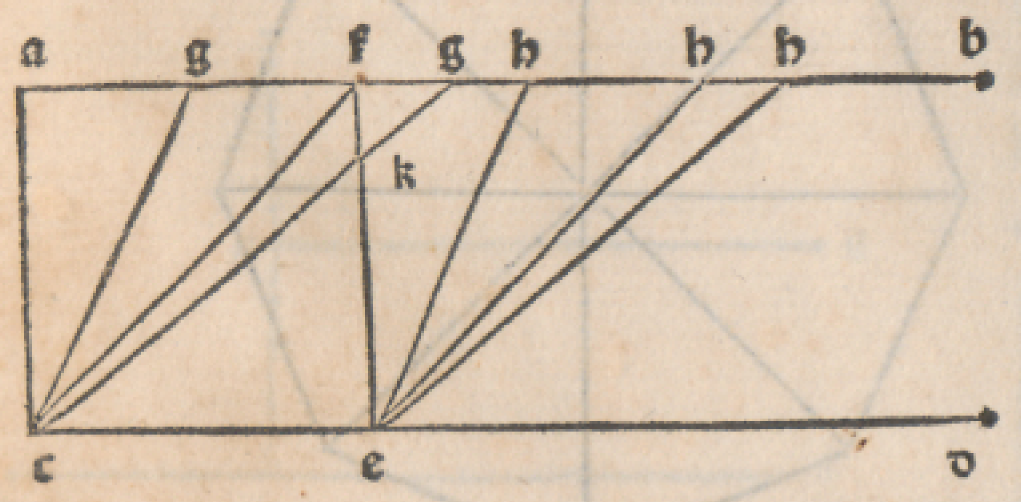












ceteri q̃re.a.b.c.d.e.anguli intrinseci ⁊ extrinseci decẽ rectis. demptis igiť intrinsecis q̃ sũt eq̃les sex rectis erũt extriseci. vidz.b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.h.⁊.a.e.k.eq̃les q̃tuor rectis. ¶ Patet ẽt ꝙ oĩs pentagoni cui⁹ vnũquodqȝ lat⁹ duo secat ex reliq̃s bȝ.5.angulos duob⁹ rectis eq̃les. sit q̃lis ꝓponiť pentagon⁹.a.b.c.d.e.⁊ secet latus.a.c.latus.b.e.ĩ pũcto.g.⁊ lat⁹.a.d.idẽ latus.b.e.ĩ pũcto.f.eritqȝ angul⁹.a.f g.eq̃lis duob⁹ anguľ.b.⁊.d.cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo.f.d.b. Itẽqȝ angul⁹.f.g.a.erit equalis duob⁹ anguľ.c.⁊.e.cũ sit extrinsec⁹ ad ipsos in triãgulo g.c.e.sed duo anguli.a.f.g.⁊.f.g.a.cũ angulo a sunt equales duob⁹ rectis ergo q̃tuor anguli.b.d.⁊.c.e.sũt cũ angulo.a.eq̃les duob⁹ rectis: qd̕ ẽ ꝓpositũ.

Propositio .33.

S I in sũmitatib⁹ duarũ linearũ eq̃distãtiũ ⁊ eq̃lis q̃ntitatis alie due linee ꝯiũganť ipse quoqȝ eq̃les ⁊ eq̃distãtes erũt.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.eq̃les ⁊ eq̃distãtes q̃rũ extremitates cõiungã ꝑ lineas.a.c.⁊.b.d.quas dico esse eq̃les ⁊ eq̃distantes. ꝓtraham.n.lineã.a.d.⁊ q̃z linee.a.b.⁊.c.d.sunt equidistãtes erit angul⁹ b.a.d.eq̃lis angulo.a.d.c.ꝑ ꝑmã ꝑtẽ.29.ergo erũt duo latera.a.b.⁊.a.d.trianguli.a.b.d.eq̃lia duob⁹ laterib⁹ d.c.⁊.d.a.trianguli.d.c.a.⁊ angulus a.ꝑmi eq̃lis angulo.d.secũdi.ergo ꝑ .4.basis.b.d.ꝑmi ẽ equalis basi a.c.secũdi.⁊ angul⁹.a.d.b. primi equalis angulo.d.a.c.secũdi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee.b.d. ⁊ a.c.equidistantes ꝑ.27.⁊ quia pri⁹ ꝓbatũ est ipas esse eq̃les: pȝ ꝓpositũ vtrũqȝ.

Propositio .34.

O Mnis supꝑficies equidistantibus ꝯtenta laterib⁹ lineas atqȝ angulos ex aduerso collocatos habet eq̃les diametro ⁊ diuidente eam ꝑ medium:

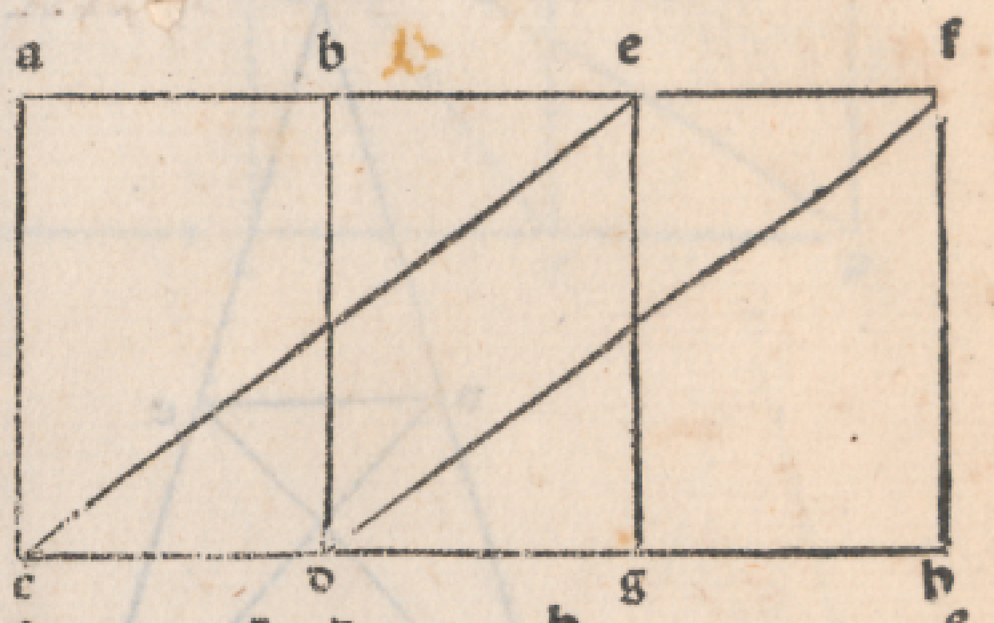
¶ Sit supꝑficies.a.b.c.d.equidistãtiũ laterũ: ita ꝙ linea.a.b.equidistet.c.d.⁊.a.c.b.d.dico duas lineas.a.b.⁊.c.d.itẽ duas lineas.a.c ⁊.b.d.esse equales. Siľr ⁊ dico angulũ.a.esse eq̃lem angulo.d.⁊ angulũ.b. anglo c.protraham diametrũ.a.d.que etiã diuidet supꝑficiem illã ꝑ mediũ.cũ.a.b.⁊.c. d.sint equidistantes: erũt anguli.b.a.d.⁊.c.d.a.qui sunt coalťni eq̃les per.29. At quia etiã.a.c.⁊.d.b.sũt equidistantes: erũt anguli.c.a.d.⁊.b.d.a.qui sunt coalťni equales ꝑ eandẽ. Intelligo.n.duos triangulos.a.d.b.⁊.d.a.c. ⁊ quia duo anguli a.⁊.d.trianguli.a.d.b.sunt equales duobus angulis.d.⁊.a.trianguli.d.a.c. ⁊ latus.a.d.supꝑ quod iacẽt illi anguli ĩ vtroqȝ triãgulo ẽ cõe: erit ꝑ.26.lat⁹.a.b.eq̃le lateri.c.d.⁊ latus.a.c.lateri.b.d.⁊.angulus.b.angulo.c.⁊ quia angulũ.a. totalẽ pȝ esse equalẽ angulo.d.totali ꝑ secũdã cõceptõeȝ totũ ꝓpositũ cũ correla⁰ liquet.

Propositio .35.

O Mnes supꝑficies equidistantiũ laterũ supꝑ vnã basim atqȝ ĩ eisdem alternis lineis constitute equales esse ꝓbantur.

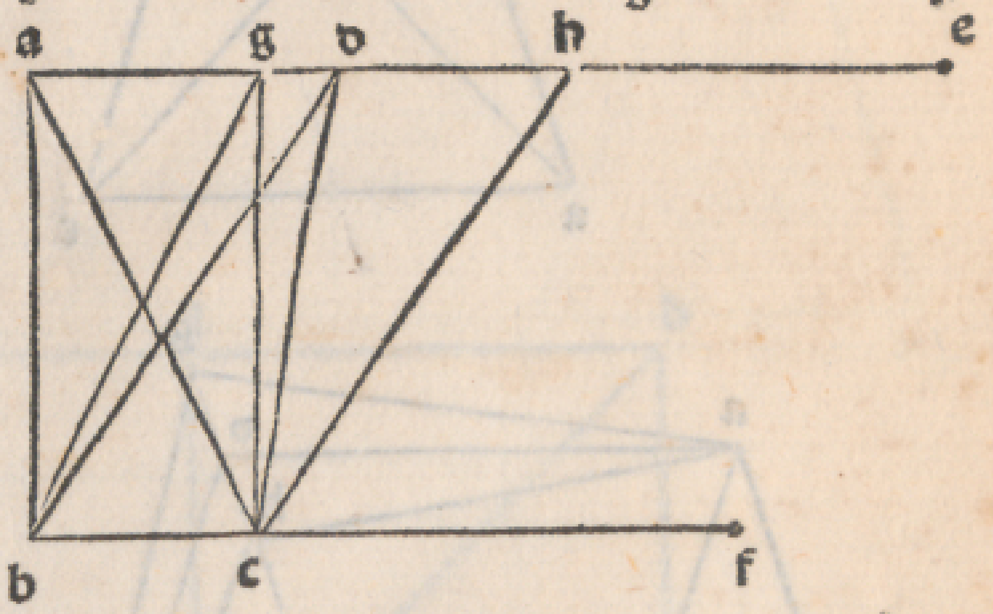
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes inter quas fiat.a.c.f.e.supꝑficies eq̃distãtiũ laterũ supꝑ basim.c.e.⁊ supꝑ eandẽ basim ⁊ inter easdẽ lineas fiat alia supꝑficies.g.c.h.e.similiť eq̃distantiũ lateꝝ dico duas ꝑdcãs supꝑficies eẽ eq̃les quod sic ꝓbať. aut.n.linea.c.g.secabit lineam.a.b in aliquo puncto linee.a.f.aut in puncto.f.aut ĩ aliquo puncto linee.h.f.secet ergo ꝑmo in aliquo pũcto linee.a.f.vt in ꝑma figuratiõe apparet.⁊ q̃z vtraqȝ duaꝝ linearũ.a.f.⁊.g.h.est equalis linee .c.e. per ꝑcedentẽ vna earũ erit equalis alteri

detempta ergo linea.f.g.cõmuni remanebit.a.g.equalis.f.h.q2 p p̄cedentē iterũ ē a.c.equalis.f.e.⁊ angulus.h.f.e.angulo.g.a.c.per scđam ptē.29.videlicet extrinsecus intrinseco erit p.4.triangulus.a.c.g.equalis triangulo.f.e.h. ergo irregulari figura quadrilatera que est.g.c.f.e.addita vtriq3 erit sup̄ficies.a.c.f.e.equal' superficiei.g.c.h.e.quod est ꝓpositum.Secet ergo mõ linea.c.g.lineã.a.h.in puncto.f.vt in secũda figuratione apparet.erũtq3 sicuti argumentatione priori duo trianguli.a.c.f.⁊.f.c.h.equales quare vtrobiq3 addito triangulo.f.c.e. patet ꝓpositum. Secet tertio mõ linea.c.g. lineam.a.h.inter duo puncta.f.h.vt in tertia figuratione apparet:secabitq3 lineam.f.e.sic vt in puncto.k.⁊ quia simili argumētatione priori linea.a.f.ē equalis linee.g.h.facta cõmuni linea.g.f.erit a.g.equal' f.h.⁊ triangulus.a.g.c.equalis triangulo..f.e.h.addito ergo vtriq3 triangulo.c.k.e.⁊ detracto ab vtroq3 triangulo.f.k.g.erit superficies.a.c.f.e.equal' superficiei g.c.h.e.quod est ꝓpositum. Propositio .36



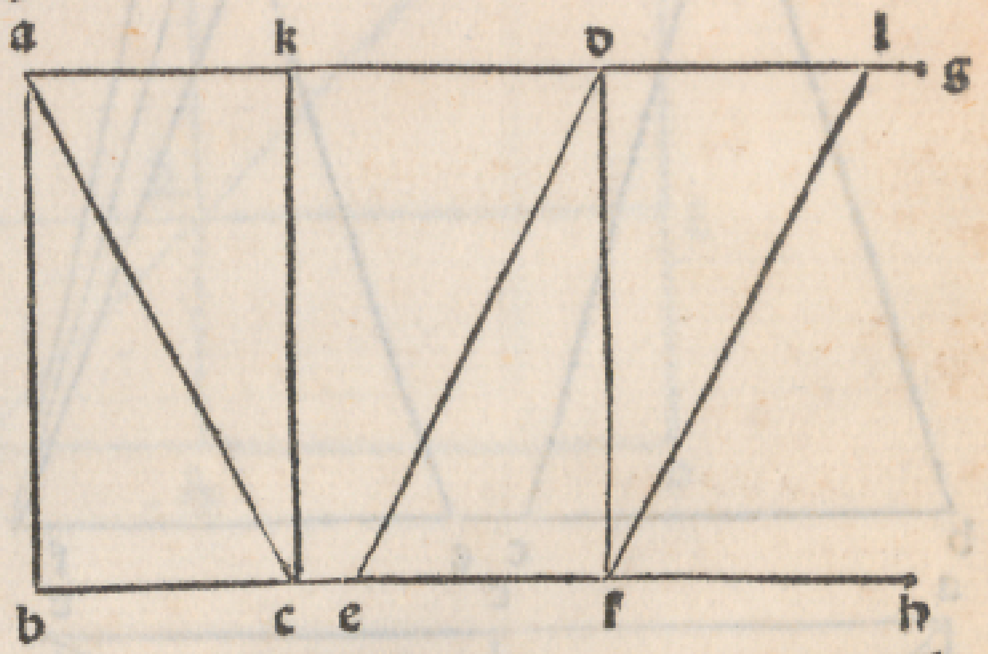
OMnia palellograma in basibus equalibus atq3 in eisdez lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Paralellogramũ dicit' sup̄ficies eq̄distantiũ laterũ.Sint due sup̄ficies.a.b.c.d.⁊ e.f.g.h.equidistantiũ laterũ constitute inter duas lineas equidistantes que sunt.a.f.⁊.c.h.⁊ super equales bases que sunt.c.d.⁊.g.h.dico eas eē equales.nam protrahã duas lineas.c.e.⁊ .d.f. eritq3 per.33.superficies.c.d.e.f.equidistantium laterum ꝓpter hoc q̄ e.f.est equalis ⁊ equidistans. c.d.nam vtraq3 earũ est equalis.g.h.quia ergo per p̄missaz vtraq3 duarũ superficierũ.a.b.c.d.⁊.e.f.g.h.est equalis superficiei.c.d.e.f.ipse erũt sibi inuicem equales:quod est ꝓpositum. Propositio .37.



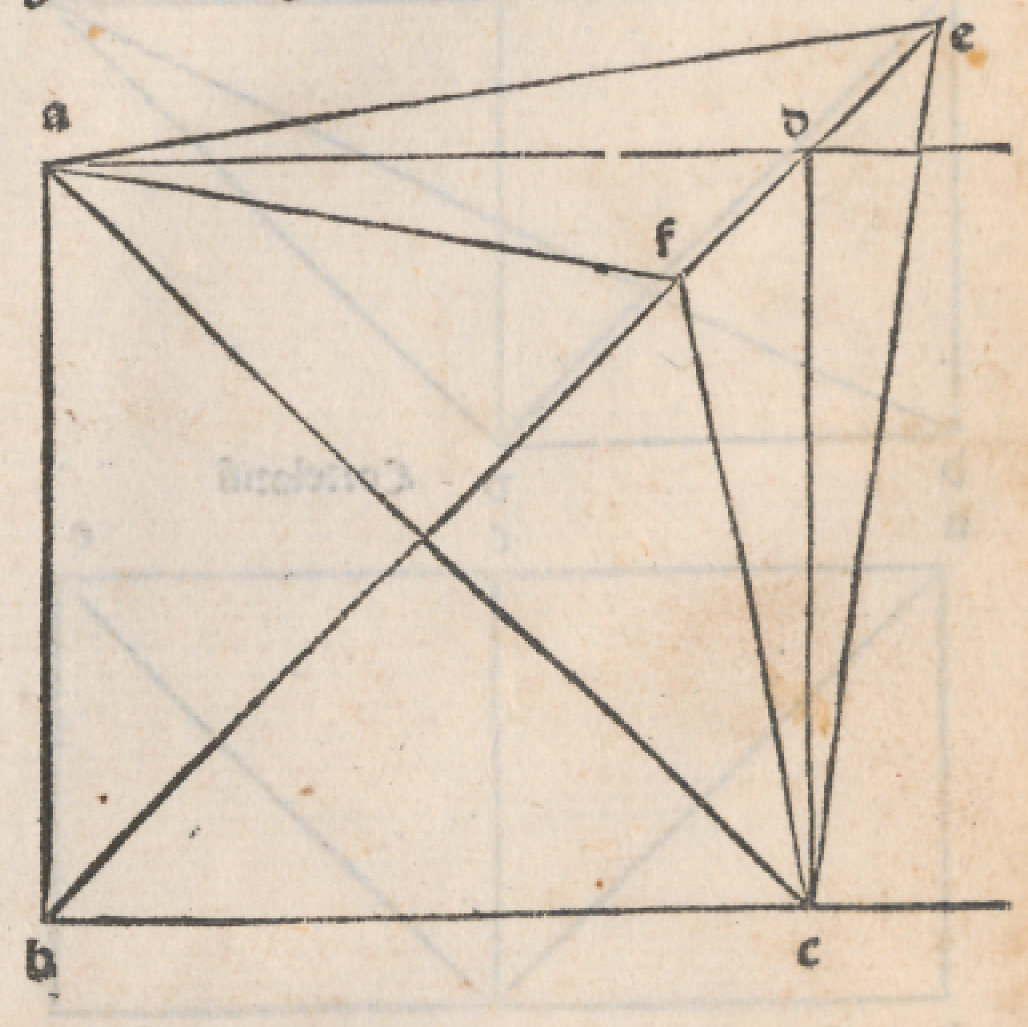
EQuales sunt sibi cuncti trianguli qui sup̄ eādē basim atq3 inter duas lineas equidistantes sunt constituti.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.⁊.d.b.c.ꝯstituti super basim.b.c.inter duas lineas.a.e.⁊.b.f.que sint equidistātes:dico eas esse equales.ꝓtraham eni.c.g.equidistantē.a.b.⁊.c.h.equidistantē.d.b.per.31. erũtq3 due superficies.a.b.c.g.⁊.d.b.c.h.equales per.35.⁊ quia dicti trianguli sunt earũ dimidia p̄ correlariũ.34.ipse erũt eq̄les per cõez sciam queest quoꝝ tota sũt eq̄lia ⁊ dimidia:sicq3 p3 ꝓpositũ. Propositio .38.



SI duo trianguli super bases equales atq3 inter duas lineas equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

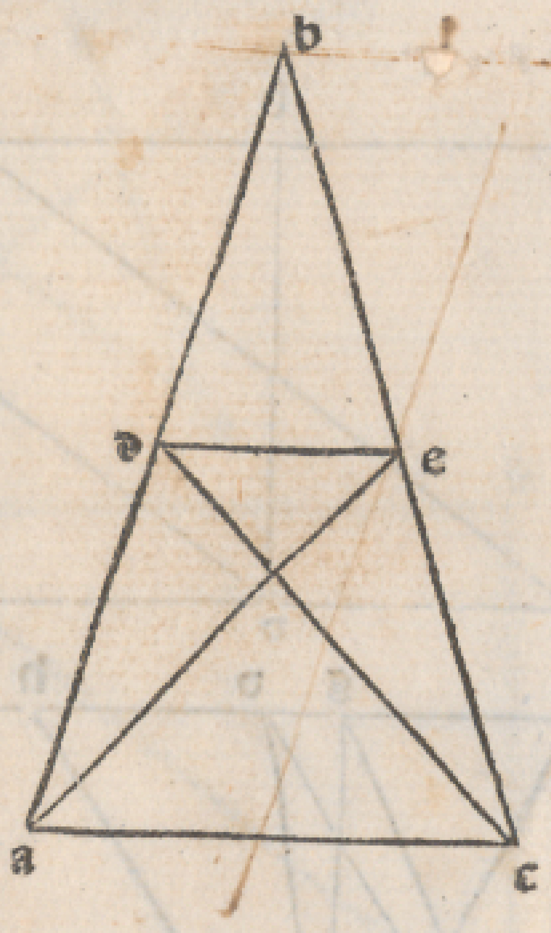
¶ Sint duo triãguli.a.b.c.⁊.d.e.f.ꝯstituti sup̄ bases.b.c.⁊.e.f.eq̄les ⁊ int' lineas.a.g.⁊.b.h.eq̄distātes:dico eos esse eq̄les. ꝓtrahã eni. c.k.eq̄distantē.a.b.⁊.f.l. eq̄distantē.e.d. erũtq3 due sup̄ficies.a.b. c.k.⁊.d.e.f.l.eq̄les p̄.36.⁊ q2 dicti triãguli sũt eaꝝ dimidia p̄ cõrelariũ.34.ipi erũt eq̄les p̄ antedictã cõmunē scientiam. Propositio .39.

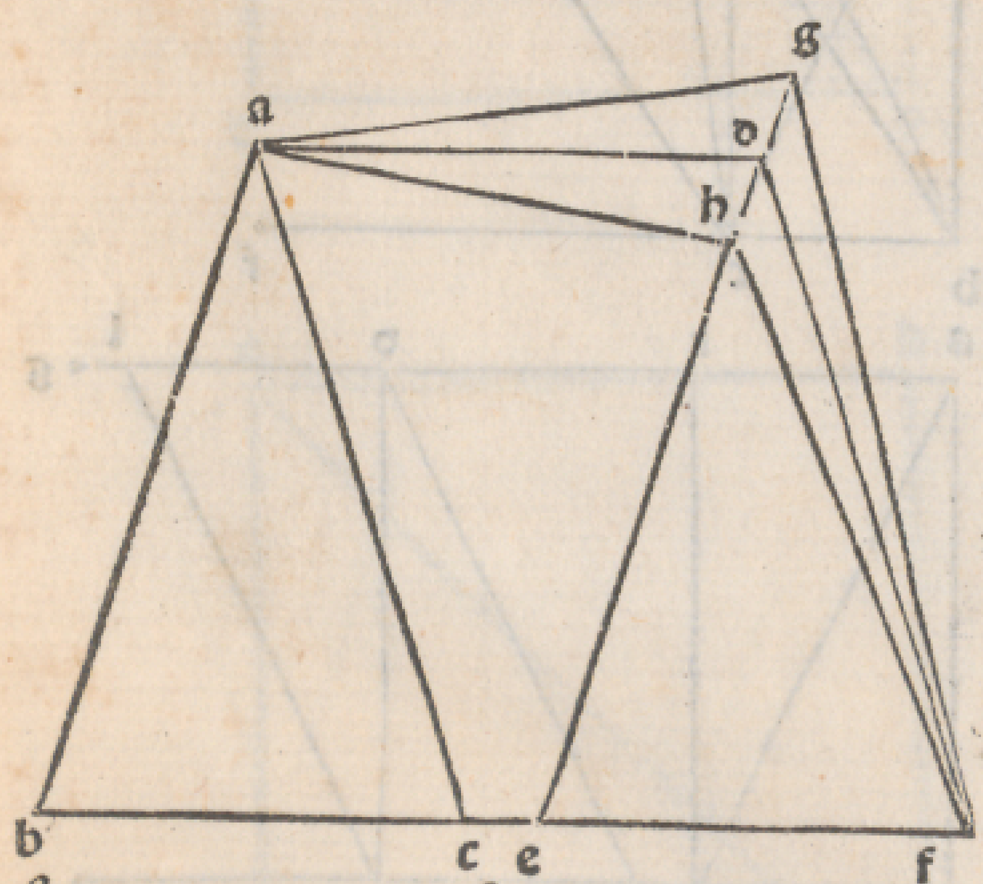


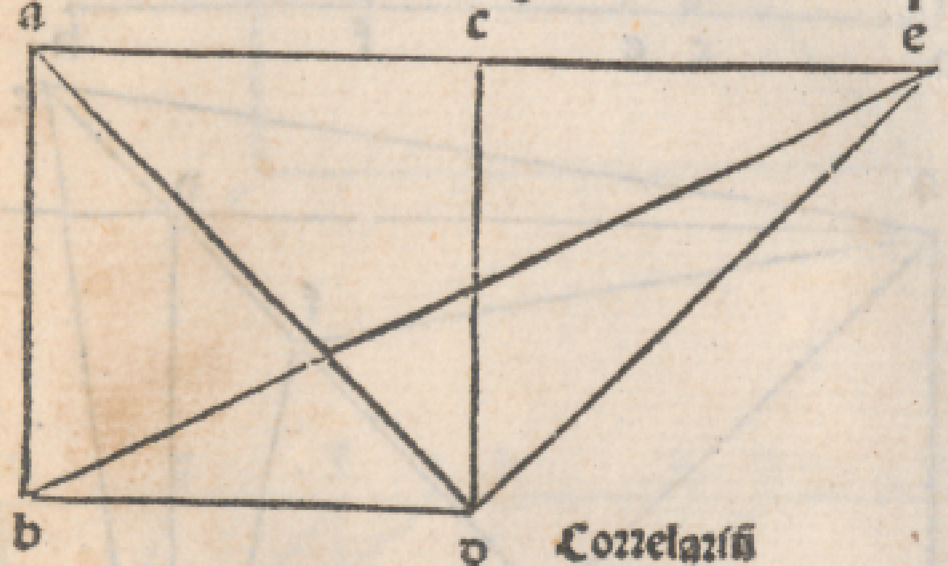
OMnes duo triãguli eq̄les si in eandē basim ⁊ ex eadē pte ceciderint:inter duas lineas equidistantes erunt:

¶ Sint duo t'anguli.a.b.c.⁊.d.b.c.ꝯstituti sup̄ basi.b.c.ex vna eademq3 pte:sintq3 equales:dico eas eē int' lineas equidistantes:⁊ hec est conuersa.37.a puncto.a.ꝓtraham lineam equidistantez linee.b c.que si pertransierit per punctuz.d.liquet propositum.Si autem pertransierit supra aut infra:transeat primo supra ⁊ sit .a.e. producamq3 .b.d,vsquequo secet

Correlarium







Corelariũ

lineã .a.e.in pũcto .e. ⁊ ꝓtrabam lineã.e.c.⁊ quia triangulus c.b.c.est equalis triangulo a.b.c.ꝑ.37.⁊ triangulus.d.b.c. positus ē equalis triangulo a.b.c.erit triangulus.d.b.c.equalis triangulo e.b.c.pars toti quod est impossibile. Nõ igit̃ pertransibit linea que a pũcto a ducitur eque distanter.b.c.supra.d.transeat.ergo infra.⁊ sit.a.f. secans lineam d.b.in puncto.f.protrabam ergo lineam.f.c. ⁊ quia per.37.triangulus.f.b.c. est equalis triangulo.a.b.c. ipse etiam erit equalis triangulo.d.b.c.pars toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto a. equidistanter .b.c. non transit nisi per punctum .d. patet propositum. ❡ Ex hac autem ⁊ premissa nota ꝙ si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera ꝑ equa secet vł secuerit ipsa erit t̃tio equidistans quod sic probatur. Sit triangulus a.b.c.cuius duo latera que sunt a.b.⁊.b.c.secet lineam.d.e.per equalia.a.b.qδ ĩ puncto.d. ⁊.b.c.in puncto.e.dico ꝙ linea.d.e.est equidistans .a.c. protrabam enĩ in quadrilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.⁊.d.c.eritqȝ per.38.triãgulus.a.e.d. equalis triangulo.d.e.b.propter id ꝙ linea.a.d.posita est equalis linee.d.b. Jteȝ qȝ per eandem triangulus.c.e.d. erit equalis eidem triangulo.d.e.b.propter id ꝙ linea .c.e.posita est equalis linee.e.b.quia triangulus.a.e.d.est equalis triangulo. c.e.d.quia ergo ipsi sunt ꝯstituti sup̱ eãdē basim videlicet lineã.e.d. ⁊ ex eadem parte ipsi erunt per hanc.39.inter lineas eque distantes ergo linea.d.e.est equidistans linee.a.c.quod quidem propositum ad quintam quarti tibi valebit.

SJ duo trianguli equales super equales bases vnius eiusdemqȝ linee ex eadeȝ parte fuerint constituti eos inter duas lineas eque distantes necesse ē contineri.

❡ Sint duo trianguli.a.b:c. d.e.f .equales constituti super duas bases que sunt.b.c.⁊.e.f.⁊ ex eadem parte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. ⁊ hec est conuersa.38. ⁊ probatur per ipsam sicut precedēs per.37.a puncto.a.ducatur linea equidistans linee.b.f.que si transierit per punctum.d.patet propositum.sin autem pertransierit supra vt.a.g. ⁊ producatur.e.d.vsqȝ ad ipsum que sit .e.g.⁊ ducatur linea.g.f.eritqȝ per.38.triangulus.a.b.c. equalis triangulo.g.e.f.quare ⁊ triangul⁹.d.e.f. erit equalis triangulo.g.e.f.pars toti quod est impossibile: Non ergo transibit supra: transeat ergo infra.⁊ secet lineam .d.e.in puncto.h.⁊ ducatur linea.f.h.eritqȝ per .38.triangulus.h.e.f. eq̃lis triangulo.a.b.c.quare ⁊ triangulo.d.e.f: pars toti quod est impossibile. quia ergo non transibit nisi per punctum.d.patet ꝓpositum.

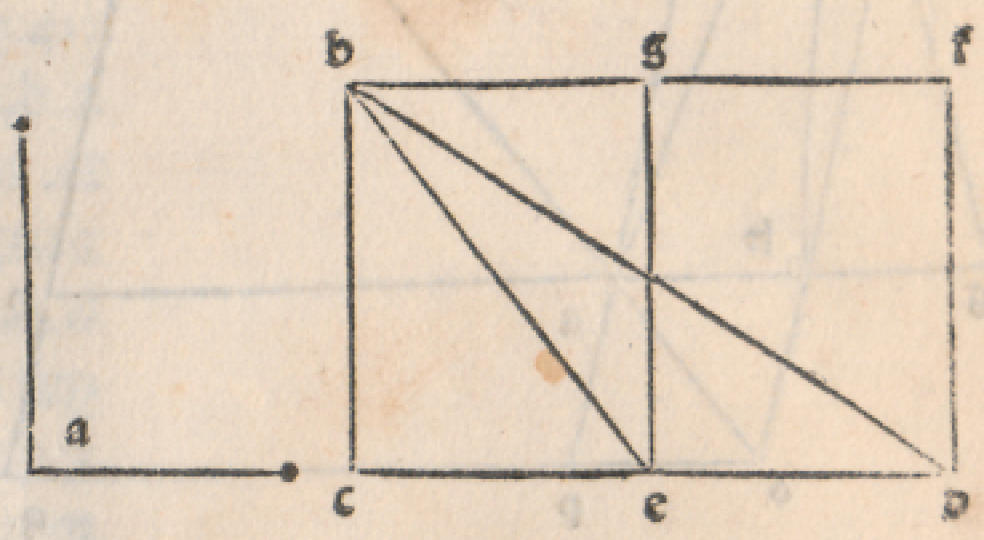
SJ paralellogramũ triangulusqȝ in eadem basi atqȝ ĩ eisdem alternis lineis fuerint ꝯstituta paralellogramũ triãgulo duplum esse ꝯueniet.

❡ Sit paralellogramũ.a.b. c.d.⁊ triãgul⁹.e.b.d.sup̱ basim b.d.⁊.int̃ lineas a.e.⁊.b.d.q̃ sint eque distantes: dico paralellogramũ duplũ esse triangulo ꝓtrabã in paralellogramo diametrum.a.d.eritqȝ triangulus.a.b.d.dimidiũ paralellogrami ꝑ corre⁹.34.⁊ quia triangulus e.b.d.est eq̃lis triangulo .a.b.d. ꝑ.37.pȝ triangulũ.e.b.d.eē dimidiũ paralellogrami.a.b.c.d.qδ ē ꝓpositũ.Similit̃ quoqȝ pōt ꝓbari ꝙ si paralellogramũ triangulusqȝ in equalib⁹ basib⁹ atqȝ inter lineas eq̃ distãtes fuerit ꝯstituta paralellogramũ duplũ erit triãgulo: qδ iδ nõ posuit euclides: qꝛ leuit̃ pȝ ex hac ꝑcedēte correlariũ.⁊ .38.diuiso paralellogramo ꝑ diametrũ in duos triangulos. vel sup̱ basim paralellogrami int̃ easdē lineas eq̃ distantes

triangulo cõstituto ad quē duplū erit paralellogramū per hanc precedenté ꝛ ipse equalis alteri triangulo per.38. Propositio .42.

Equidistantium laterum superficié designare cuius angu/lus sit angulo assignato equalis. ipsa vero superficies tri angulo assignato equalis.

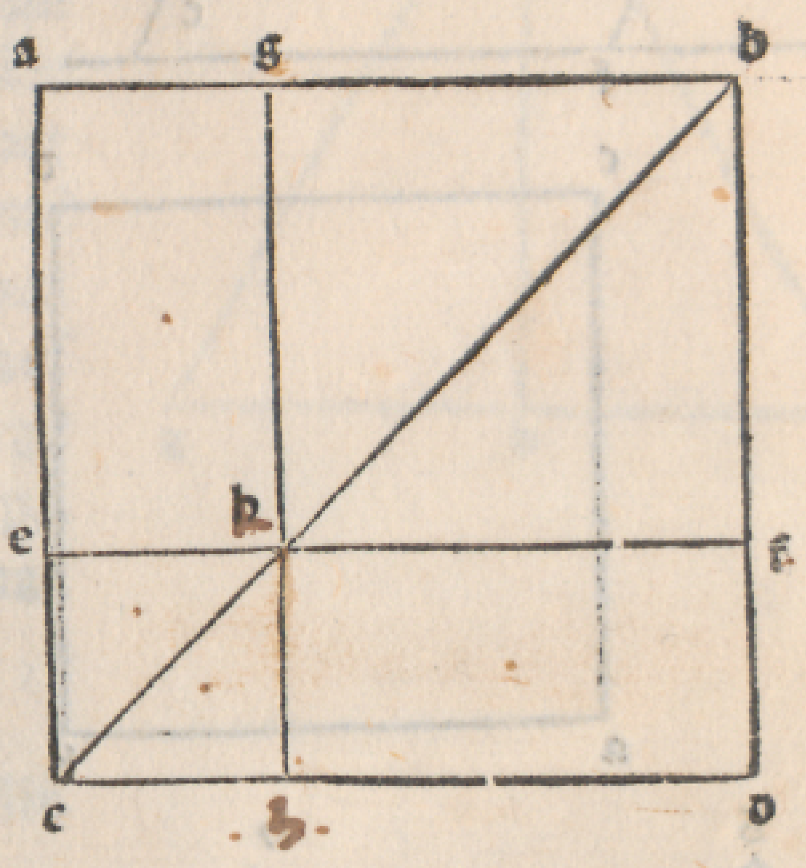
¶ Sit assignatus angulus.a.ꝛ assignatus triangul⁹.b.c.d. volo de/scribere supficié equidistantium laterū equalem triangulo .b.c.d.cu ius vterqȝ duoꝝ angulorum contra se positoꝝ sit equalis.a. diuido basim.c.d.per dimidiū in puncto.e.ꝛ protrabo lineā.b.e.ꝛ a puncto.b.duco.b.f. equidistantem c.d.eritqȝ per.38.triangulus.b.e.d.equalis triangulo.b.e.c.quare triangulus.b.e d.est dimidiū totalis trianguli.b.c.d.igit̃ super punctū.e.linee.d.c.constituo an/gulum.d.e.g.equalem angulo.a.ꝛ perficio paralellogramū.g. e.d.f. quod etiā qꝛ per precedenté ē duplū ad triangulū.b.e.d.erit etiā equale triangulo.b.c. d.ꝑ hāc cōem scienciam: quoꝝ dimidia sunt equalia ipsa quoqȝ sunt equalia . est eni trian gulus.b.e.d.vtriusqȝ dimidiū quare descripsimus palellogramū. g.e .d.f. equale triangulo.b.c.d.cuius vterqȝ duoꝝ anguloꝝ.g.e.d.ꝛ.d.f.g.cōtra se positorum est eq̃lis angulo.a.quod fuit propositum.



Propositio .43.

Omnis paralellogrami spacij eorum que circa diametrū sunt palellogramoꝝ supplementa equa sibi inuicé esse ne cesse est.

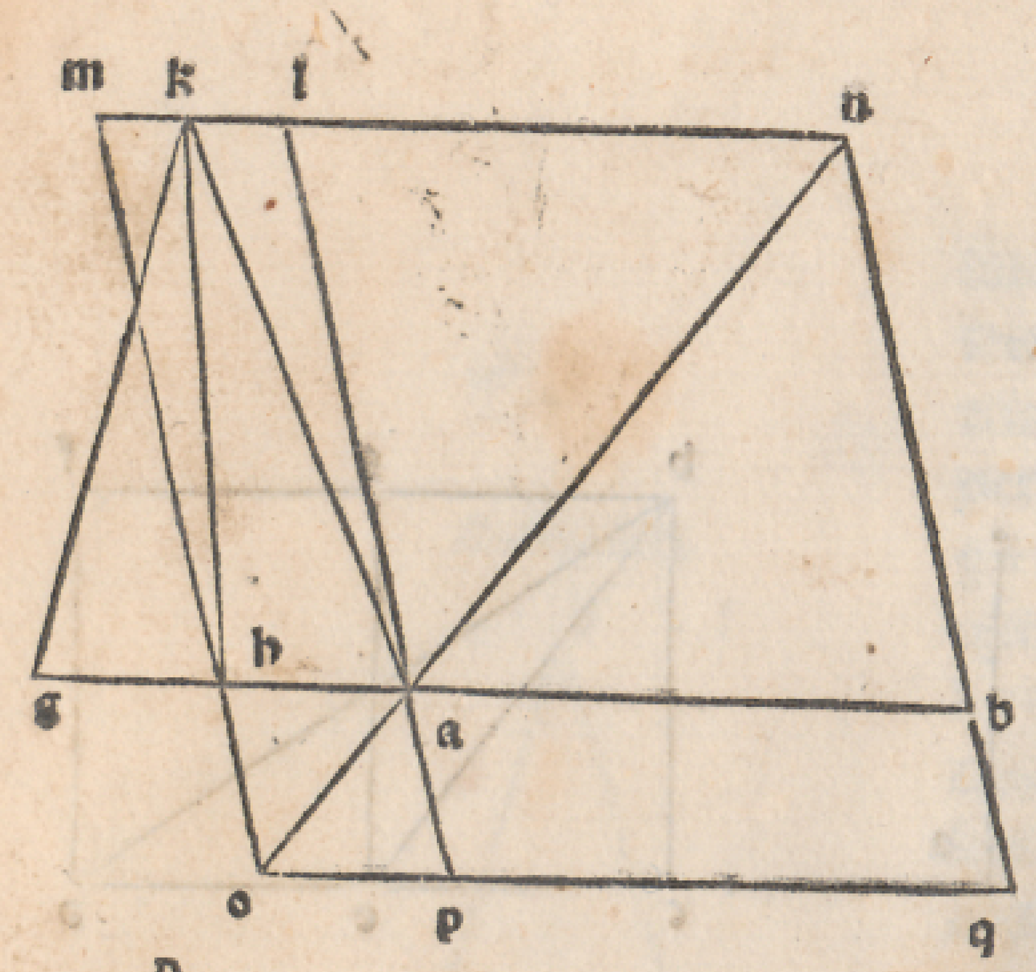
¶ Sit paralellogramū.a.b.c.d.in quo protrabam diametrum.b.c. ꝛ protrabam.e.f.equidistanté vterqȝ duoꝝ lateꝝ.a.b.ꝛ.c.d.que se/cet diametrum in puncto.k.a quo ducā.k.g.equidistanrest vtriqȝ duoꝝ laterū.a. c.ꝛ.b.d.ꝛ producā eam quousqȝ secet vtrūqȝ lat⁹.a.b ꝛ.c.d.sitqȝ tota.g.k.h .erit qȝ totum palellogramū.a.b.c.d.diuisum in quatuor palellograma quoꝝ duo scȝ.e c.k.h.ꝛ.g .k.b.f. dicunt̃ consistere circa .c.b.ꝙ diametrum transit per medium eorum et ideo sunt circa diametrum :reliqua duo scilicet .a.e.g.k.ꝛ.k.h.f.d.di/cūt̃ supplemēta hec duo supplementa dicunt̃ eē equalia.sunt eni duo trianguli.a. b.c.ꝛ.c.d.b.equales ꝑ conel̃.34.silr̃ quoqȝ duo trianguli.g.k.b.ꝛ.f.k.b.sūt equa/les per idé conel̃.34.At duo trianguli.c.e.k.ꝛ.k.h.c.silr̃ equales ꝑ idé conclariuȝ demptis igitur duobus triangulis.b.g.k.ꝛ.k.e.c.de totali triāgulo.a.b.c.ac duo/bus triangulis reliquis.b.f.k.ꝛ.k.c.h.de totali triangulo reliquo.c.d.b. erunt per cōem sciam residua: que sunt duo dicta supplemēta equalia: quod est propositum.

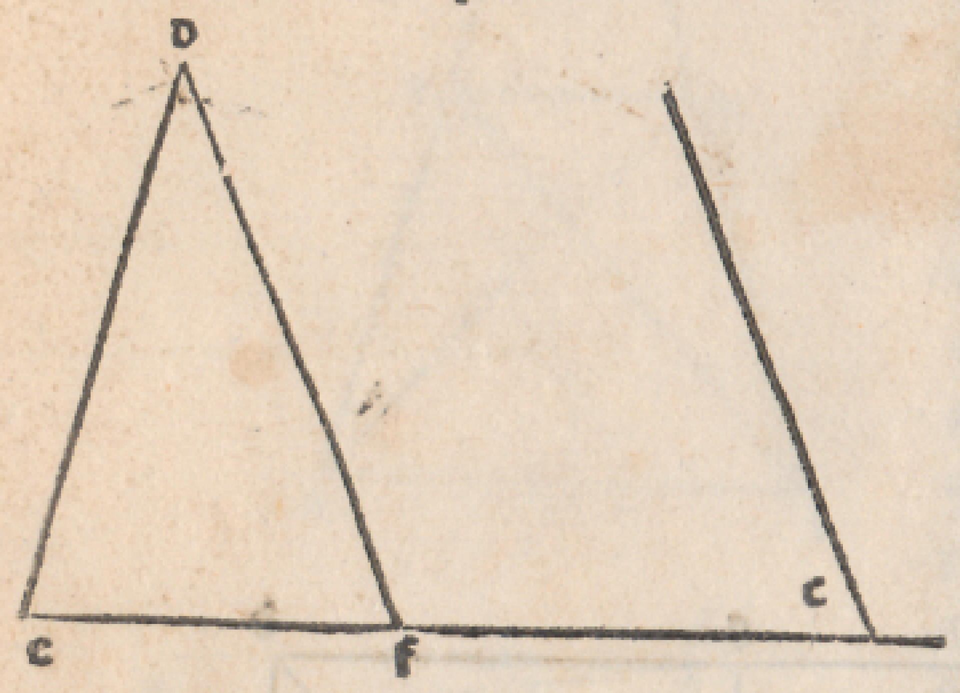


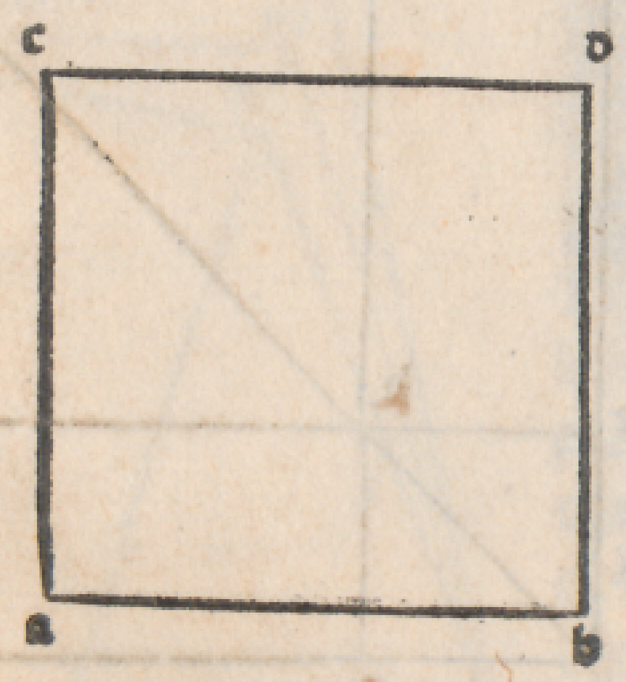
Propositio .44.

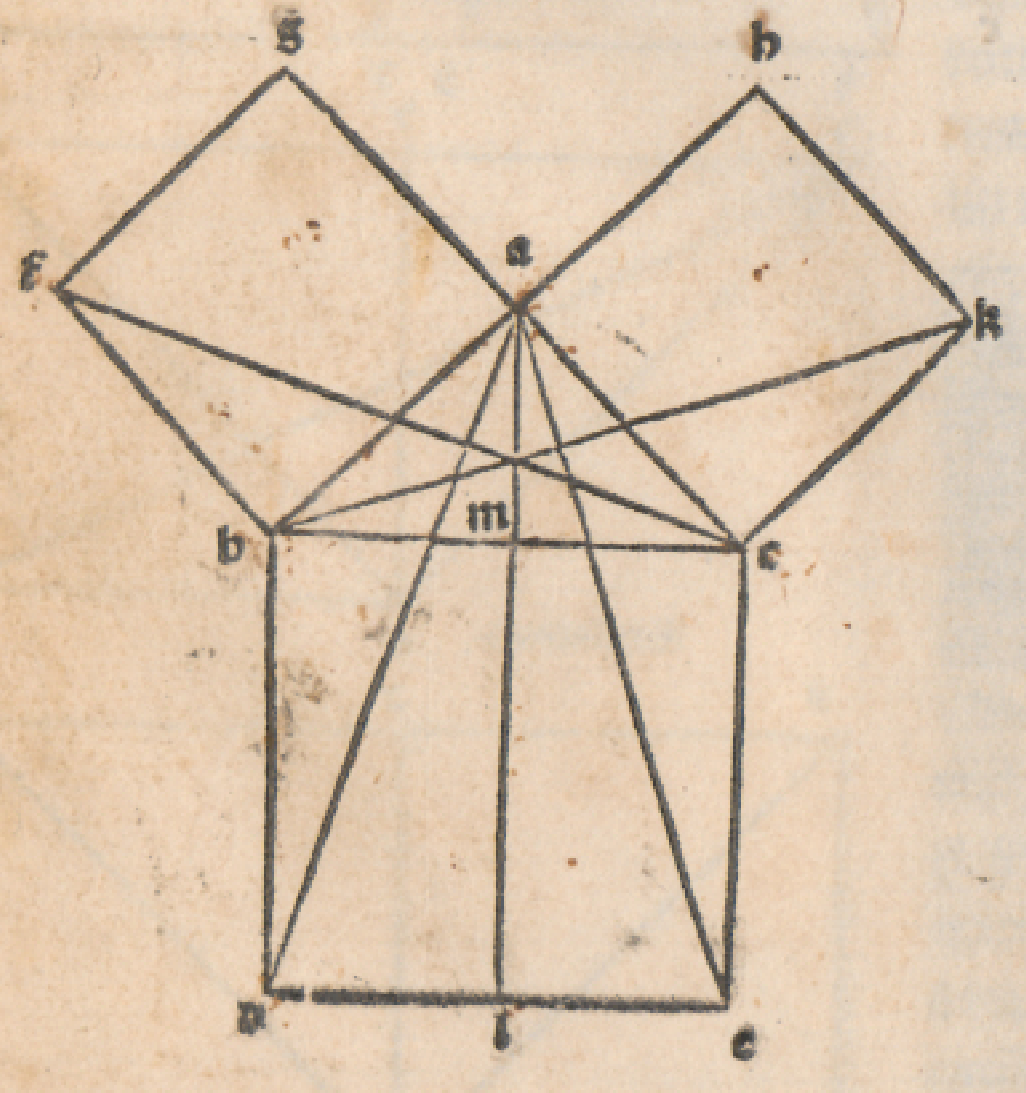
Proposita linea recta sup eam supficié equidistantiū late/rum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶ Designare superficié equidistantiū lateꝝ super lineā aliquā ē lineā ipsā facere latus vnū ipsi⁹ supficiei .Sit ergo data linea.a.b.ꝛ dat⁹ angulus.c.ꝛ datus triangulus.d.e.f.super lineā.a.b.volo designare supficié vnā equidistantiū lateꝝ ita ꝙ linea.a.b.sit vnū ex lateribus eius cuius vterqȝ duorum angulorum contra se positorum sit equalis angulo.c.ꝛ ipsa totalis supficies sit eq̃lis triangulo .d.e.f.differt autem hec a.42.qꝛ hic dat̃ latus vnius supficiei descri/bende scȝ linea.a.b. ibi autem nullum.cū ergo voluero facere adiungo lineam.a.g









linee .a.b.sm rectitudinem:quã pono equalem linee.c.f. basi trianguli dati super quã cõstituo triangulũ vnũ ei eq̃lẽ ⁊ equilaterũ.qꝺ hoc modo facio.Constituo ãgu um.a.g.k.equalem angulo.e.⁊ angulum.g.a.k.equalem angulo.f.per.23.⁊ quia g.a.posita fuerat equalis.c.f.erit per.26.triangulus.g.a .k. equalis ⁊ equilaterus triangulo.c.f.d.diuidã ergo.g.a.per equalia in puncto.h.⁊ ꝓtrahã.k.h. ⁊ produ cam a puncto.k.lineã .m.k.n. equidistantẽ linee.g.b.eritq; per.38.triangul⁹.a.b k.equalis triangulo.g.h.k.tunc super punctũ.a.linee.g.a.faciã angulum.g.a.l.p 23. equalem angulo.c.dato:⁊ conplebo sup basim.a.b.⁊ inter lineas.g.b.⁊.m.n. equidistantes superficiem equidistantiu; laterum.m.l.b.a.que p.41.dupla erit ad triangulũ.k.h.a quare equalis totali triangulo.k.g.a.quare ⁊ triangulo.d.e.f.ꝓ/ posito:protraham ergo.b.n.equidistantẽ.a.l.⁊ producã diametrum. n.a.quã ꝓ/ trahã quousq; cõcurrat cũ.m.b.in puncto.o.⁊ cõplebo superficiem equidistãtium laterum .m.o.n.q.⁊ protraham.l.a.vsq; ad.p.eritq; per precedentẽ supplementũ a.b.p.q. equale supplemento.m.l.b.a.quare ⁊ triangulo.d.e.f.⁊ q; per.15.angu/ lus .l.a.h.ẽ equalis angulo.b.a.p.⁊ ideo angulus.b.a.p.est equalis angulo.c. p; super datam lineã .a.b.descriptã esse superficiem equidistantiũ laterum.a.b.p.q. equalem dato triangulo.d.e.f.cuius vterq; duorum angulorum contra se posito/ rum qui sunt.a.⁊.q.ẽ equalis dato angulo.c.quod fuit propositum.

Propositio .45.

Ex data linea quadratum describere.

¶Sit data linea .a.b. ex qua volo q̃dratum describere:a punctis.a ⁊.b.linee .a.b.educo p.11.lineas.a.c.⁊.b.d.perpendiculares ad li/ neam.a.b.que erũt equidistantes per vltimã ꝑtem.28. ⁊ pono vtrã q; earꝫ eidem.a.b.per scꝺam equalem ⁊ protraho lineam.c.d.eritq; ipsa equalis et equidistans linee.a.b.per.33.⁊ quia vterq; duorum angulorꝫ. a.⁊ b.est rectus.erit vterq; duorꝫ.c.⁊.d.rectus per vltimã ꝑtem.29.ergo per diffiniti/ onem.a.b.c.d.ẽ quadratum quod est propositũ.Idem aliter sit.a.c. perpendicu/ laris super lineam.ab.per.11.⁊ sit ei equalis vt prius ⁊ a puncto.c.per.31. ducatur c.d.equidistans.a.b.⁊ ponatur equalis ei ⁊ ducatur linea.d.b.que per.33.erit eq̃/ lis ⁊ equidistans .a.c.⁊ omnes anguli recti per vltimã ꝑtem.29.quare per diffiniti onem habemus propositum.

Propositio .46.

IN omni triangulo rectangulo quadratum qꝺ a latere re cto angulo opposito in semetipso ducto describit̃ equũ ẽ duobus quadratis que ex duob⁹ reliquis lateribus con/ scribuntur.

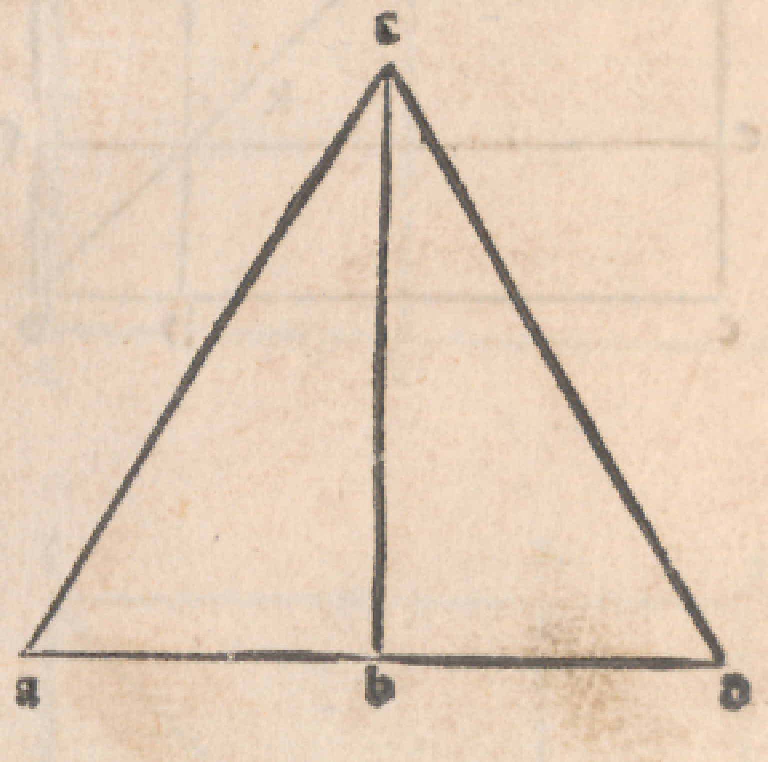
¶Sit triangulus.a.b.c.cuius angulus.a.sit rectus dico ꝙ quadra/ tũ lateris .b.c.equũ ẽ quadrato.a.b.⁊ quadrato.a.c.sil' sumptis.Quadrabo g̃ hec tria latera sm doctrinã ꝑcedentis:sitq; q̃dratũ.b.c.suꝑficies.b.c.d.e.⁊ q̃dratũ.b. a.suꝑficies .b.f.g.a.⁊ q̃dratũ.a.c.suꝑficies.a.c.h.k.ab ãgulo.a.recto ducã ad bas i;.d.e. basi; maximi q̃drati tres lineas .f.a.l eq̃distãtẽ vtriq; lateri.b.d.⁊.c.e.q̃ se cet.b.c i pũcto.m.⁊ ypothemisas.a.d.⁊.a.e.itẽq; a duob⁹ reliq̃s ãgl'is triãgli q̃ sũt b.⁊.c.ducã ad duos angl'os duorꝫ q̃dratorꝫ miorꝫ duas liñeas se intsecãtes itra ipsũ

triangulū que sunt.b.k.⁊.c.f.⁊ qꝛ vterqꝫ duoꝝ angulorum.b.a.c.⁊.b.a.g.est rectꝰ per.14.erit.g.c.linea vna: eadē rōne erit.b.h.linea vna.qꝛ vterqꝫ duoꝝ angulorū c.a.b.⁊.c.a.b.est rectus:quia ergo sup basim.b.f.⁊ inter duas lineas equidistan/tes q̄ sunt.c.g.⁊.b.f.cōstituta sūt ꝑalellogramū .b.f.g.a.⁊ triāgulꝰ.b.f.c.erit ꝑ.41: ꝑalellogramū.b.f.g.a.duplū triāgulo.b.f.c. sꝫ triāgulꝰ.b.f.c. ē eq̄lis triāgulo.b.a d.ꝑ.4.quia .f.b.⁊.b.c.latera primi sunt equalia.a.b.⁊.b.d.lateribus postremi .et angulus.b.primi ē equalis āgulo.b.postremi.eo ꝙ vterqꝫ cōstat ex angulo recto ⁊ angulo.a.b.c.comuni.ergo ꝑalellogramū.b.f.g.a.est duplum ad triāgulū .a.b.d sed ꝑallellogramū.b.d.l.m.est duplū ad eundē triangulū. ꝑ.41.qꝛ cōstituti sūt sup candem basim scꝫ. b.d .⁊ inter lineas equidistantes que sunt. b.d.⁊.a.l. ergo per cōmunē sciam quadratū.a.b.f.g.⁊ ꝑalellogramū.b.d.l.m.sunt equalia. qꝛ eorum dimidia videlicet predicti trianguli sunt equalia Eodē mō ⁊ per easdē ꝓpositiōes mediantibꝰ triangulis.k.b.c.⁊.a.e.c. ꝓbabimꝰ q̄dratū.a.c.b.k.eē equale ꝑalello gramo.c.e.l.m.q̄re pꝫ ꝓpositū.

Propositio .47.

Si qd̄ ab vno trianguli latere in seipsū ducto ꝓducit̄:equū fuerit duobus quadratis q̄ a duobus reliquis lateribꝰ describuntur.rectus est angulus cui latus illud opponitur.

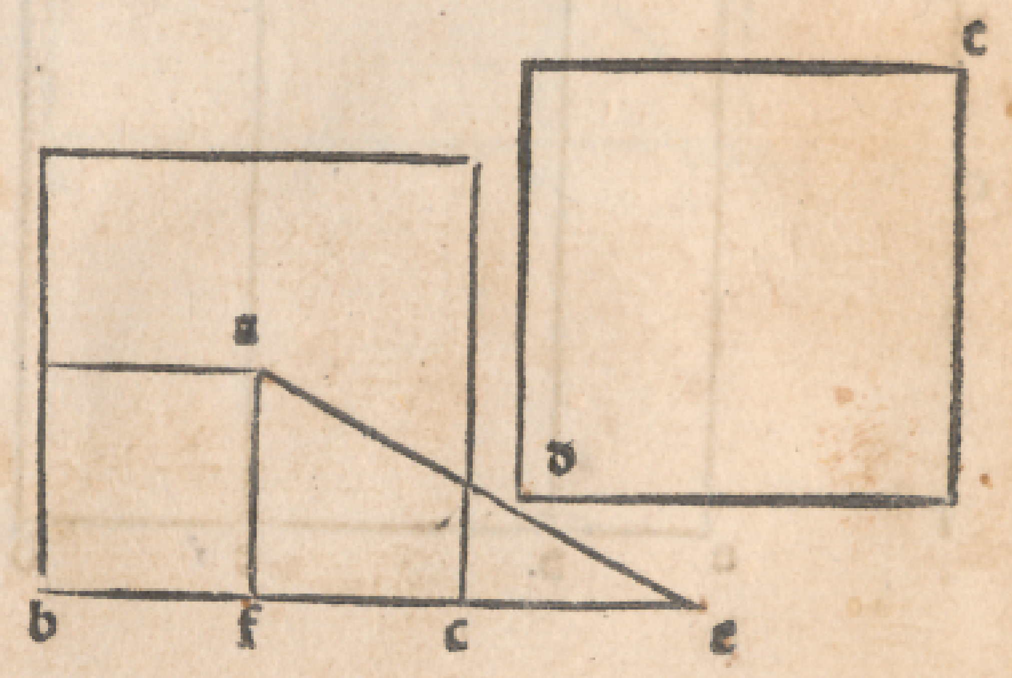
¶ Lineā in se ipsam ducere est eius quadratū describere. ¶ Sit triangulus.a.b.c.sitqꝫ quadratum lateris.a.c.equale quadratis duorum laterū.a.b.⁊.b.c.simul iunctis.dico angulū.b.cui latus.a.c.opponit̄ esse rectū:⁊ hec est cōuersa prioris. ¶ A puncto.b.extraho lineā.b.d.ꝑ. 11 .ꝑpendicularē super lineam.b.c.quā pono equalem .a.b.⁊ produco lineam .d.c.eritqꝫ per precedentē quadratum.d.c.equale duobus quadratis duarum linearum.d.b.⁊.b.c. ⁊ qꝛ.b.d posita est equalis.b.a.erunt per cōmunē scientiā que est linearū equaliū equalia esse quadrata:quadrata duarū lineaꝝ.a.b.⁊.b.d.equalia:quapropter erit quadra/tum.d.c.equale quadrato.a.c.ergo per aliam cōmunem sciam que ē conuersa prioris scꝫ lineas quaꝝ quadrata sunt equalia esse equales:erit.d.c.equalis.a.c.quare ꝑ.8. angulus.b.triāguli.a.b.c.ē rectus qd̄ ē ꝓpositū.



Propositio .48.

Propositis quibuscunqꝫ quadratis alteri illoꝝ gnomonē reliquo equalem describere.

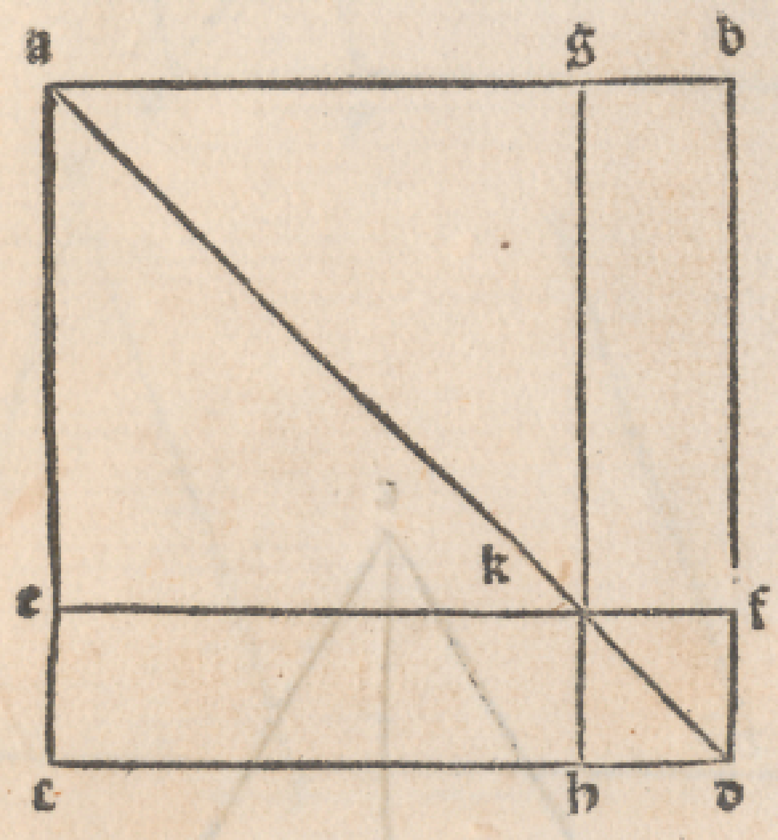
¶ Proponant̄ ergo duo quadrata scꝫ.a.b.⁊.c.d.⁊ sit propositū pro/ducere gnomonē circa.a.b.equalem.c.d.quadrato:protrahat̄ itaqꝫ vnū latus quadrati.a.b.ad equalitatem vniꝰ lateris quadrati. c.d: in continuum ⁊ directum ⁊ sit.f.e.ita ꝙ .f.e.sit equale vni laterū quadrati.c.d. ⁊ ex.e.ducā lineam rectā ad.a. sit ergo triangulꝰ orthogoniꝰ quia.f.ē angulꝰ rectus arguat̄ ergo ꝭm penultimā primi sic:q̄dratū.e.a.ē tm̄ quātū q̄dratū.c.f.⁊ q̄dratū f.a.sed q̄dratū.c.f.ē eq̄le q̄drato.c.d.⁊ quadratū.f.a.est equale quadrato.a.b.ergo quadratū.a.e.est equale quadratis.a.b.⁊.c.d. Item.e.f.a.est triangulus ergo e.f.⁊.f.a.latera sunt longiora.a.e.latere.secūdū.20.primi.sed.f.a.est equale:a.b. rōne quadrature:ergo.e.f.⁊.f.b.sunt longiora.a.e.ergo illa totalis linea scꝫ .e.b. est maior.a.e.resecet̄ ergo .b.e.ad equalitatē.a.e.ad punctū.c.ita ꝙ.b.c.sit equale.a.e.ergo quadratum.b.c.est equale.quadrato.a.e. sed quadratū.a.e. vt prius ꝓbatū fuit ē equale quadratis.a.b.⁊.c.d.ergo quadratū.b.c.ē equale eisdem sed quadratum.b.c.addit super quadratum.a.b.gnomonē illū quē vides.ergo gno/



mo ille ẽst quadrato.c.d.equalis.quod erat probandum. Explicit liber primus
Incipit liber secundus.

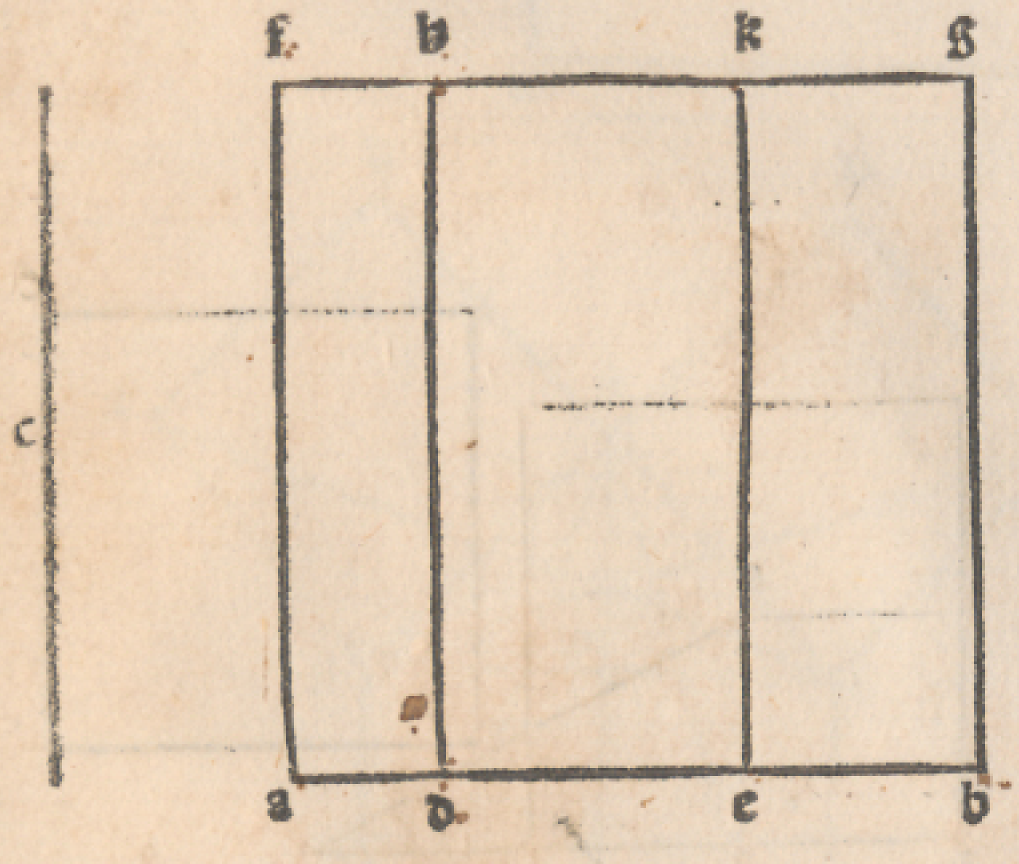
OMne paralellogramũ rectãgulũ sub dua/
b⁹ lineis ãgulũ rectũ ãbiẽtib⁹ dicit̃ ꝯtineri.
¶ Paralellogramũ est sup̃ficies equidistãtiũ lateꝝ
¶ Paralellogramũ rectangulũ est habens omnes
angulos rectos.⁊ ꝓducit̃ ex vno duoꝝ lateꝝ eius
ambientiũ vnũ ex suis angulis in reliquũ.⁊ ideo
sub illis dicitur cõtineri.

OMnis paralellogrami spacij ea q̃dẽ q̃
diameter secat ꝑ mediũ p̄alellograma
circa eandẽ diameteꝝ cõsistere dicunt̃.Eoꝝ
vero paralellogramoꝝ que circa eandẽ dia
metrũ consistũt quodlibet vnũ cũ supplementis duob⁹ gnomo noiat̃.
¶ Que paralellograma dicunt̃ cõsistere circa diameteꝝ.⁊ que sũt supplemẽta: expo
sitũ est supra in demonstratione.43.primi. ¶ Sit enim paralellogramũ.a.b.c.d.
cuius diameter.a.d.diuidant due linee.e.f.g.h.ducte equidistanter: laterib⁹ oppo
sitis dicti parallellogrami.secãtes se sup̃ diameteꝝ.a.d.in puncto .k. eritq̃ ipsum
paralellogramũ diuisũ in .4. parallellograma ⁊ vnũquodq̃ duoꝝ paralellogra/
moꝝ que sunt.a.g.e.k.⁊.k.f.h.d.que diameter secat ꝑ medium dicitur consistere
circa diameteꝝ.Reliqua duo que diameter nõ secat dicun t̃ supplemẽta q̃ duo sup/
plementa cũ vtroq̃ dictoꝝ paralellogramoꝝ cõsistentiũ circa diameteꝝ.cõponũt fi
gurã quãdã q̃ gnomo appellat̃ cui deest ad cõplemẽtũ p̄alellogrami p̄alellogramũ
vnũ reliquũ circa diameteꝝ cõsistẽs:qd̃ si addat̃ supra diameteꝝ totalis cõpositi cõsi
stet.eritq̃ simile totali. Unde p̄alellogramũ addito gnomone quãuis crescat mi/
nime tñ alterat̃.quẽadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.



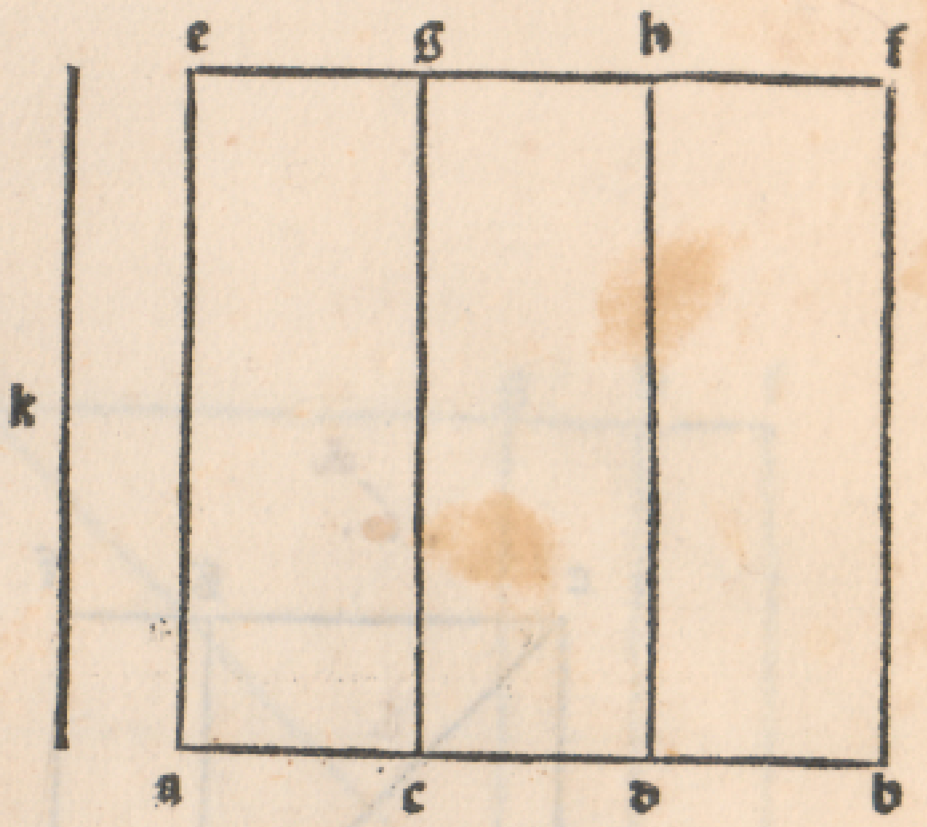
Propositio .j.

SI fuerint due linee quarũ vna in quodlibet partes diui/
datur.illud q̃ ex ductu alterius in alteram fiet.equum erit
his que ex ductu linee indiuise in vnãquãq̃ partem linee
particulatim diuise rectangula producentur.
¶ Lineã in aliam lineã ducere ẽ supra terminos vnius eaꝝ duas line
as orthogonaliter alij eq̃les erigere.⁊ sup̃ficiẽ equidistãtiũ lateꝝ rectãgulũ cõplere
q̃ sub illis duab⁹ lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sunt due linee.a.b.
⁊.c.quaꝝ.vna sc̃z.a.b.in quodlibet p̃tes diuidat̃ que sint.a.d.⁊.d.e ⁊.e.b.dico q̃
illud quod fit ex ductu.c.in totũ.a.b. equũ est illis paralellogramis rectangulis si
mul iunctis que fiũt.ex.c.i.a.d.⁊ i.d.c.⁊ in.e.b. ¶ Sup̃ pũcta.a.b erigã lineas.a
f.⁊.b.g.perpẽdiculares sup̃ lineã.a.b.quaꝝ vtraq̃ sit eq̃lis linee.c. ⁊ complebo re
ctangulã sup̃ficiẽ.a.f.b.g.ducta linea.f.g.que per diffinitionẽ producit̃ ex.c. in.a
b.⁊ sub illis dicit̃ contineri.protraham quoq̃ a punctis.d.⁊.e.lineas.d.h.⁊ .e.k.
equidistantes lateribus .a.f.⁊.b.g.eritq̃ vtraq̃ earũ eq̃lis.c.ꝑ.34.primi vtraq̃
eaꝝ est eq̃lis .a.f.ꝑ diffinitionẽ igit̃ rectangulũ .a.d.f.h.ꝓducit̃ ex.c.i.a.d.⁊ sub
illis dicitur cõtineri ⁊ rectangulũ.d.h.⁊.e.k.ex.c.in.d.e.⁊ rectangulũ.e.k.b.g.ex
c.in.e.b.⁊ q2 hec rectangula simul iuncta sunt equalia totali rectangulo.a .f.b.g.
patet veꝝ eẽ ꝓpositum.



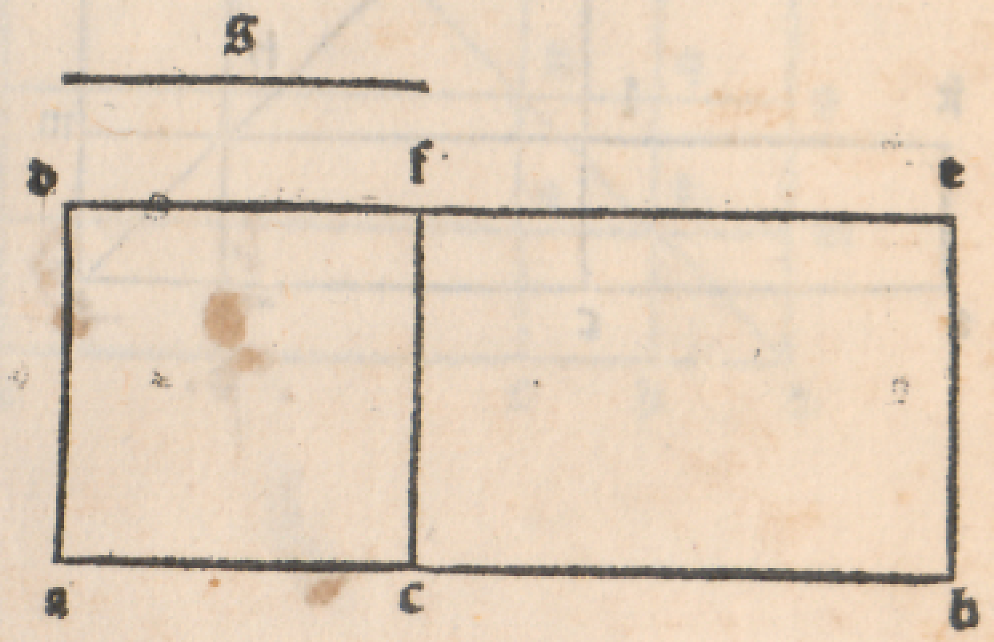
Propositio .2

Si fuerit linea i ptes diuisa. illud qd ex ductu toti⁹ linee in seipsã fit: equũ erit his q̃ ex ductu eiusdẽ i oẽs suas ptes. ¶ Sit linea.a.b.diuisa in.a.c.⁊.c.d.⁊.d.b.dico q illud qd fit ex ductu totius.a.b.in se qd sit.a.c.b.f.equũ est his que fiunt ex ipsa tota in vnamquãq3 dictarum partium qd palam patebit.ductis.c.g.⁊.d.h.equidistanter.a.e.⁊.b.f. ¶ Aliter sumatur.k.eq̃lis.a.b.eritq3 p premissam qd fit ex ductu.k.in totam.a.b.equũ ei qd fit ex ductu.k.in omnes ptes.a.b.⁊ qr ex.k.i.a.b. tantũ fit quantũ ex.a.b.in se.⁊ ex.k.in omnes ptes.a:b.quãtũ ex.a.b. in omnes ptes eiusdẽ. pter id qr.k.⁊.a.b.sũt equales patet vex esse propositum.



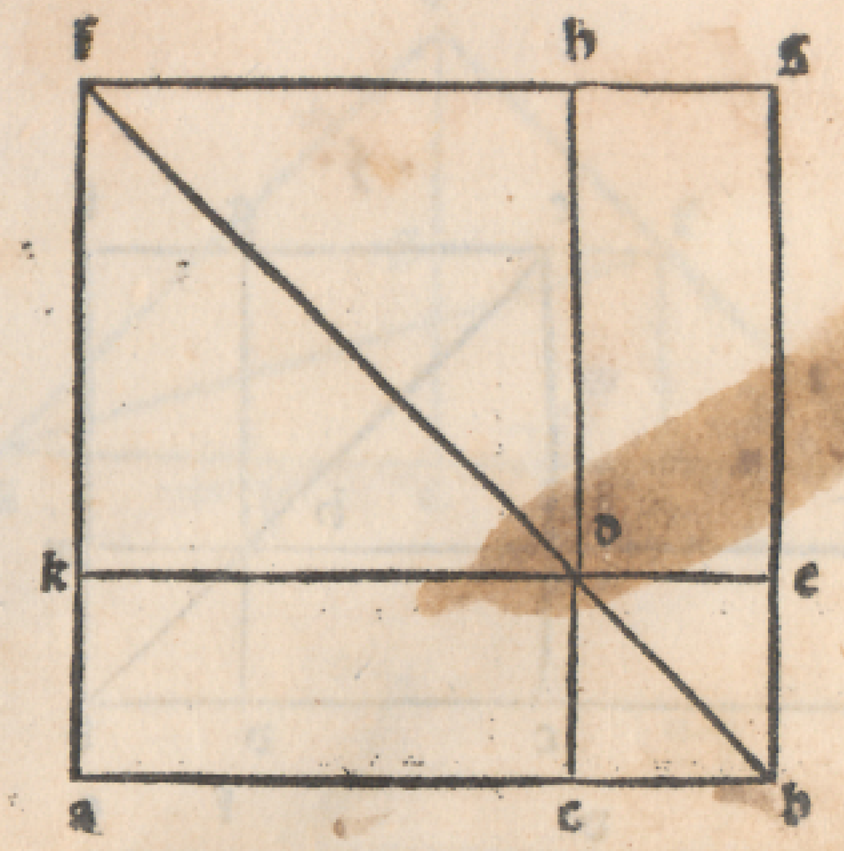
Propositio .3:

Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd fiet ex ductu totius in alterutrã partẽ equũ erit his q̃ ex ductu eiusdẽ partis in seipsam ⁊ alterius in alteram.
¶ Sit linea.a.b.diuisa in.a.c.⁊.b.c.dico q illud quod fit ex tota.a.b.in eius partem.a.c.equũ est quadrato eiusdem.a.c.partis.⁊ ei quod fit ex eadẽ parte.a.c.in.b.c.fiat quadratum linee.a.c.q sit.a.c.d.f.⁊ pficiatur superficies.a b.d.e.patebitq3 propositũ. ¶ Aliter sumat.g.eq̃lis.a.c.⁊ qr.b.a.in.a.c. tantũ est quantũ.a.c.in.a.b.ecõuerso.⁊.a.c.in.a.b.⁊ in.c.b.⁊ in seipsa3 quãtũ.g. i easdẽ. At.g.in totã.a.b.quãtũ in.a.c.⁊ in.c.b.p primam huius patet ppositũ sc3 q tm̃ erit.a.c.i.a.b.quãtũ in se ⁊ in.c.b.q̃re ecõuerso. a.b.i.a.c.quãtũ.a.c.in se.⁊ in.c b.qd volum⁹ demõstrare.

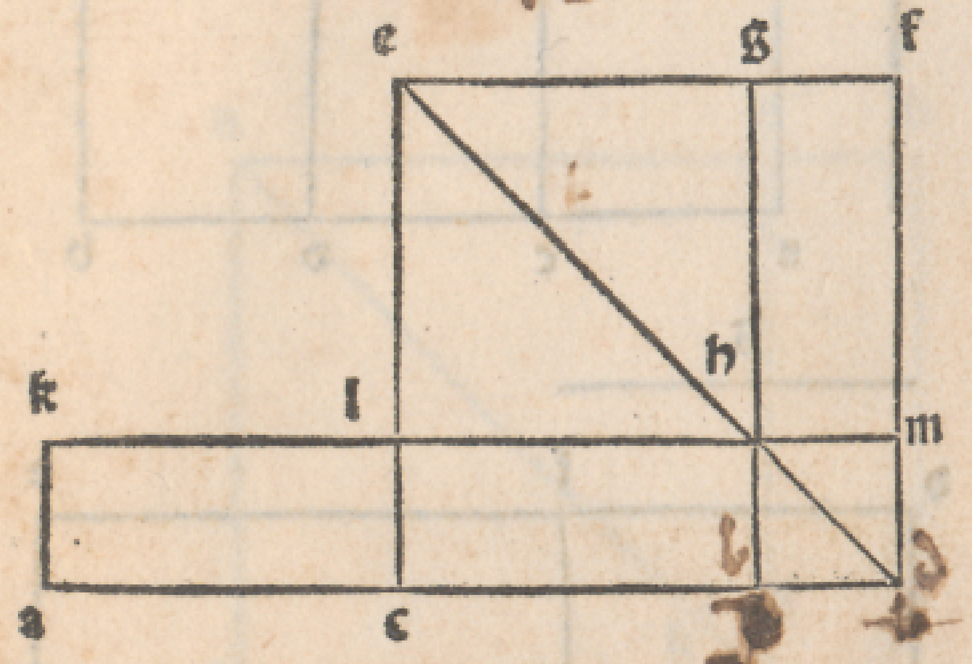


Propositio .4.

Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd ex ductu toti⁹ i seipsã fit:equũ ẽ his q̃ ex ductu vtriusq3 ptis i seipsã ⁊ alteri⁹ i alterã bis. Ex hoc manifestũ ẽ q i oi q̃drato due supúficies quas diameter secat p mediũ sunt ambe quadrate.
¶ Sit linea.a .b. diuisa in. a .c.⁊. b .c. dico q quadratum totius a.b. equum est duobus quadratis duarum linearum .a.c.⁊.b.c. duplo eius qd fit ex ductu vnius ea⁊ in alteram:describam quadratum alterius partialium sitq3 c.d.b.e.quadratũ linee.c.b.cui adiungam gnomonẽ secũdũ ductũ directiuũ linee alterius sc3.a.c. qd faciam hoc mõ.in quadrato descripto protrahã diametrũ b.d.⁊ a puncto.a.educam perpendicularem sup lineam.a.b .que sit.a.k.quã.a.k ⁊ diametrũ.b.d.pducam vsq3 quo cõcurrãt in puncto.f.⁊ a puncto.f. producam f.h.equidistantẽ linee .a.b.quã.f.h.⁊.b.e.producam vsq3 quo concurrãt i pũcto g.⁊ producã.c.d.vsq3 ad.h.⁊.e.d.vsq3 ad.k.Et quia duo latera .d.e.⁊.e. b.trianguli.d.e.b.sunt equalia:erũt per.5.primi duo anguli.e.d.b.⁊.e.b.d.equales:⁊ qr angulus.e.est rectus erit p.32.primi vterq3 eo⁊ medietas recti. Eadẽ rõne vterq3 duorũ angulorũ.c.d.b.⁊.c.b.d.erit medietas recti. quare p secũdã ptem.29.p̃mi erit vnusquisq3 quatuor angulo⁊ qui sunt.h.f.d.⁊.b.d.f.⁊.k.f.d.⁊.k.d.f. medietas recti ergo p.6.primi.f.g.⁊.g.b.sunt equales. similiter quoq3 .f.a.⁊.a.b. pari rõe.f.h.⁊.h.d.itẽq3.f.k.⁊.k.d. quare vtraq3 duarũ supficierũ.a.b.g.f.⁊.k. d.h.f.est quadrata ⁊ qr totale quadratum.a.b.f.g.q est quadratũ linee.a.b.constat ex duobus quadratis que cõsistunt circa diamet⁊ que sunt quadrata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.⁊ ex duobus supplementis quo⁊ vnũqdq3 pducit ex .a. c.in b.c.patet propositum nostrũ. ¶ Aliter sit linea.a.b.vt prius diuisa in.a.c.⁊.c.b.



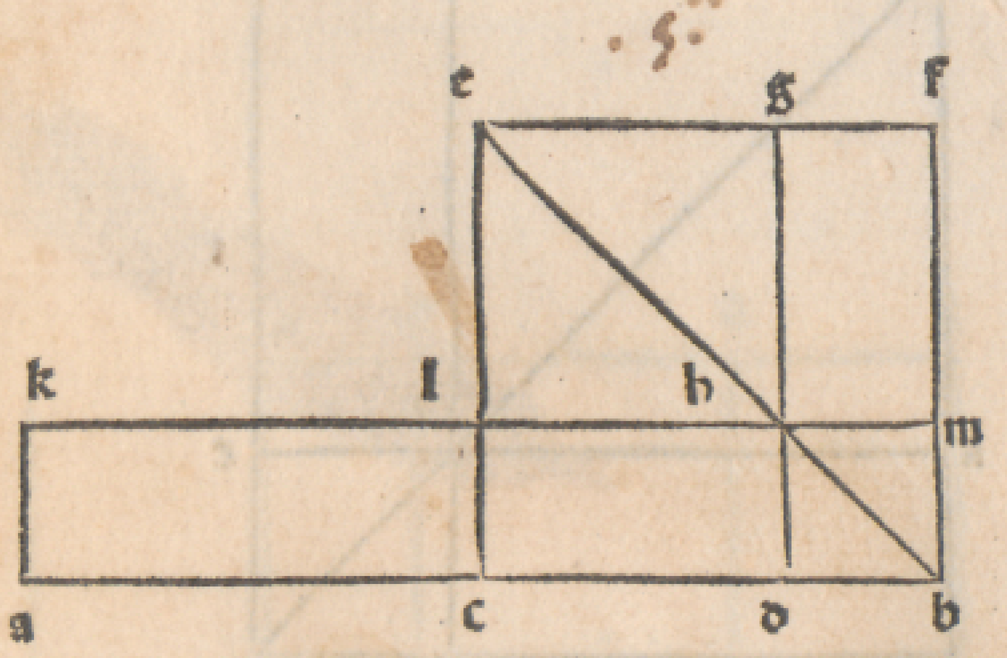
eritqȝ ꝑ.2.huius quod fit ex tota.a.b. in se:equū ei qȯ fit ex ipsa in.a.c.⁊.c.b. sed ex ipsa in.a.c.tm̄ fit quātū ex.a.c.in se.⁊ ex.a.c.in.b.c.ꝑ.3.huiꝰ. Itēqȝ ex ipsa a.b.tota in.b.c.tm̄ fit quātum ex.c.b.in se.⁊ ex.c.b.in.a.c. per eandem. ergo qȯ fit ex tota.a.b.in se equū ē ei qȯ fit ex.a.c.in se ⁊ in.c.b.⁊ ex.c.b.in se.⁊ in.a.c.qȯ est propositum.Sed hac via non patet correlariū. sicut via precedenti patet. vn/de prima est auctori magis consona.



Propositio .5.

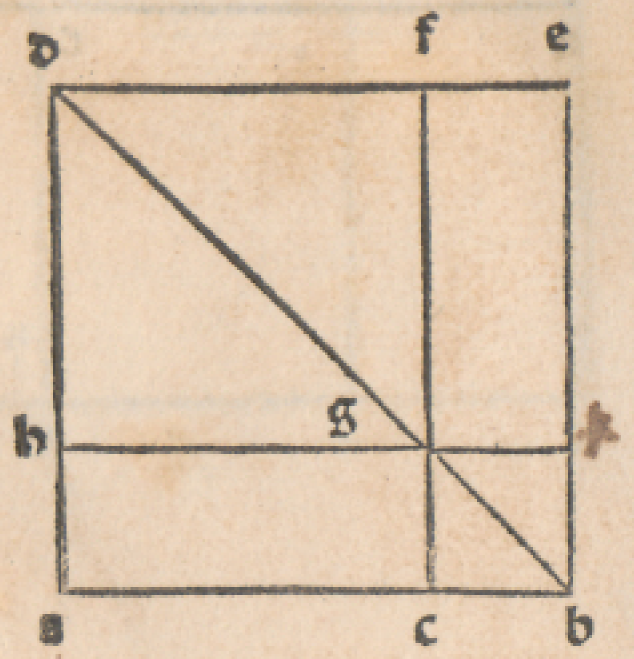
Si linea recta per duo equalia duoqȝ īequalia secetur.qȯ sub inequalibus totius sectionis rectangulū continet cū eo quadrato qȯ ab ea que inter vtrasqȝ ē sectiones descri bitur equum est ei quadrato qȯ a dimidio totius linee ī se ducto describitur.

¶Sit linea.a.b.diuisa ꝑ equalia in pūcto.c.⁊ ꝑ inequalia in puncto.d. dico qua/dratuȝ.c.b.esse equale ei qȯ fit ex.a.d.in.d.b.⁊ q̄drato.c.d.¶Describā quadra/tum.c.b.ꝙ sit.c.b.f.e.in quo ꝓtrabam diametrū. e.b. ⁊ ducā.d.g. equidistantē b.f.ꝗ secet diametꝝ.e.b.i pūcto.h.⁊ a pūcto.h.educā eq̇distātē linee.a.b.ꝗ sit.h.k.secās lineā.b.f.in puncto.m. ⁊ lineā.c.e.in puncto.l.⁊ ꝓtrabā.a.k.equidistan tē.c.e.eritqȝ ꝑ correlariū p̄missē vtraqȝ duaꝝ supficieꝝ.l.g.⁊.d.m.quadrata.⁊ per 43.primi duo supplemēta.c.h.⁊.h.f.equalia.ergo addito quadrato .d.m. vtriqȝ erit paſellogramū.c.m.equale paſellogramo.d.f.⁊ qꝛ.a.l.est equale.c.m. ꝑ.36.pri mi:erit.a.h.equale gnomoni quiꝰcircūstat quadrato .l.g. ergo addito vtriqȝ qua/drato.l.g.erit.a.h.cū quadrato.l.g.equale quadrato.e.f.qȯ est propositum.



Propositio .6.

Si recta linea in duo equalia diuidaẛ.alia vero ei linea in longū addaẛ.qȯ ex ductu totiꝰ iā cōposite ī eā ꝗ iā adiecta ē cū eo qȯ ex ductu dimidie in seipsā:equū ē ei q̄drato qȯ ab ea ꝗ cōstat ex adiecta ⁊ dimidia ī seipsā ducta describiẛ ¶Sit linea.a.b.diuisa ꝑ equalia in puncto.c.eiqȝ addaẛ linea.b.d. dico ꝙ quadratū.c.d.qȯ sit.c.d.e.f.equale ē ei qȯ fit ex tota.a.d.ī.b.d.⁊ quadra to.c.b.Producā ī quadrato predicto diametrū.d.e.⁊ ducā lineā.b.g.equidistātē d.f.ꝗ secet diametrū.d.e.in pūcto.h.a quo.h.ꝓducā equidistātē linee.a.b.que sit h.k.secans.d.f. in pūcto.m.⁊.c.e.in pūcto.l.⁊ producā.a.k. equidistantem .c.l. eritqȝ per.36.primi.a.l.equale.c.h.At.c.h.erit equale.h.f.per.43.primi.quare.a l.ē equale.h.f.ergo addito.c.m.vtrobiqȝ erit.a.m. equalis toti gnomoni circūstā ti.l.g.quare.l.g.addito vtrobiqȝ erit.a.m.cū.l.g.equale toti quadrato.c.f.⁊ quia vtraqȝ duaꝝ superficieꝝ.l.g.⁊.h.m.ē quadrata:ꝑ correlariū.4.huiꝰ pȝ propositū.



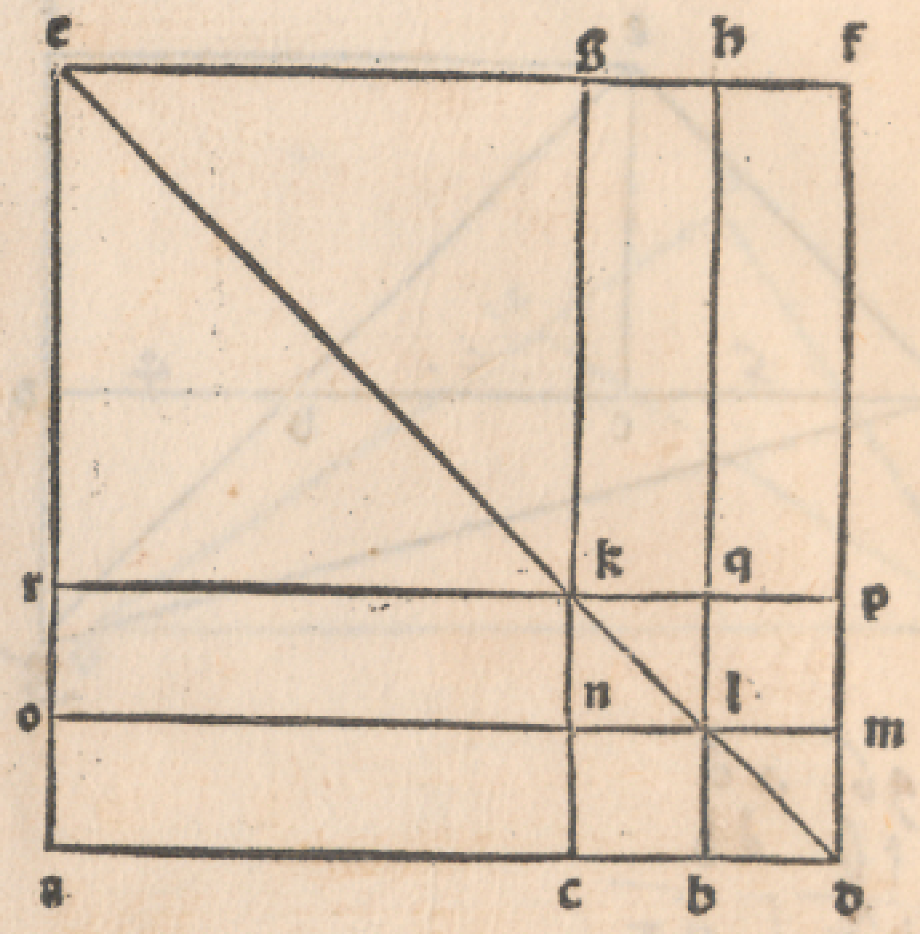
Propositio .7.

Si linea in duas partes diuidaẛ.qȯ fit ex ductu totius ī se ipsam cum eo qȯ est ex ductu alterius partis ī seipsam. e/quum est ꝗ eis ex ductu totius linee ī eandem partem bis ⁊ ex ductu alterius partis in seipsam.

¶Sit linea.a.b.diuisa in duas partes in puncto.c. dico ꝙ quadra/tum totius.a.b.cū quadrato.b.c.equū est ei qȯ fit ex.a.b.in.b.c.bis cum quadra to.a.c.describatur quadratuȝ totius qȯ sit.a.b.d.e.⁊ ducatur diametrum .b.d.⁊

c.f.equidistans.b.e.secans diametrum in pũcto.g.⁊ ducatur.k.g.h. equidistãs a.b.⁊ quia quadratum.a.e.cum quadrato.c.h.tm̃ sunt quãtum quadratum h.f. cum duabus superficiebus.a.h.et.g.e.patet propositum

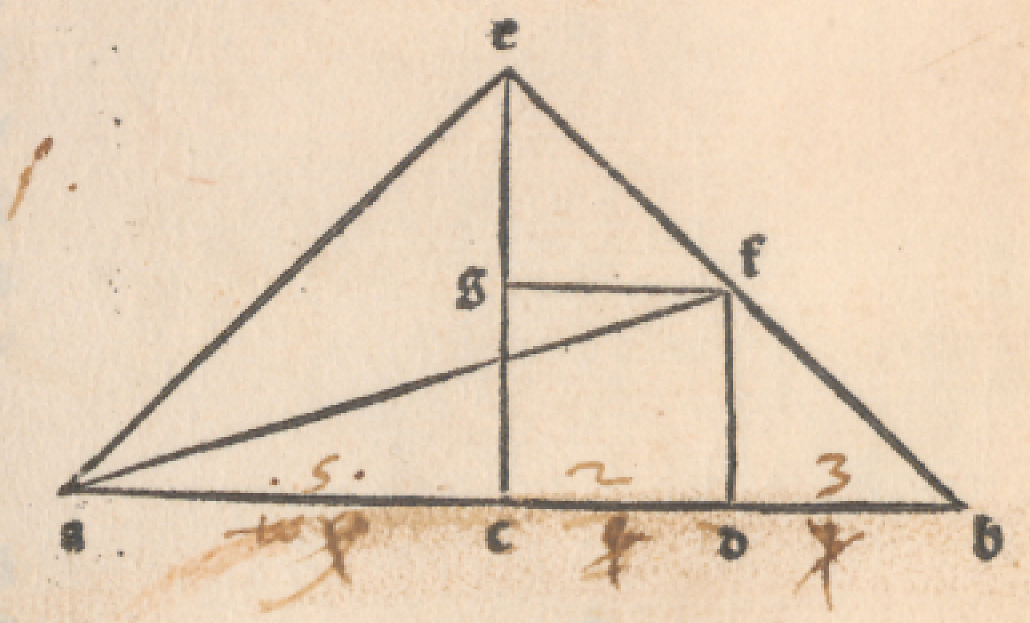
Propositio .8.



Si linea in duas partes diuidatur:eiqꝫ in longum equa/lis vni diuidentium adiungatur:qđ ex ductu totius iam cõposite in seipsaꝫ fiet. equum erit his que ex ductu prioris linee in eam adiectam quater. ⁊ ei qđ ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

¶Sit.a.b.diuisa in puncto.c.qualitercũqꝫ contingat:cui addatur.b.d. equalis.c b.dico ꝙ quadratum totius.a.d.qđ sit.a.d.e.f.est equale ei qđ fit ex.a.b.⁊.b.d. quater cũ quadrato.a.c.hoc aũt patebit ducta diametro.d.e.⁊ lineis. c.g. ⁊.b.h equidistan tibus linee.d.f.⁊ secantibus diametrum in puncto.k.l. per que puncta ducantur.p.q.k.r.⁊.m.n.l.o.equidistantes.a.d.erit enim per corelariũ.4.huius vnaqueqꝫ superficierum .r.g.n.q.⁊.h.m.quadrata:⁊ quia.c.b.posita est equalis b.d.erit vtraqꝫ superficierum.c.l.⁊.l.p.quadrata.Erũtqꝫ.4.quadrata diuidentia quadratũ.c.p.equalia ⁊ quia totus gnomo circũstãs q̃drato .r.g.est q̃druplus ei qđ ex.a.b.in.b.d.q: quadruplus ad sↄficiẽ.a.l.patet propositum.

Propositio .9.



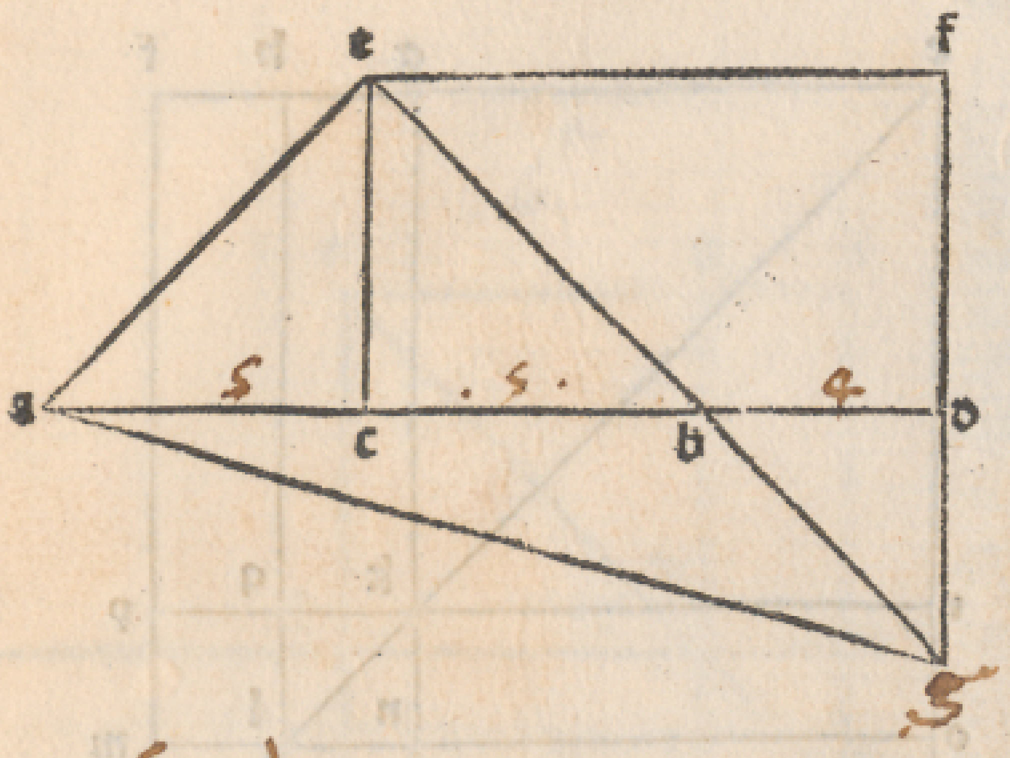
Si linea ĩ duo equalia duoqꝫ inequalia diuiditur:q̃ fiũt ex ductu inequaliũ sectionũ in seipsam pariter accepta: duplũ sũt vtriusqꝫ pariter acceptis.q̃ qđẽ ex dimidia.eaqꝫ q̃ vtriqꝫ sectioni interiacet quadratis describuntur.

¶Sit linea.a.b.diuisa per equalia.in.c.⁊ per inequalia.in.d.Dico ꝙ quadratum.a.d.⁊ quadratũ.d.b.simul iuncta: dupla sunt quadrato.a.c. ⁊ quadrato.c.d.simul iunctis.¶Super lineã:a.b.erigo lineã.c.e. perpendicularẽ ⁊ eq̃/lem vtriqꝫ eaꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c.b.⁊ produco.e.a.⁊.e.b.eritqꝫ p.32.primi vterqꝫ angulorum.a.⁊.b.⁊ vterqꝫ anguloꝝ partialium qui sunt ad.e.medietas recti.totꝰqꝫ e.rectus.⁊ produco.d.f.equidistantẽ.c.e.⁊ perpendicularem super lineaꝫ.a.b.erit qꝫ vterqꝫ angulorum.d.rectus:⁊ angulus.d.f.b.medietas recti per.32.primi:si/ue per secũdã partẽ.29.primi:quare per.6.primi.d.f.⁊.d.b.sunt equalia.a puncto f.duco.f.g.equidistantẽ.a.b.eritqꝫ per secũdã ptẽ.29.primi: vterqꝫ angulorum.g rectus.⁊ angulus.e.f.g.medietas recti quare ꝑ sextã eiusdẽ latera.e.g. ⁊.g.f. sunt equalia:⁊ quia per penult.eiusdem quadratum:e.f.est equale quadrato.e.g.⁊ q̃/drato.g.f.ipsum erit duplum ad quadratum.g.f.quare ad quadratũ.c.d.¶Itẽqꝫ per eandem quadratum.e.a.est equale quadrato.a.c.⁊ quadrato .c.e. ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.⁊ quia quadratum.a.f.est equale quadrato.e. f.⁊.a.e per eandem ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.⁊ ad quadratum.c.d.sed qua/dratum.a.f.est iterum equale per eandem quadrato.a.d.⁊ quadrato.d.f.ergo q̃/dratum.a.d.⁊ quadratum .d.f dupla sunt ad quadratum.a.c.⁊ ad quadratum c.d.⁊ quia quadratum.d.f.est equale quadrato.d.b.erũt quadrata duaꝝ linearũ.

a.d.⁊.d.b.dupla quadratis duarum linearum que sunt.a.c.⁊.c.d.qd ē ꝓpositum

Propositio .10.

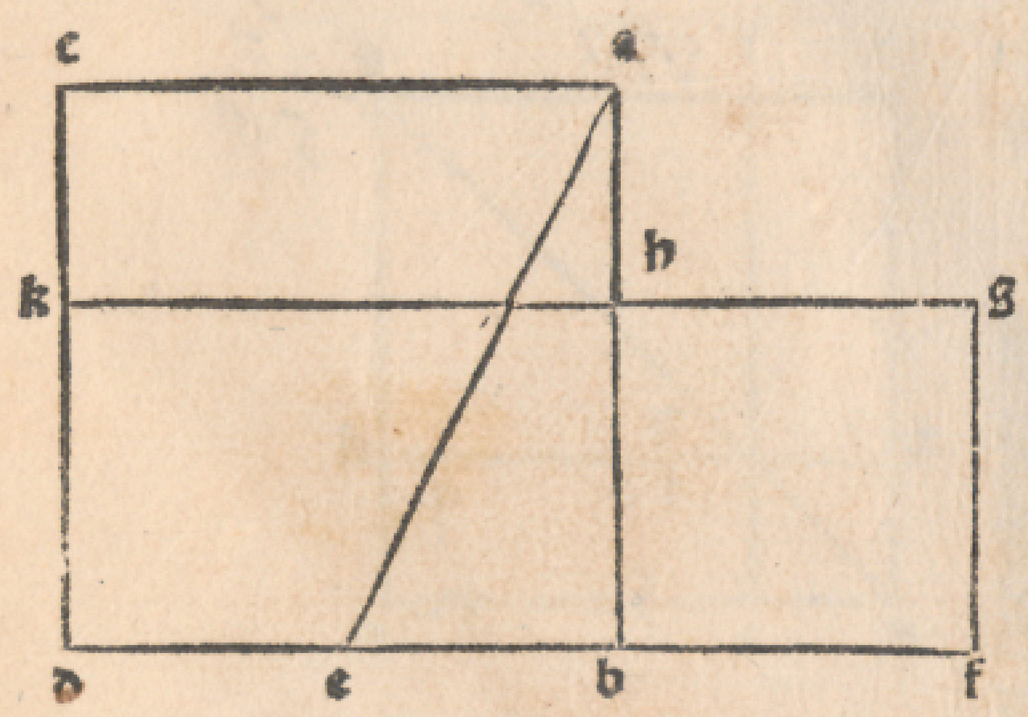
Si linea in duo equalia diuidatur: eiqȝ ī longum alia addatur: quadratum qd describitur a tota cum addita ⁊ quadratum qd ab ea que addita est. vtraqȝ quadrata pariter accepta. ei quadrato qd a dimidia. eiqȝ qd ab ea producitur q̄ ex dimidia adiectaqȝ consistit vtrisqȝ quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



¶Sit linea.a.b.diuisa per equalia in.c.⁊ addita sibi linea.b.d.dico ꝙ duo quadrata duarum linearum.a.d.⁊.b.d.pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum.a.c.⁊.c.d.pariter acceptis. ¶Erigo.c.e.perpendicularem sup lineam.a.b.⁊ equalē vtriqȝ linearum.a.c.⁊.c.b.⁊ perficio triangulū.a.e.b.ductis lineis.a.e.⁊.e.b eritqȝ ut in p̄missa vterqȝ angulorū.a.⁊.b.⁊ vterqȝ eorum q̄ sunt ad.e.medietas recti p.32.primi: totusqȝ.e.ē rectus a puncto.e.produco.e.f.equalem ⁊ equidistantem.c.d.⁊ produco.f.d.⁊.e.b.quousqȝ cōcurrūt in puncto.g.⁊ ꝓduco lineam.a.g.eritqȝ per vltimam partem.29.primi: angulus.c.e.f. rectus sed angulus.c.e.b. est medietas recti. ergo angulus .b.e.f. est similiter medietas recti: ⁊ quia per.33.eiusdē.f.d.est equidistans.c.e.erit per.34.eiusdem angulus .f. rectus.ergo per.32.eiusdem.erit angulus.e.g.f.medietas recti. Itemqȝ per eandē angulus.d.b.g.similiter medietas recti: propter id quod angulus.b.d.g. est rectus ergo per.6.eiusdem duo latera.e.f.⁊.f.g.sunt equalia. Itēqȝ duo latera. d.b.⁊.d.g.sunt equalia: ergo per penultimam eiusdem quadratum.e.g.duplum est ad quadratum.e.f.quare ad quadratum.c.d. ¶Itemqȝ per eandem quadratum.a.e.duplum est ad quadratum.a.c.⁊ quia quadratum.a.g.est per eandem equale quadrato.a.e.⁊.e.g.similiter quoqȝ ⁊ quadrato. a.d.⁊.d.g. At q̄r quadratū.d.g.est equale quadrato.b.d.erūt duo quadrata duarum linearum.a.d.⁊.b.d.pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum.a.c. ⁊.c.d. pariter acceptis qd est propositum: hec autem ⁊ omnes premisse veritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11

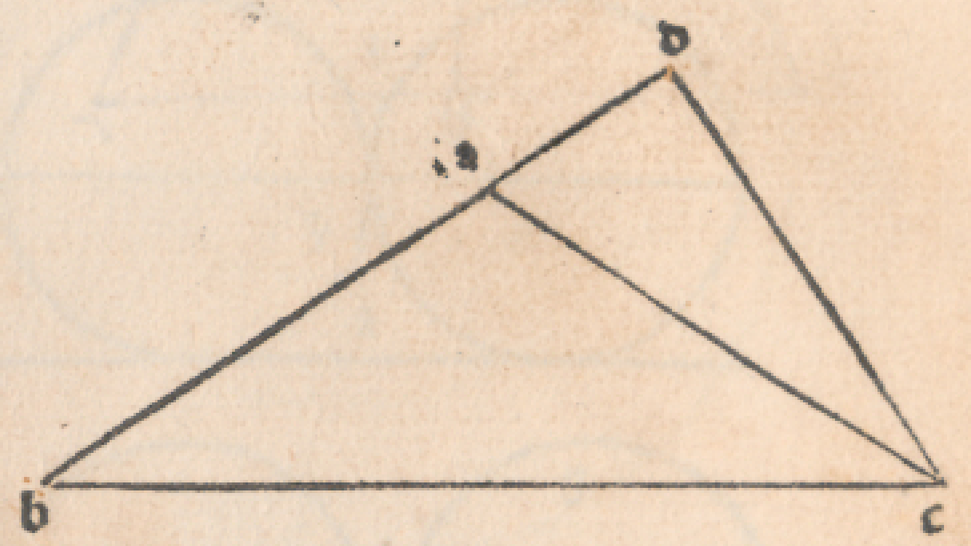
Datam lineam sic secare. vt qd sub tota ⁊ vna portione rectangulum continetur: equum sit ei qd fit ex reliqua sectione quadratū.



¶Sit linea data.a.b.q̄ȝ volumus sic diuidere: vt qd ex tota ⁊ eius minore producitur equum sit quadrato maiori. ¶Describo quadratum ipsius qd sit.a.b.c.d.⁊ latus. b.d.diuido per equalia in.e.⁊ produco.a. e.et e.b.produco vsqȝ ad.f.ita quod .e.f.sit equalis.a.e.⁊ ex.b.f. portione extrinseca: describo quadratum quod ex latere.a.b.resecat portionem equalem.b.f. que sit . b.h .⁊ quadratum descriptum sit. b.f.h.g. Dico ꝙ: a.b. sic est diuisa in puncto.h.qd illud qd fit ex tota.a.b.in eius portionem.h.a.est equale quadrato b.h.ꝓduco.g.h.vsqȝ ad.k.que erit equidistans.a.c.q̄r ergo linea .d.b. diuisa est per equalia in.e.⁊ est sibi addita linea.b.f.erit per.6.huius qd fit ex.d.f.in.b.f.cū quadrato.e.b.equale quadrato.e.f.quare ⁊ quadrato.e.a. Quare ꝑ penultimam

primi:quadratis duaꝝ linearum.e.b.ꝛ.b.a.ergo dempto ab vtrisq; quadrato li/
nee.c.b.erit qđ fit ex.d.f.in.b.f.ꝛ ipsū est superficies.d.g.equale quadrato linee
a.b.ergo dempto ab vtrisq; paralelogramo.b.d.erit quadratū.b.f.equale palello
gramo.b.c.ꝛ quia quadratum.b.f.est quadratum linee.b.b.ꝛ palellogramū.b.c.
producitur ex.c.a.que est equalis.a.b.in.a.b.patet factum esse propositū. ¶Ad
hoc autē faciendum in numeris non labores:quia impossibile est numerum sic di/
uidi:vt hic vndecima proponit sicut scies sexti.29.te docente.

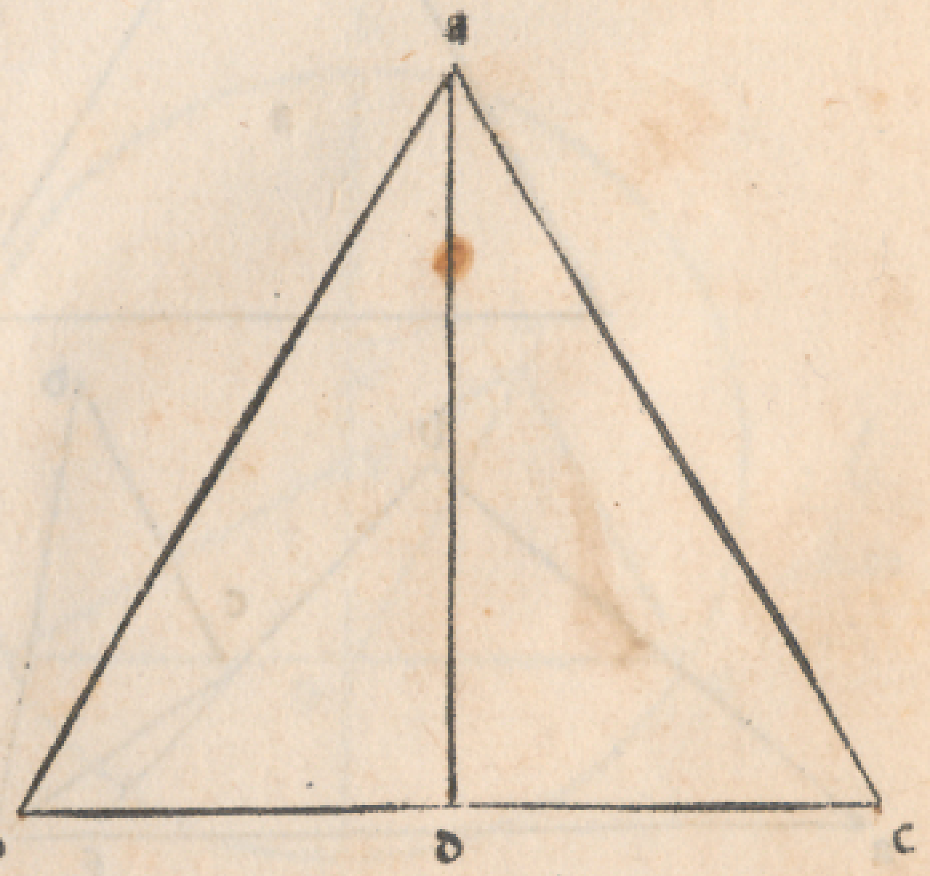
Propositio .12.



IN his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subtendit angulum:ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulum amplius potest.quātū est qđ cōtinet bis sub vno eoꝝ:atq; ea que sibi directe iūcta ad obtusum angulū a ꝑpēdiculari extra deprehendit.

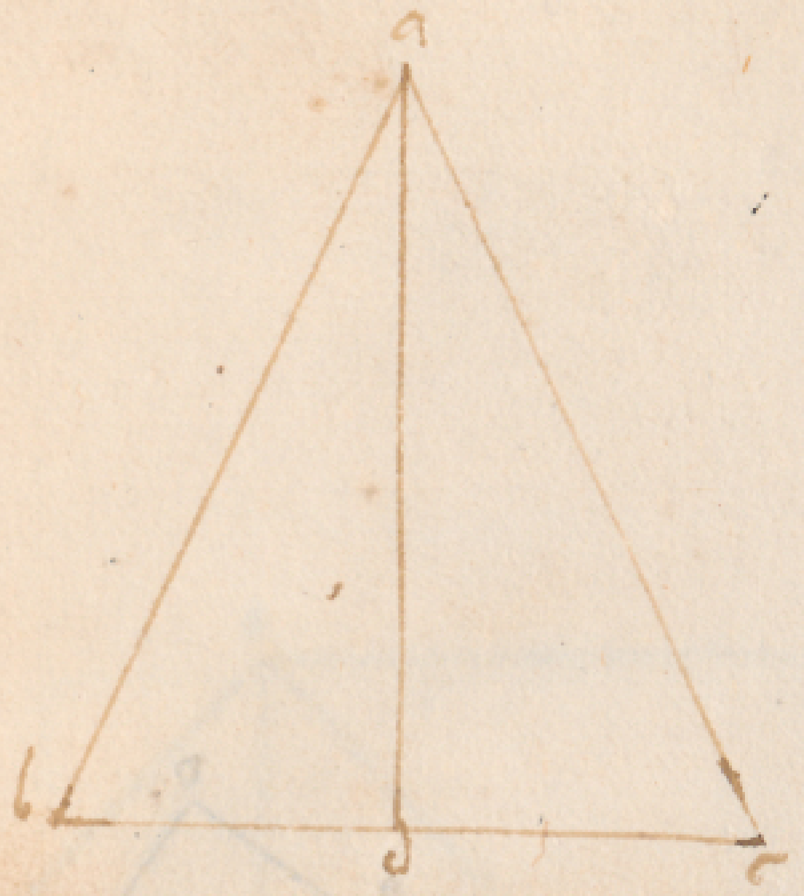
¶Sit triangulus.a.b.c.habens angulum.a.obtusum.a puncto.c.ducat linea ꝑ/
pendicularis ad lineā.b.a.que necessario cadet extra triangulū.a.b.c. alioqn an/
gulus obtusus esset rectus aut minor recto p.16.primi:sit ergo.c.d. perpendicula
ris super lineam.a.b. productam vsq; ad.d. Dico q quadratum lateris.b.c.qđ
subtenditur angulo obtuso tanto maius est duabus quadratis duarum linearum
a.b.ꝛ.a.c.ambientibus ipsum angulum obtusum.quantum est illud qđ fit ex.b.
a.in.a.d.bis: potentia eni linee respectu q̄drati sui est.vnde tm̄ dicit posse linea
quelibet quantū in se ducta producit.Erit eni p.4.hui⁹ q̄dratū.b.d.equale duo/
bus quadratis duarum linearum.b.a.ꝛ.a.d.ꝛ duplo eius qđ fit ex.b.a.in.a. d.et
quia quadratum.b.c.per penultimam primi est equale quadrato.b.d.ꝛ quadrato
d.c.ipsum erit equale quadratis trium linearum.b.a.a.d. ꝛ.d.c. ꝛ duplo eius qđ
fit ex.b.a.i.a.d.sed ꝑ eandē quadratū.a.c.ē equale quadratis.a.d. ꝛ.d.c.ergo q̄/
dratum.b.c.est equale quadratis duarum linearum.b.a.ꝛ.c.a.ꝛ duplo eius qđ fit
ex.b.a.in.a.d.quare.b.c.tanto amplius potest duabus lineis.b.a.a.c. quantum
est duplū eius.qđ fit ex.b.a.in.a.d. Jam enim diximus q tantū dicitur posse li/
nea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum.

Propositio .13.



OMnis oxigonij tanto ea que acutum respicit angulū ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest:quātum est qđ bis continetur sub vno eorum cui ꝑpendicularis intra superstat:eaq; sui parte:que perpendiculari anguloq; acuto interiacet.

¶Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxi/
gonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangu/
lo siue fiat orthogonius siue ambligoni⁹ siue oxigonius. ¶Sit ergo in triangulo
a.b.c.quicūq; triangulus fuerit.angulus.c.acutus qui si fuerit oxigonius ducatur
ꝑpendicularis ab vtroq; anguloꝝ.a.vel.b.ad vtrāq; basim.b.c.vel.a.c.quia cum
sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum.Si autem sit ambligo/
nius aut orthogonius ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad la
tus oppositū quā manifestū est cadere intra triangulū:ꝛ ut simpliciter dicam cum
in omni triangulo sunt duo acuti anguli necessario erit alter reliquoꝝ angulorū.
qui sunt.a.ꝛ.b.acutus.Ducam igitur perpendicularē ad lineam illam que duobus

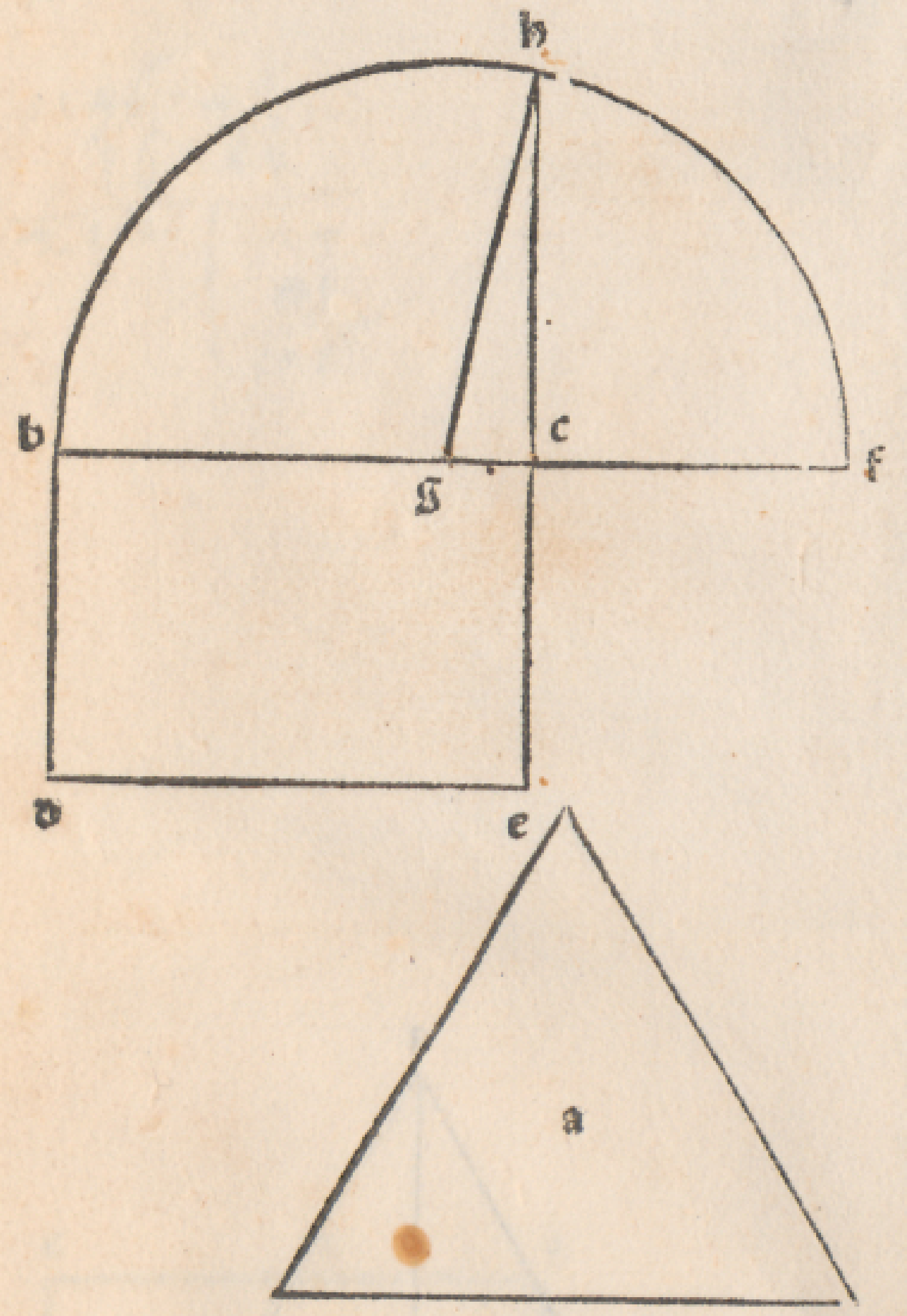


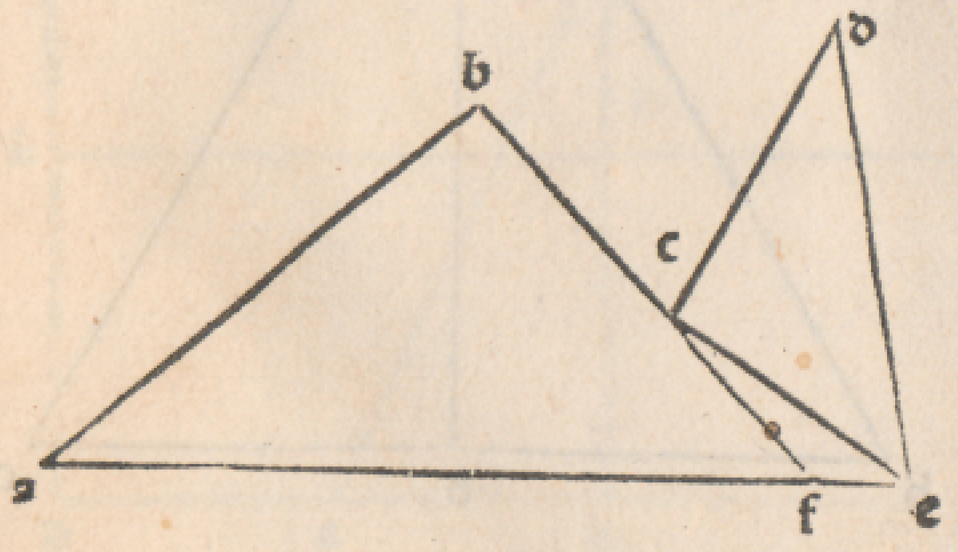
acutis interiacet. Sit ergo vt trianguli.a.b.c.angulus.b.etiã sit acutus ducã :ergo ad b.c.ꝑpẽdicularẽ q̃ sit.a.d.que vt dictũ est cadet intra triangulũ.dico itaq; ꝙ q̃dratum.a.b.qd̓ subtendit̃ angulo acuto.c.tanto minus est duobus quadratis duarum linearũ.a.c.⁊.c.b.quãtũ duplũ eius qd̓ fit ex.b.c.in.d.c. ¶Vel dico ꝙ quadratum.a.c.qd̓ etiam subtenditur angulo.b.quẽ posuimus acutum quicquid fuerit de angulo.a.tanto minus est duobus quadratis duarum linearum.a.b.⁊.b.c.quãtũ est duplum eius qd̓ fit ex.c.b.in.b.d. Erit enim per.7.huius quadratũ .b.c cum quadrato.d.c.equale ei quod fit ex.b.c.in.d.c.bis ⁊ quadrato alterius ꝑtis sc;.b.d.quare addito vtriq; quadrato.a.d.erit quadratũ.b.c.cũ quadratis duarũ linearum.a.d.⁊.d.c.equale quadratis duarum linearum.a.d.⁊.d.b.⁊ duplo eius quod fit ex.c.b.in.c.d. At quia per penultimam primi quadratum.a.c.est equale quadratis duarum linearũ.a.d.⁊.d.c.erit quadratum.b.c.cum quadrato .a.c.equale quadratis duarum linearum.a.d.⁊.b.d.⁊ duplo eius quod fit ex.b.c.i.c.d. sed per eandem penultimam primi quadratũ.a.b.equũ est quadratis duarum linearum.a.d.⁊.b.d.ergo quadratum b.c.cum quadrato.a.c.equum est quadrato a.b.⁊ duplo eius qd̓ fit ex.b.c.i.c.d.quare tanto minꝰ potest.a.b.duobus luteribꝰ b.c.⁊.a.c.quantũ est duplum eius quod fit ex.b.c.in.c.d.quod est propositũ. Simili modo probabis latus.a.c.qd̓ subtenditur angulo.b.acuto posse tanto minꝰ duobus lateribus:a.b.⁊.b.c.quantum est duplum eius :quod fit ex.c. b.in. b.d. ¶Notãdũ aũt per hanc ⁊ precedentẽ ⁊ penultimam primi: ꝙ cognitis lateribus omnis trianguli cognoscit̃ area ipsius ⁊ auxiliantibus tabulis de corda ⁊ arcu cognoscitur omnis eius angulus.

Propositio .14.

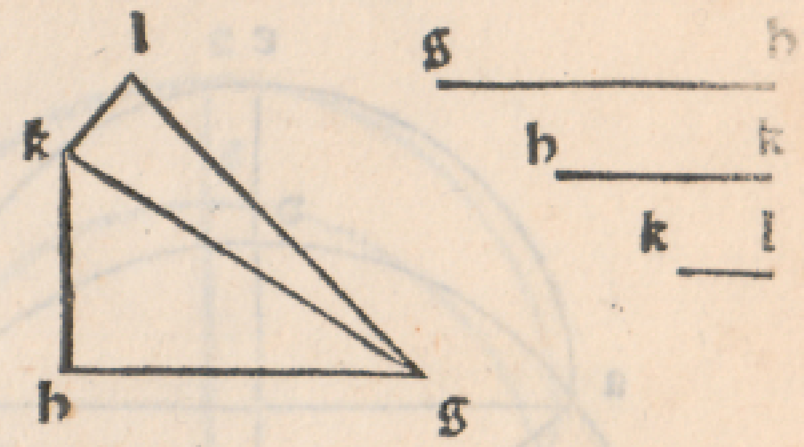
Dato trigono equum quadratum describere.

¶Sit datus trigonus.a cui nos volumus equum quadratũ describere. Designabo superficiẽ equidistantium laterum ⁊ rectorum angulorum equalem trigono dato ẜm quod docet.42.primi:sitq; superficies illa.b.c.d.e.cuius si latera fuerint equalia habemus qd̓ querimꝰ. ipsa enĩ erit q̃drata.ꝑ diffinitionẽ Si aũt latera sint ineq̃lia tũc adiũgã minꝰ ipsorum laterũ maiori ẜm rectitudinẽ.sitq; linea.c.f.equalis minori duorũ laterũ qd̓ ẽ c.e.adiuncta maiori quod est.b.c.ẜm rectitudinẽ. Totam.b.f.diuidam per equalia in pũcto.g.⁊ facto.g.cẽtro suꝑ lineã.b.f.ẜm quãtitatẽ linee.g.b. describam semicirculũ.b.h.f.⁊ latus.e.c.ꝓducã vsquequo secet circũferentiã in puncto.h.dico ꝙ quadratũ linee.c.h.est equale trigono dato. Producã lineã.g.h.⁊ q2 linea .b.f. diuisa ẽ ꝑ equalia in.g. ⁊ ꝑ inequalia in.c.erit ꝑ.5.huiꝰ qd̓ fit ex ductu.b.c.i.c.f.cũ q̃drato.c. g.equale q̃drato .g.f.quare ⁊ quadrato.g.h.quare per penultimã primi ⁊ duobus quadratis duarũ linearũ.g.c.⁊.c.h.ergo dempto vtriq; quadrato.c.g erit qd̓ fit ex.b.c.in.c.f.qd̓ est equale superficiei.b.e.eo ꝙ.c.f.ẽ equale.c.e. equale quadrato linee.c.h.quare quadratũ linee.c.h.ẽ equale trigono.a.qd̓ ẽ propositũ: ¶Et nota ꝙ ꝑ hoc inuenit̃ latꝰ tetragonicũ cuiuslib; altera ꝑte lõgioris ⁊ simpliciter omnis figure rectis lineis cõtente quecũq; fuerit.qm̃ omnẽ figurã talẽ in triangulos resoluemꝰ ⁊ cuiuslib; illorũ triangulorum inueniemꝰ tetragonicũ latus ẜm doctrinam istius.⁊ inueniemus per penultimam primi . lineam vnam que possit in omnia latera tetragonica inuenta.verbi gratia volo nunc inuenire latus tetragonicũ rectilinee figure irregularis .a.b.c.d.e.f.resoluo eam.in.3.triangulos qui sũt

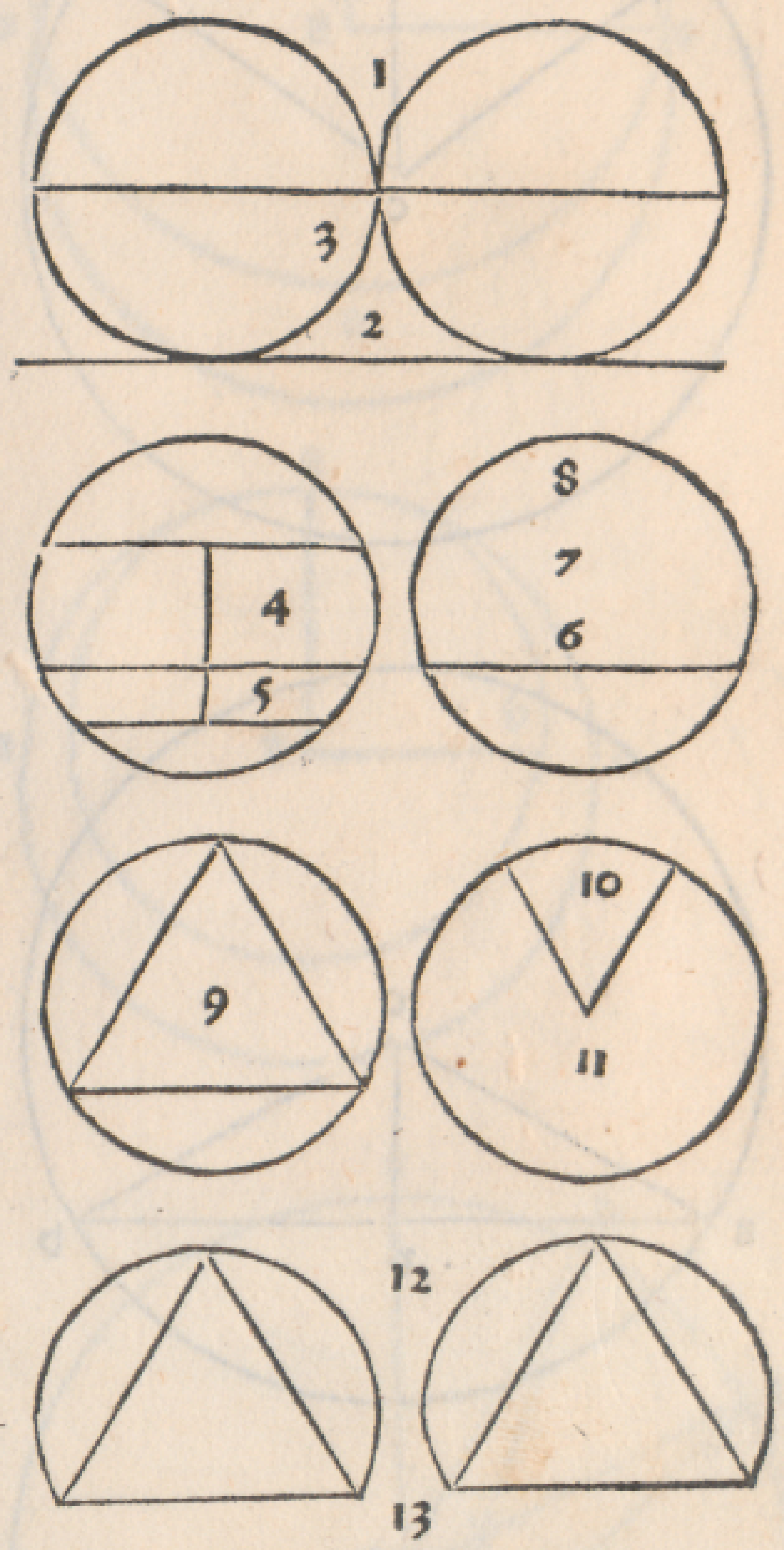




a.b.f.c.d.e.z.c.f.e. Inuenio quoqz fm doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulorum.qui sunt.g.h.h.k.z.k.l:z erigo.h.k.perpendiculariter super.g.h.z produco.g.k.eritqz per penultimã quadratum primi.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.h.z.h.k.z tertium latus.k.l.erigo perpendiculariter super lineam.g.k.z produco lineam.g.l.eritqz per penultimam primi.g.l.latus tetragonicum totius figure rectilinee proposite. Explicit liber secundus. Incipit liber tertius.



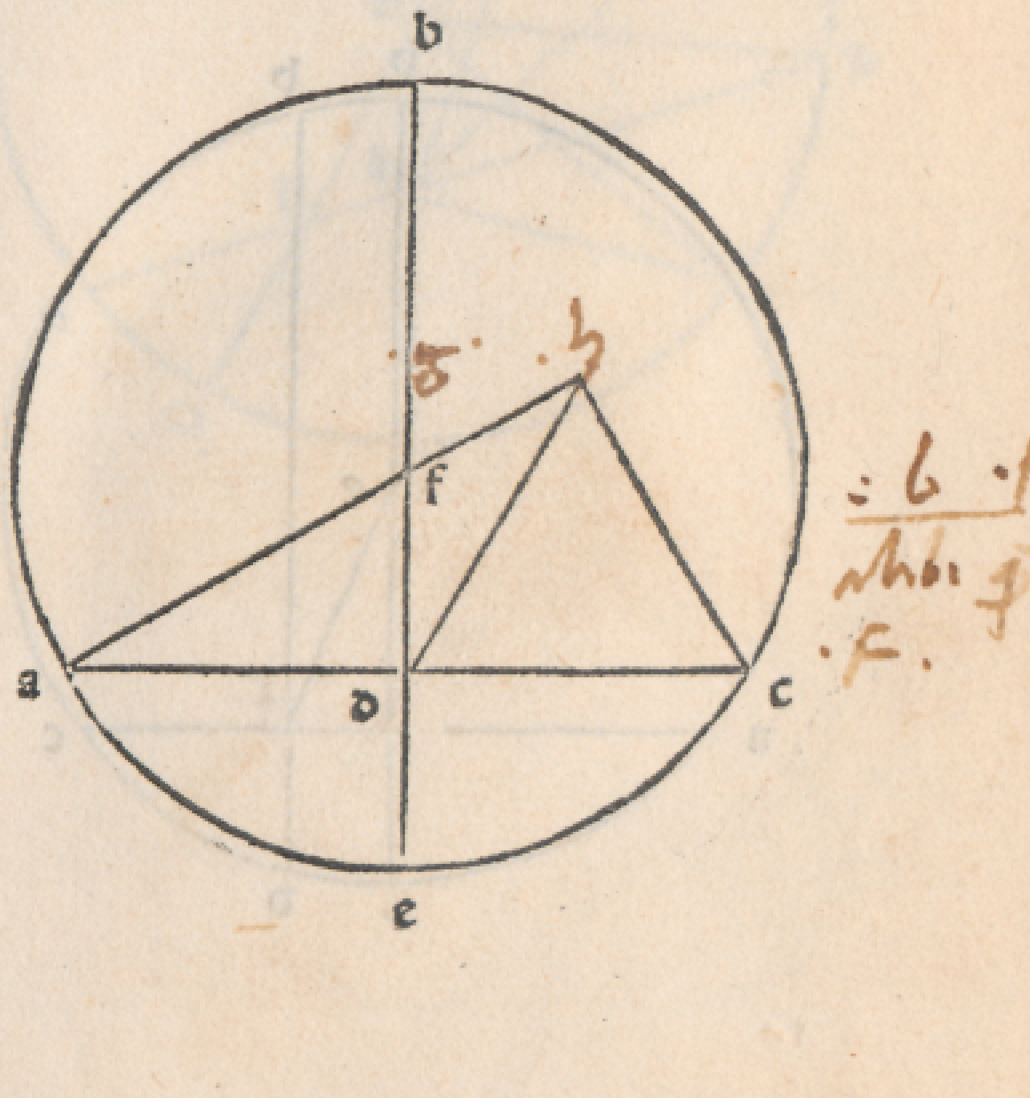
Quorum diametri sunt eq̃les.ipsos circulos eq̃les esse. Maiores aũt quorum maiores z minores quorum minores. ¶ Circulũ linea ptingere dicitur:que cũ circulũ tangat in vtraqz partẽ eiecta.circulũ non secat. ¶ Circuli sese contingere dicunt̃ qui tangentes seinuicem non secant. ¶ Recte linee in circulo equaliter distare dicũt̃ a centro.cũ a centro ad ipsas ducte perpendiculares fuerint equales. ¶ Plus vero distare a centro dicit̃.in quã ppendicularis longior cadit. ¶ Recta linea portionũ circuli cõtinẽs corda noiat̃. ¶ Portio vero circũferentie arc⁹ nũcupat̃. ¶ Angulus aũt portionis dicit̃ q̃ a corda z arcu continet̃. ¶ Supra arcũ angulus consistere dicit̃.qui a quolibet pũcto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exeuntib⁹ cõtinet̃. ¶ Sector circuli est figura q̃ sub duab⁹ a cẽtro ductis lineis z sub arcu qui ab eis cõprehendit̃ cõtinet̃. ¶ Angulus aũt qui ab eis lineis ambitur supra centrũ cõsistere dicit̃. ¶ Siles circulorum portiões dicũt̃ i quib⁹ qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicẽ sũt eq̃les. ¶ Arc⁹ quoqz similes sunt qui equos angulos predicto modo suscipiunt.

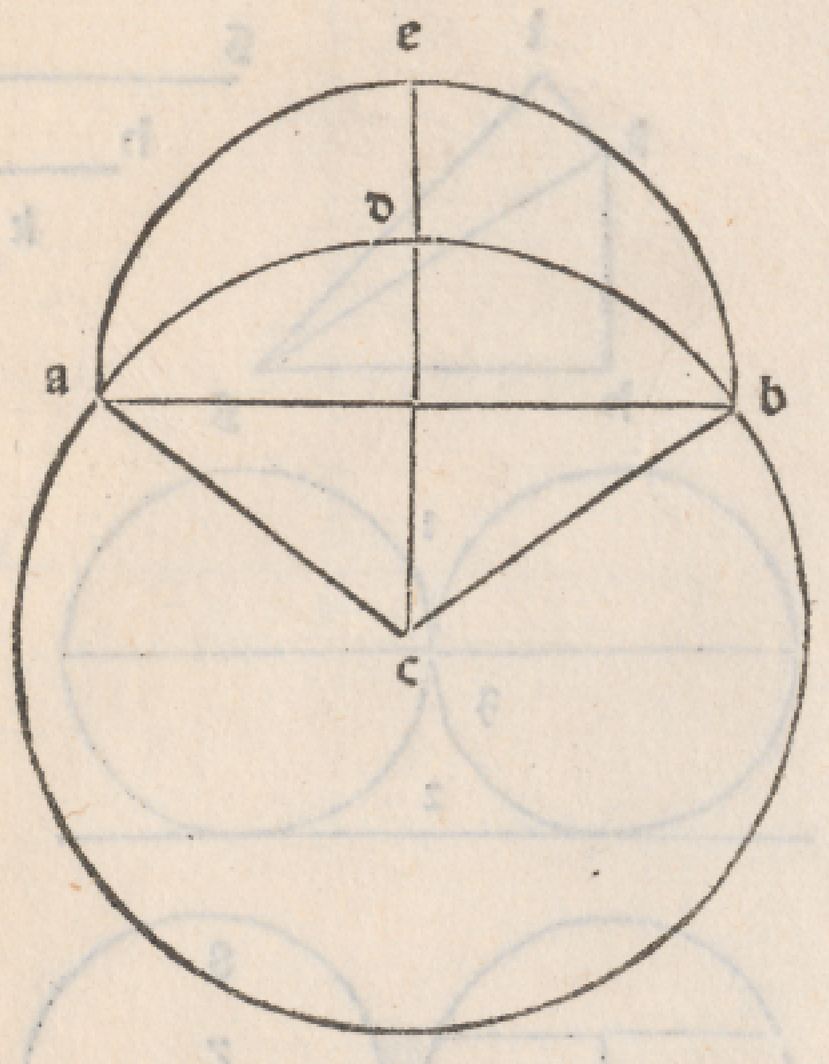


Propositio .1.

Circuli ppositi cẽtrũ inuenire. vñ manifestũ ẽ φ duab⁹ rectis lineis in eodẽ circulo apud circũferẽtiã termĩatis neutra illarum alterã per eq̃lia orthogonal'r secat nisi ipsa super centrum transierit.

¶ Sit circulus propositus.a.b.c.cuius volumus centrũ inuenire. duco in ipso circulo lineã.a.c.qualitercũqz contingat quã diuido per equalia i pũcto d.a quo duco perpendicularem ad lineã.a.c.quã applico circũferentie ex vtraqz parte.sitqz.e.d.b.quã rursus diuido p eq̃lia in pũcto.f.quẽ dico esse centrũ circuli. Si eni nõ ẽ:erit aũt alibi aut i linea.e.b.aut extra. In linea.e.b.nõ: si eni fuerit i ea vt i puncto.g.erit linea.e.f.maior linea.e.g.ps videlz toto qd̃ est ipossibile. Qd̃ si fuerit extra lineã.e.b.ut in pũcto.h.ducant̃ linee.h.a.h.d.h.c.z qr latera.h.d.z d.a.trianguli.h.d.a.sũt eq̃lia laterib⁹.h.d.z.d.c.trianguli.h.d.c.z basis.h.a.basi.h.c.erit p.8.primi angul⁹.a.d.h.eq̃lis angulo.c.d.h.q̃re vterqz rect⁹ z qr angulus.a.d.b.fuit etiã rect⁹ erit.a.d.h.eq̃lis.a.d.b.p.3.petitione pmi ps videlicet toti qd̃ ẽ ipossibile.nõ ẽ ergo cẽtrũ dati circuli alicubi quã i pũcto.f.qd̃ ẽ propositũ.

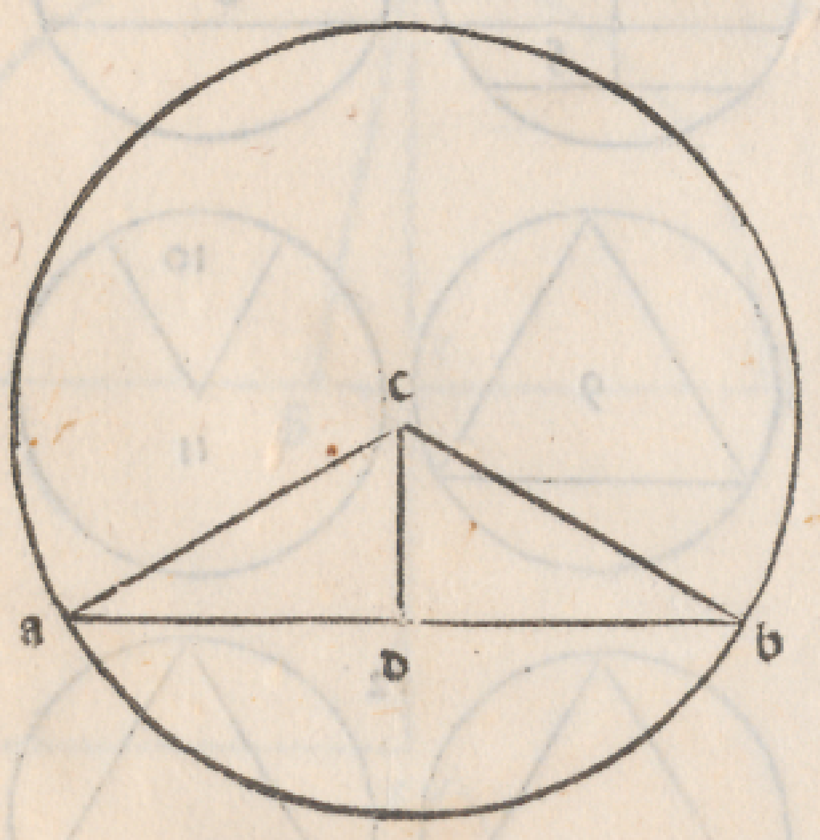




Propositio .2.

SUper circuli circũferentiam duobus punctis signatis.li/neam rectam ductam ab altero ad alterum.circulum seca re necesse est.

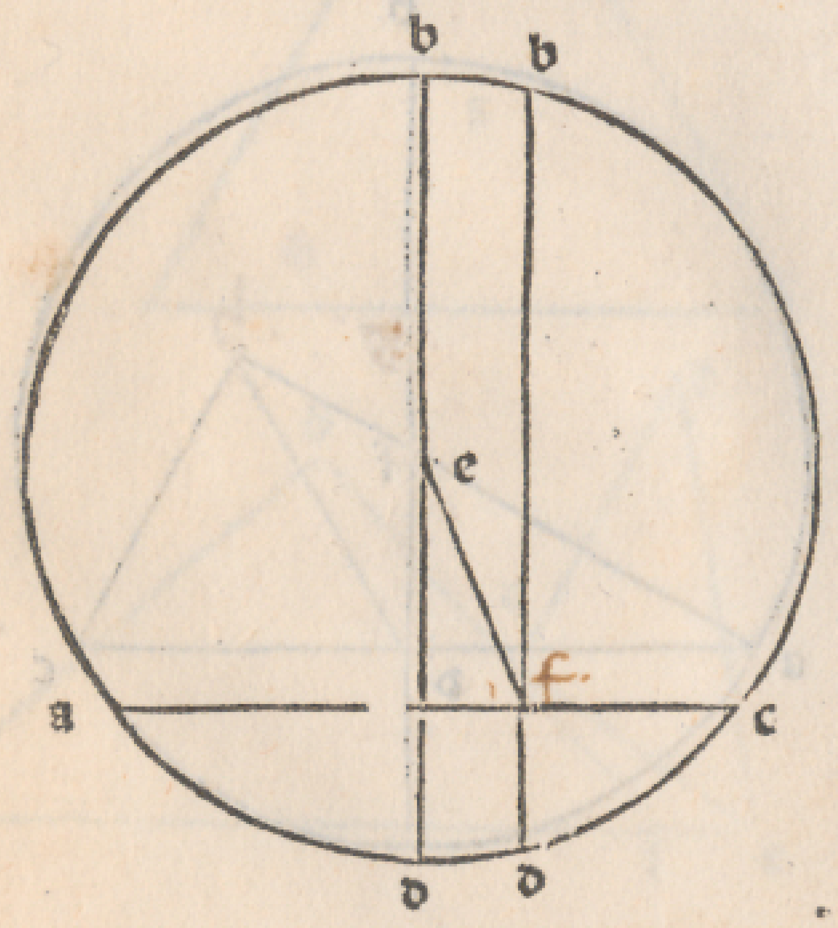
❡Sit vt in circũferentia circuli.a.b.cuius centruꝫ sit.c.signata sint duo puncta que sunt.a.⁊.b.dico ꝙ linea recta coniũgens vnũ cum cum altero secabit circulum.Alioquin cadet extra circulum:sitqꝫ.a.e.b.linea recta si possibile est:producã lineas.c.a.⁊.c.b.erũtqꝫ per.5.primi:angulus.c.a.b.⁊.c.b.a.equales:protraham itẽ lineã.c.e.que secet circũferentiam in puncto.d. eritqꝫ per.16.primi:angulus.a.e.c.maior angulo.c.b.e.quare maior angulo.c.a.e. quare per.18.eiusdem latus.a.c.maius latere.c.e.⁊ quia.c.d.est equalis.c.a.erit.c.d maior.c.e.pars toto quod est impossibile:quia ergo linea coniungens duo pũcta a.b.non transibit extra circulum secabit ipsum quod est propositum.



Propositio .3.

SI lineam intra circulum preter centrum collocatam.alia a centro veniens per equa secet.orthogonaliter sup eam insistere.⁊ si in eam orthogonaliter steterit.eam ꝑ equa/lia diuidere necesse est.

❡Sit vt lineam.a.b.collocatã intra circulum.a.b.cuius centrum sit c.linea.c.d.veniẽs a cẽtro diuidat ꝑ eq̃lia:dico ꝙ diuidit eam orthogonaliter.⁊ e conuerso videlicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia:producã lineas.c.a.⁊.c.b.⁊ ponã primo ꝙ diuidat eã per eq̃lia:erũt ergo duo latera.c.d.⁊.d.a.trianguli.c.d.a.equalia duobus lateribus.c.d.⁊.d.b.trianguli.c.d.b.⁊ ba/sis.c.a.basi.c.b.ergo per.8.primi:angulus.d.vnius est equalis angulo.d.alterius quare vterqꝫ rectus:quare.c.d.est perpendicularis super.a.b.qđ est propositum. ❡Ponam iterum ꝙ.c.d.sit perpendicularis super.a.b.⁊ ostendam ꝙ ipsa diui/dit.a.b.per equalia erit enim ꝑpter hanc positionẽ vterqꝫ angulorꝝ qui sunt ad.d rectus quare vnus equalis alteri. At qꝛ ꝑ.5.primi angulus.c.a.d.est equalis an/gulo.c.b.d.⁊ latus.c.a.eq̃le lateri.c.b.per.26.primi:eiusdem erit linea.a.d.equa/lis linee.d.b.quod est propositum.



Propositio .4.

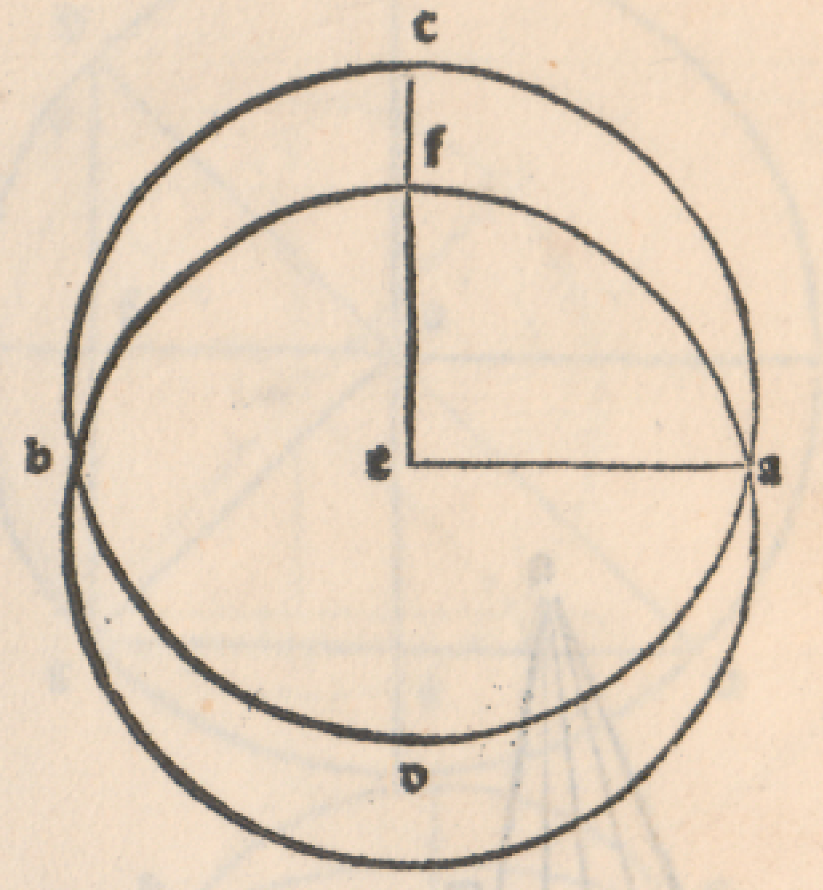
SI intra circulum due linee se inuicem secent.⁊ super cen/trũ non transeant.nõ per equalia eas secari necesse est.

❡Sit vt in circulo.a.b.c.d.cuius centrũ sit.e.due linee.a.c.⁊.b.d.se cent se in pũcto.f.⁊ vtraqꝫ earꝝ vel altera non trãseat per centꝝ.dico ꝙ ipse nõ diuidunt sese ꝑ equalia:ita ꝙ vtraqꝫ ꝑ equalia diuidat̃ ab altera.❡Qđ si fuerit hoc possibile:ponat̃ ⁊ sic primo vt neutra trãseat ꝑ centrum a centro.e.producã lineã.e.f.eritqꝫ ꝑ primã premisse vnusquisqꝫ.4.angulorꝝ qui sunt.a.f.e.e.f.c.b.f.c.⁊.c.f.d.rectus qđ ẽ impossibile:sic eni rectus esset minor recto. ❡Sit igit̃ vt altera earꝝ trãseat ꝑ centꝝ ⁊ altera nõ:sitqꝫ.b.d.trãsiens per centrum adhuc dico ꝙ nõ diuidunt sese per equalia:qđ si sic.tunc ꝑ primã ptẽ premisse:cũ b.d.ducta a centro diuidat.a.c.per equalia diuidat eã orthogonaliter.quare etiã a.c.diuidet.b.d.orthogonaliter:⁊ qꝛ diuidit.a.c.ipsã.b.d.ꝑ eq̃lia vt ponit aduer sarius:ipsa transibit per centrum ꝑ er correlarium prime huius:quare ambe tran/seunt per centrum quod est contra ypothesim.

Propositio .5.

Circulorum se inuicem secantium centra diuersa esse.

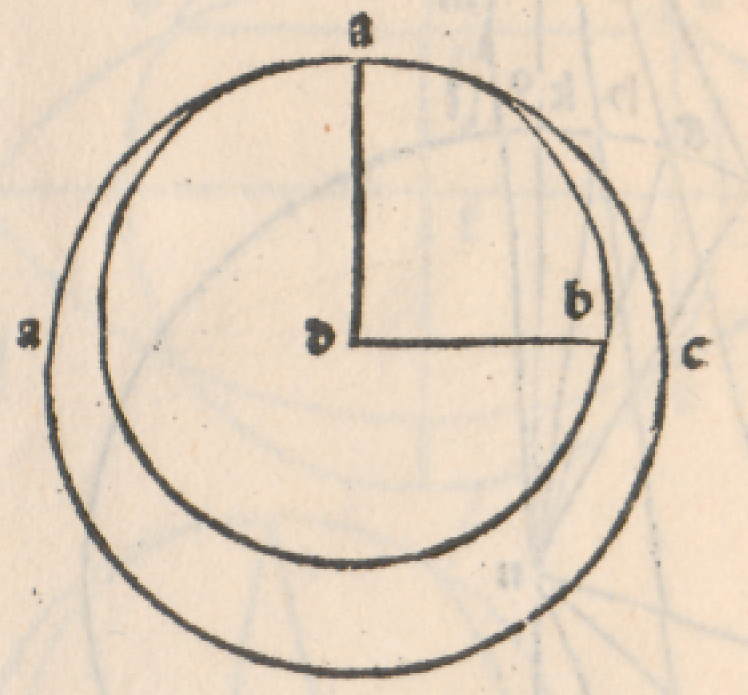
¶ Sint duo circuli .a.c.b.a.d.b. secantes se super duo puncta .a.⁊.b Dico ꝙ eorum sunt diuersa centra. ¶ Si enim haberēt idem cētrum ipsū erit per diffinitionē in portione vtriqꝫ circulo cōmuni: sitqꝫ illud e.⁊ ducantur linee .e.a.⁊.e.f.c. eruntqꝫ p̄ diffinitionē due linee .e.a.⁊ e.f. equales. ¶ Itemqꝫ per diffinitionem due linee .e.a.⁊.e .c. equales: quare e.f. est equalis .e.c. cum vtraqꝫ earum sit equalis .e.a. pars videlicet toti qd̄ est impossibile.



Propositio .6.

Circulorum se se contingentium nō idem centrum esse necesse est.

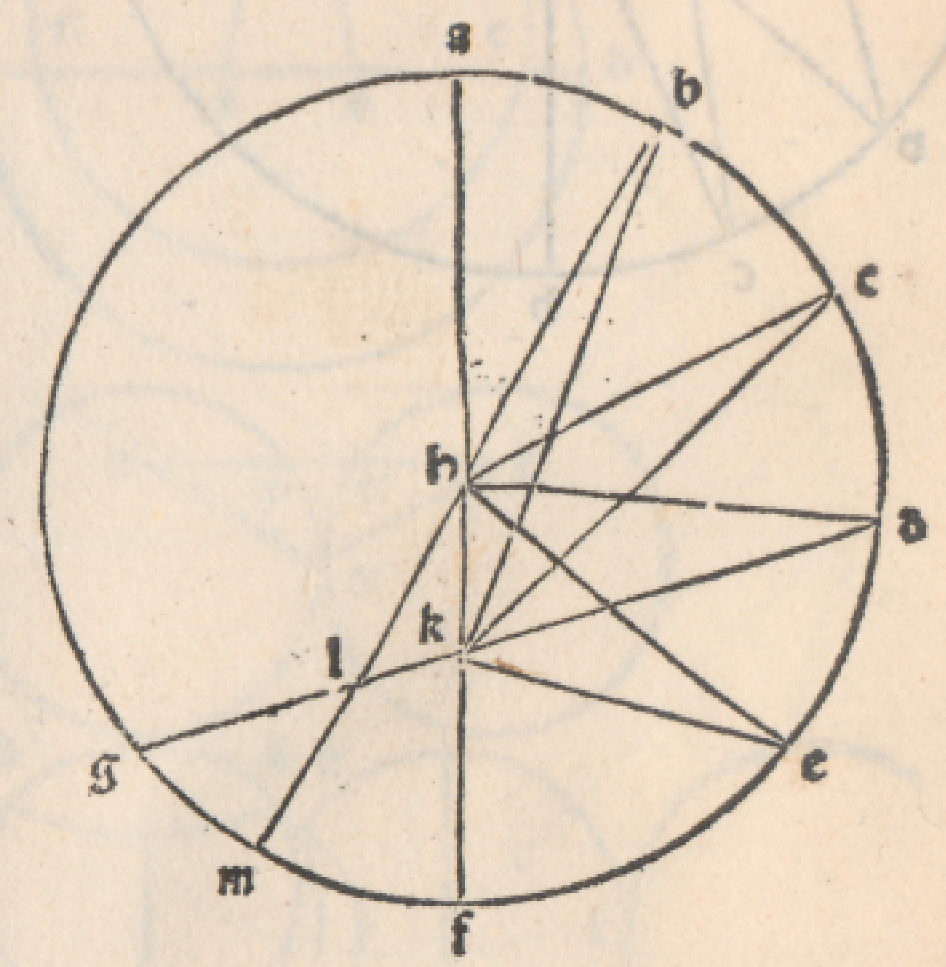
¶ Sint duo circuli .a.b.⁊.a.c. contingentes se in puncto .a. Dico ꝙ eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idem centrum erit p̄ diffinitionem inter minorem eoꝝ cum minor positus fuerit itra maiorem: sitqꝫ ipsum .d.⁊ ducantur linee .d.a.⁊.d.b.c. eritqꝫ per diffinionem vtraqꝫ duarum linearum .d.b.⁊.d.c. equalis .a.d. qd̄ est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra quorum scꝫ *vnus est extra alterū*: manifestum est per diffinitionem centri qd̄ ipsi *non habent idem centrum*.



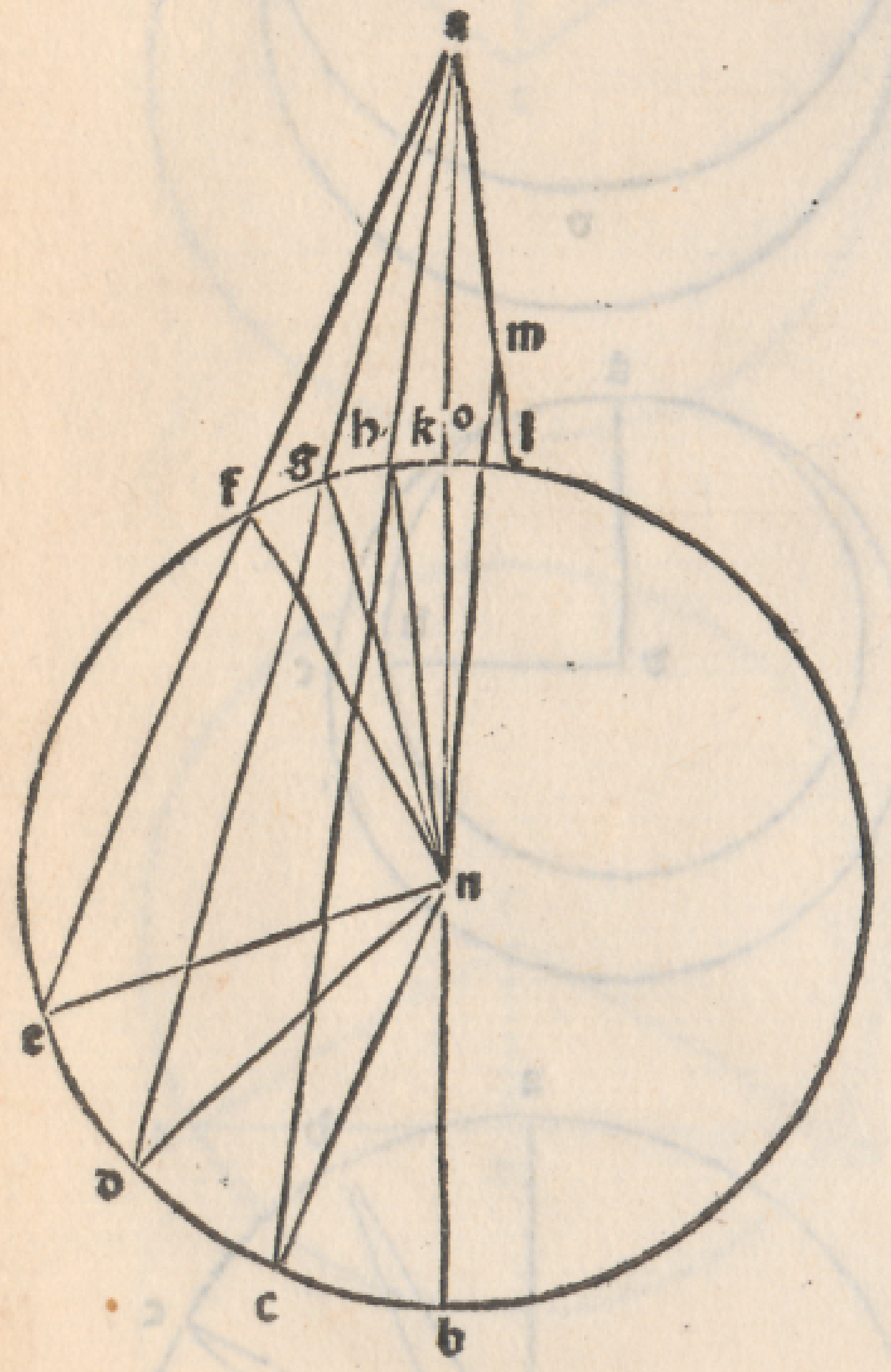
Propositio .7.

Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur: ⁊ ab eo ad circūferentiam linee plurime ducātur: que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero dyametrum perficiet omnium erit breuissima. que autem centro proxime ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tanto breuiores esse conueniet. ¶ Duas quoqꝫ equidistātes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.

¶ Sit vt in diametro .a.f. circuli .a.b.c. cuius centrum sit .h. sit signatus punctus k. preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt .k.a.k.b.k.c.k.d.k.e.k.f.k.g. ad circumferentiam: ⁊ transeat .a.k. per centrum .h.⁊.k.f. sit complemētum dyametri: sitqꝫ vt .k.e.⁊.k.g. equidistent a.k.f. hoc est dicere vt angulus .e.k.f. sit equalis angulo .f.k.g. dico ꝙ .k.a. est omnium longissima .⁊.k.f. omnium breuissima: alie vero tanto lōgiores quāto cētro ꝓpinquiores: vt .k.b. est longior. k.c.⁊ k.c. est longior. k.d.⁊.k.d. longior. k.e.⁊. k. e.⁊.k.g. sunt equales: quia enim in triangulo .b.k.h. duo latera .b.h.⁊.h.k. per .20. primi: sunt maiora latere .b. k .et ipsa sunt equalia linee .a.k. erit .a.k. maior b.k. ⁊ eadem ratione maior omnibus alijs ⁊ hoc est primum. ¶ Itemqꝫ quia in triangulo .e.h.k. duo latera .h.k. et. k. e. per eandem sunt maiora latere .h.e. quod est equale linee .h.f. ipsa erūt maiora linea .h.f. ergo dempta communi linea que est .h.k. remanebit .k.e. maior k.f. eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa ⁊ hoc est secundum. ¶ Itēqꝫ qꝛ duo latera .b.h.⁊.h.k. trianguli .b.h.k. sunt equalia duob⁹ laterib⁹ .c.h.⁊.h.k



trianguli.c.b.k.ꝛ angulus.b.b.k.ē maioꝛ angulo.c.b.k. erit p.24.pꝛimi basis .b. k.maioꝛ basi.k.c.eadē rōne.k.c.maioꝛ erit.k.d.ꝛ.k.d.maioꝛ.k.e. ꝛ hoc ē tertium ¶ Qꝺ si due linee.k.g.ꝛ.k.e.nō sunt equales erit altera maioꝛ:sitqꝫ.k.g. de q̄ su/ mam.k.l.equalem.k.c.ꝛ producā.b.l.quousqꝫ secet circūferentiam in puncto.m. ꝛ qꝛ per ypothesim angulus.g.k.f.ē equalis angulo.f.k.e.erit per.13.pꝛimi:angu lus.l.k.b.equalis angulo.e.k.b.ꝛ duo latera.l.k.ꝛ.k.b.trianguli.l.k.b. sūt equa lia duobus laterib⁹.e.k.ꝛ.k.b.trianguli.e.k.b.ergo p.4.pꝛimi basis.b.l. est equa lis basi.b.e.ꝛ qꝛ.b.m.est equalis.b.e.erit.b.m.equalis.b.l.qꝺ ē impossibile.sunt ergo due linee.k.g.ꝛ.k.e.equales qꝺ est nostrū propositum.quartum



Propositio .8.

Si extra circulum puncto signato ab eo ad circumferenti/ am linee plurime ducantur circulum secando.que super centrum transierit omnium erit longissima. ¶ Centro au tem propinquiores ceteris remotioribus lōgiores. ¶ Li nee vero partiales ad circūferentiaꝫ extrinsecus applica te:ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiqꝫ propinquiores remotioribus breuiores. ¶ Due vero que linee breuissime vtrūqꝫ eque propinquāt equales sunt.

¶ Sit vt in puncto.a.assignato extra circulū.b.c.d.cuius centrum sit.n. ducātur plurime linee ad circūferentiam secando circulum que sint.a.k.n.b.a.b.c.a.g.d. ꝛ.a.f.e.Dico ꝙ.a.b.transiens per centrum omniū erit longissima.ꝛ ꝙ.a.c.ē ma/ ioꝛ.a.d.ꝛ.a.d.maioꝛ.a.c.ꝛ ꝙ.a.k.ē omniū breuissima extrinsecaꝝ: ꝛ ꝙ.a.h. est minoꝛ.a.g.ꝛ.a.g.minoꝛ.a.f.ꝛ dico ꝙ si ducatur.a.l.ita ꝙ ipsa ꝛ. a.b. equalit̄ di/ stent ab.a.k.hoc est ꝙ angulus.k.a.b.sit equalis angulo.l.a.k.ipse erūt equales ¶ Producā eni a cētro.n.lineas.n.c.n.d.n.c.n.f.n.g.ꝛ n.b.erūtqꝫ per.20.pꝛimi duo latera.a.n.ꝛ.n.c.trianguli.a.n.c.maioꝛa.a.c.ꝛ qꝛ ipsa sunt equalia linee.a.b erit.a.b.maioꝛ.a.c.eadeꝫ ratione erit maioꝛ omnibus alijs qꝺ est pꝛimum.ꝛ quia duo latera.a.n.ꝛ.n.c.trianguli.a.n.c.sunt equalia duobus lateribus.a.n.ꝛ.n.d. trianguli.a.n.d.ꝛ angulus.a.n.c.est maioꝛ angulo.a.n. d. erit per.24.pꝛimi:ba/ sis.a.c.maioꝛ basi.a.d.ꝛ eadē rōne erit.a.d.maioꝛ.a.e.qꝺ est scōm. ¶ Itēqꝫ quia in triāgulo.a.n.b.duo latera.a.b.ꝛ.n.b.sunt maioꝛa.a.n.per.20.pꝛimi.ꝛ.b.n. ē equalis.n.k.erit per cōmunē sciam.a.b.maioꝛ.a.k.eadem rōne quelibet extrinse/ cus applicataꝝ maioꝛ erit.a.k.qꝺ est tertiuꝫ. ¶ Item quia per.21.pꝛimi:due linee a.b.ꝛ.b.n.sunt minoꝛes duabus lineis.a.g.ꝛ.g.n.ꝛ.b.n.est equalis.g.n.erit per communem scientiam.a.g.maioꝛ.a.b.eadem rōne erit.a.f.maioꝛ.a.g.qꝺ ē quar/ tum. ¶ Qꝺ si.a.l.non sit equalis.a.b.cum ipse sint equaliter distātes ab.a.k .erit altera maioꝛ:sitqꝫ.a.l.ponam ergo.a.m.equalem.a.b.ꝛ producam.n.o.m. quia ergo duo latera.m.a.ꝛ.a.n.trianguli.m.a.n.sunt equalia duobus laterib⁹. b.a.ꝛ a.n.trianguli.b.a.n.ꝛ angulus.m.a.n.est equalis angulo.b.a. n.erit per.4.pꝛi/ mi:basis.m.n.equalis basi.n.b.ꝛ quia.m.o.est equalis.n.b.erit.n.o.equalis .n. m. pars videlicet toti qꝺ est impossibile ꝛ hoc est quintū

Propositio .9.

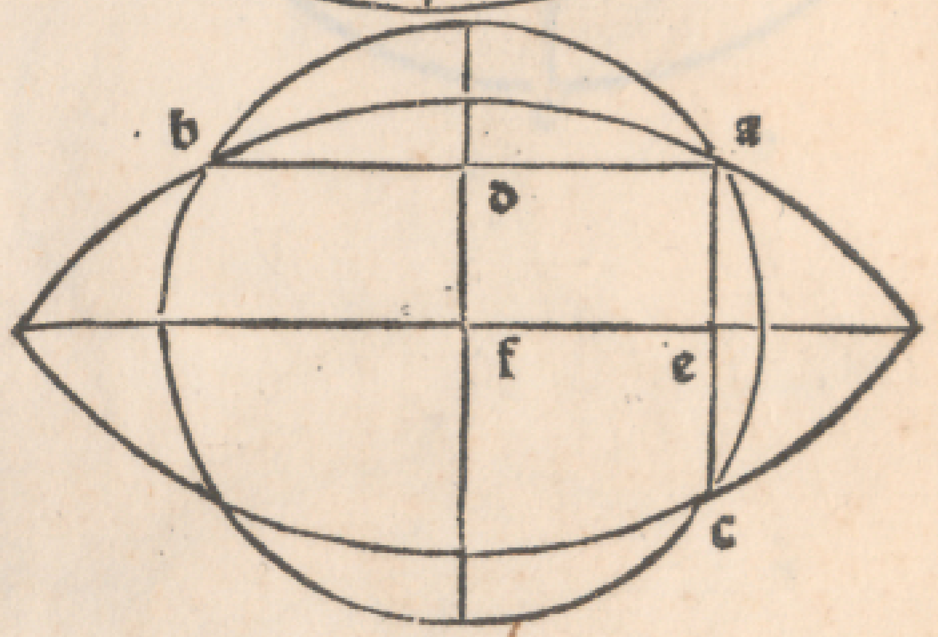
SI intra circulũ puncto ſignato.ab eo plures q̃ȝ due linee ducte ad circũferentiam fuerint equales.punctũ illud centrum circuli eſſe neceſſe eſt.

❡Sit vt a puncto.a.ſignato intra circulũ.b.c.d.ducte ſint.3.linee.a b.a.c.a.d.ad circũferentiã quas pono ẽẽ equales dico punctum.a. eſſe centrũ circuli.Producã enim duas lineas.c.b.⁊.d.c.⁊ diuidã vtrãqȝ eaꝝ ꝑ eq̃lia.c.b.quidem in puncto.e.⁊.d.c.in puncto.f.⁊ producam.e.a.⁊.f.a. quas applico circũferentie ex vtraqȝ parte.eritqȝ per.8.primi vterqȝ angulorũ qui ſunt.a d.e.eq̃l' alteri.igit̃ p.13.vterqȝ erit rect⁹.Siĺr quoqȝ ꝑ eãdẽ vterqȝ anguloꝝ q̃ ſũt.a d.f.rectus:ergo per corelariũ prime huius.quia.a.e.diuidit.c.b.per equalia ⁊ orthogonaliter ipſa tranſit per centrũ.ſimiliter quoqȝ.a.f.tranſit per centrum. qua diuidit.d.c.per equalia ⁊ orthogonaliter.quare.a.ẽ centrũ qd̕ eſt propoſitum

Propoſitio .10.

SI circulus circulum ſecet.in duobus tantum locis ſecare neceſſe eſt.

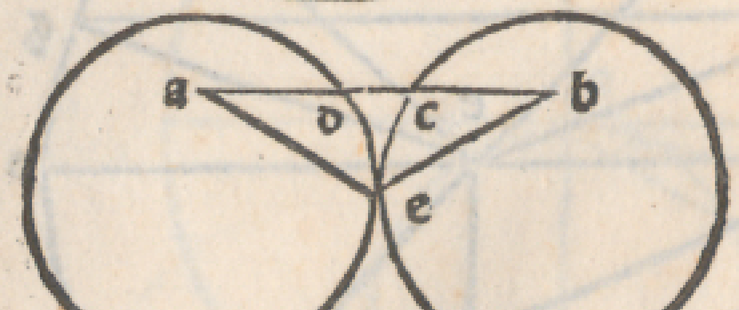
❡Sint ſi poſſibile eſt duo circuli ſecantes ſe in pluribus q̃ȝ in duobus locis ſuper.3.puncta.a.b.c.producam lineas.a.b.⁊.a.c. quas diuidam per equalia in punctis.d.⁊.e.⁊ producam a puncto.e.lineam.e.f.per pendicularem ſuper lineam.a.c:⁊ a puncto.d.lineam.d. f. ꝑpendicularem ſuper lineam.a.b. ⁊ ſecent ſe due linee.e.f.et.d.f.i puncto. f. eritqȝ per corelarium prime huius punctuȝ.f.centrum circuli vtriuſqȝ qd̕ eſt impoſſibile. per 5.huius.



Propoſitio .11.

SI circulus circulum contingat.lineaqȝ per centra eorum tranſeat.ad punctum contactus eoꝝ applicari neceſſe eſt.

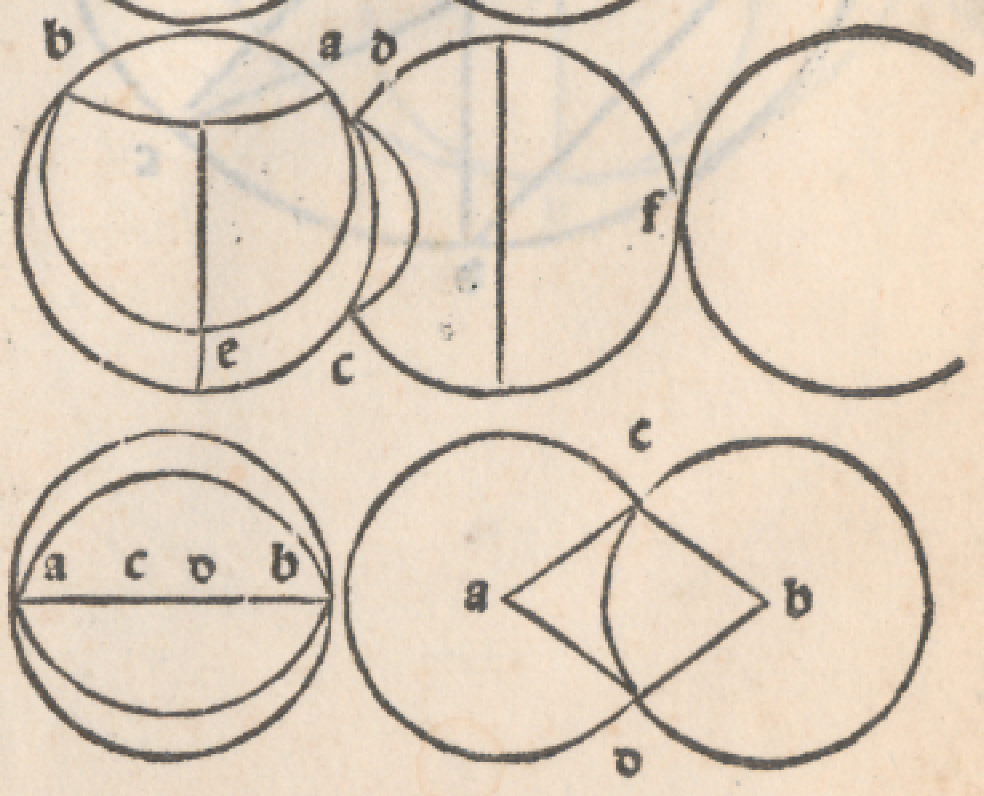
❡Si enim linea tranſiens per centra duorum circulorum.c.e.et.d.c ſeſe contingentium intra vl' extra.nõ vadit ad locum contactus ſcꝫ cet circũferentiam vtriuſqȝ:ſitqȝ.a.centrum circuli.e.d.et.b. centrũ circuli.e.c.et ducatur linea recta.a.b.c.d.ſecans circũferentiam vtriuſqȝ: et ducantur linee a puncto.e.qui ſit locus contactus ad centra que ſint. e.a.e.b. eruntqȝ in cõtactu interiori.p.20.p̃mi due linee.e.b.⁊.b.a.longiores.e.a.q̃re longiores.a d.eſt enim.a.centrũ circuli.e.d.⁊ q̃m.b.c.eſt equalis.e.b.q̃m .b.eſt centrum circuli.e.c.erit.e.a.longior.a.d.qd̕ eſt impoſſibile.❡In cõtactu vero exteriori erũt due linee.a.e.⁊.e.b.longiores.a.b.quare.a.d.⁊.c.b.maius erũt q̃ tota.a.b.qd̕ eſt falſum.



Propoſitio .12.

SI circulus circulum contingat ſiue intrinſecus ſiue extrinſecus.in vno tantum loco contingere neceſſe eſt.

❡Si eni fuerit poſſibile.vt circulus circulũ cõtingat in duob⁹ locis intra vl' extra cõtingat circulũ.a.b.c:d.circulus.a.b.e.interi⁹ i duobus pũctis.a.b.vel exteri⁹ circulus.c.d.f.i duob⁹ pũctis.c.d.Lũ ergo ducemus lineã rectã ab.a.ad.b.ſi ipſa cadat extra circulũ .a.b.e. interiorẽ accidet ꝯtrariũ ſecũde hui⁹.Qd̕ ſi ipſa cadat intra ipſũ:cũ diuiſerimus ipſã ꝑ equalia ⁊ eduxerim⁹ a pũcto diuiſionis ꝑpendicularẽ ad ipſã.fueritqȝ applicata circumferentie ex vtraqȝ ꝑte ipſa trãſibit ꝑ centrũ amboꝝ circuloꝝ.quare accidet cõtrarium premiſſe.❡In circulo vero cõtingente exteri⁹ in pũctis.c.d.ſi ducam⁹ lineã rectã a puncto.c.ad punctũ.d.neceſſe eſt accidere ꝯtrariũ ſe.h⁹.quare vtrũqȝ ipoſſibile



Propositio .13.

Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro equidistare. ⁊ si a centro equidistiterint equales esse necesse est.

¶Sit vt in circulo.a.b.c.d.cuius centrum sit.e.due linee.a.b.⁊.c.d sint equales. dico ꝙ ipse equidistant a centro ⁊ econuerso. Producantur enim a centro.e.linee.e.f.⁊.e.g.perpendiculares ad.a. d.⁊.b. c. eritqꝫ per.2. partem tertie hui⁹.a.d.diuisa per equalia.in.f.⁊.b.c.in.g:q₂ ergo duo latera.e.d ⁊.d.a.trianguli.e.d.a.sunt equalia duobus lateribus.e.c.⁊.c.b.trianguli.e .c.b. ⁊ basis.e.a.basi.c.b.erit per.8.primi angulus.d.equalis angulo.c.⁊ q₂ duo latera.e.d.⁊.d.f.trianguli .e.d. f.sunt equalia duobus lateribus.e.c.⁊.c.g.trianguli e.c.g. Nam.d.f.est equalis.c.g.eo ꝙ tota.a.d.posita est equalis. b.c.⁊ angulus d.est equalis angulo.c.erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi.e.g. ⁊ quia iste sūt ꝑpēdiculares veniētes ad eas a cētro patet ꝑ diffinitionē: siue.4.hui⁹ ipsas eq̄liter distare a centro. ¶Aliter idem. Quadratū enim.e.d.per penultimam primi valet quadrata duarum linearum.e.f.⁊.f.d.⁊ quadratum.e.c.quadrata duarū linearū que sunt.e.g.⁊.c.g.⁊ quia quadratum.d.e.est equale quadrato.e.c.⁊ quadratum d.f.quadrato.g.c.erit quadratū.e.f.equale quadrato.e.g.quare.e.f.est equale.e. g.sicqꝫ patet idem. Sit ergo.e.f.equalis.e.g.q̇d est eas equaliter distare a centro. dico tunc ꝙ .a.d.est equalis.b.c.d.e.quadratis eni duarum linearum.e.d.⁊.e.c. equalibus demptis quadratis duarum linearum. e.f.⁊ .e.g. equalibus remanēt per penultimam primi quadrata duaruꝫ linearum.f.d.⁊.g. c.q̄ per cōmunē scientiam necesse est esse equalia: quare.f.d.est equalis.g.c.ergo duplum.f.d.q̇d est.a. d.est equale duplo.g.c.quod est.b.c.⁊ hec est scd̄a pars propositi.

Propositio .14.

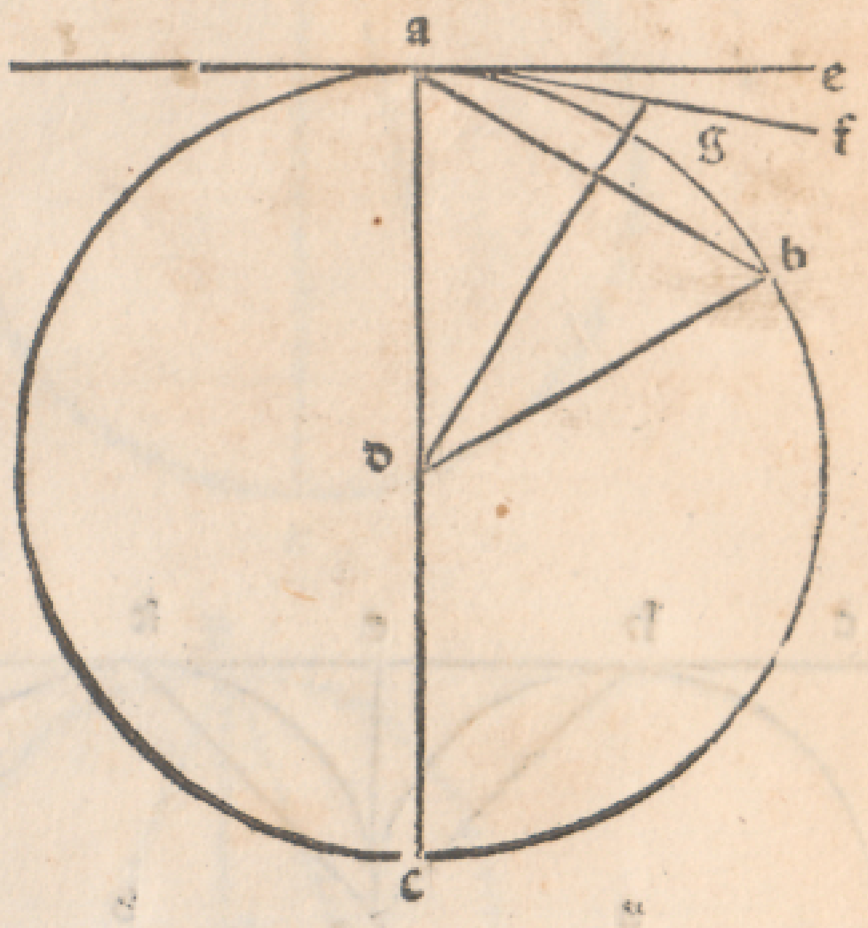
Si intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrū eius omnium longissimam. eiqꝫ propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.e.cadant plurime linee que sint.a.b.a.c.a.d.f.g.h.k.sitqꝫ.a.e.d.diameter.dico ipsam esse longissimam ⁊ alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro.e. linee ad extremitates omnium que sint.e.b.e.c.e.f.e.h.⁊.e.k.eruntqꝫ per.20.primi duo latera.e.f.⁊.e.g.trianguli.e. f.g.longiora.f.g.⁊ quia ipsa sunt equalia.a.d.erit.a.d.maior.f.g.eadem ratione maior erit q̄p.a.c.quia.a.e.⁊.e.c. sunt maiora.a.c.⁊ equalia.a.d.ergo.a.d.maior est.a.c.sic quoqꝫ est maior.h.k. ⁊ maior etiā q̄p.a.b. Q̇d autem.f.g.sit maior.h.k. ⁊.a.c.a.b.patet.quia per.24. primi cum duo latera.f.e.⁊.e.g.trianguli.f.e.g.sint equalia duobus laterib⁹.h.e. ⁊.e.k.trianguli.h.e.k.⁊ angulus.f.e.g.maior angulo.h.e.k.erit basis.f.g.maior basi.h.k.Similiter quoqꝫ quia.a.e.⁊.e.c.sunt equalia.a.e.⁊.e.b.⁊ angulus.a.e.c maior angulo.a.e.b.erit basis.a.c.maior basi.a.b.⁊ sic est propositum.

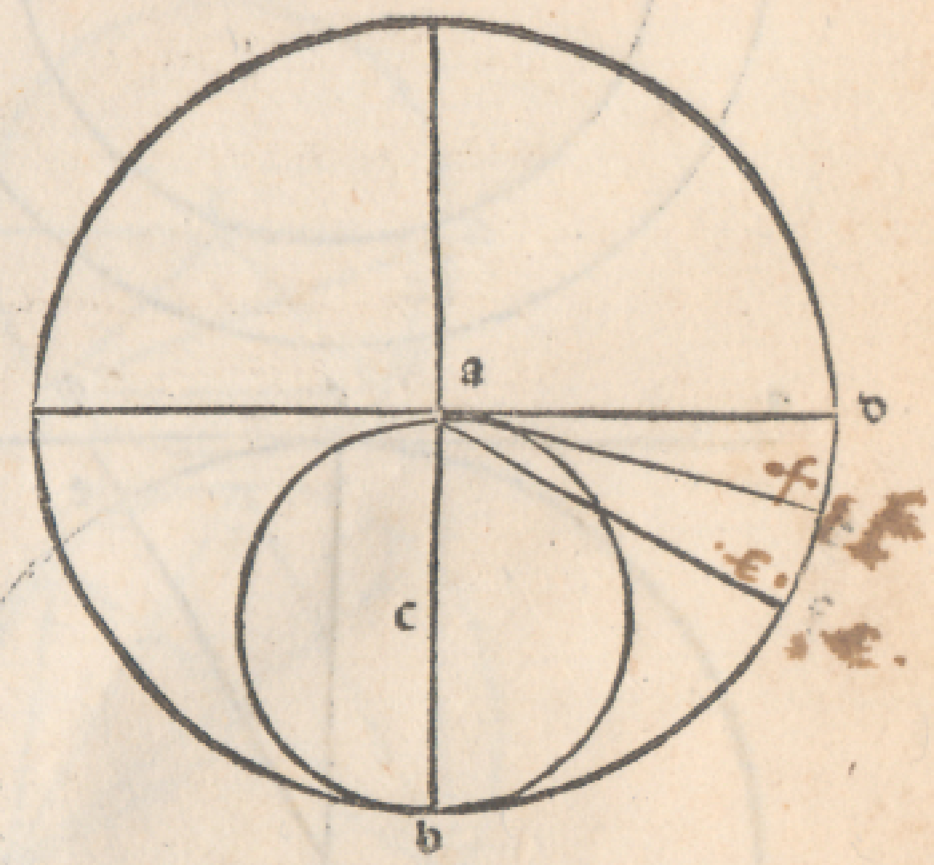
Propositio .15.

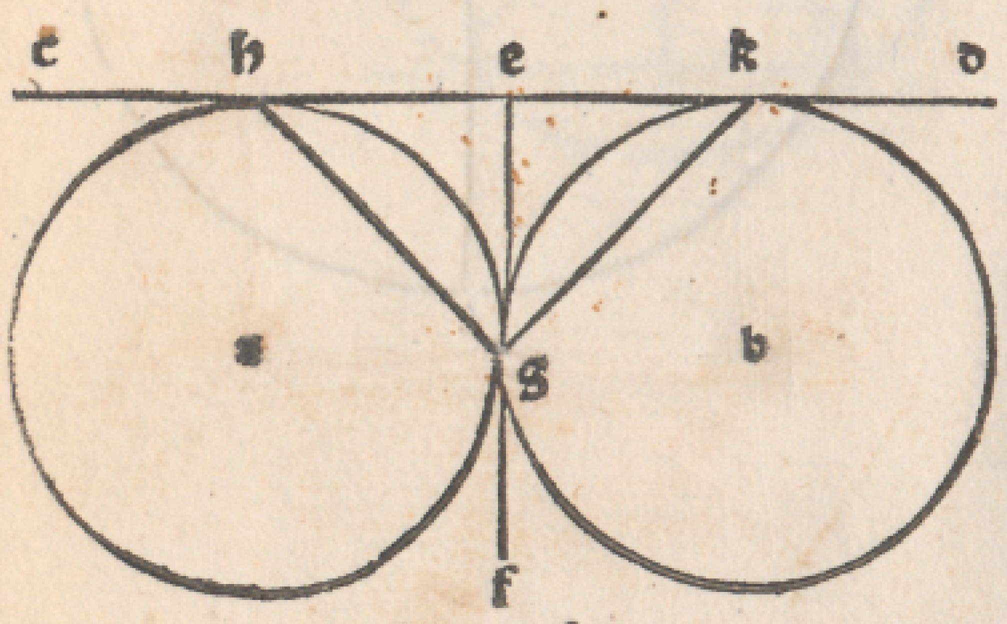
Si ab altero terminorū diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur: extra circulum eam cadere necesse est. ¶Atqꝫ inter illam ⁊ circulū aliā lineā rectā ca

pi impossibile est ¶ Angulum autem ab illa ⁊ circūferentia contentū.
omnium acutorum angulorum esse angustissimum. ¶ Angulum vero
intrinsecum a diametro ⁊ circumferentia contentum omnium angulo
rum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestū
est omnem lineam rectam a termīo diametri cuiuslibet circuli ortho
gonaliter ductam circulum ipsum contingere.



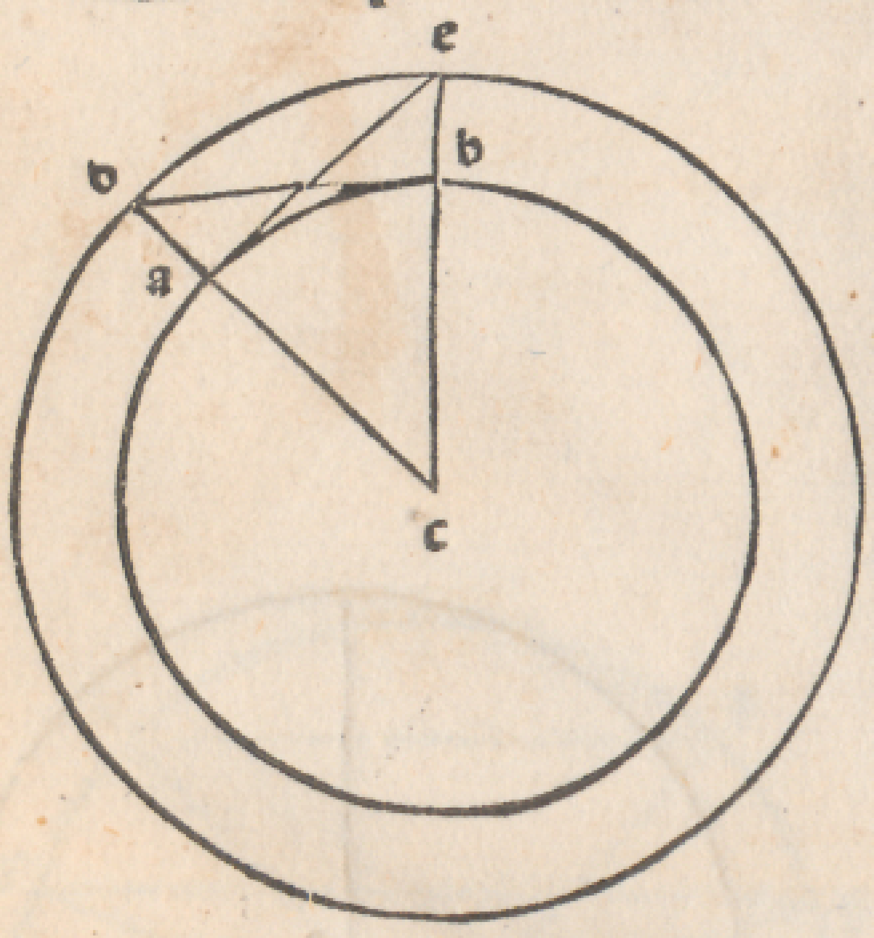
¶ Sit vt a termīo a diametri .a.c. circuli .a.b.c. cui⁹ cētꝝ .d. ducat̄ linea orthogona
liter: dico ꝙ ipsa cadit extra circulum. ⁊ ꝙ inter lineam illam ⁊ circūferentiā nulla
alia recta linea itercipit̄: ⁊ ꝙ angulus quē ipsa ⁊ circūferētia cōtinet ē minor omni
angulo rectilineo qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. ⁊ ꝙ angulus cō
tentus a diametro ⁊ circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto. ¶ Si
enim linea ducta .ab.a orthogonaliter super .a.c. lineam: potest cadere infra cir/
culū. sit illa linea .a.b. ⁊ ducatur linea .d.b. eritq; per .5. primi angul⁹ .d.a.b. equa
lis angulo .d.b.a. ⁊ quia angulus .d.b.a. est rectus per ypothesim. habebit trian/
gulus .a.b.d. duos angulos rectos quod est impossibile .p. 32. primi: ¶ Cadet er/
go extra sitq; .a.e. ꝙ si inter ipsam ⁊ circūferentiā pōt linea recta intercipi sit illa
a.f. ad quā ducat̄ perpendicularis .d.g. ⁊ quia angulus .d.g.a. est rectus. erit p. 18.
primi linea .a.d. longior linea .d.g. quod est impossibile. quare inter ipsam ⁊ circū
ferentiā nulla linea recta intercipiet̄. ¶ Propter quod patet ꝙ angul⁹ cōtentus .ab
e.a. ⁊ circūferentia qui dicitur angulus *contingentie ē minor* omni angulo a dua/
bus rectis lineis contento. *Si enim aliquis* rectilineus angulus esset angulo cōtin
gentie equalis. *aut eo minor* cum omnis talis possit per equalia diuidi secūdū do
ctrinā .9. *primi inter lineā* .a.c. ⁊ circūferentiam posset linea recta itercipi ꝙ mon
strauimus esse nō posse. per quod patet angulum contentum a diametro ⁊ circū/
ferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt a recto
nisi in angulo contingentie quem monstrauimus esse minorem omni rectili/
neo. ¶ Corelariū patet per primam partem. Cum enim linea .a.e. in vtrāq; par/
tem erecta non secet circulum ⁊ tangat ipsum in puncto .a. ipsa est contingens p
diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum ꝙ nō valet ista argumentatio. hoc transit a
minori ad maius. ⁊ per omnia media. ergo per equale. nec ista contingit reperire
maius hoc ⁊ minus eodem ergo cōtingit reperire equale. hoc autem sic patet. Sit
circulus .a.b. super centrum .c. cuius diameter .a.c.b. ⁊ ducatur ab eius termino
a. linea .a.d. orthogonaliter: eritq; contingens circulum per corelarium huius.
Describat̄ iterū sup pūctū .a. ƀm quātitatē diametri .a.b. circul⁹ .b.e.d. ⁊ imaginet̄
linea .a.b. moueri super punctum .a. per circumferentiam arcus .b.c.d. ita ꝙ pun/
ctum .b. numeret omnia puncta arcus .b.e.d. quousq; perueniat ad lineam .a.d.
⁊ cooperiat ipsam. ⁊ quia angulus .b.a.d. est rectus: erit vt nō sit sumere aliquem
angulum acutum cui equalē non fecerit linea .a.b. cum diametro .a.c.b. minoris
circuli. quia transiuit ad angulum rectum dinumerans situm omnium angulorum
acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi con
tento a semicircumferentia .a.b. ⁊ diametro .a.c.b. ⁊ angulum rectum mani/
festum est esse maiorem eodem. Dico ꝙ nullus in transitu ab acutis minoribus
ad recto maiorē intermedius fuit ei equalis. Si enī fuerit aliquis: sit vt illū fecerit
linea .a.b. cum punctus .b. fuit in puncto .c. arcus .b.e.d. quia ergo angulus





e.a.b.est equalis angulo semicirculi predicto: angulus aũt semicirculi ē amplissim⁹ omniũ acutoꝝ ꝑ vltimā partē huius: erit angulus.e.a.b.amplissim⁹ omniũ acutorũ: diuidat̃ ergo angulus.e.a.d.sicut proposuit.9.primi ꝑ equalia ducta linea.a.f. eritq3 ꝑ cōceptionē angulus.f.a.b.āplior angulo.e.a.b.quare erit aliq̃d āpli⁹ amplissimo quod ē īpossibile. ¶ Vel sic cũ angulus e.a.b.sit equalis angulo semicirculi sicut ponit̃. At angulus semicirculi cũ angulo cōtingētie ē equalis vni recto. Similiter quoq3 angulus.e.a.b.cũ angulo.e.a.d.ē equalis vni recto: erit angul⁹.e.a d.equalis angulo cōtingentie: ⁊ qꝛ angulus cōtingentie ē angustissimus omnium acutoꝝ per.3.ꝑtem huius: erit similiter angulus.e.a.d.sibi equalis angustissimus omniũ acutoꝝ.sed angul⁹.e.a.f.ē eo angustior ꝑ cōceptionē: erit ergo aliquid angustius angustissimo quod ē impossibile: ¶ Non ergo erit angulus rectiline⁹ equalis angulo semicirculi ⁊ qꝛ trāsitur a minori ad maius ⁊ non ꝑ equale. Itē qꝛ est reperire minorē eo ⁊ maiorē: patet instantia cōtra vtrāq3 argumētationē predictam Unde per interemptionem ad illud est respondendum.

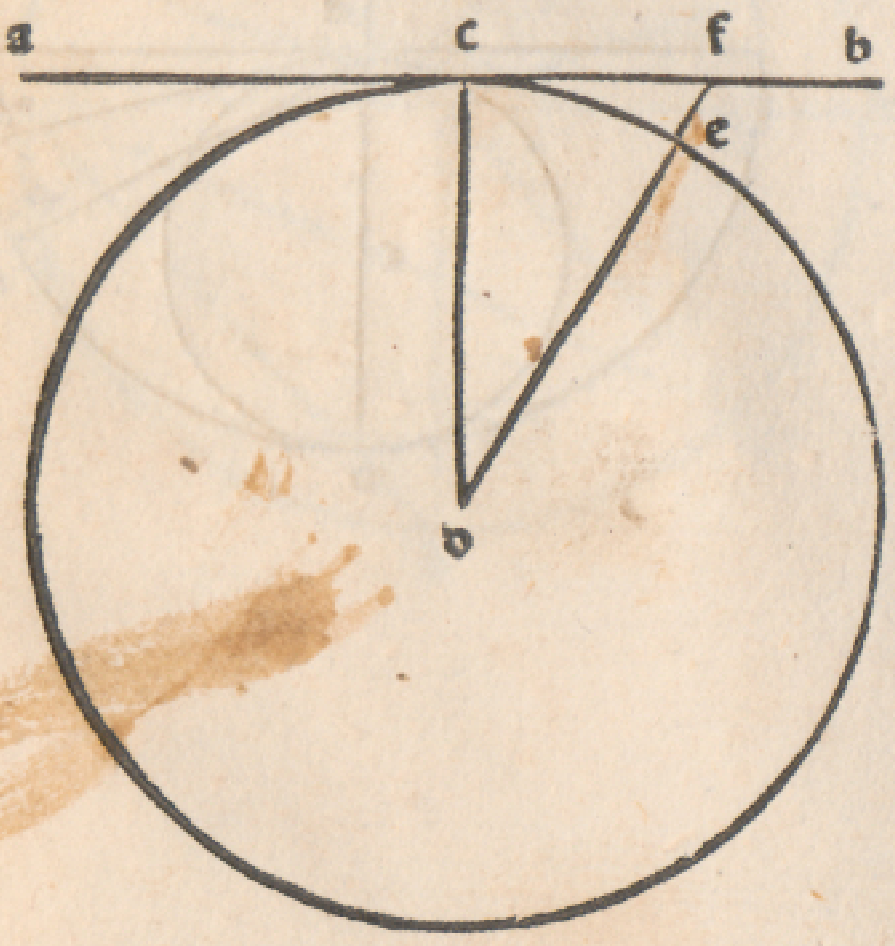
Posset probari quod angulus contingentie est diuisibilis scd̃m lineā rectā vt cōstat per figurationē hic a latere positam. Certum ē ꝙ angulus qui causat̃ ex cōtactu duoꝝ circuloꝝ vel spaꝝ ē angulus contingentie ⁊ talis diuidat̃ per lineā.e. g: qꝛ hic habet̃ triangulus. h.g.k.cuius basis.h.k.diuidatur per equalia in puncto.e.⁊ protrahat̃ versus.g.contactum ⁊ arguitur per.4.primi. deinde ꝑ.26. huius ⁊ patet ꝓpositum.



Propositio .16.

A Dato puncto ad datum circulũ lineā cōtingentē ducere.

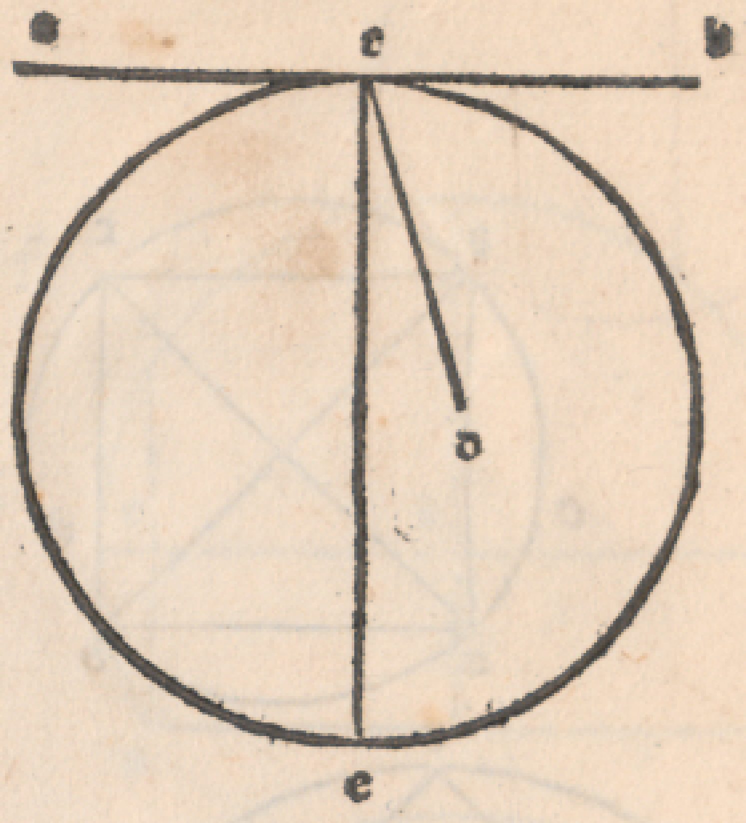
¶ Sit circulus datus.a.b.cui⁹ centꝝ.c.punctusq3 datur.d.volo ergo a puncto.d.ducere lineā ꝯtingentē circulũ.a.b.ꝓduco lineā.d.c.secantē3 circũferentiā circuli.a.b.in puncto.a.suꝑ quā describo circulum.d.e.secũdũ quātitatē linee.d.c.concētricũ circulo.a.b.⁊ a pũcto a.produco lineam.a.e.ꝑpendicularē3 ad lineā.d.c.que secet circũferentiā circuli.d e.in puncto:e. ⁊ ꝓduco lineā.e.c.secantē circũferētiā circuli.a.b.in puncto.b. deinde produco lineā.d.b.que erit cōtingens circulum.a.b.qꝛ eni duo latera.a.c. et c.e.trianguli.a.c.e.sunt equalia duobus laterib⁹.b.c.⁊.c.d.trianguli.b.c.d.⁊ angulus.c.ē cōis vtriq3 erit ꝑ.4.primi angulus.e.a.c.equalis angulo .d.b.c. angulus autem.e.a.c.est rectus quare angulus.d.b.c.est rectus: ꝑ correlarium ergo precedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b .quod est propositum.



Propositio .17.

SI circulum linea recta contingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineā contingentem esse perpendicularem.

¶ Sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius cētrũ sit.d.in puncto.c.qui iungatur cũ centro per lineam.c.d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsā. sit ergo.d.f.perpendicularis ad eandem que secet circũferentiam circuli ī puncto e.eritq3 vterq3 angulorum qui sunt.ad.f.rectus igitur per.18. primi linea. c.d.est maior linea.d.f.quod est impossibile: Constat itaq3.d.c.esse perpendicularem super.a.b.quod est propositum.



Propositio .18.

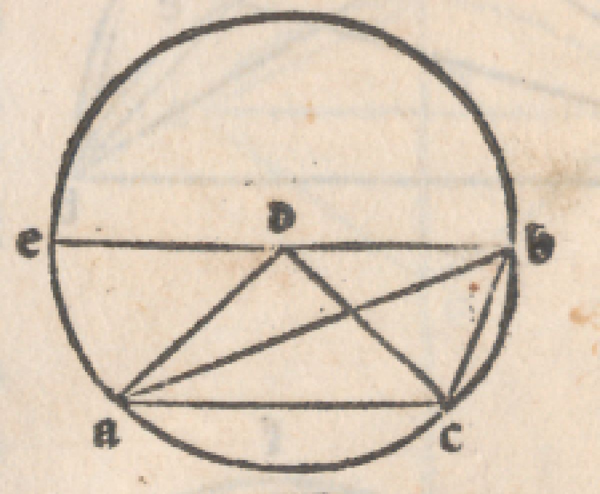
S J circulū linea recta cōtingat: ⁊ a cōtactu in circulū linea quedā orthoganaliter ducat̃. i eadē cētr͛ eē necesse ē.

❡ Sit vt prius linea.a.b.contingens circulum.c.e.in puncto.c. ⁊.a contactu ducat̃ intra circulū.c.e.linea perpendicularis ad lineam.a.b.dico ꝙ centrum circuli est in linea.c.e.⁊ est cōuersa prioris. Si enī non fuerit centrū in linea.c.e.sit alibi vbicunqꝫ cōtingat.sitqꝫ.d.⁊ ꝑducat̃ linea.d c.eritqꝫ.d.c.per premissam perpendicularis ad lineā.a.b.qđ est impossibile cū.e.c.posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

Propositio. 19.

S J intra circulum angulus supra centrū consistat: alius vero angulus supra circūferētiā cōsistēs eādē basim habeat inferior superiori duplus erit.

❡ Sit vt in circulo.a.b.c. cuius centrū.d .fiat angulus. a.d.c.super centrū ⁊ angulus.a.b.c.sup circūferentiā.sitqꝫ vtriusqꝫ anguli eadē basis q̄ sit arcus.a.c.dico angulū.a.d.c.duplū esse ad angulū.a.b.c. ❡ Qđ sic ꝓbatur. Aut enī due linee.a.b.⁊.b.c.īcludūt duas lineas.a.d.⁊.d.c.aut altera earū fit linea vna cū altera reliquarū.aut etiā altera primarum secat alterā postremarū ❡ Sit ergo primo vt includant eos vt in prima figuratione apparet.⁊ producatur linea.b.d.e.eritqꝫ per.32.primi: angulus.a.d.e.extrinsecus equalis duob⁹ intrinsecis qui sunt.b.a.d.⁊.a.b.d.anguli ⁊ quia ipsi sunt equales per.5.eiusdē erit angulus.a.d.e.duplus ad angulū.a.b.d.similiter quoqꝫ erit angulus.e.d.c. duplus ad angulū.d.b.c.quare totus angulus.a.d.c.duplus ē ad totū angulū. a.b.c.qđ est propositum. ❡ Qđ si altera duarū linearum.a.b.⁊.b.c.fiat linea vna cū altera duarū linearū q̄ sunt.a.d.⁊.d.c.vt in secūda figuratione apparet.per easdē ꝑ quas prius: ⁊ simili mō liquet ꝓpositum. ❡ Qđ si altera duarum primarū secet alteram duarum postremarum.vt in.3.figuratione apparet.vbi linea.a.b.secat lineā.d.c.producatur linea.b.d.e.eritqꝫ per easdē quas prius assumpsimus ⁊ simili modo angulus.e.d.a.duplus ad angulū.d.b.a.⁊ totus angulus.e.d.c.duplus ad totū angulū.d.b.c.quare angulus.d.b.c.dupl⁹ ē ad angulū.a.b.c. qđ est propositum.



Propositio .20

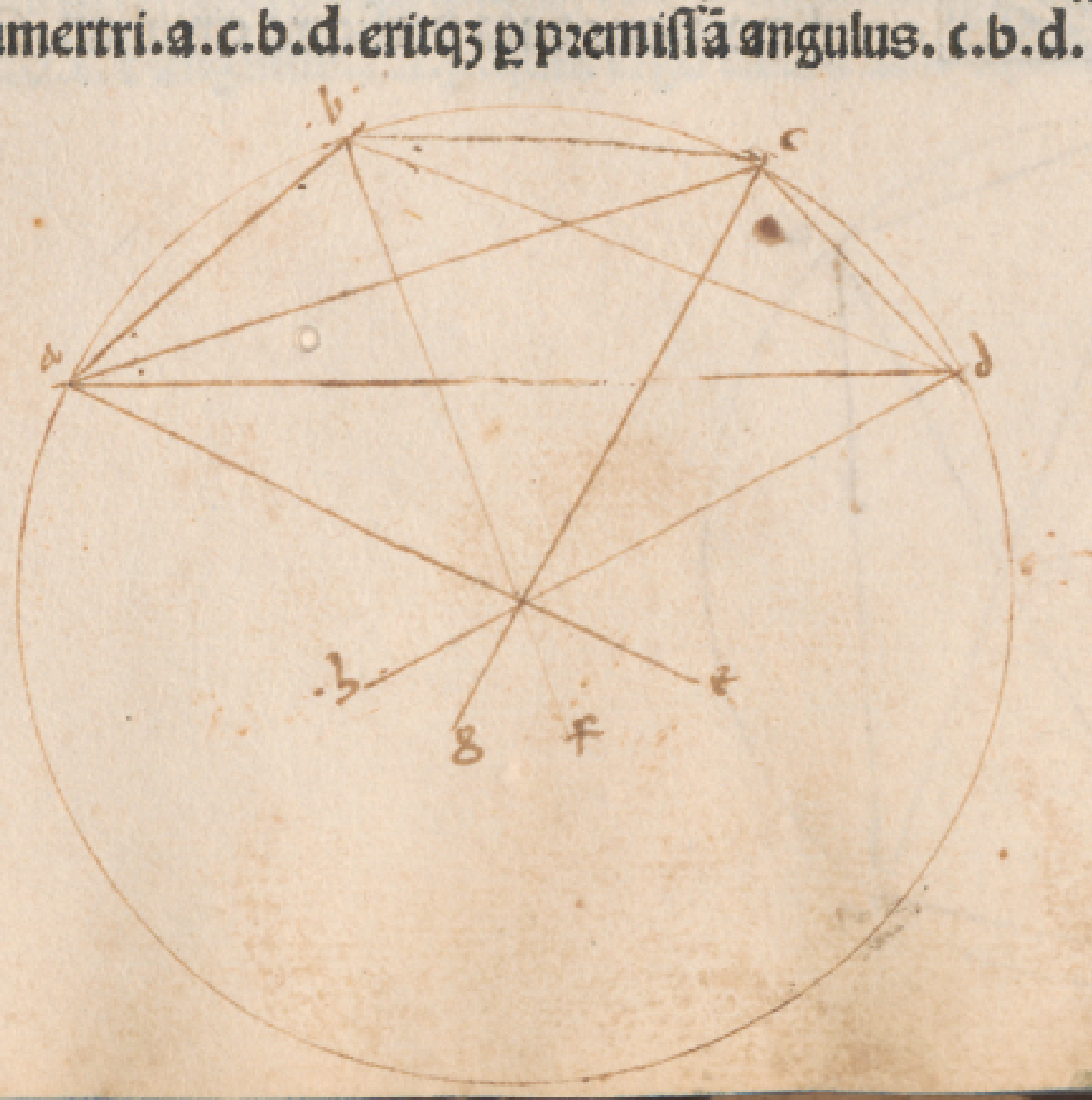
S J in vna circuli portione anguli super arcum consistant angulos quoslibet esse equales necesse est.

❡ Sit vt in portione.a.d.b.circuli.a.d.b.cuius centrum.f.cōsistant quoslibet anguli super arcum.a.d.b.qui sūt.c.d.e.dico eos eē equales.protrahatur enī corda.a.b.⁊ ab eius extremitatibus: ducantur in centrum linee.a.f.⁊.b.f.eritqꝫ per premissam angulus.f. consistens super centrū ad vnūquēqꝫ eorum.duplus: quare ipsi sunt equales: qđ est propositum.

Propositio .21.

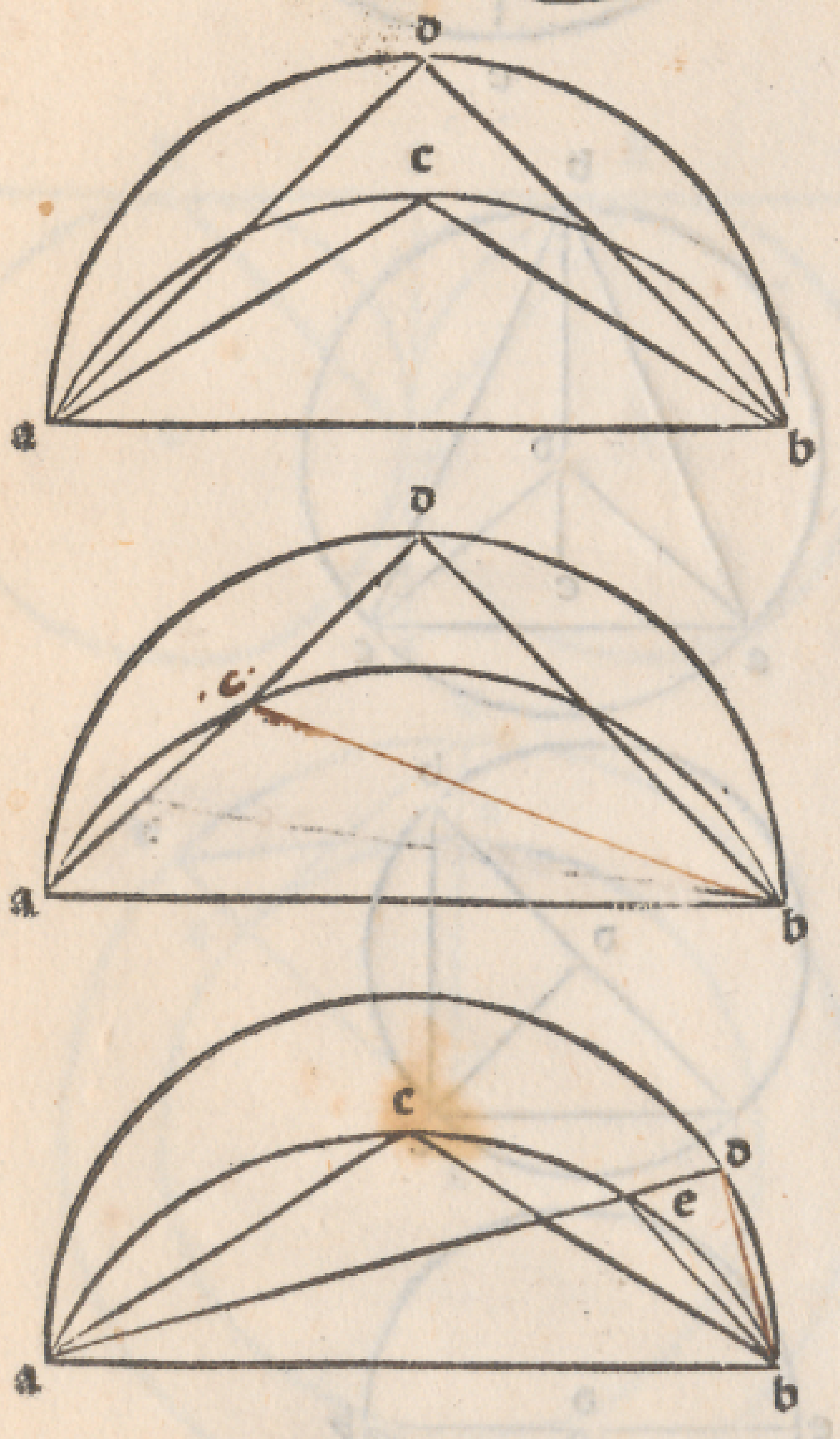
S J intra circulum quadrilaterū describat̃. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

❡ Sit quadrilaterū.a.b.c.d.inscriptū circulo.a. b.c.d. dico quosqꝫ duos ei⁹ angulos ex aduerso collocatos eē eq̄les duob⁹ rectis. ꝓtrahant̃ enī in q̄drilatero diamertri.a.c.b.d.eritqꝫ ꝑ premissā angulus. c.b.d. eq̄lis



angulo.c.a.d.ꝛ angulus.a.b.d.angulo.a.c.d.quare totus.a.b.d.erit eq̄lis duo/
bus angulis qui sunt.a.c.d.ꝛ.c.a.d.ꝛ quia ipsi cum angulo.a.d.c. sunt eq̄les duo
bus rectis.per.32.primi: erunt duo anguli.b.totalis.ꝛ.d.totalis equales duobꝰ
rectis quod est propositum. Similiter quoqꝫ probabitur angulos. a.ꝛ.c. totales
esse equales duobus rectis.

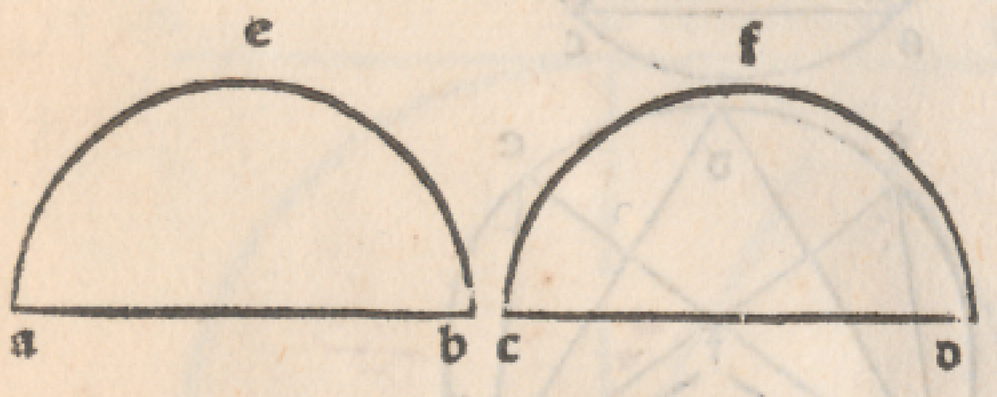
Propositio .22



Duas circuli similes portiones inequales. super vnam re/
ctam lineam assignatā. ex eadē parte cadere impossibile ē

¶ Sit linea recta assignata.a.b.suꝑ quā fiat portio circuli.a.c.b.di/
co ꝙ suꝑ eandem lineā ex parte eadem non fiet alia portio que sit si
milis huic.ꝛ ea maior aut minor. ¶ Qd̄ si fuerit hoc possibile fiat er
go portio.a.d.b.maior ea que tamen sit similis ei. fiat ergo angulus.a.c. b.ī por
tione minori.ꝛ angulus.a.d.b.in maiori.erit ergo vt linee.a.d.ꝛ .d.b. includant
lineas.a.c.ꝛ.c.b.vt pꝫ ī figuratiōe prima. Aut vt altera primarum fiat eadem cum
altera postremaꝝ.vt in scd̄a.aut vt altera secet alteram vt in tertia. ¶ Qd̄ si fuerit
primo mō erit per.21. primi: āgulus.c.maior angulo.d.nō ergo sūt portiones si/
miles per diffinitionē. Qd̄ si scd̄o modo erit ad huc angulus.c.maior angulo.d.
per. 16.eiusdem.nec sic igit̄ erūt portiones similes. Si aūt tertio modo sit ut linea
a.d.secet lineam..c.b.ꝛ secet circūferentiam portionis minoris in puncto.e.ꝛ du/
cat̄ linea.e.b.eritqꝫ ꝑ eādē.16.primi:angulus.a.e.b.ꝯsistēs ī portiōe.a.c.b.maior
āgulo.d.sꝫ.e.ē eq̄lis.c.ꝑ.20.hꝰ q̄re.c.ē maior.d.q̄re nullo mō sil'es. ¶ Sil'i quoqꝫ
mō ꝓbabis ꝙ suꝑ lineā. a.b.nō fiet portio sil'is portioni.a.c.b.mior.e a.posito.c
in loco.d.ꝛ.d.in loco. c.in figurationibus predictis.erit enī per premissas scꝫ per
21.ꝛ.16.primi:ꝛ premisso modo angulus.d.omniū figurationū maior angulo.c.
quare portiones nō erūt similes. ¶ Et nota ꝙ licet proponatur super lineam vnaꝫ
nō posse fieri portiones similes inequales ex eadem parte.verum est tamē ꝙ nec
ex diuersis qd̄ licet probare minori que est ex vna parte supposita maiori que ē ex
alia.necesse enī.erit per cōmunem sciam ipsam a maiori excedi. non ergo sunt si/
miles per hanc.22.

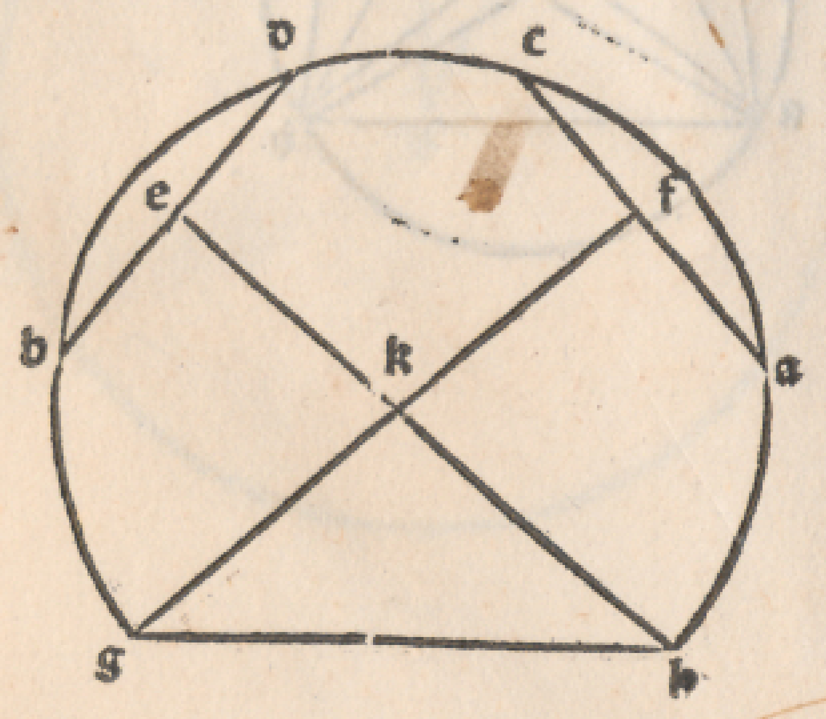
Propositio .23.



SI circulorum similes portiones super lineas equas fue/
rint.ipsas portiones equales esse necesse est.

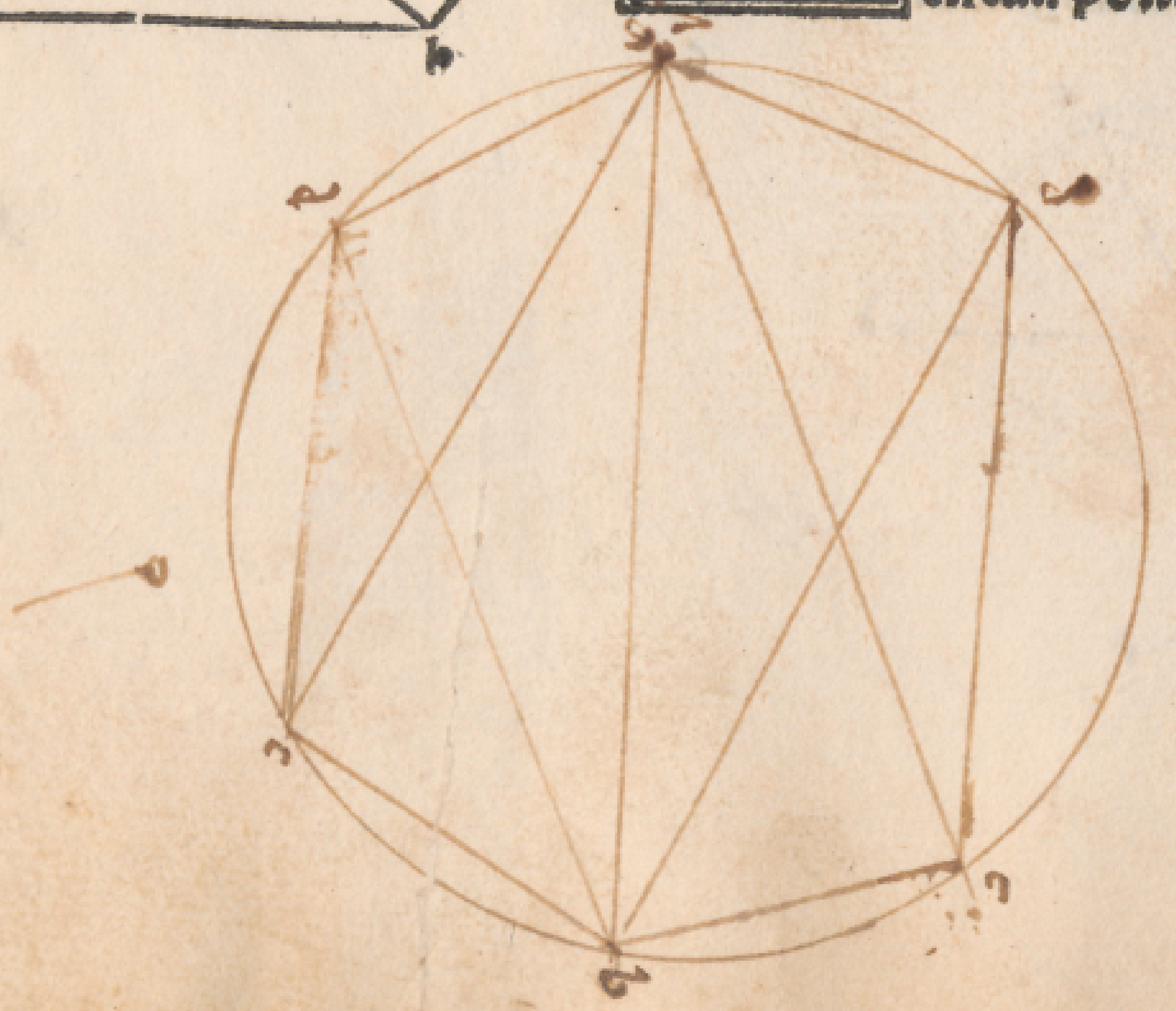
¶ Sint due linee.a.b.ꝛ.c.d.equales super quas sint due portiones
circulorum.a.e.b.c.f.d.que sunt similes.dico ꝙ ipse sunt equales.
si enim non sunt equales altera earum supposita alteri excedet ma/
ior minorem. sed linea .a.b.non excedet lineam.c.d.nec excedetur ab ea: cum sint
equales.quare accidit contrariuꝫ p̄misse qd̄ ē impossibile.erūt enī.a.b.ꝛ.c.d.linea
vna.

Propositio .24.

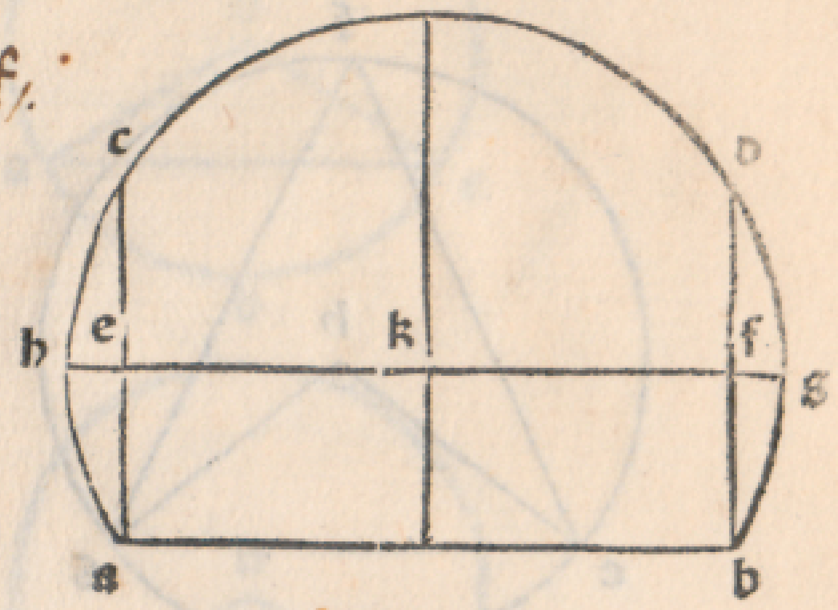


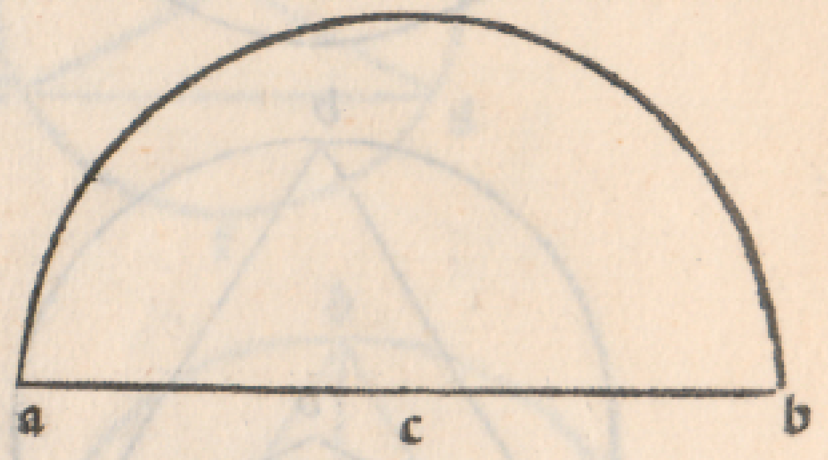
DAti semicirculi.siue semicirculo maioris minorisue porti
onis circulum perficere.

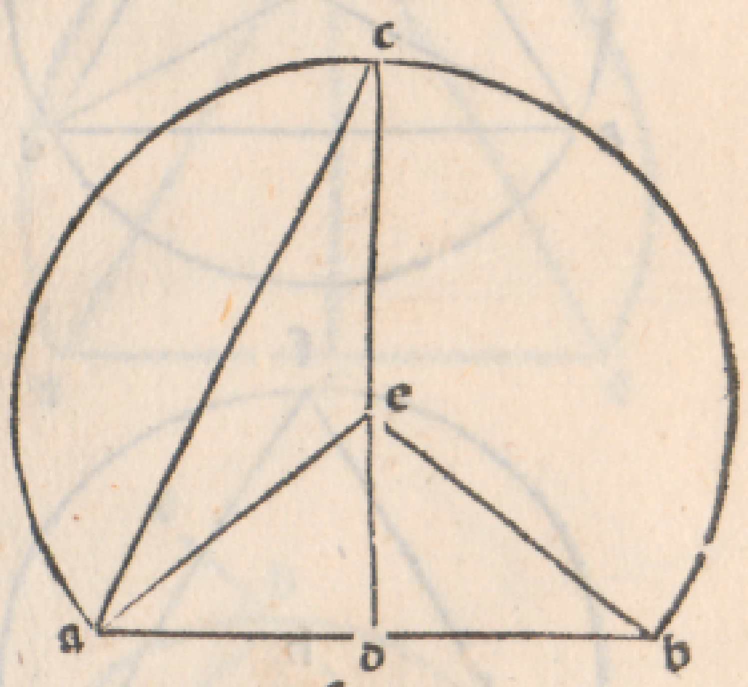
¶ Intentum per hanc cōclusionē est ex omni arcu dato siue ex omni
circuli portione data perficere circulum. Sit ergo.a.b. quilibet arcꝰ

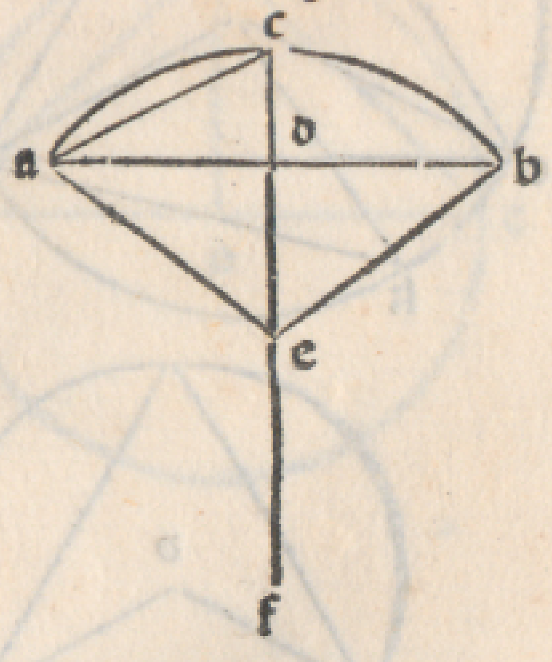


ex quo volo perficere circulum protrabam in eo duas lineas qualitercunq; cōtin gat que sint.a.c.z.b.d.quas diuidam per equalia.a.c.quidē i puncto.e.z.b.d.in puncto.f.z protrabam.e.g.perpendicularem ad.a.c.z.f.h.perpendicularem ad b.d.que secent se in puncto.k.eritq; per conel'.prime huius centrū circuli in vtra/ q; linearum.e.g.z.f.h.quare centrum est punctū.k.Si autem.e.g.non secet.f.h. sed sint linea vna.queadmodū erit si due linee.a.c.z.b.d.sint equidistantes tunc ipsa applicabit' circūferētie dati arc⁹.ex vtraq; pte ipsa igit' diuisa p mediū i pūcto k.erit ibi centrū circuli per idem conel'.Equidistantes autem non erūt.e.g.z.f.h. quia cum in vtraq; sit centrum circuli per dictum conel'.essent eiusdem circuli duo centra.Sic potest de omni arcu siue de omni portione cōmuniter demōstrari qua liter inde circulus perficiatur.¶Quia tamen auctor videt' banc cōclusionē varia/ re ſm diuersas species arcuū omniū portionū enumerādo species:demōstrabim⁹ diuisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primū.a.b.portio data semicirculus.eritq; per diffinitionē semicirculi.linea.a.b. diametri.ea igitur diuisa per medium in puncto.c.erit.c.centrū circuli.¶Sit rur sus portio.a.c.b.semicirculo maior cuius corda sit.a.b.quā diuido per equalia in puncto.d.a quo duco.d.c.perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum per conel'.prime huius:z protrabo lineam.a.c.z quia linea.a.b.est minor diame tro cum sit.a.c.b.portio maior semicirculo:erit.a.d.minor semidiametro.sed.d.c est maior semidiametro. ergo.d.c.est maior q̄3.a.d.ergo per.19.primi: angulus c.a.d.est maior angulo.a.c.d.fiat itaq; per.23.primi:angulus.c.a.e equalis an/ gulo.a.c.d.producta linea.a.e.que secet lineam.c.d.in puncto.e.eritq; p sextā pri mi.linea.a.e.equalis linee.e.c.producat' igitur linea.e.b.eritq; per.4.primi linea e.b.equalis linee.a.e.quare tres linee.e.a.e.b.e.c.sunt equales ergo per.9.huius e.est centrum circuli.¶Sit iterum.a.c.b.portio minor semicirculo.cuius corda sit a.b.quā diuido per equalia in puncto.d.a quo produco lineam.c.d.e.perpendicu larem ad lineā.a.b.que secet circūferentiam in puncto.c. bāc manifestū est transi re per centrum per conelarium prime huius.produco iterū lineam.a.c:eritq; an/ gulus.a.c.d.maior angulo.c.a.d.si est equalis erit portio.a.c.b.semicirculus.z si minor erit maior semicirculo:positū est autē q̄ sit minor.produco igitur lineā.a. e.que cum linea.a.c.faciat angulū equalem angulo.c.z secet lineam.c.f.in puncto e.z manifestū ē q̄ punctum.e.cadat extra datam portionē.z produco lineam.e.b z quia angulus.a.totalis est equalis angulo.c.erit per.6.primi linea.c.a.equalis linee.e.c.z quia per quartā primi linea.e.b.est equalis linee.e.a.erit per.9.hu/ ius punctū.e.centrum circuli quare patet propositum ſm omnes species portio/ num circuli.





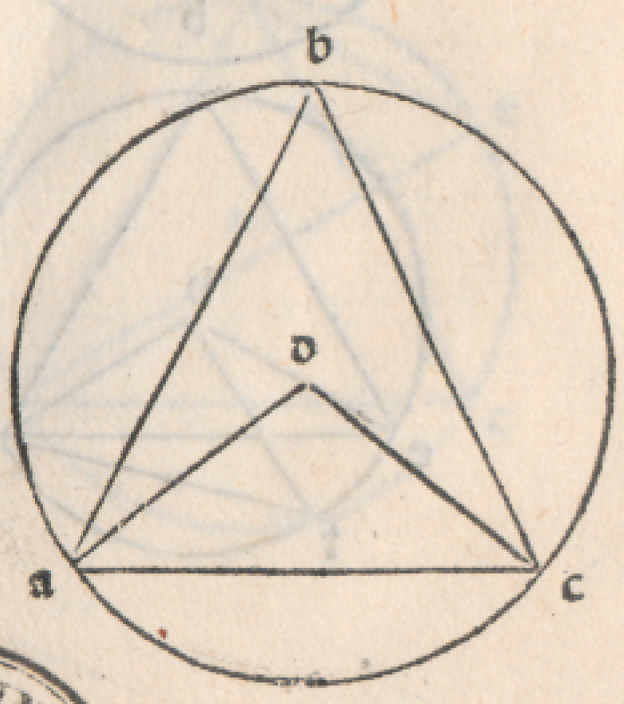


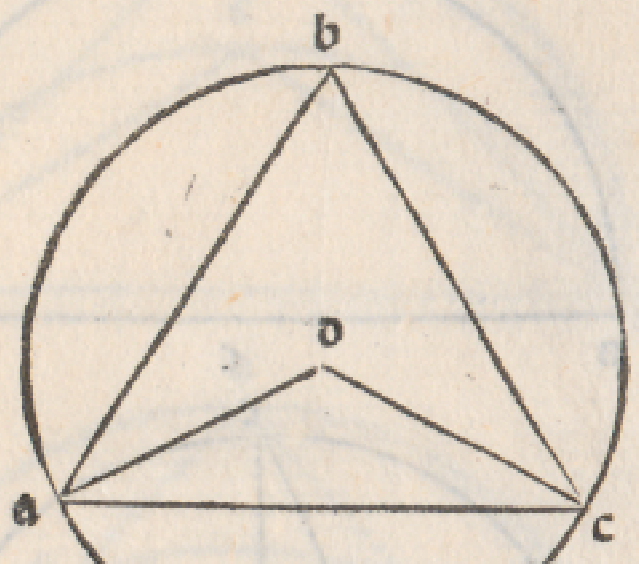


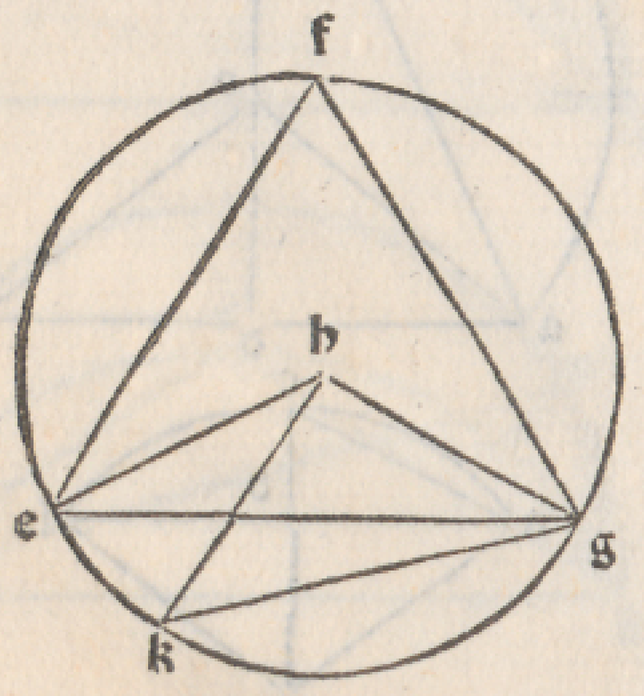
Propositio 25.

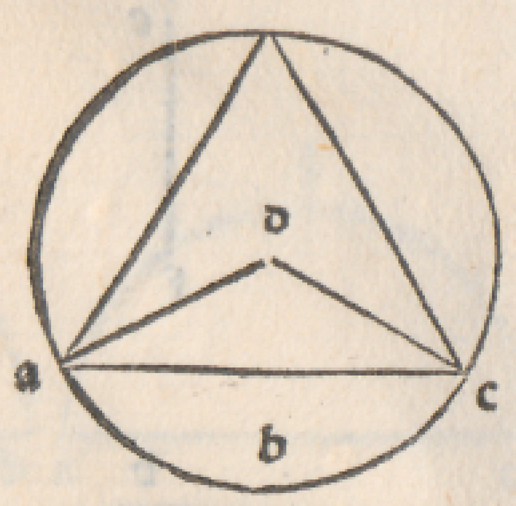
Si in equis circulis seu super centra.seu sup circūferētias equales anguli consistant.super equos arcus eos cadere necesse est.

¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrū.d.z.e.f.g.cuius cen trū.h.z fiāt supra cētra eoꝝ duo anguli.a.d.c.z.e.h.g. qui ponant' equales.dico duas arcus.a.b.c.z.e.f.g.esse equales.protrabantur due linee.a.c. z.e.g.z fiant duo anguli in circūferentiis ipsoꝝ consistentes supra predictos ar cus qui sint angulus.a.b.c.z angulus.e.f.g.quia ergo circuli sunt equales. erunt









per diffinitionē equalium circulorum semidiametri equales: ⁊ quia duo anguli .d ⁊ .h. sunt equales erit per .4. primi: linea .a.c. equalis linee .e.g. ⁊ per .19. huius erit angulus .b. equalis angulo .f. cum .d. angulus sit equalis angulo .h. ergo per diffinitionem similium portionum due portiones .a.b.c. ⁊ .e.f.g. sunt similes: ⁊ q: ipse sunt sup lineas: a.c. ⁊ .e.g. equales ipse erunt equales per .23. huius: quare arcꝰ .a b.c. ⁊ .e.f.g. sunt equales. Qđ si anguli .b. ⁊ .f. qui sunt in circūferentia ponantur equales erunt per diffinitionē portiones similes ⁊ anguli .d. ⁊ .h .equales p .19. huius: ⁊ quia circuli sunt equales per positionem erunt per .4. primi: due linee .a.c. ⁊ .e.g. equales quare ut prius portiones equales per .23. huius cum sint similes ⁊ super equales lineas. igitur ⁊ arcus equales: quod est propositum.

Propositio .26.

Si in equis circulis equi sumātur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eoꝝ seu supra circumferētias cōstituātur equos esse necesse est.

¶ Sint vt prius duo circuli .a.b.c. cuius centrū .d. ⁊ .e.f.g. cuiꝰ centrū h. sintqꝫ duo arcus .a.b.c. ⁊ .e.f.g. equales fiantqꝫ super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint .d. ⁊ .h. ductis .a.d.c.d.e.h.g .h. Itemqꝫ super eosdem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint .b. ⁊ .f. ductis lineis .a.b c.b.e.f. ⁊ .g.f. dico duos angulos .d. ⁊ .h. adinuicē eē eq̄les Itēqꝫ duos .b. ⁊ .f. adinuicem esse equales ⁊ est hec conuersa prioris. si enim non sunt .d. ⁊ .h. anguli ad inuicem equales: sit ergo .h. maior a quo abscindatur angulus .k.h.g. qui sit equalis angulo .d. eritqꝫ per premissam arcus .k.e.f.g. equalis arcui .a.b.c. sed duo arcus a.b.c. ⁊ .e.f.g. positi sunt equales: accidet ergo partē esse equalem toti: quod ē impossibile: quare anguli .d. ⁊ .h. totales sunt equales. ¶ Simili quoqꝫ modo probabis angulos .b. ⁊ .f. esse equales. vel si maius probato φ anguli .d. ⁊ .h. sint equales. sequitur .b. ⁊ .f. esse equales per .19. huius ⁊ econuerso.

Propositio .27.

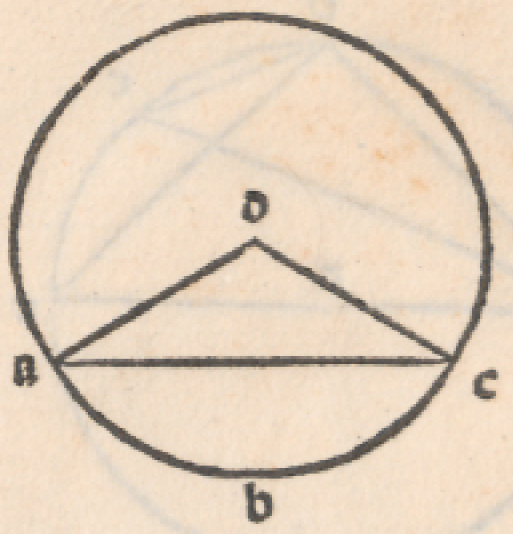
Si in circulis equalibus eque linee arcus resecent. arcus quoqꝫ equos esse. si autē linee īequales fuerint arcꝰ quoqꝫ inequales. ⁊ a maiore linea maiorem arcum: a minore vero minorem abscindi necessariū est.

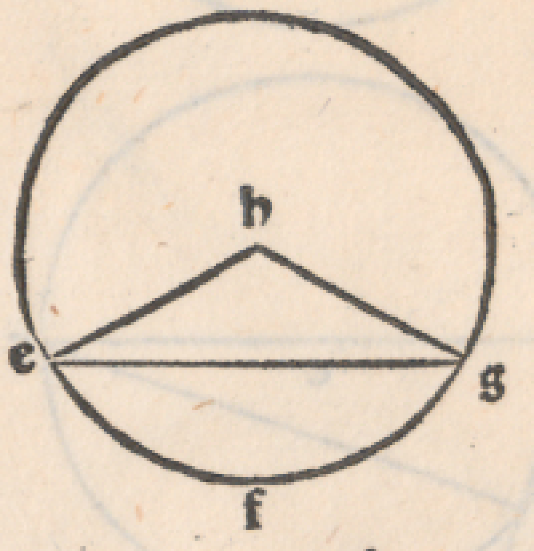
¶ Sint duo circuli equales .a.b.c. cuius centꝝ .d. ⁊ .e.f.g. cuiꝰ cētrū h. sitqꝫ corda .a.c. eq̄lis corde .e.g. dico duos arcus .a.b.c. ⁊ .e.f.g. quos p̄dicte corde ex predictis circulis resecant esse equales. Qđ si corda .e.g. ponat̄ maior corda a.c. dico arcū .e.f.g. esse maiorē arcu .a.b.c. Primū quidem sic probat̄ ducantur a centris linee ad extremitates cordaꝝ que sint .d.a.d.c.h.e.h.g. ⁊ quia circuli positi sunt fore eq̄les. erūt hee semidiametri equales. ⁊ q: linea .a.c. posita est equalis linee .e.g. erit per .8. primi: angulus .d. equalis angulo .h. totali: quare per .25. huiꝰ erit arcus .a.b.c. equalis arcui .e.f.g. sicqꝫ patet primum. scđm sic. sit .e.g. maior a.c. eritqꝫ per .25. primi angulus .h. maior angulo .d. fiat ergo angulus .f.h.g. eq̄lis angulo .d. eritqꝫ per .25. huius arcus .f.g. equalis arcui .a.b.c. quare arcus .e.f. g. est maior arcu .a.b.c. quod est scđm. ꝓpositū.

Propositio .28.

Irculorum equalium equos arcus. equas cordas habe/re necesse est.

¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrum.d.⁊.e.f.g .cuiꝰ centrum.h.sitqꝫ arcus.a.b.c.equalis arcui. e.f.g. dico ꝙ corda.a. c.est equalis corde.e.g.⁊ est hec conuersa prime partis premisse.¶Ducãt linee.d.a.d.c.h.e.h.g.eruntqꝫ per.26.huius anguli.d.⁊.h.equales:quare ꝑ quartam primi:erit.a.c.equalis.e.g.quod est propositum. Quecunqꝫ autem probate sunt passiones de diuersis circulis equalibus intellige multo fortius veras esse de eodem.

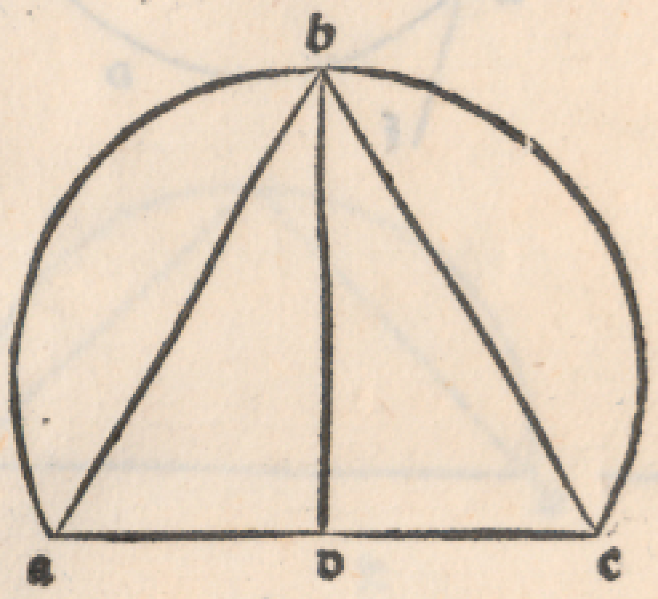




Propositio .29.

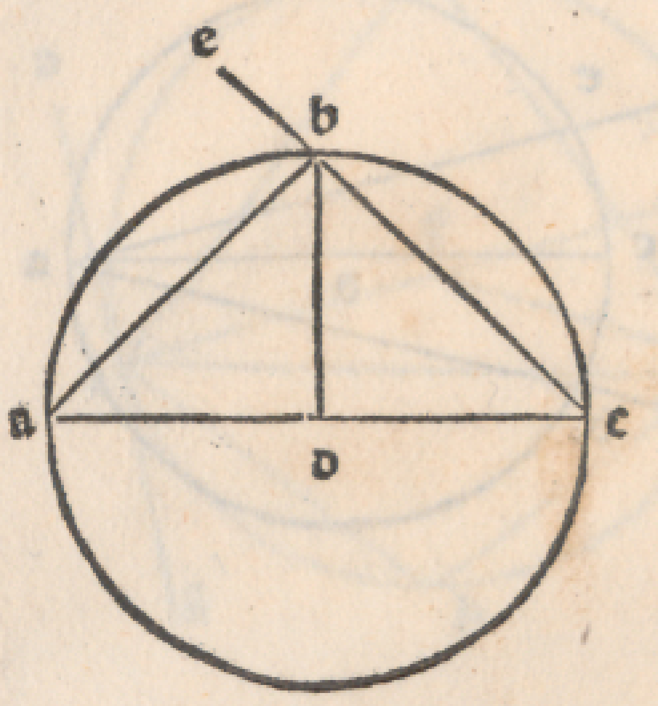
Atum arcum per equalia diuidere.

¶Sit datus arcus.a.b.c.cui subtendatur corda.a.c.que diuidat̃ per equalia in puncto.d.a quo ducatur perpendicularis ad ipsaꝫ que sit d.b.secans circũferentiam dati arcus in puncto.b.quẽ dico diuidere datum arcum per equalia.ducantur enim linee.b.a.b.c.que erũt eq̃les per.4. primi quare ꝑ primã partem.27.huiꝰ arcus.a.b.erit equalis arcui.b.c. quod est propositum.

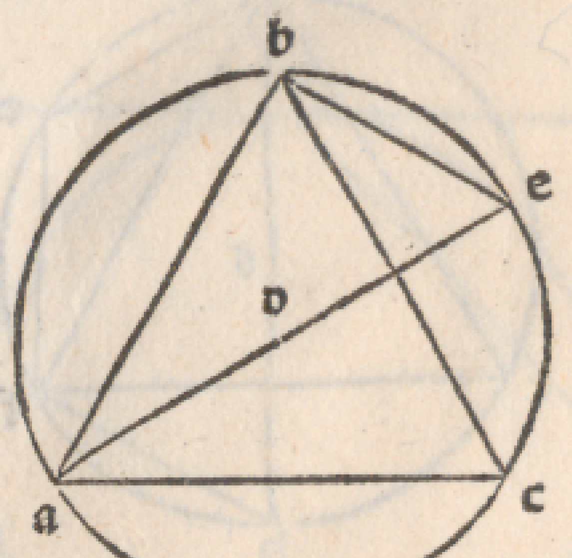


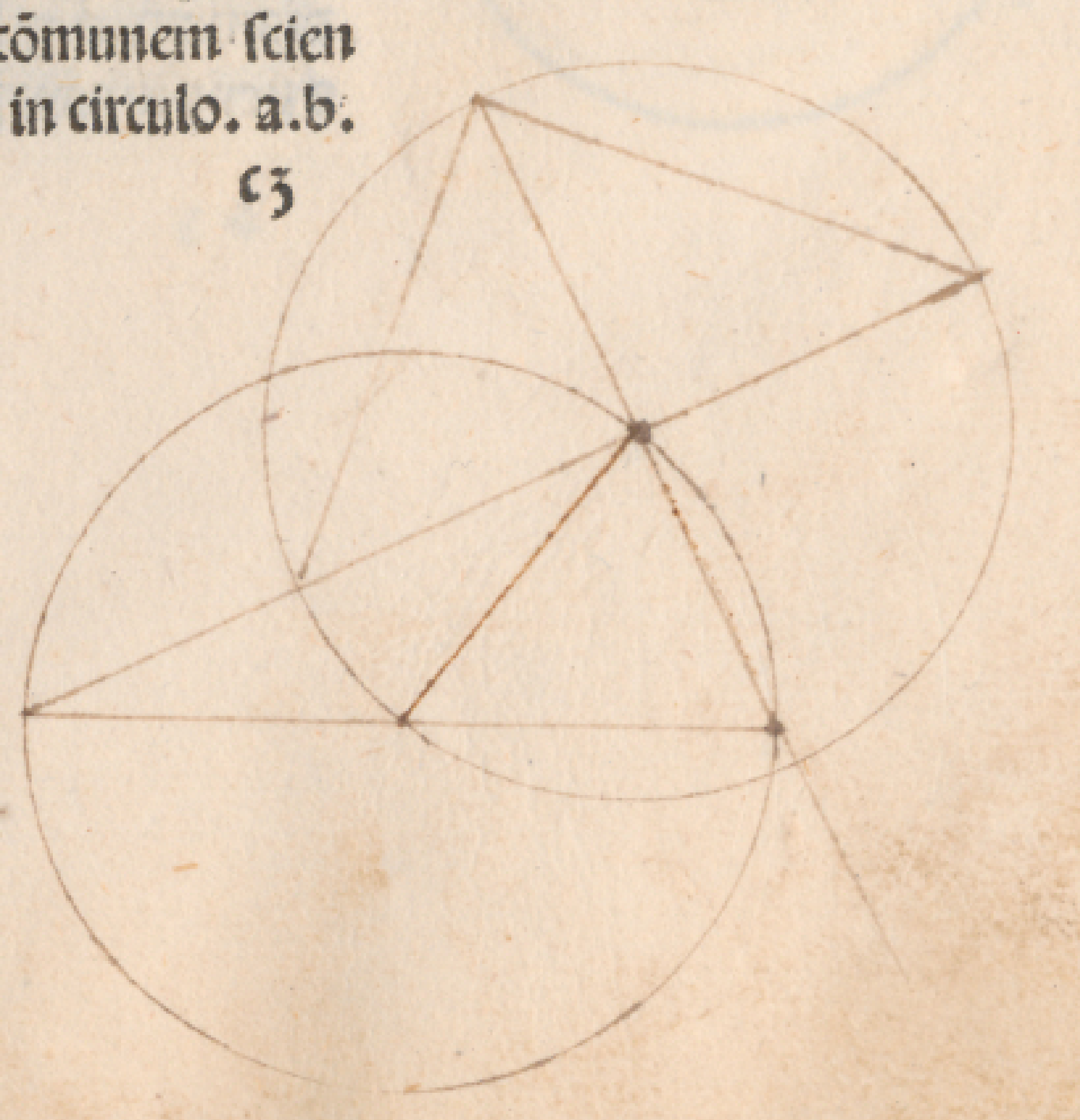
Propositio .30.

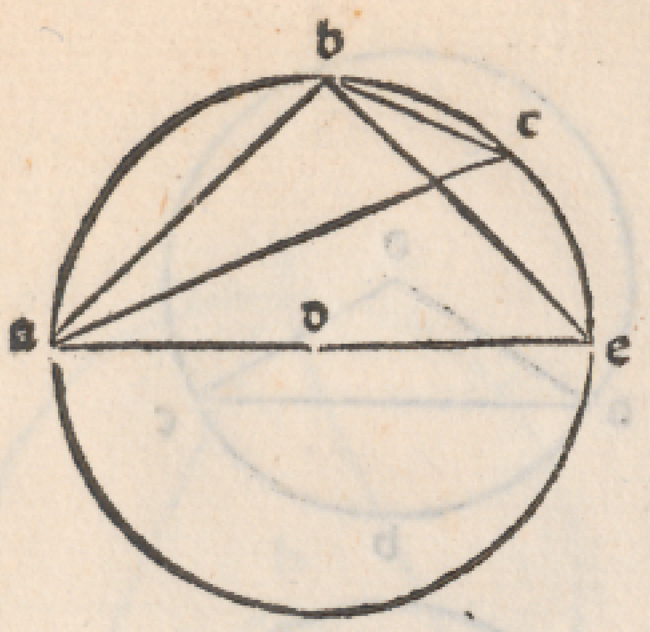
I rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consi/stat.rectus est.Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶Itemqꝫ omnis portionis angulus semi/circulo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.



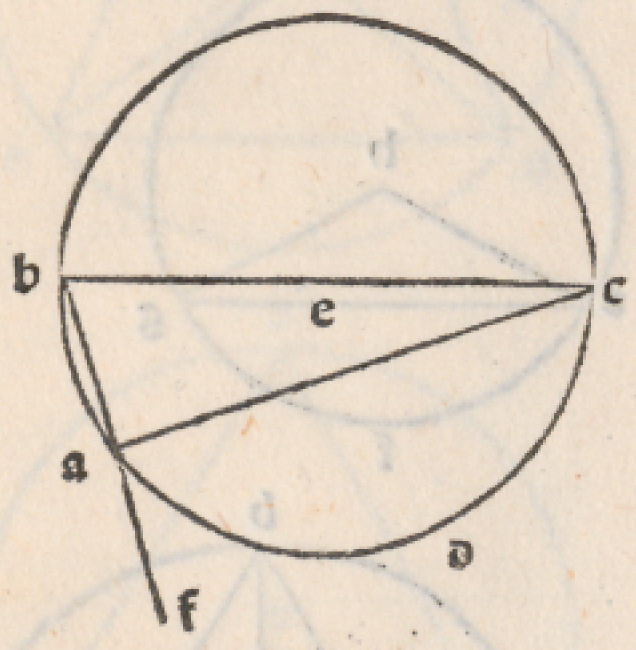
¶Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.d.⁊ diameter.a.d.c.semicirculus. a.b.c. in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus.a.b.c.ductis lineis.a.b.⁊.b.c.di/co illum angulum esse rectum.protrahatur ab ipso angulo in centrum linea .b.d. eritqꝫ per quintã primi: angulus.a.b.d.equalis angulo.a.⁊ angulus.d.b.c. equalis angulo.c.⁊ quia ãgulus.c.d.b.ẽ equalis duobus angulis.d.b.a. ⁊.a.per.32.p̃mi:ipse erit duplus ad angulum.d.b.a.eadem ratione angulus.a.d.b.duplꝰ erit ad angulum.d.b.c.ergo duo anguli.c.d.b.⁊.a.d.b.dupli sunt ad totalem angu/lum.a.b.c.sed ipsi sunt equales duobus rectis. per.13.primi: erit igitur angulus a.b.c.totalis medietas duorum rectorum:quare rectus quod est primum propo/situm.¶Idẽ aliter protrahatur.b.c.vsqꝫ ad.e.eritqꝫ per.32.primi:angulus .a.b. c.equalis duobus angulis.a.⁊.c.⁊ quia angulus.a .est equalis angulo .a.b. d.et angulus.c.angulo.c.b.d.erit angulus.a.b.c.equalis totali ãgulo.a.b.c.ergo vterqꝫ eorum est rectus per diffinitionem.¶Scd̃o sic patet:sit in circulo. a.b.c. cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo:⁊ fiat super eius cir/ferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.⁊.b.c.dico illum angulum esse mino/rem recto.ducantur enim diametri.a.d.e.⁊ linea.e.b.eritqꝫ per primam partem huius.b.totalis rectus.quare angulus.a.b.c.erit minor recto per cõmunem scien tiam cum sit pars eius:sicqꝫ patet scd̃m.¶Tertium sic.Sit rursus in circulo. a.b.

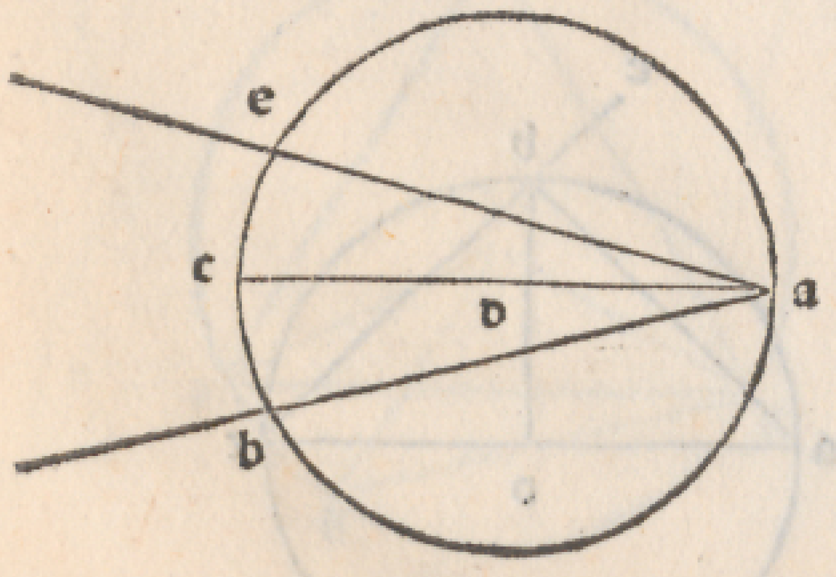






c.cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.que sit semicirculo minor: ⁊ fiat
super eius circumferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.⁊.b.c.dico hunc an/
gulum esse maiorem recto.producantur enim diametri a.d. e .⁊ linea.b.e. eritqꝫ
per primam partem huius angulus.a.b.e.rectus.quare angulus. a.b.c. erit ma/
ior recto quod est tertium propositum.¶ Quartum ⁊ quintum sic. Sint in circulo
a.b.c.d.cuius centrum.e.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo ⁊ por/
tio.a.d.c.cuius eadē corda.a.c.minor semicirculo dico angulū contentum ab arcu
b.a.⁊ corda.a.c.esse maiorem recto ⁊ angulum contentum ab arcu .d.a. ⁊ corda
a.c.esse minorem recto.producantur diametri .c.e.b.⁊ linea.b.a.vsqꝫ ad.f.eritqꝫ
per primam partem huius angulus.b.a.c.rectus.quare per.13.primi angulus.f.
a.c.est similiter rectus.Quia igitur angulus rectus est primi ⁊ secūdus pars recti
euidenter patet vtrūqꝫ.quare tota liquet hec pēthamembris conclusio. ¶ Ex istis
autem duobus vltimis partibus nota etiā instantiam contra illas duas argumē/
tationes ad quas tulimus instantiam.in.15.huius.transitur enim ab angulo por/
tionis semicirculo minoris qui est minor recto per vltimam partem huius ad an/
gulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem
huius.non tamen per equale.Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut
maior semicirculo.aut minor:sit autem tam angulus semicirculi per primam par/
tem.15.quā angulus portionis minoris per vltimā partē huius minor recto. por/
tionis vero maioris sit maior recto.⁊ tn̄ nō erit alicuiꝰ portionis āgulꝰ.nec simpl'r
aliquis contentus a circumferentia.⁊ linea recta nec rectꝰ nec eq̄lis recto.Qđ ut cla
rius pateat sit ī circulo.a.b.c.cuius centrum.d.linea.a.b.cui non sit determinatus
finis ex parte.b.secans ex ipso portionē semicirculo minorē.eritqꝫ per vltimā par
tem huius minor recto.huius circuli sit diameter.a.d.c.⁊ imaginetur linea. a.b.
moueri ad partem.c.super punctū.a.que quādiu fuerit citra.c.vel in ipso.6.coopi
ens diametrum.a.d.c.faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem
pūcto vltra.c.velut in.e.faciet p penult̄ ptem hꝰ angulū maiorē recto.trāsit̄ ergo a
minori ad maius non per equale.⁊ sicut in rectilineis angulis est reperire maiorē
angulo semicirculi ⁊ minorem.non tamē equalem ut mōstratū ē .ī.15.huius:sic in
angulis portionis est reperire maiorem recto ⁊ minorem non tamen equalem :vt
patet ex ista demonstratione.

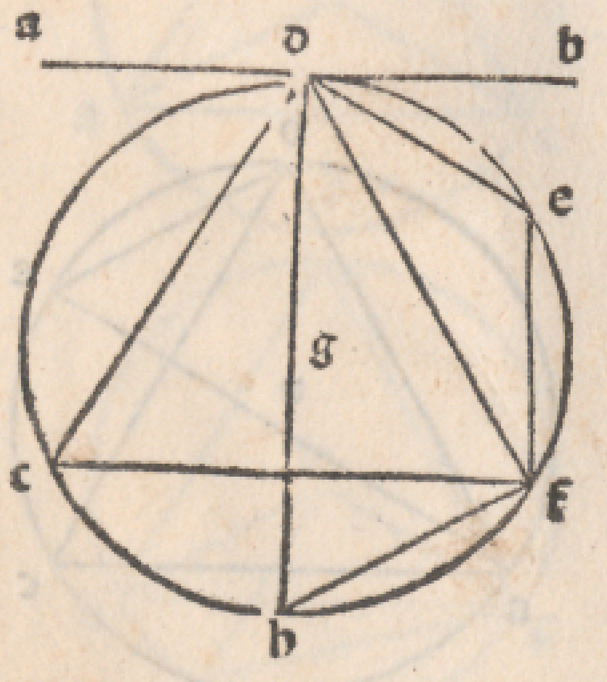




Propositio .31.

SI circulum linea recta contingat ⁊ a contactu in circulum
quedam circulum secans recta linea preter centrum du/
catur quoscunqꝫ duos angulos cum contingēte facit.duo
bus angulis qui in alternatis circuli super arcus consi/
stunt portionibus:equales sunt.

¶ Sit recta linea.a.b.contingens circulum.c.d.e.f.cuius centrū.g .in puncto.d.
a quo.d.ducatur in circulum preter centrum linea.d.f.secans ipsum.fiantqꝫangu
lus.d.c.f.consistens super arcum portionis.d.c.f.ductis lineis.c.d.⁊.c.f. ⁊ angu
lus.d.e.f.consistens super arcum portionis.d.e.f.ductis lineis.e.d.⁊.e.f.dico an
gulum.c.esse equalem angulo.b.d.f.⁊ angulum.e. angulo. a.d.f. ducantur enim
diametri.d.g.h.⁊ linea.f.h.eritqꝫ per.17.huius.d.h.perpendicularis super. a.b.
⁊ per primam partem premisse angulus.d.f.h.rectus.quare duo anguli.a. d.h.⁊

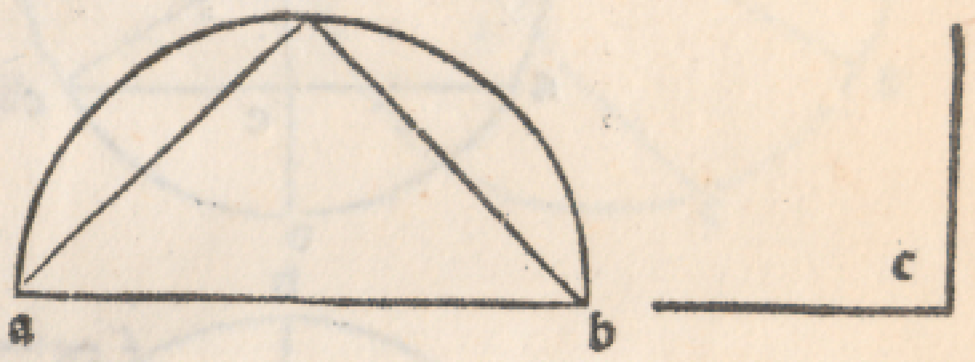


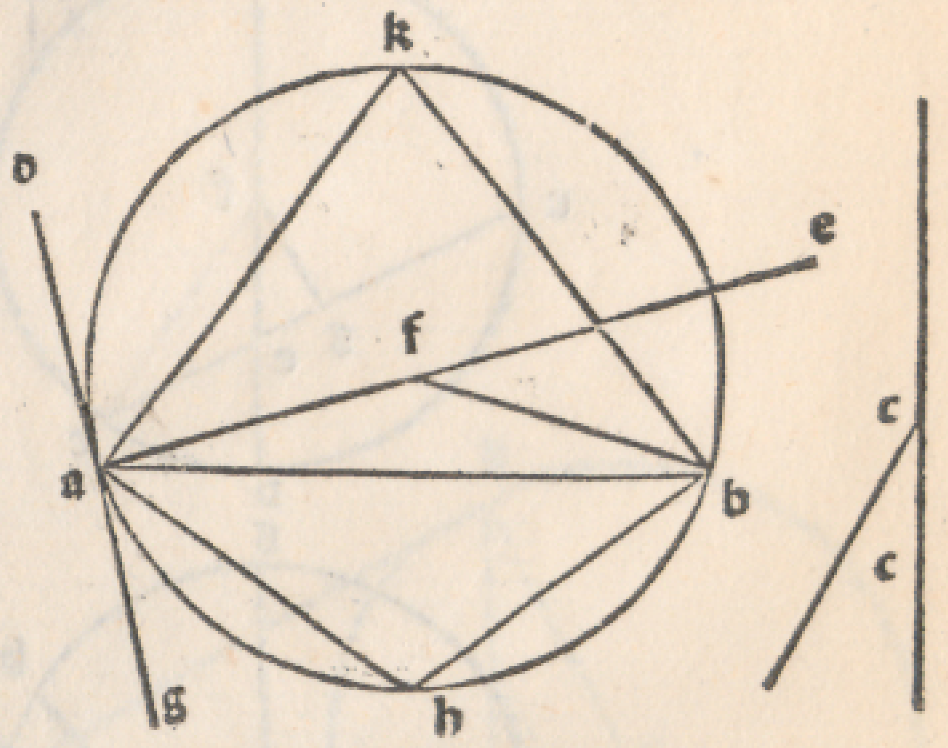
d.f.b.sunt equales.posito ergo cõmuni angulo.b.d.f:erit angulus.a.d.f.equalis duobus angulis qui sunt.d.f.b.z.b.d.f.sed hi duo cum angulo.b. sunt equales duobus rectis per.32.primi:ergo angulus a.d.f.cum angulo.b. equales duobus rectis.sed angulus.a.d.f.cum angulo.b.d.f.equiualet duobus rectis per.13.primi:ergo angulus.b.d.f.est equalis angulo.b.ergo z angulo. c.per.20.hui⁹ z hoc est primum.z quia duo anguli.c.z.e.sunt equales duobus rectis per.21. hui⁹ erit angulus.e.equalis angulo.a.d.f.quod est scõm. Uel istud scõm sit angulus. a.d.f cum angulo.b.equiualet duobus rectis.vt premonstratum est.sed angulus.e.cum angulo.b.equiualet duobus rectis per.21.huius.ergo angulus.e.est equalis angulo.a.d.f.quod est propositum.

Propositio .32.

Super datam lineam.circuli portionẽ describere capientem angulum.dato angulo equalem.seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

¶ Sit.a.b.linea data z.c.datus angulus super lineam a.b.volo describere vnã circuli portionẽ recipiẽtẽ i circũferẽtia rectilineũ angulũ equalem angulo.c.Si igitur fuerit angulus.c.rectus diuisa.a.b.p medium describam super eam semicirculum.factumqз erit propositum.per primam partem.30. huius. ¶ Si autẽ fit obtusus ductã lineam.d.a.cum linea.b.a. continentẽ equalẽ angulum angulo.c.z a puncto.a.ducam lineam.a.e.perpendicularem sup lineam a.d.z super punctũ.b.faciã angulũ p.23.pmi equalẽ angulo.e.a.b.i quo obtusus excedet rectum.ducta linea.b.f.vsqз ad perpendicularem.a.e.eruntqз per.6.pmi: linee.f.a.z f.b.equales:facto itaqз pũcto.f.centro circuli describam ẽm quantitatem linee.f.a:circulum.a.h.b.eritqз per corel.15.huius linea.a.d.contingens circulum.quare per premissam angulus qui fit in portione.a.h.b.est equalis angulo.d.a.b.quare z angulo.c.quod est propositum. ¶ Si autem angulus.c. sit acutus.producam lineam.a.g:continentem cum linea.a.b.angulum equalem angulo.c.z a puncto.a.ducam.a.e.perpendicularem ad lineam.a.g.z super punctum b.faciam angulum equalem angulo.e.a.b.in quo rectus excedit acutũ.ducta linea b.f.vsqз ad perpendiculareз.a.e.eruntqз per.6.primi linee.f.a.z.f.b.equales: facto itaqз puncto.f centro circuli.describam ẽm quantitatem linee.f.a.circulum.a. k.b.eritqз per corelarium.15.huius linea.a.g.contingens circulũ.quare per premissam angulus qui fit in portione.a.k.b.est equalis angulo.g.a. b. quare z angulo.c.quod est propositum.

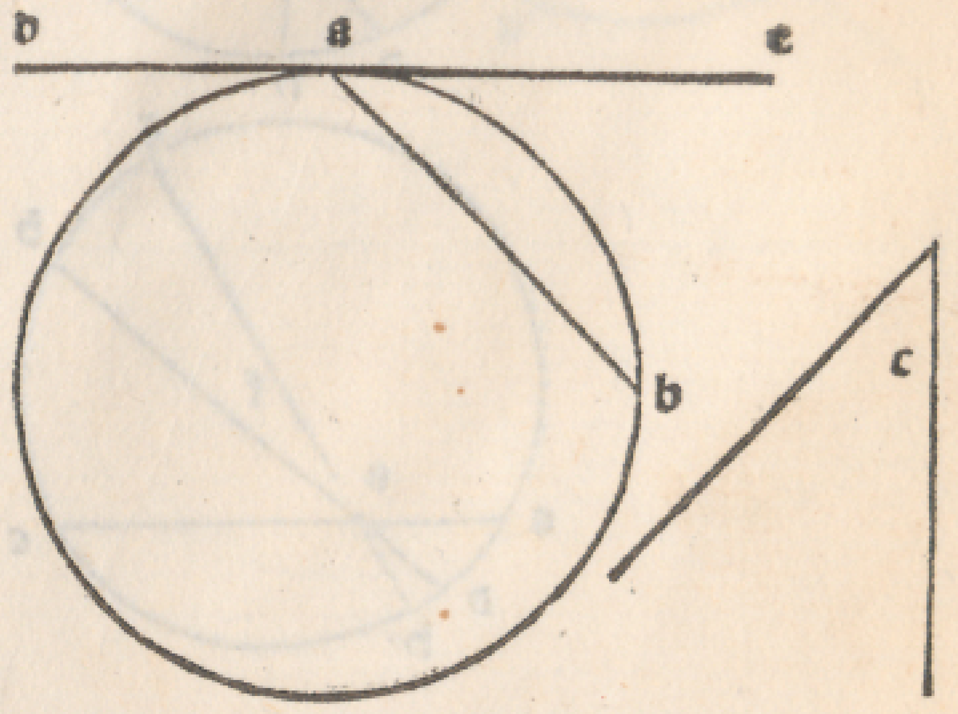




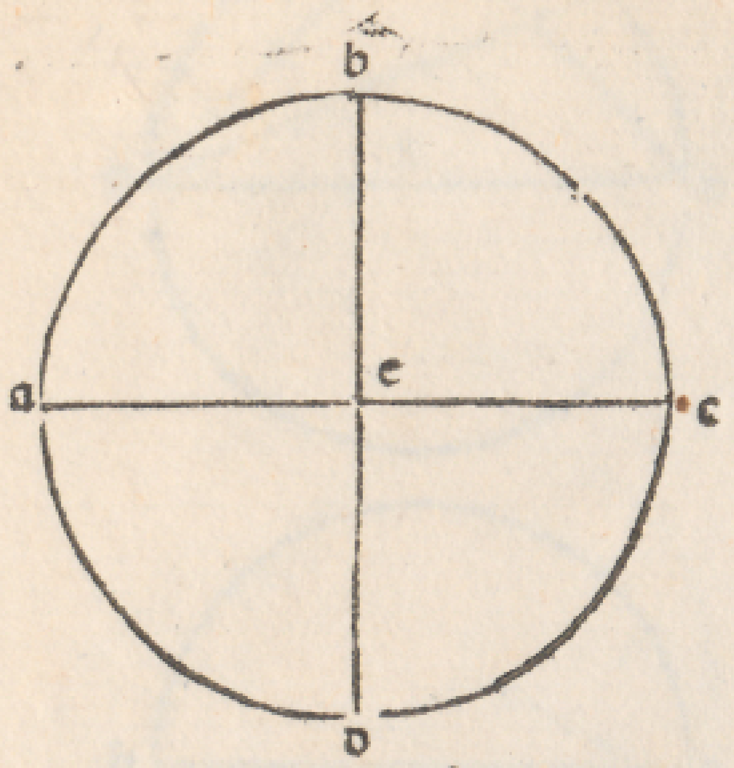
Propositio .33.

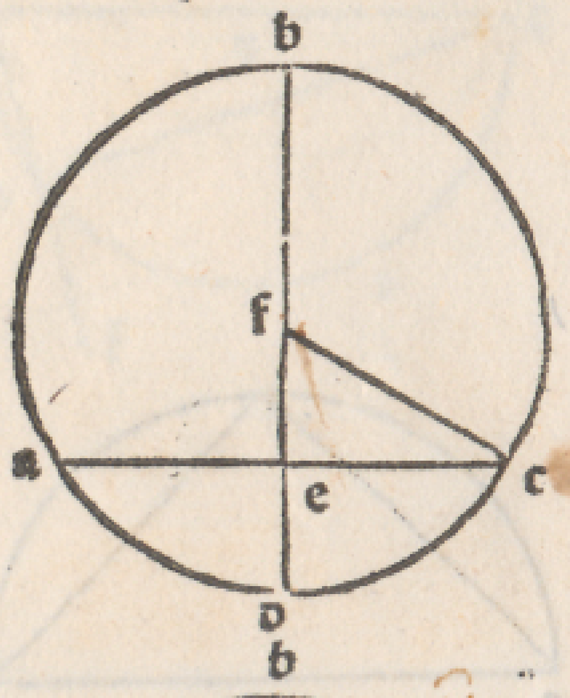
A Dato circulo :dato angulo. equum angulum capientem portionem abscindere.

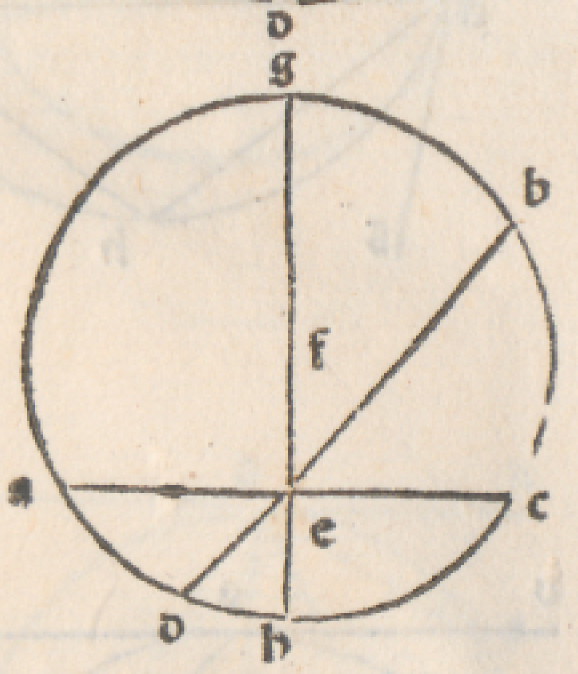
¶ Sit.a.b.datus circulus.et.c.datus angulus.volo ergo a circulo.a b.abscindere portionem vnam capientem equaleз angulum angulo.c.produco lineam.d.a.e.contingentem datum circulum in puncto.a.a quo ducto in circulum lineam.a.b.continentem cum linea .a.e. angulum equalem angulo.c.eritqз per.31.huius portio.a.b.existens a parte linee.a.d.recipiens angulum equalem angulo.c.quod est propositum.

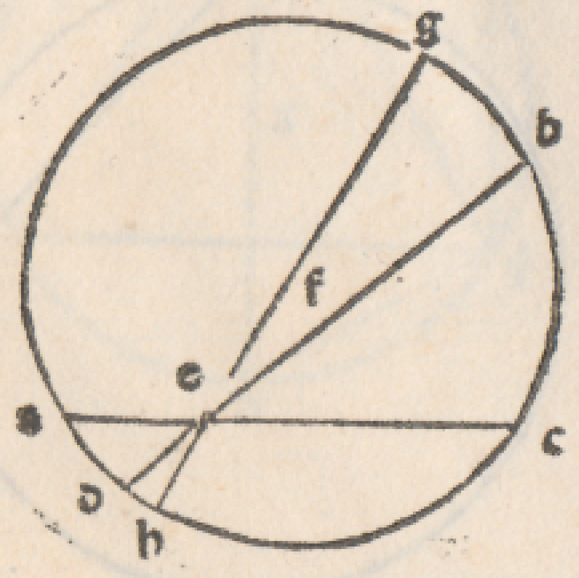


Propositio .34.









SI intra circulū due recte linee sese inuicem secent. ꝙ sub duabus partibus vnius earuꝫ ꝓcedit. equū est ei rectāgulo qđ sub duabus alterius linee ꝑtibus cōtinetur.

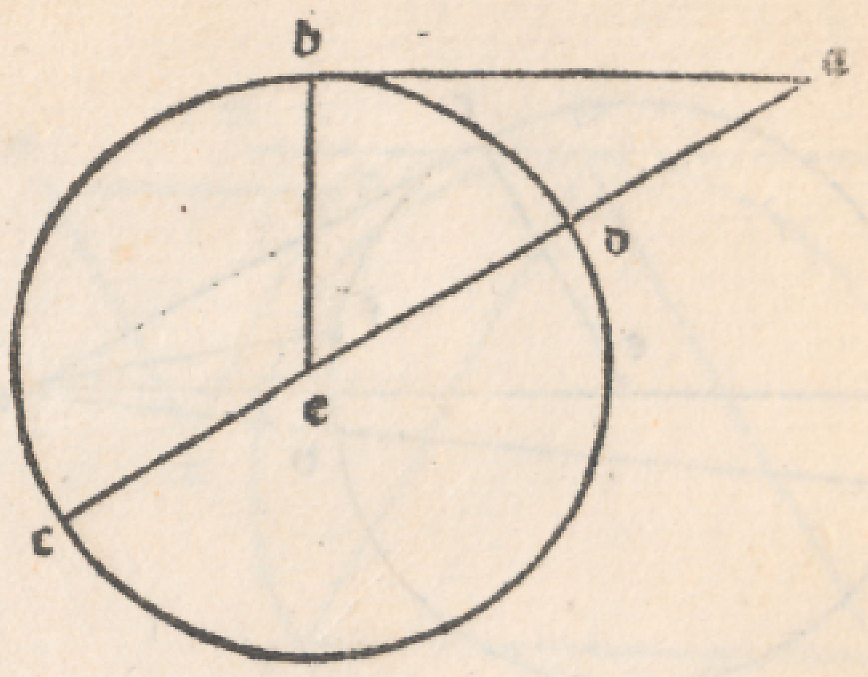
¶ Sint due linee.a.c.⁊ b.d.secantes se in circulo a.b.c.d.super pū/ctū e.dico ꝙ illud rectangulum qđ fit ex. a.e.ī e.c.equum est ei qđ fit ex b.e.in e.d.aut enim ambe linee a.c.⁊.b.d.transibūt ꝑ centrum circuli aut altera tm̄ aut neutra.ꝙ si ambe transeant per centrū.erit.e.centrum circuli. omnesqꝫ.4. linee equales: quare liquet ꝓpositum. ¶ Qđ si altera earū tantum transit per centrū sit illa.b.d.centrumqꝫ circuli sit.f.aut ergo.b.d.secabit a.c.per equalia aut per inequalia.secet ergo primo per equalia:eritqꝫ per primā parteꝫ.3.huius secans eā orthoganaliter.ducatur itaqꝫ linea.f.c.eritqꝫ per.5.secundi qđ fit ex .b.e.in.e.d.cū quadrato.e.f.equale quadrato linee.f.d.quare ⁊ quadrato linee.f.c.ergo per pe/nultimam primi ⁊ quadratis duaꝝ linearum. f.e. ⁊.e. c.dempto ergo vtriqꝫ qua/drato.e.f.erit quod fit ex.b.e.in.e.d.equale quadrato linee.e.c.⁊ quia.e.c. ē equalis.a.e.patet propositum. ¶ Qđ si.b.d.transiens per centrum secat.a.c.per inequalia a centro.f.ducatur.f.g.perpendicularis ad.a.c.eritqꝫ per secundam par/tem tertii huius.a.g. equalis .g.c. ⁊ ducatur linea.f.c. eritqꝫ per.5.secundi quod fit ex.b.e.in.e.d.cū quadrato.e.f.e.⁊ ideo per penultimā primi cū quadratis duarum linearum.f.g.⁊.g.e.propter id qđ angulus.f.g.e.ē recto ⁊ ē equalis quadrato linee.d.f.⁊ ideo linee.f.c.propter quod per penultimā primi ⁊ quadratis duarum linearum.f.g.⁊.g.c.dempto ergo vtriqꝫ quadrato linee.f.g.erit quod fit ex .b.e.ī e.d.cum quadrato linee.g.e.equale quadrato linee.g.c.sed per.5.secundi quod fit ex.a.e.in.e.c.cum quadrato linee .g.e.est equū ei quod fit ex:b.e.in.e.d.cum quadrato eiusdem.g.e.dempto igitur vtriqꝫ quadrato linee.g.e:erit quod fit ex .b.e. in.e.d.equale ei quod fit ex.a.e.in.e.c.quod est propositum. ¶ Qđ si neutra earū transit per centrum siue altera diuidat alteraꝫ per equalia siue per inequalia. pro/ducam lineam.g.f.e.h.diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum.Et si altera diuidat alteram per equalia.ut.b.d.a.c.tūc.g.h.diuidit etiā.a.c. per equalia.ergo orthogonaliter per tertiam huius.ergo per secundum modū huius conclusionis quod fit ex.g.e.in.e.h.equum est ei quod fit ex.a.e.in .e.c. ⁊ per tertium modum huius quod fit ex.g.e.in.e.h.equum est ei quod fit ex:b.e.in.e.d ergo quod fit ex.a.e.in.e.c.equum est ei quod fit ex.b.e.in.e.d.quod est proposi/tum. ¶ At si neutra diuidit alterā per equalia erit per tertiū modū hui⁹ cōclusiōis qđ fit ex.g.e.in.e.h.eq̄le vtriqꝫ eorum que fiunt ex.a.e.in.e.c.⁊.b.e.in.e.d. quare vnum eorum erit equale alteri:quod est propositum.

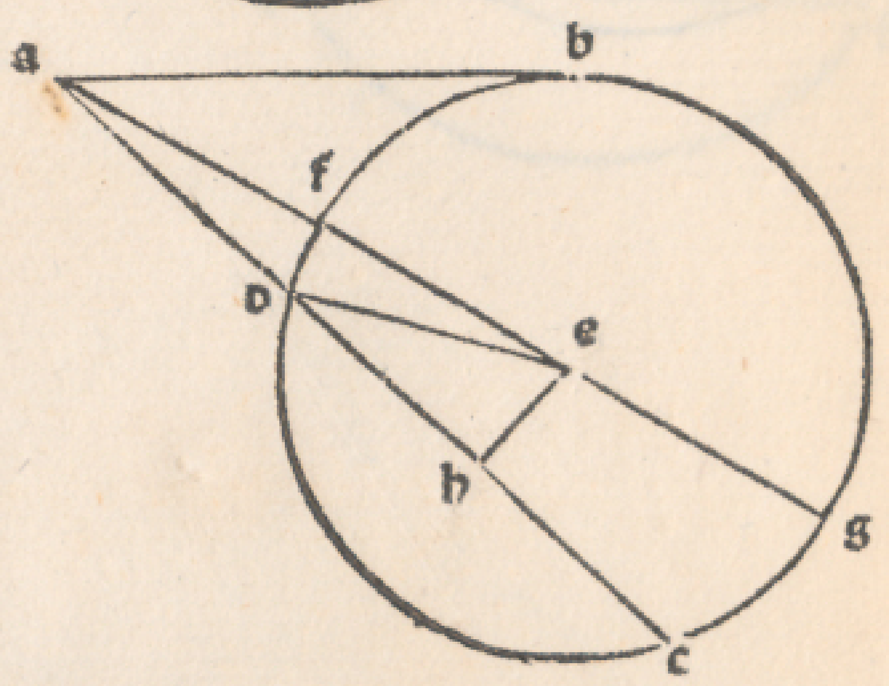
Propositio .35.

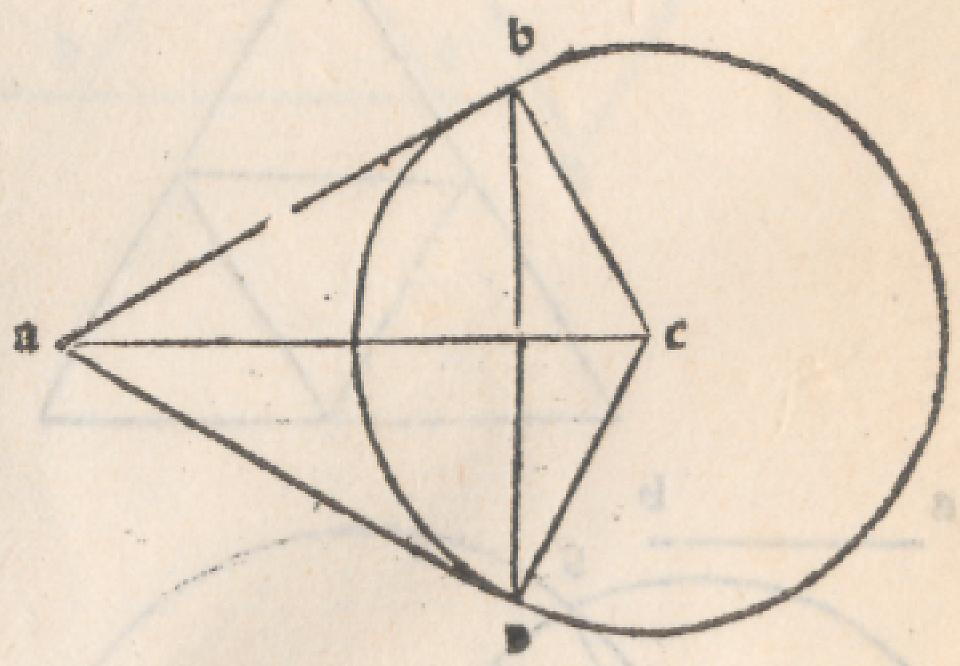
SI extra circulum punctus signetur.ab eo autem ad circu/luꝫ alia linea secās. alia contigens due recte linee ducant̄ qđ sub tota secante.atqꝫ parte sui extrinseca continet̄ equū est ei quadrato qđ ex contingente linea describitur.

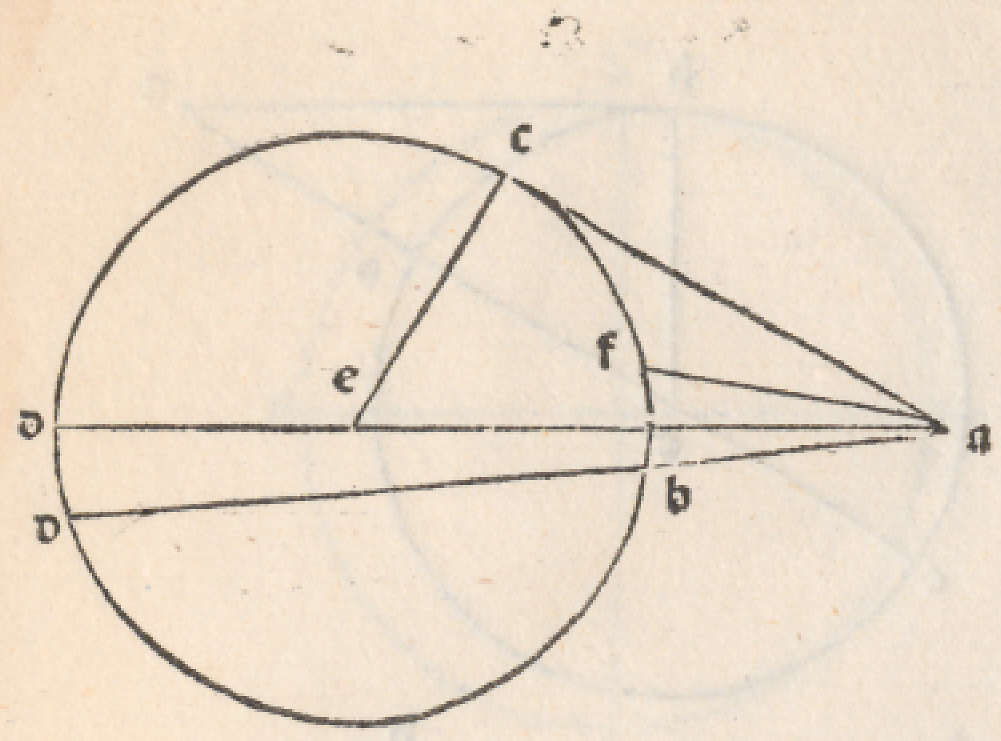
Sit.a .punctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centrū. e.a quo

ducantur ad circulum due linee.a.b.contingens.⁊.a.c.d.secãs.dico ꝙ illud quod fit ex.a.c.in.d.a.equum est quadrato linee.a.b.aut enim.a.d.c. transit per cen/trum aut non transeat:ergo primo per centrum quod est.e.⁊ ducatur linea. e.b. que per.17.huius perpendicularis erit super lineam.a.b.⁊ quia linea. d.c. diuisa est per equalia in puncto.e.⁊ est ei addita linea.d,a.erit per sextam secundi quod fit ex.c.a.⁊.a.d.cum quadrato linee.e.d.⁊ ideo cum quadrato linee. e.b. equale quadrato linee.e.a.⁊ ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linea rum:e.b.⁊.b.a.propter id quod angulus.b.est rectus.dempto ergo vtriqꝫ qua/drato.e.b.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale quadrato linee,a.b.quod est propo situ͂.❡Qd̕ si linea.a.d.c.non transit per centrum sumatur.a.f.e.g.transiens per centru͂ ⁊ ducãt̕ linee.e.d.⁊.e.b.⁊ sit.e.b.ꝑpendicularis ad.a.d.c.eritqꝫ p.3.huius d.b.equalis.b.c.quia ergo linea.d.c.diuisa est per equalia in puncto.b. ⁊ addita sibi linea.a.d.erit per.6.secundi quod fit ex.c.a.in.a.d.cum quadrato.d.b. equa le quadrato linee.a.b.ergo addito vtriqꝫ quadrato.b.e.erit quod fit ex.c.a.in .a. d.cum quadratis duarum linearum.d.b.⁊.b.e.⁊ ideo per penultimam primi cu͂ quadrato.d.e.propter id quod angulus.b.est rectus .⁊ ideo cum quadrato.e.f. propter id quod.e.d.⁊.e.f.sunt equales.equale quadratis duarum linearum.a.b ⁊.b.e.⁊ ideo per penultimam primi quadrato linee .a.e.sed quia per sextam se/cundi quod fit ex.g.a.in.a.f.cum quadrato.f.e.equale est quadrato linee.a.e. q̃ ergo vtriqꝫ eorum que fiunt ex.c.a.in.a.d.⁊ ex.g.a.in.a.f.cum quadrato linee.f. e.est equale quadrato linee.a.e.ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo vtrinqꝫ quadrato linee.e.f.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale ei quod fit ex.g.a.in.a.f.sed id quod fit ex.g.a.in.a.f.est equale quadrato linee. a.b .per premissum modum huius:ergo quod fit ex.c.a.in.a.d.est equale quadrato linee.a.b.quod est propo situm.❡Et ex hac nota ꝙ puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. ⁊ earum portionibus extrinsecis adinuicem sunt equalia.quoniam omnia sunt equalia qua drato linee contingentis.❡Nota etiam ꝙ si a quolibet puncto extra circulum si/gnato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur.ipse erunt adinuicem equales.erit enim quadratum vtriusqꝫ earum equale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum.in partem eius extrinsecam .hoc autem euidenti/us patet per penultimam primi.❡Sit.a.punctus signatus extra circulum.b.c.d. cuius centrum.e.⁊ ab ipso ducantur due linee.a.b.⁊.a.d. contingentes circulum in punctis .b.d.dico ipsas esse equales. producam enim lineas. e.a. e.b.⁊.e.d. eritqꝫ per.17.huius vterqꝫ angulorum.b.⁊.d.rectus. quare per penultimam pri/mi quadratum.a.e.erit equale duobus quadratis duarum linearum .a.b.⁊.b.e. Similiter quoqꝫ ⁊ duobus:duarum.a.d.⁊.d.e.quare quadrata duarum linearu͂ a.b.⁊.b.e.sunt equalia quadratis duarum.a.d.⁊.d.e .⁊ quia quadrata duarum que sunt.b.e.⁊.e.d.sunt equalia:erunt quadrata duarum que sunt. a.b.⁊. a.d.e/qualia:ergo.a.b.est equalis.a.d.quod est propositum.❡Aliter etiã ducatur linea b.d. eritqꝫ per quintam primi angulus .e.b.d.equalis angulo.e.d.b. propter id quod linea.e.b.est equalis linee.e.d.⁊ quia vterqꝫ duorum angulorum.b.⁊.d. est rectus.erit per co͂munem sciẽtiam angulus.a.b.d.residuus equalis angulo.a.d.b residuo.per sextam.ergo primi est linea.a.b.equalis linee.a.d.









Propositio .36.

SI fuerit punctus extra circulū signatus aquo due linee ad circūferētiā ducant̄ .altera secans.altera circumferentie applicata fueritq3 qđ ex ductu totius secantis in partē sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsam fit: erit linea applicata ex necessitate circulū contingens.

¶ Sit a punctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centrum.e. a quo ducantur ad circulum linea.a.b.d.secans ipsum ⁊ linea.a.c.applicata circumferentie.⁊ esto vt qđ fit ex.d.a.in.a.b.sit equale quadrato.a.c.dico lineam.a.c.esse contingentē ⁊ est hec conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a.f: eritq3 per premissam quod fit ex.d.a.in.a.b.equale quadrato linee.a.f.quare quadratum linee.a.f.est equale quadrato linee.a.c.ergo.a.c.est equalis.a.f.quod est impossibile.per.8.huius.erit ergo.a.c.contingens quod est propositū. ¶ Idē ostēsiue ꝓbabit̄ maneat prior dispositio ⁊ ypothesis.⁊ si linea.a.b.d.trāsit p cētꝝ ducatur linea.c.e.q3 erit per.6.secundi qđ fit ex.d.a.in.a.b.cum quadrato.e.b .et ideo cum quadrato.c.e.equale quadrato.a.e.sed qđ fit ex.d.a.in.a.b.positum est equale quadrato.a.c.ergo quadratum.a.c.cū quadrato .c.e.ē equale quadrato.a e. ergo per vltimā primi angulus.c.est rectus.ergo per corel' 15.huius linea. a.c. est contingens circulum quod est propositum. ¶ Si autem.a.b.d.non transit per centrum ducatur a puncto.d.linea transiens per centrum.⁊ quia qđ fit ex hac tota in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex.d.a.in.a.b.per premissam ipsum erit equale quadrato linee.a.c.quare vt prius.a.c.erit contingens circulū.

Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.

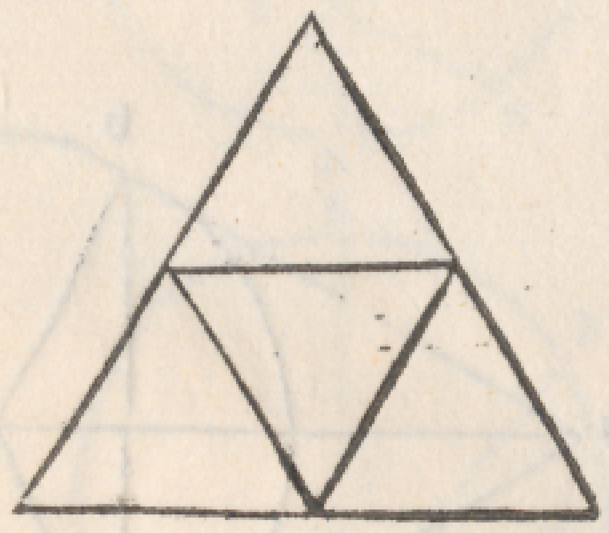
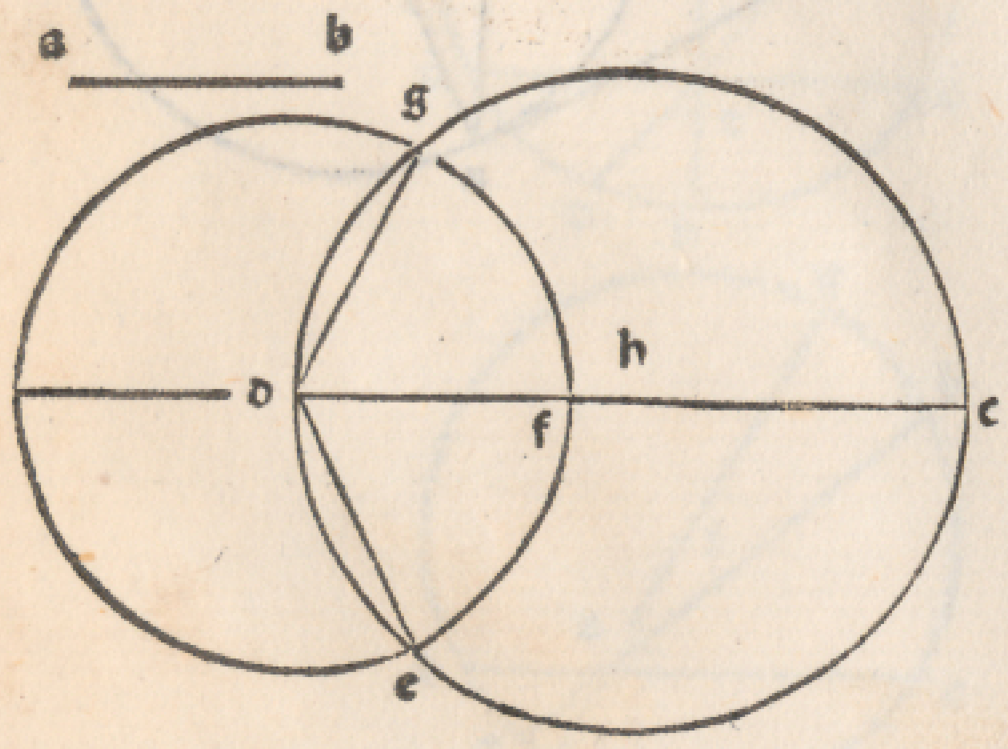


FIgura intra figuram dicitur īscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur.latera vno quoq3 suorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circumscribi vero figura figure perhibetur quotiēs ea quidē figura eius cui circūscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.



Propositio .1.

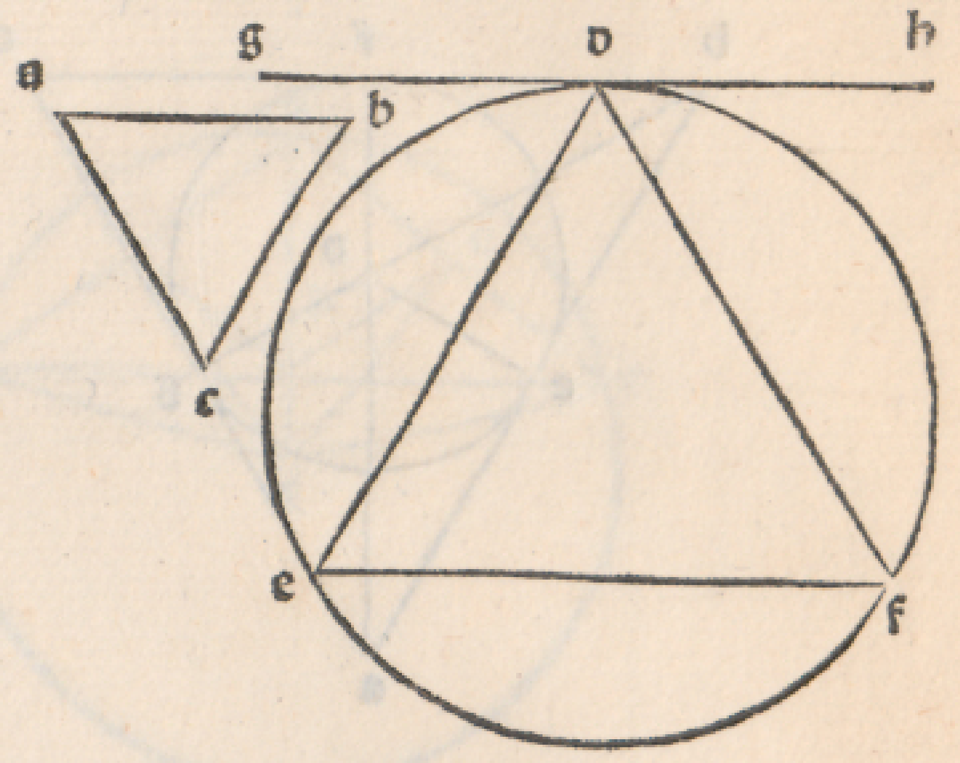
INtra datum circulum date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

¶ Sit linea data.a.b.circulusq3 datus.c.d. e.cui⁹ diameter.c.d.qua nō ē maior linea.a.b.volo itra datū circulū coaptare lineā eq̄lē.a.b que si fuerit equalis diametro cōstat ꝓpositū.si aūt minor ex diametro sumat̄.d.f.sibi eq̄lis ⁊ sup punctū.d.bm quātitatē linee.d.f.describat̄ circulus f.e.g.secans datum circulum in punctis.g.⁊.e.ad alterum quorum ducatur linea a puncto.d.vt.d.e.vel.d.g.eritq3 vtralibet earum equalis linee.a. b.eo ꝙ vtraq3 earū est equalis linee.d.f.per diffinitionem circuli:quare habemus propositū.

Propositio .2.

Intra assignatū circulum triangulum triangulo assigna/
to equiangulum collocare.

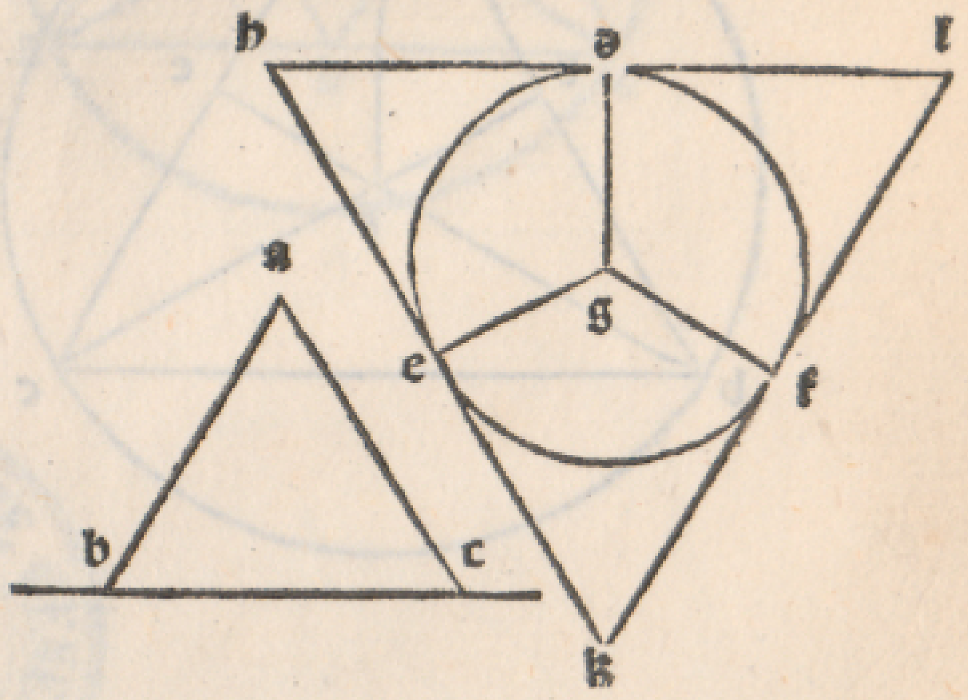
¶ Sit assignatus triāgulus.a.b.c.assignatusqꝫ circulus.d.e.f.volo intra hunc circulum collocare vnū triangulum equiangulum trian/
gulo.a.b.c. equilateruꝫ enim non ē necessariū ēē sed ē possibile.pro
duco.g.d.h.contingentem circulum in puncto.d.super quē facio angulum.h.d.f.
ducta linea.d.f.equalē angulo.c.⁊ angulum.g.d.e.ducta linea.d.e.equalem angu
lo.b.⁊ protraho lineam.e.f.eritqꝫ per.31.tertii angulꝰ.e.equalis angulo.c.qꝛ vter
qꝫ est equalis angulo.h.d.f.e.quidē per positionē .e .vero per.31.tertii eadē rōne
erit angulus.f.equalis angulo.b.quare per.32.primi.d.tertius erit equalis.a.ter/
tio.quare habemus propositum.



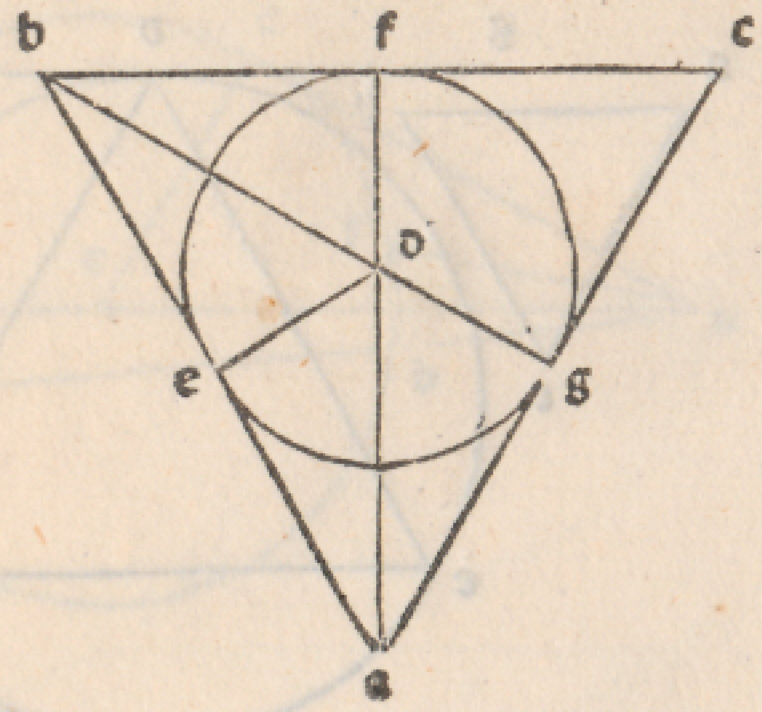
Propositio .3.

Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulū
equiangulum describere.

¶ Sint vt prius assignatus triangulus.a.b.c. assignatusqꝫ circulus
d.e.f.cuius centrum.g.circa hunc circulum volo describere vnū tri/
angulum equiangulum triangulo.a.b.c.equilaterum enim nō ē ne/
cessarium sed ē possibile.producam basim.b.c.ī vtrāqꝫ partem.vt fiant duo angu
li extrinseci.⁊ a centro.g.producam lineam.g.d.ad circūferentiam.⁊ constituā an
gulum.d.g.e.ducta linea.g.e.equalem angulo.b.extrinseco. ⁊.d. g.f. ducta linea
g.f.equalem.c.extrinseco.⁊ a punctis.d.e.f.producam in vtranqꝫ partem lineas
orthogonaliter que per correl.15.tertii erunt contingentes circulū q̄s cōtingentes
ꝓtrahā quousqꝫ concurrant in punctis.h.k.l. necesse est enim ipsas concurrere.
cum enim vterqꝫ angulorum qui sunt ad.d.⁊ vterqꝫ eorum qui sunt ad.e. sit rectꝰ
si intelligatur protrahi linea.d.e.erunt duo anguli qui sunt ad parteꝫ.h. minores
duobus rectis.quare ꝑ penultimā petitionē ī ꝑtem illam ꝓtracte concurrent linee
l.d.h.k.e.h.eadem rōne concurrent due linee.h.d.l.k.f.l.cum vterqꝫ angulorum
qui sunt. ad.f.sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero .h.d.e.g. duo angu/
li.d.⁊.e.sunt recti.erunt duo anguli.g.⁊.h.equales duobus rectis.cuiuslibet enim
quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis.vt mōstratū ē supra.32
primi:⁊ quia duo anguli.b.intrinsecus ⁊ extrinsecus sunt similiter equales duobꝰ
rectis.ꝑ.13.p̄mi:at vero.b.extrinsecꝰ positꝰ ē equalis.d.g.e.erit intrinsecꝰ.h.equa
lis.b.simili quoqꝫ rōne erit.c.intrisecus equalis.l.⁊ quia duo anguli.h.⁊.c. intrin
seci sunt minores duobus rectis.per .32.primi:erunt similiter duo anguli .h.⁊.l.
minores duobus rectis.quare per penultimaꝫ petitionem due linee. h.e.⁊.l.f.ꝓ/
tracte concurrent in puncto.k.fietqꝫ triangulus.h.k.l.⁊ quia angulus.h. ē equa/
lis angulo.b.intrinseco.⁊ angulus.l.angulo.c.intrinseco.erit per.32.primi: angu
lus.k.equalis angulo.a.quare habemus propositum.

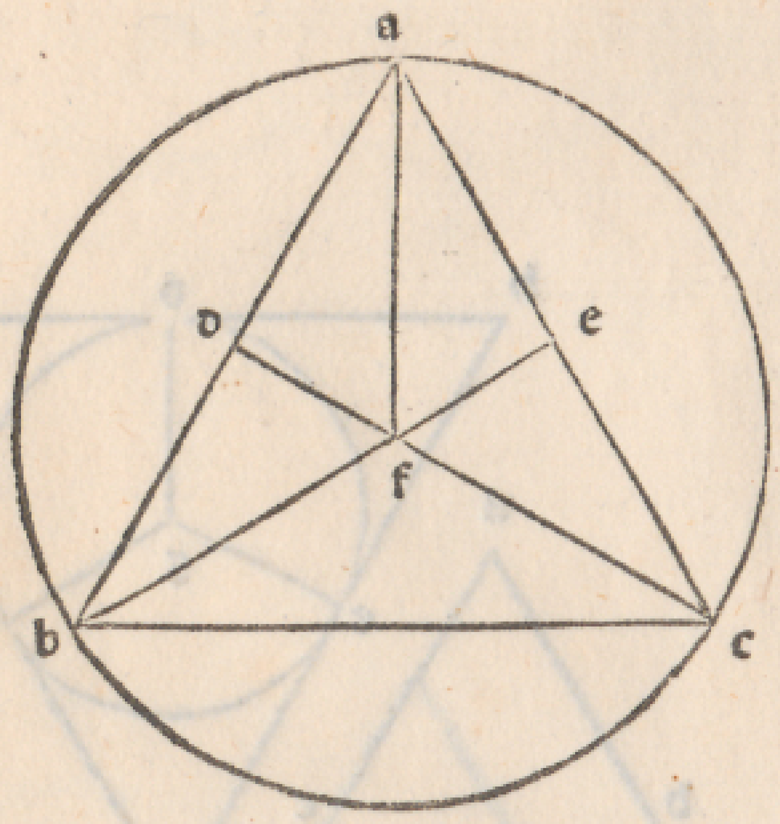


Propositio .4.



Intra datum triangulum circulũ describere.

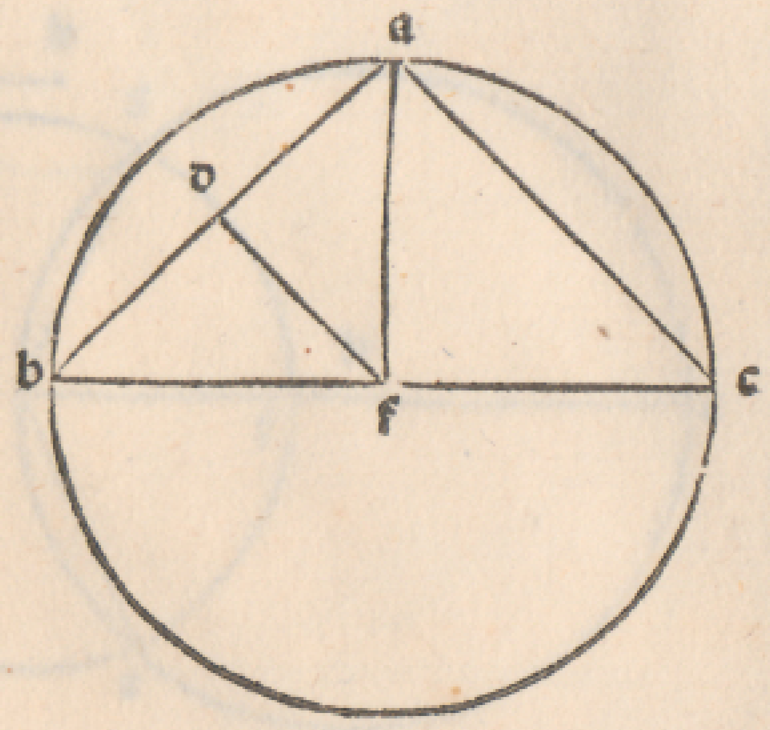
¶ Sit assignat⁹ triãgulus.a.b.c.volo intra ipsuz circulum describere hec ẽ q̃si cõuersa scđe .diuido eni duos ei⁹ angulos.a.⁊.b .p eq̃lia.a q̃dã ducta linea.a.d.b.vero .ducta linea.b.d.q̃ ꝯcurrãt ĩ puncto.d. a quo ducã ꝑpẽdiculares ad tria latera ipsi⁹.d.e.q̃dẽ:ad.a.b.d.f.ad .b.c.⁊.d.g.ad.a.c.⁊ quia duoꝝ trianguloꝝ.e.a.d.⁊.g.a.d. angulus.a.vni⁹ ẽ eq̃/lis angulo.a.alterius.⁊ vterq̃ angulorũ.e.⁊.g.rectus ⁊ latus.a.d.cõmune. erit p 26.primi:linea.d.e.equalis linee.d.g.eadem rõne cum duorum triangulorum.e.b d.⁊.f.b.d.angulus.b.vnius sit equalis angulo.b.alterius ⁊ vterq̃ anguloꝝ.e. et f.rectus:latus quoq̃.d.b.commune:erit per eandem.linea.e.d.equalis linee.d.f. quare tres linee.d.e.d.f.d.g.sunt equales.posito ergo centro in.d.⁊ descripto cir culo secundũ quantitatẽ vnius earum transibit per.9.tertii per reliquarum duarũ extremitates:⁊ quia per correl'.15.tertii vnaquaq̃ linearum.a.b.b.c.⁊.c.a. erit cõ tingens circulum.patet perfectum esse propositum.



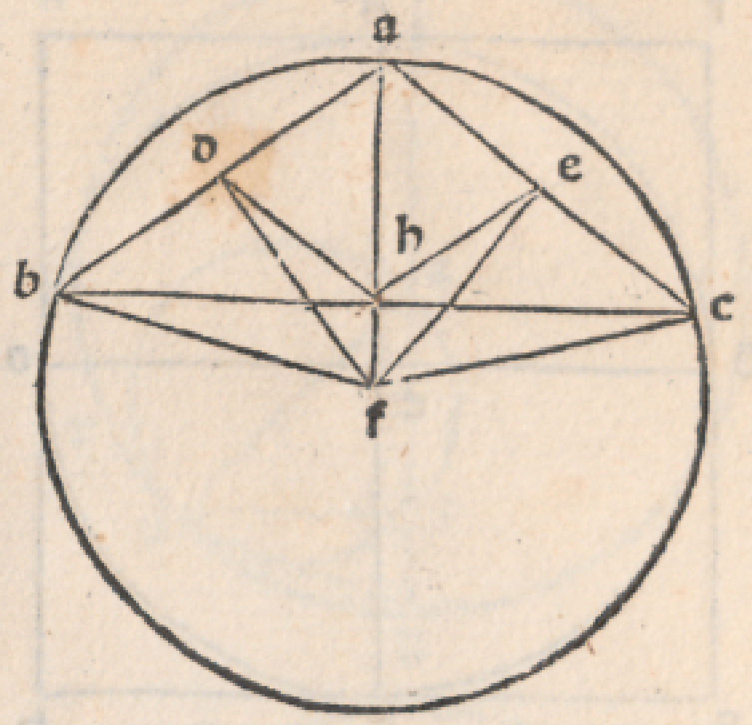
Propositio .5.

Circa trigonum assignatum siue illud sit orthogoniũ siue ambligonium.siue oxigonium circulum describere.

¶ Sit trigonus assignatus.a.b.c.volo circa ipsum describere circulũ hec est quasi conuersa tertie.diuido duo eius latera .a.b.et.a.c .per equalia.a.b.quidẽ in puncto.d.⁊.a.c.in puncto.e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas.a.b.⁊.a.c.quas protraho quousq̃ cõcurrant in puncto.f.sintq̃.d.f.⁊.e.f.concurrent eni q̃m cũ vterq̃ anguloꝝ.d.⁊.e.sit rect⁹ si intelligatur ꝓtrahi linea.d.e.fient duo anguli ad partẽ in quã protrahunť mino res duobus rectis:quare cõcurrent per penultimã petitionẽ igitur a puncto. f.qui est punctus cõcursus quẽ dico esse centrum circuli quesiti.protrahõ lineas ad sin/gulas angulos que sunt.f.a.f.b.f.c.⁊ quia in triangulo.a.d.f.duo latera.a.d.⁊.d f.sunt equalia duobus lateribus.b.d.⁊.d.f.trianguli.b.d.f.⁊ angulus.d. vni⁹ an gulo.d.alterius:quia vterq̃ rectus:erit per quartã primi.f.a.equalis. f.b.eadẽ ra tione erit.f.a.equalis.f.c.cõpatis lateribus ⁊ angulis duorum triangulorum.a.e. f.⁊.c.e.f.ergo per.9.tertii punctum.f.erit centrum circuli quesiti.hec est vniuersa/lis demonstratio ad omnes spẽs trigoni. ¶ Quia tamẽ auctor videť velle mediũ variare disiungendo inter orthogonium ambligonium ⁊ oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demõstrandũ. ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitq̃ angulus.a.rectus:latus.b.c.respiciens hunc angulũ rectũ diuido per equalia in.f.a quo puncto quẽ dico esse centrũ circuli ad medium punctum vtriusq̃ duoꝝ reliquoꝝ lateꝝ qui sit.d.duco lineam.f.d.⁊ quia linea.f.d.diuidit duo latera.a.b ⁊.b.c.trianguli.a.b.c.per equalia:ipsa erit equidistans tertio .videlicet linee. a.c. hoc enĩ demõstratũ est supra.39.primi:et quia angulus.a.positus est rectus .erit per secundã partem ⁊ per tertiam.29.primi:vterq̃ angulorum qui sunt ad .d.re/ctus:ducatur igiť linea.f.a. eritq̃ per quartã primi:linea.a.f.equalis linee.b.f.cõ paratis adinuicẽ laterib⁹ ⁊ angulis triãguloꝝ.a.d.f.b.d.f.⁊ q2 linea.b.f. ẽ eq̃lis linee.c.f.erũt.3.linee.b.f.a.f.c.f.adinuicẽ eq̃les.quare p.9.tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus. a. b. c. ambligonius .sitq̃ angulus .a .



obtusus latus.b.c.respiciens hunc angulum obtusum.diuido per equalia in puncto.h.a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt.d.⁊.e. duco lineas.h.d.⁊.h.e.eritq3.d.h.equidistans.a.c.⁊.e.h.equidistans.a.b.propter id quod demonstratum est supra.39.primi:videlicet ꝙ linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia.tertio est equidistans:quare per secundam partē.29.primi erit vterq3 duoꝝ anguloꝝ.b.d.h.⁊.c.e.h.eq̄lis āgulo.a.⁊ ideo vterq3 obtusus.ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.et.e.f.ad lineam.a.c.quousq3 concurrant in puncto.f.quē dico esse centrum circuli. Manifestū ē eñi eas concurrere propter causā p̄us dictā.secabit vtraq3 earum lineam. b.c .que respicit obtusum ⁊ concurrent extra triangulum.a.b.c.igitur a puncto.f.qui ē punctus concursus earum:produco lineas.f.a.f.b.f.c.que per quartam primi bis assumptam erunt equales cōparatis primo lateribus et angulis duorum triangulorum.a.d.f.b.d.f.deinde aliorum duorum.a.e.f.c.e.f.quare per.9.tertii.f.ē centrum circuli quesiti.¶Esto iterum vt trigonus.a.b.c.sit oxigonius diuisis omnibus eius lateribus per equalia:videlicet latus.a.b.in puncto.d.⁊ latus.a.c.i puncto.e.⁊.b.c.in puncto.h.protraho lineas.d.e.d.h.⁊.e.h.eritq3 .d.h. equidistans a.c.⁊.e.h.a.b.propter id quod demonstratum est super.39.primi:quare per secundam partem.39.primi:vterq3 angulorum.b.d.h.c.e.h.erit equalis angulo.a.⁊ iō acutus:ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.⁊.e.f.ad lineam .a.c. manifestum est eas concurrere intra triangulum.a.b .c.sitq3 punctus concursus f.quem dico esse centrum circuli:produco enim lineas.f.a.f. b.f.c. que per q̄rtam primi:bis assumptam vt prius erunt equales:quare per.9.tertii erit.f.centrum circuli quesiti.¶Per predicta patet ꝙ si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circūscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambligonius centrum cadet extra triangulum.Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.

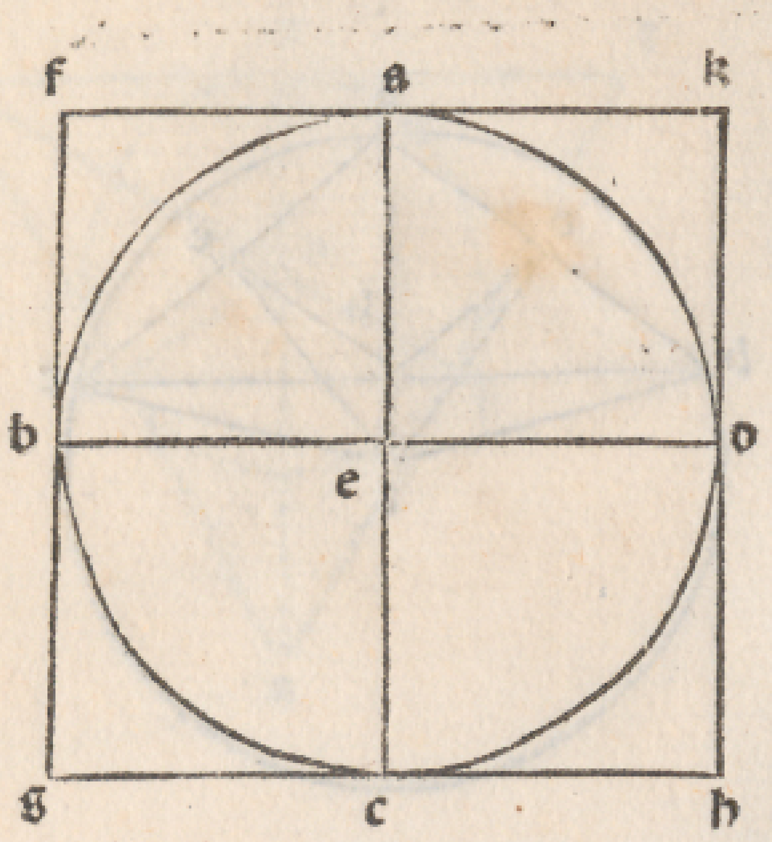


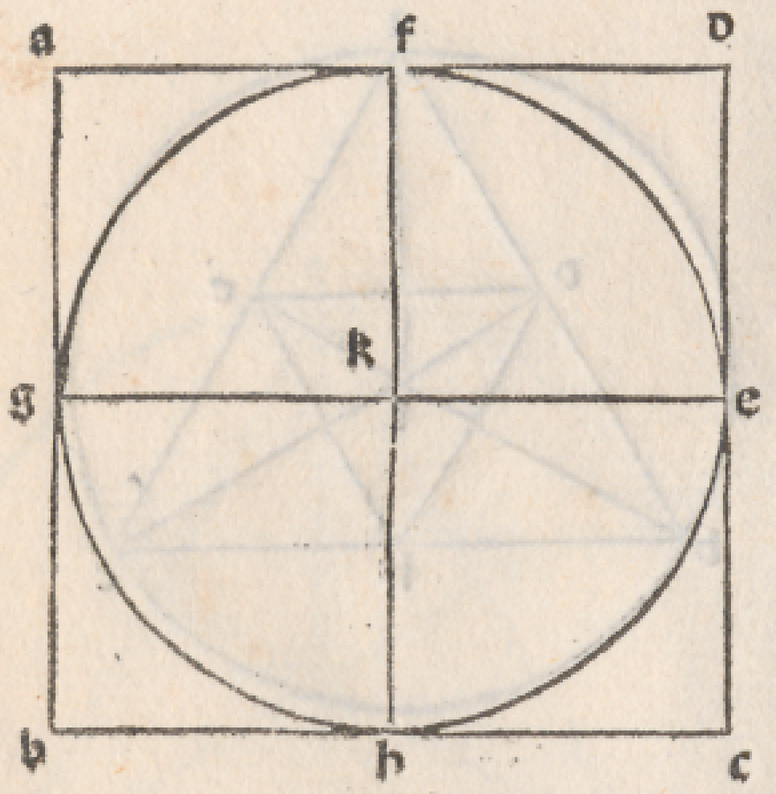
Propositio .6.

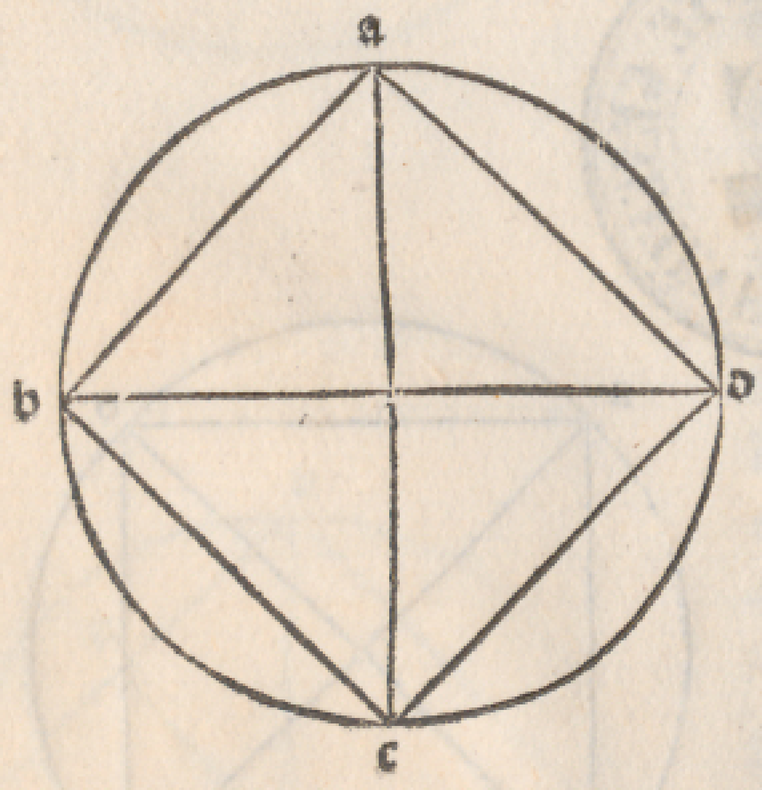
INtra datum circulum quadratū describere.
¶Sit datus circulus.a.b.c.d.cuius centru3.e.volo intra ipsu3 describere quadratu3.protraho in ipso duas diametros.a.c.⁊.b.d.secantes se orthogonaliter supra centru3.e.quaru3 extremitates coniungo protractis lineis.a.b.b.c.c.d.⁊.d.a. quas dico cōtinere quadratum quesitum :ipse enim erunt equales adinuicem.per quartam primi ter assumptam propter id qđ quatuor linee.e.a.e.b.e.c.⁊.e.d.sunt equales.et quatuor anguli qui sunt.a.d.e.recti.si vnusquisq3.quatuor angulorum.a.b.c.⁊. d.est rectꝰ per primam partem .30.tertii:propter id quod quilibet eorum ē in semicirculo erit igitur.a.b.c.d.quadratum per diffinitionem quod est propositum.

Propositio .7.

CIrca propositum circulum quadratum describere.
¶Sit ꝓpositꝰ circulꝰ.a.b.c.d.cuiꝰ centꝝ.e.volo circa ipm describere q̄dratū:ꝓtrabo i ipso duas diametros.a.c.et.b.d.secātes se ortho/







gonaliter sup cētrū.e.a q̄ꝝ extremitatibus duco i vtrāq3 ptē lineas orthogonaliter quousq3 q̄libet eaꝝ ꝯcurrāt cū duab⁹ lateralib⁹ sintq3 pūcta ꝯcursus eaꝝ.f.g.h.k. eritq3 p correl'.15.tertij vterq3 anguloꝝ qui sūt ad vnūquēq3 quatuor pūctoꝝ.a.b. c.d.rectus:quia ergo in quadrilatero.a.f.b.e.tres anguli.a. b.z.c. sunt recti: erit quartus angulus qui est.f.rectus:habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor. angulos equales q̄tuor rectis: vt demonstratum est supra.32.primi :eadem rōne quilibet angulorum.g.h.z.k.erit rectus:ergo per secūdam partem.28.primi. due linee.f.g.z.k.h. Itemq3 due.f.k.z.g.h.sunt equidistantes.ergo per.34.primi.f.k est equalis.g.h.z.f.g.k.h.z quia p eandē.f.k.est equalis.b.d.z. f.g.a.c. At vero b.d.est equalis.a.c.erūt quatuor linee.f.k.g.h.f.g.z.k.h. equales: sed z quatuor anguli.f.g.k..h. sunt recti :vt probatum est prius. ergo.f.g. k.h. est quadratum per diffinitionē quod est propositum.

Propositio .8.

Intra quadratum assignatum circulum describere.

¶ Sit quadratum assignatum. a.b.c.d.volo intra ipsum describere circuluz hec est quasi conuersa .6.diuido vnūq̄dq3 latus eius p equalia.a.d.quidē in puncto.f.b.a.in puncto.g.c.b.in puncto.h.z.d.c. in puncto.e.z produco lineas.e.g.z.f.h.secantes se in pūcto .k.quē dico esse centrum circuli.erit eniz.f.h.equidistans z equalis.a.b.per.33.primi:ꝓpter id quod.a.f.z.d.h.sunt equales z equidistantes.Similiter per eandem z.d.c a.b.z quia omnes medietates quatuor laterū ipsius quadrati sunt adinuicē equales erunt per.34.primi:quatuor linee.k.e.k.f.k.g.z.k.h.equales.ergo per.9.tertij.k.est centrum circuli quesiti.

Propositio .9.

Circa assignatum quadratum circulum describere.

¶ Sit quadratum.a.b.c.d.volo circa ipsum circuluz describere .hec est quasi conuersa.7. Protraho in ipso duas diametros.a.c.z.b.d. secantes se in puncto.e.quē dico esse centrum circuli. Cum eni linee a.d.z.a.b.sint equales erūt per.5.primi: anguli.a.d.b.z.a.b.d.equales.z quia angulus.a.totalis est rectus.erit per.32.primi:vterq3 eorum medietas recti.¶ Simili quoq3 modo ꝓbabitur quēlibet partialiū angulorum a predictis diametris z laterib⁹ quadrati propositi contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus.e.a.d.est equalis angulo. e.d.a.erit per.9.primi:linea.e.a. equalis linee.e.d.eadem rōne erit.e.a.equalis.e.b.z.e.c.equalis.e.d.quare quia quatuor linee.e.a.e.b.e.c.c.d.sunt equales.erit per.9. tertii e.centruz circuli quesiti.quod est propositum.

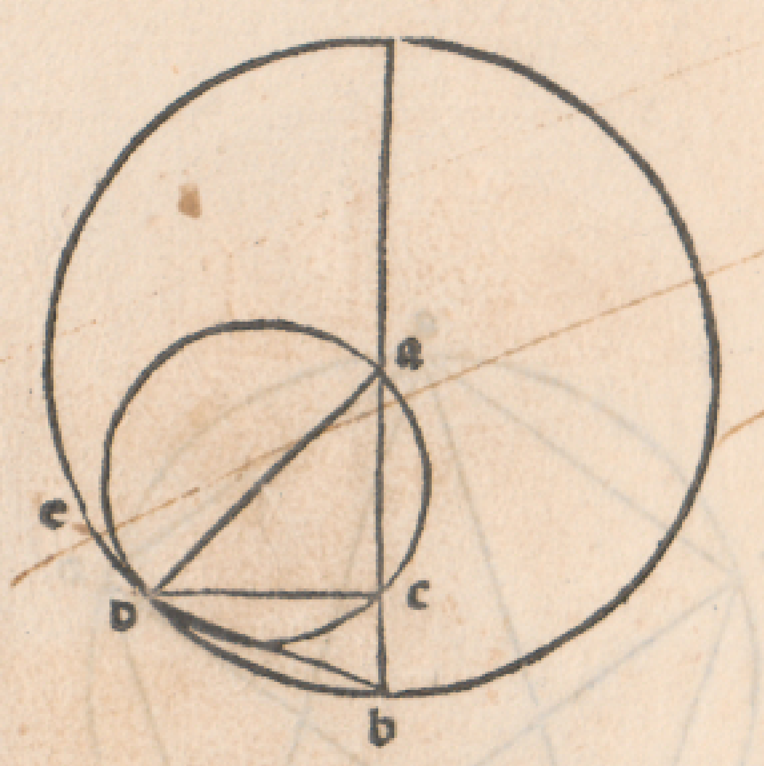
Propositio .10.

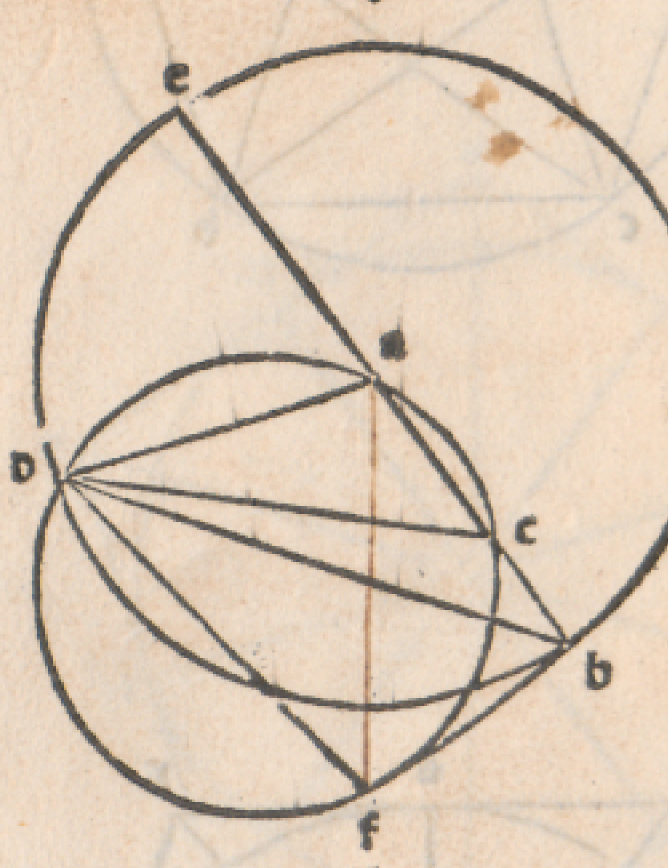
Duum equaliuz laterum triangulum designare. cuius vterq3 duorum angulorum quos basis optinet. reliquo duplus existat.

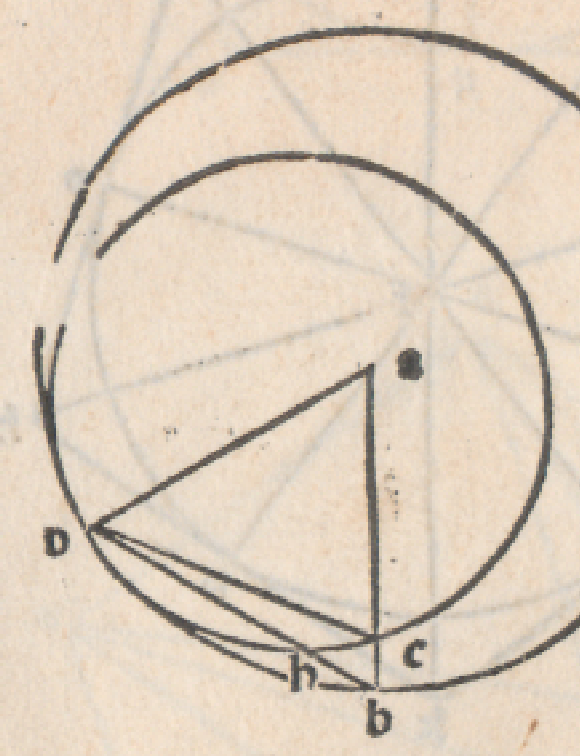
Intentio ē describere vnū triangulū duū eq̄liū lateꝝ z tertii ineq̄lis cui⁹ vterq3 anguloꝝ q̄ sup lat⁹ qd ē reliq̄s i eq̄le existūt ad tertiū duplus existat. Ad hoc aūt faciēdū sumat̄. linea q̄libet q̄ sit .a.b.que diuidat̄ ḃm ꝙ docet.11.scdi in puncto.c.ita ꝙ illd quod fit ex.a.b.i.b.c.sit equale quadrato. a.c

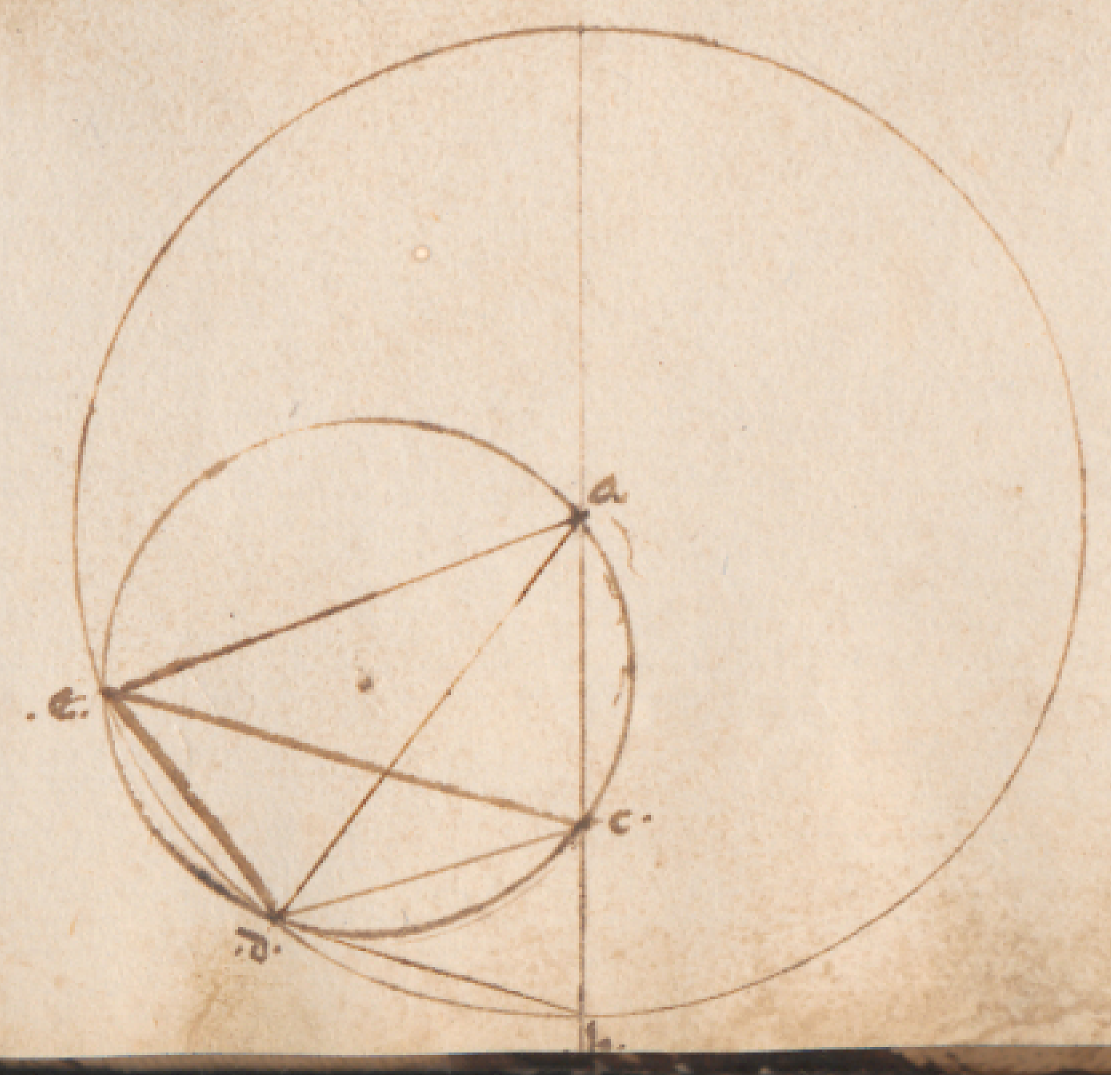
hec propositio extrahitur ex .9. 13

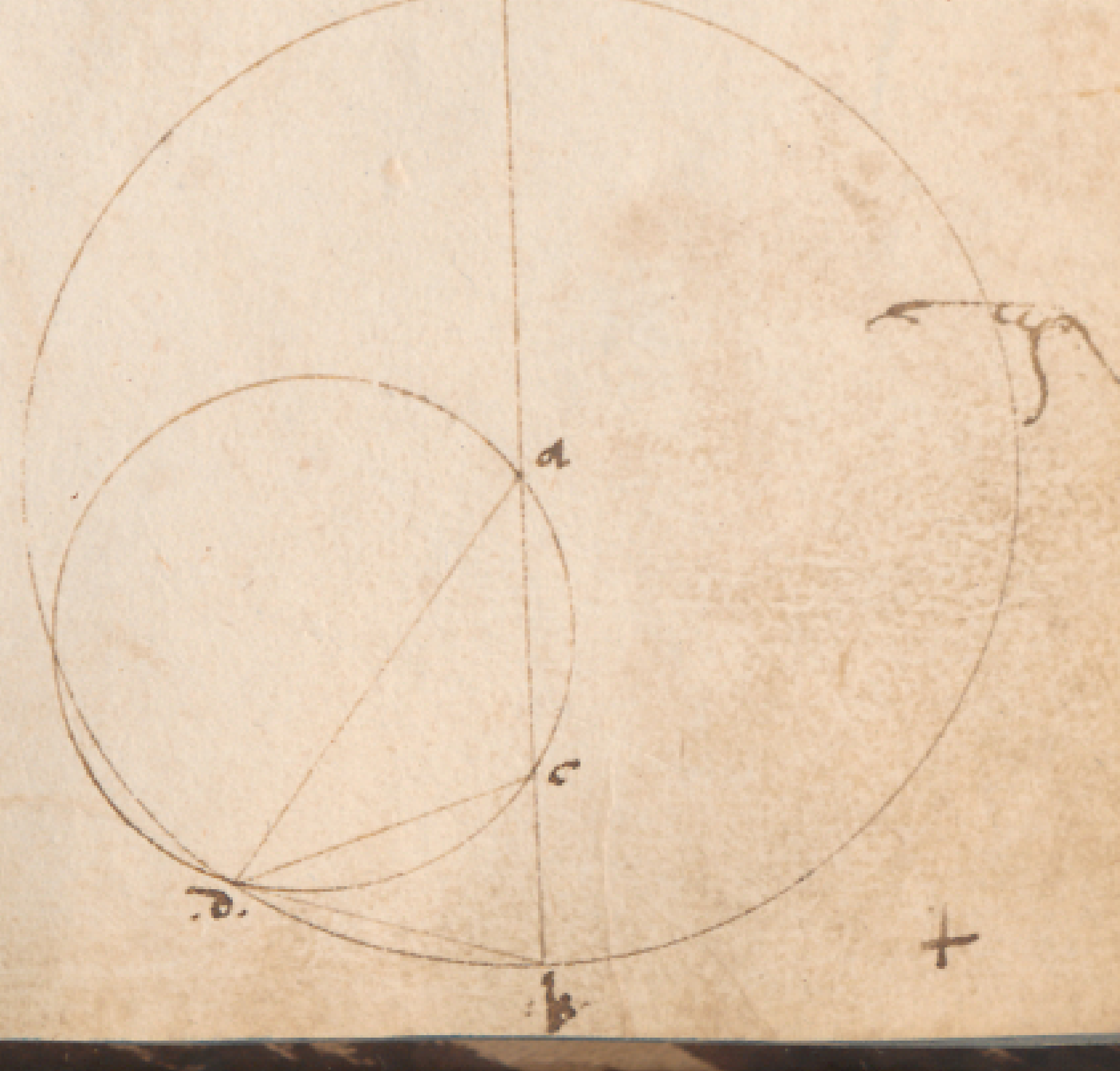
factoq; puncto.a.centro ƀm ipsius quantitatem describatur circulus.b.d.e.intra quē per primam huius coaptetur linea.b.d.equalis linee.a.c.et producantur due linee.d.a.d.c.dico triāgulū.a.b.d.eē ǭlis ꝓponit̄: circūscribat̄ circul⁹ q̄ sit d.c.a. per.5.huius triangulo.d.c.a.quia ergo linea.d.b.est equalis .linee.a.c.erit quod fit ex.a .b. in.b.c .equale quadrato linee. b.d. quare per vltimam tertii. b.d. linea est contingens circulum.d.c.a.⁊ per.31.eiusdem angulus.c. d.b. est equalis angulo.c.a.d.posito ergo cōmuni angulo.c.d.a.erit totus angulus.b.d.a. equa/ lis duobus angulis.c.a.d.c.d.a.sed per.32.primi angulus.b.c.d.est eq̄lis eisdē quia extrinsecus ad ipsos.ergo angulus.b.d.a.est equalis angulo.b.c.d.⁊ q: an/ gulus.a.d.b.est equalis angulo.a.b.d.per.5.primi:eo ꝙ latera.a.d.⁊.a.b.sūt e/ qualia.erit angulus.b.c.d. eq̄lis angulo.c.b.d.ergo per.6.primi: linea.c.d.est e/ qualis linee.b.d.quare ⁊ linee.c.a.ergo per.5.primi:angulus.c.a.d.est equalis an gulo.c.d.a.quia ergo vterq; anguloꝝ c.d.b.⁊.c.d.a.ē eq̄lis āgulo.c.a.d. erit tot⁹ angul⁹.b.d.a.dupl⁹ ad āgulū.d.a.b.⁊ iō angul⁹.a.b.d.sibi eq̄lis.dupl⁹est etiā ad angulū.b.a.d.qḋ est propositū. ¶ Forsan dicet aduersarius circulū.d.c.a.circūscri ptum trigono partiali secare circulum.b.d.e in aliquo puncto arcus.b.d.ita ꝙ si/ mul secabit lineam.b.d.vnde ipsa non erit circulo applicata.sicut in demonstra/ tione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est vt ponit aduersarius ⁊ a puncto.b.ducatur ad ipsum circulum minorem contingens.b.f.⁊ ducantur li/ nee.f.a.f.d.eritq; per penultimā tertii qḋ fit ex.a.b.in.b.c.equale quadrato .b.f. ergo.b.f.est equalis.b.d.quare per.5.primi angulus.b.f.d.est equalis angulo .b. d.f.⁊ quia per.31.tertii angulus.b.f.a.est equalis angulo.a.d.f.erit angulus .b.d f.maior angulo.a d.f.quod est impossibile.cum ipse sit pars eius. ¶ Aliter possu/ mus istud refellere ⁊ ostendere ꝙ ille minor circulus nullo modo secabit lineā. b.d forsan enim diceret ꝙ secaret eam non secando arcum.d.b.maioris circuli. Si enī possibile est ꝙ secet eam.sit hoc in puncto.b.eritq; qḋ fit ex.a.b.in. b.c. equale ei quod fit ex.d.b.in.b.b.Demonstratum est enim supra penultimā tertii ꝙ si ab ali/ quō puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur que sub totis ⁊ earum portionibus extrinsecis continentur.equalia sunt adinuicē: ⁊ quia quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.b.d.erit qḋ fit ex. d.b. in.b.b. equale quadrato.d.b.quod est impossibile per scdam scdi:quare cōstat ꝓpositum ¶ Et nota ꝙ minor circulus necessario secabit maiorē ⁊ abscindet ab eo arcū vnū equalem arcui.b.d.⁊ maior abscindet similiter ab eodem vnum arcum equalē ar/ cui.d.c.Quod sic probat̄.si enim minor non secat maiorem.contingit ergo ipsum in puncto.d.⁊ quia per.11.tertii circulorum se contingentium centra.⁊ punct⁹ con tactus sunt in linea vna.erit centrū minoris circuli in linea.a.d.propter hoc ꝙ in ea est centrum maioris ⁊ punctus contactus.ergo per.17.tertii angulus.a.d.b.est rectus quare similiter ⁊ angulus.a.b.d.sibi eq̄lis ē rectus qḋ ē impossibile.per.32. primi:Secet ergo ipsū in punctis.e.d.dico arcum.e.d.maioris esse equalē arcui. d.b.⁊ arcum.e.d.minoris esse equalem arcui.d.c.produco lineas. d.e.c.e.⁊. e.a. eritq; per.26.tertii vnusquisq; quatuor angulorum qui sunt.d.e.c.c.e.a.d.a. c.et a.d.c.equalis alii propter id ꝙ duo arc⁹.d.e.⁊.e.a. sūt eq̄les.p.27.eiusdē q̄re to talis angul⁹.a.e.d.dupl⁹ ē ad angulū.b.a.d.⁊ iō eq̄lis vtriq; angulorum .a.b.d. ⁊.a.d.b.⁊ q: angul⁹.a.e.d.ē eq̄lis angulo.a.d.c.p.5.primi: ꝓpter id qḋ.a. e.⁊.a d.sunt equales a cētro ad circūferentiam.erūt duo anguli.e.⁊.d.trianguli. a.e.d.



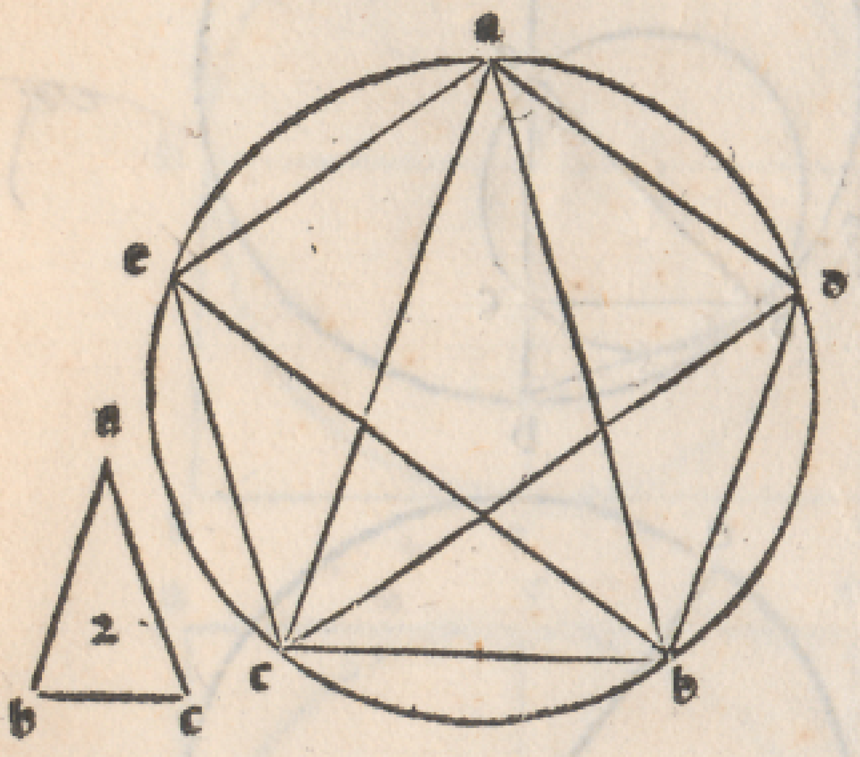








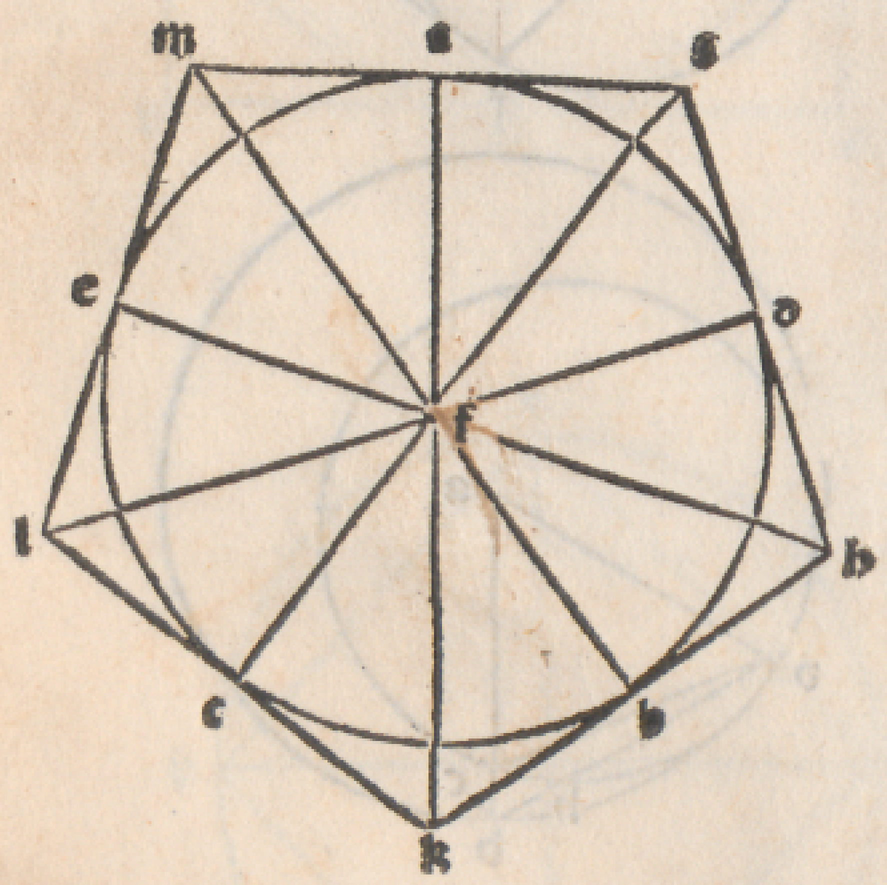
equales duobus angulis.d.z.b.trianguli.a.d.b.ergo per.32.primi: reliquus an/gulus.a.vnius est equalis reliquo angulo.a.alterius:ergo per.25.tertii arcus.c.d maioris est equalis arcui.d.b.z per eandē arcus.e.d.minoris est equalis arcui.d.c.z hoc est quod proposuimus.



Propositio .11.

Intra datum circulū equilaterum.atqꝫ equiangulū pen thagonum describere.

¶Sit datus circulus.a.b.c.volo intra ipsum describere penthago/num vnū equilaterū atqꝫ equiangulū.designo triangulū vnū qualeꝫ premissa proponit.qui sit.2.cui aliuꝫ equiangulum intra datū circu lum describo.sicut docet secūda huius:qui sit.a.b.c.sitqꝫ vterqꝫ angulorum.a.b.c z.a.c.b.duplus ad angulum.c.a.b.vtrūqꝫ eorum diuido per equalia ductis lineis b.e.z.c.d.eruntqꝫ per.25.tertii.5.arcus in quos.5.puncta:a.d.b.c.e.diuidūt cir culum adinuicē equales.propter id qd quinqꝫ anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem eqles.continuatis igitur illis quinqꝫ pūctis per lineas rectas que sunt.a.d.d.b.b.c.c.e.z.e.a.erit penthagonus.a.d.b.c.e. inscriptus dato circulo qualis proponitur:est enim equilaterus per.28.tertii cū.5.arc9:quorū eius quinqꝫ latera sunt corde:sint ad inuicem equales:z etiam equiangulus per.26.eiusdem eo ꝙ quinqꝫ arcus.d.a.e.a.e.c.e.c.b.c.b.d.z.b.d.a.in quos anguli ipsius pentha/goni cadunt sunt adinuicem equales:sicqꝫ constat propositum.



Propositio .12.

Circa propositum circulum pēthagonum equilaterū atqꝫ equiangulum designare.

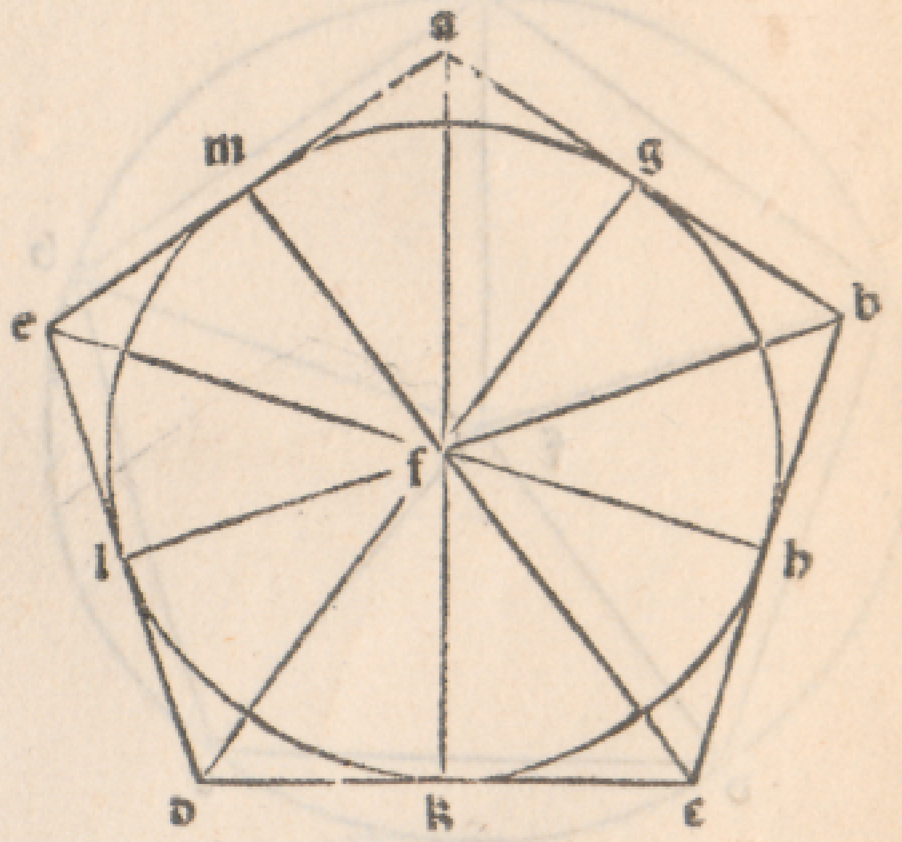
¶Sit propositus circulus.a.b.c.cuius centrū.f.volo circa ipsuꝫ de/signare penthagonū equilaterū atqꝫ equiangulum.supra circumferen tiam ipsius circuli quasi sm doctrinam premisse sibi inscripsissem pē thagonum quinqꝫ puncta angularia notabo.que sunt.a.d.b.c.e.ad que cētra du cam lineas.f.a.f.d.f.b.f.c.f.e.z ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtranqꝫ partem quousqꝫ concurrant in punctis.g.h.k.l.m.eruntqꝫ hee linee contingentes circulum per corelarium.15.tertii:z ad ista pūcta concur/sus ducam a centro lineas.f.g.f.h.f.k.f.l.f.m. Et quia monstratum est super pe/nultimā tertii ꝙ si ab aliquo puncto extra circuluꝫ signato due linee contingentes ad ipsū circulum ducant̄ ꝙ ipse erunt equales. erit linea.g. a.equalis linee.g.d.z h.d.h.b.z sic de ceteris.Et qm̄ quinqꝫ arcus i quos quinqꝫ puncta.a.d.b.c.e.di/uidunt circulum.sunt adinuicem equales.erunt per.26.tertii quinqꝫ anguli.a.f.d d.f.b.b.f.c.c.f.e.e.f.a.consistentes super hos arcus in centro.f.sibi inuicem equa les.Sunt autem duo latera.a.g.z.f.a.trianguli.f.g.a. equalia duobus lateribus d.g.z.f.d.trianguli.f.g.d.z latus g.f.cōmune.ergo p.8.primi:duo anguli eorū q̄ sunt.a d.f.Itēqꝫ duo anguli qui sunt.a d.g.sunt adinuicem equales. eadē rōne duo anguli qui sunt.a d.f.in triangulis.d.f.h.z.h.f.b.Itemqꝫ duo qui sunt .a d b.sunt adinuicem equales.Similiter quoqꝫ singuli trium reliquorū angulorū qui sunt.b.f.c.c.f.e.e.f.a.z singuli triū.qui sunt.k.l.m.diuidant̄ p equalia.primi qui dem per lineam.f.k.secundi per lineā.f.l.tertii vero per lineā.f.m. z quia hii tres anguli qui sunt.b.f.c.c.f.e.e.f.a.sunt sibi inuicem equales z aliis duob9 q̄ sūt.a.f d.z.d.f.b.equales erunt eorum dimidia que sunt decē anguli facti in centro.f.ad/

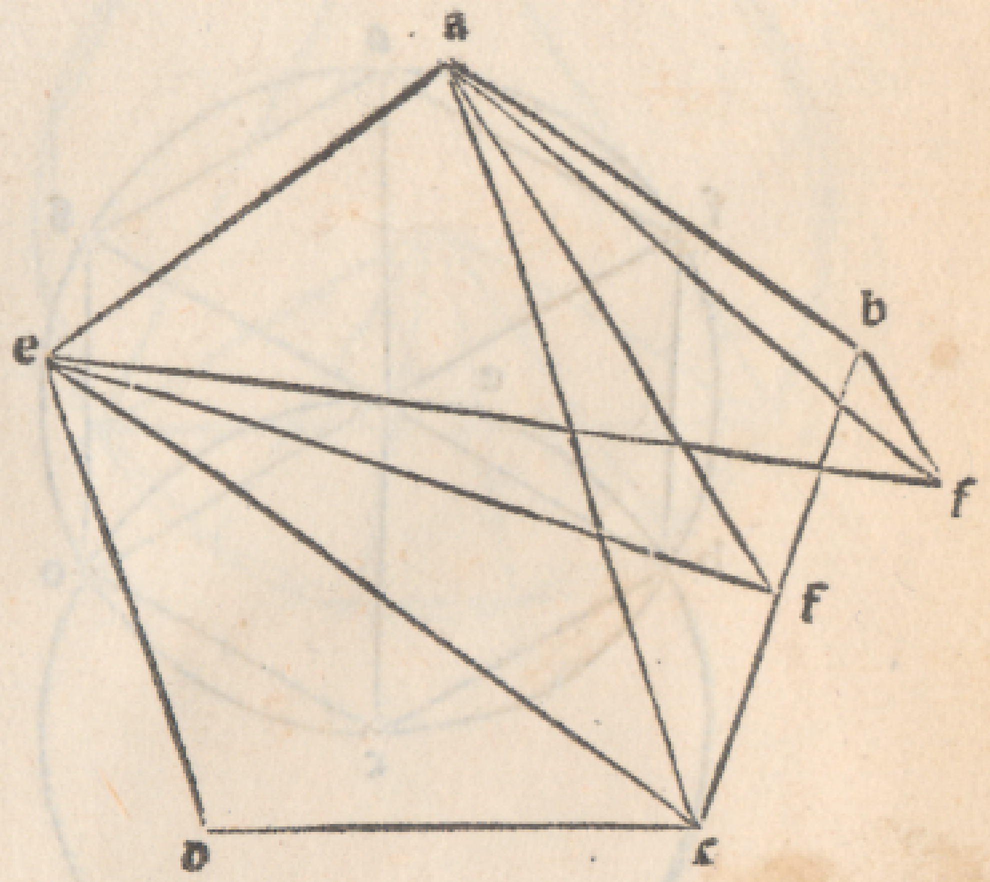
inuiceꝫ equales. Quia igitur duo anguli.a.⁊.f.trianguli.g.a.f.sunt equales duo/bus angulis.a.⁊.f.trianguli.m.a.f.⁊ latus.a.f. cōmune erit per.26.primi angulꝰ g. vnius equalis angulo.m.alterius ⁊ latus.g.a.equale lateri.a.m.eadem ratiōe erit angulus.g.m triangulo.g.f.d.equalis angulo.b.in triangulo.d.f.b.⁊ latus.g d.equale lateri.d.b.quare quia.g.a.est dimidiū.g.m.⁊.g.d.dimidiū.g.b.⁊.g.a.⁊ g.d.sunt equalia:erunt per cōem scientiā.g.m.⁊.g.b.eorū dupla equalia. Simili/ter quoqꝫ ꝓbabimꝰ.g.m.esse equale.m.l ⁊.m.l.l.k.⁊.l.k.k.b.quare pēthagonꝰ.g b.k.l.m.est equilaterus.sed ⁊ equiangulus: cuꝫ eni duo anguli qui sunt ad.g.sunt adinuicem equales. ⁊ duo qui sunt ad .m.siliter adinuicem equales. ⁊.g. partia/lis.sit equalis.m.ptiali.vtrūqꝫ eni probatū est prius.erit per eandē cōem scientiā g.totalis equalis.m.totali.⁊ eadem rōne ꝓbabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangulus.sicqꝫ constat propositum.

Propositio .13.

Intra equilateruꝫ atqꝫ equiangulum penthagonum assi gnatum.circuluꝫ describere.

¶ Sit assignatus penthagonus equilaterus atqꝫ equiangulus: quia de aliis nō est necessariū hoc esse possibile.a.b.c.d.volo sibi iscribere circulū.hec est quasi cōuersa.11.duos eius ꝓpiquos angulos qui sunt.a.⁊.c.diuido per equalia ductis lineis.a.f.⁊.c.f.donec cōcurrāt in pūcto.f.itra ipsum penthagonum quē dico esse centrum circuli: cōcurrent enim propter id quod dimidiū totalis anguli.a.⁊ similiter totalis anguli.c.minus ē angulo recto. ¶ Si enim intra penthagonum non cōcurrēt.aut extra ipsum penthagonum aut in latere pēthagoni.aut in eius angulo: qui vtriqꝫ angulorū diuersoꝝ opponitur. Concurrāt ḡ primo extra in pūcto.f.⁊ ducatur linea.b.f.⁊ quia duo latera. c.a.et a.f.trianguli.c.a.f.sūt equalia duobus lateribus.b.a.⁊.a.f.trianguli .b.a.f.⁊ angulus.a.vnius angulo.a.alterius erit per 4.primi basis.c.f.equalis basi. f.b. ⁊ qꝛ angulus.a.partialis ē equalis angulo.c.partiali.propter id qd.a.totalis.c. totali erit per.6.primi.f.a.equalis.f.c.quare.f.a. est equalis.f.b. ergo per.5.primi duo anguli.b.totalis.⁊.a.ptialis sunt eq̄les.quare.a.ptialis ē eq̄lis vł maioꝛ.a. totali qd est impossibile. Concurrāt ergo in pūcto.f.super latus.b.c .eritqꝫ arguendo ꝑ premissas ⁊ premisso modo angulus.a.ptialis equalis angulo .a.totali quod est impossibile. Quod si forsan concurrant in angulo.c.erit per easdeꝫ ⁊ eodē modo c.b.equalis.c.a.⁊ ideo ad huc ut prius angulus.a.partialis equalis angulo .a.totali. Qd qꝛ hoc ēe nō potest sit ergo punctus concursus qui ē.f.infra penthagonū a quo duco.5.perpendiculares ad eius.5.latera.que sint.f.g.f.h.f.k.f.l.f.m .e ad duos eius angulos ꝓpinquos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt .b. ⁊.d.duco lineas.f.b.f.d.⁊ quia duo anguli.a.⁊.m.trianguli.a.f. m. sunt equales duobus angulis.a.⁊.g.trianguli.a.f.g.⁊ latus.a.f. cōmune erit per.26.primi.f. m.equalis.f.g.per eandem quoqꝫ probabis.f.l.equalem.f.m.sumptis duobꝰ tri/angulis.⁊.f.m.⁊.e.f.l.quia iterum duo latera.a.f.⁊.a.b.trianguli.a.f. b.sūt equalia duobus lateribus.a.f.⁊.a.e.trianguli.a.f.e.⁊ angulus.a.vnius.angulo.a:al/terius erit per.4.primi angulus.b.partialis equalis angulo.c. partiali. ⁊ quia.b. totalis equalis est.e.totali:⁊.e.totalis diuisus est per equalia erit etiam.b.totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis.d.totalē diuisum per eq̄lia ꝓpter equalitatem.d.partialis ⁊.a.partialis sumptis triangulis.e.a.f.⁊. e.d.f. qꝛ ergo

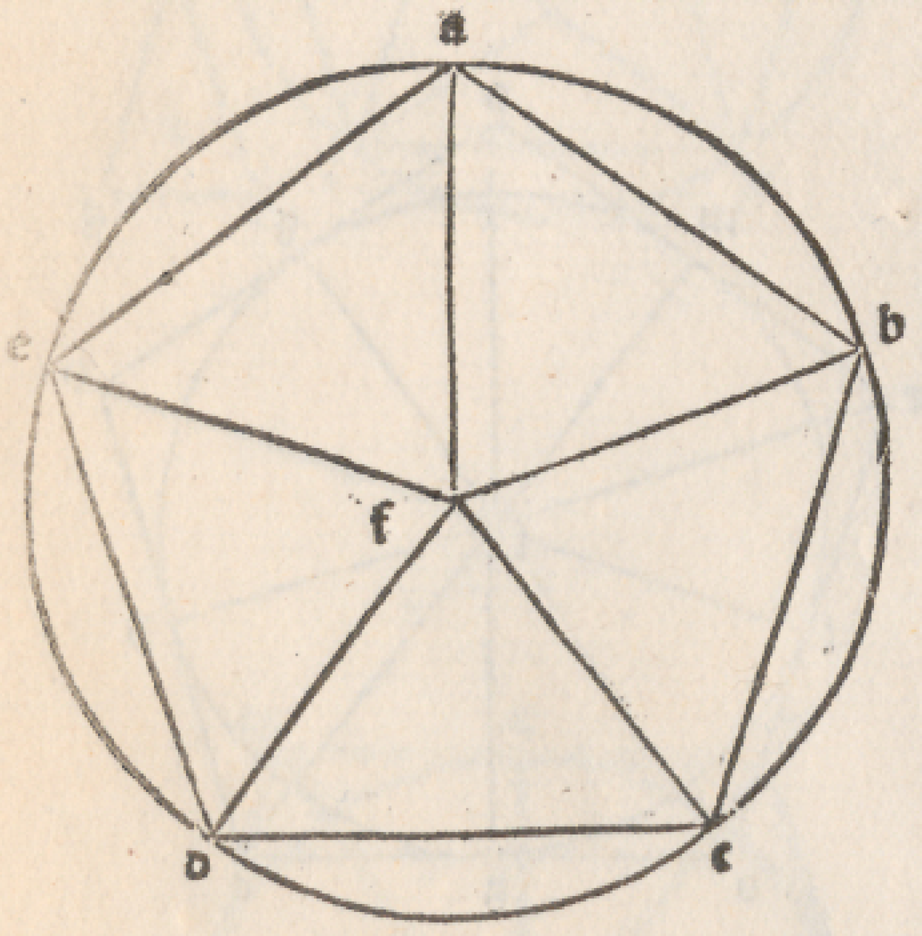




duo anguli.g.⁊.h.trianguli.g.f.h.sunt equales duobus angulis.h.⁊.b. trianguli h.f.b.⁊ latus.f.h.cõe erit per.26.primi.f.h.equalis.f.g.¶ Eodem modo ꝓbabis f.k.equalem.f.l.sumptis triangulis.l.f.d.k.f.d.qm̃ igitur.5.linee.f.g.f.h.f.k.f.l. ⁊.f.m.sunt equales.erit.f.centruȝ circuli.per.9.tertij.qué describemus ẜm quãtitatem vnius earum.⁊ tanget omnia latera penthagoni.ꝓpter equalitatem linearũ.⁊ nullum eorum secabit per primam ꝑtem.15.tertij.sicqȝ cõstat ꝓpositum.

Propositio .14.

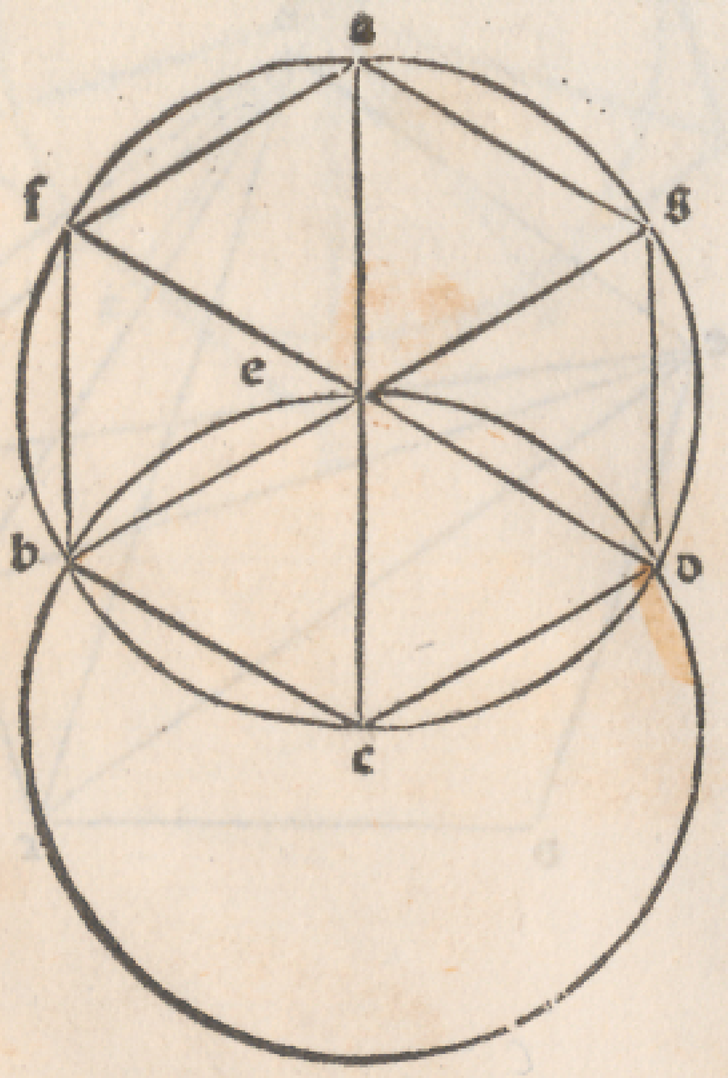
Circa datum penthagonum qđ sit equilaterum. atqȝ equiangulum circulum describere.



¶ Sit vt prius datus penthagonus equilaterus atqȝ equiangulus. quia de alijs non est necessariũ hoc esse possibile.a.b.c.d.e.volo circa ipsum describere circuluȝ.hec est quasi conuersa.12.Duos eius ꝓpinquos angulos qui sunt.a.⁊.e.diuido ꝑ equalia ductis lineis.a.f.⁊.f.e. quousqȝ concurrant intra ipsum penthagonũ in puncto.f.cõcurrent enĩ ⁊ intra pẽthagonum vt ꝓbatum est in premissa.⁊ a puncto cõcursus duco ad reliquos angulos lineas que sint.f.b.f.c.f.d.⁊ q: duo latera.a.f.⁊.a.b.trianguli.a.f.b.sunt equalia duobus lateribus.a.f.⁊.a.e.trianguli.a.f.e.⁊ angulus.a.vnius angulo: a. alteri⁹ erit ꝑ.4.primi.f.a.equalis.f.e.⁊ angulus.b.ꝑtialis angulo.e.ꝑtiali.⁊ quia.b.totalis est equalis.a.totali.⁊.e.totalis diuisus est ꝑ equalia.erit similiter.b.totalis diuisus ꝑ equalia.hoc quoqȝ modo ꝓbabis vtrũqȝ angulo℞.c.⁊.d.diuisum esse per equalia.⁊.5.lineas.f.a.f.b.f.c.f.d.f.e.esse equales.quare ꝑ.9.tertij.f.erit centruȝ circuli.sicqȝ patet ꝓpositum.

Propositio .15.

Intra propositum circulum.exagonum equilaterum atqȝ equiangulum describere.¶ Ex hoc itaqȝ manifestum est ꝙ latus exagoni equũ est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

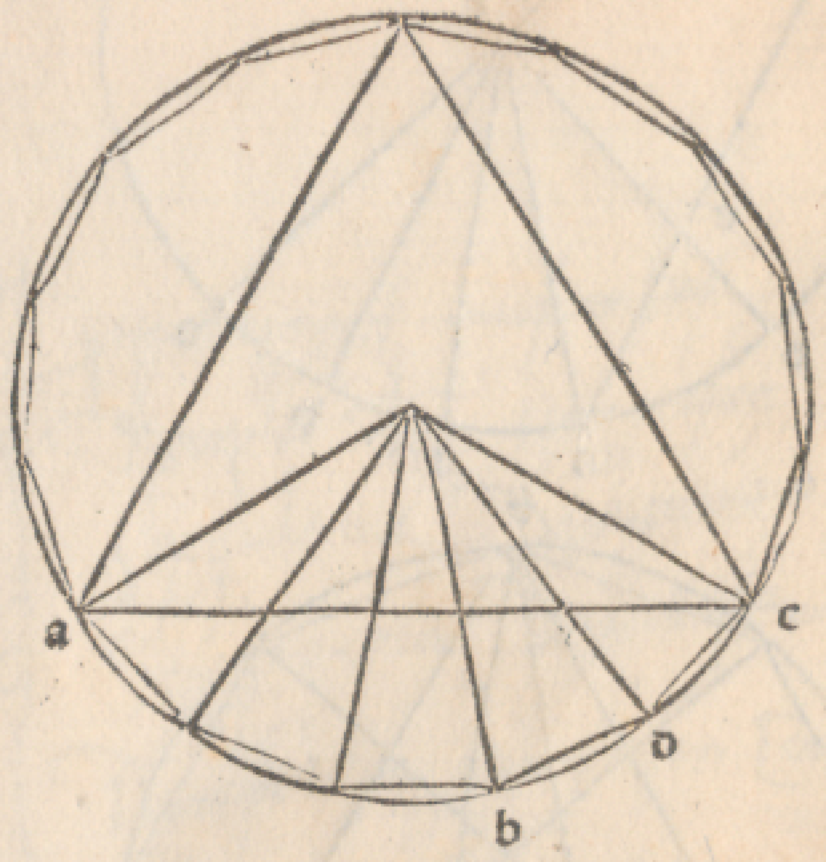


¶ Sit ꝓpositus circulus.a.b.c.d.cuius centrum. e. volo sibi inscribere exagonum equilate℞ atqȝ equiangulũ.ꝓduco diametrum.a.e.c.⁊ ẜm quantitatem semidiametri.e.c.facto centro puncto.c.describo circulum.e.b.d. secantem priorẽ in duobus punctis.b.d.a quibus ꝓduco duas diametros in circulo primo que sint.b.e.g.d.e.f.trium ergo diametro℞ extremitates coniungo.6.lineas que sunt.a.f.f.b.b.c.c.d.d.g.⁊.g.a.quas dico continere exagonum quesitum.erit enĩ vt demonstrat prima primi vterqȝ triangulo℞.b.e.c.c.e.d. equilaterus. quare et equiangulus ꝑ.5.eiusdẽ ergo ꝑ.32.primi duo anguli.b.e.c.⁊.c.e.d.cũ vno equali vni eorum sunt equales duobus rectis ꝓpter id qđ quisqȝ eo℞ ẽ tertia duorum rectorum.sed ipsi ꝑ.13.eiusdẽ cũ angulo.d.e.g.sunt equales duobus rectis.ergo angulus.d.e.g.e equalis vtriqȝ eo℞.quare ꝑ.15.eiusdẽ.6.anguli.qui sunt ad.e.sunt adinuicẽ equales.ergo ꝑ.25.tertij arcus in quos cadũt sunt equales.quare ⁊ eorũ corde ꝑ.28.eiusdẽ qui sũt latera ipsi⁹ exagoni.Equilater⁹ igitur ẽ sed ⁊ equiangul⁹ ꝑ.26.tertij ꝓpter id qđ sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidũt circulũ bini ⁊ bini sũpti sũt adinuicẽ equales.vt arc⁹.a.f.b.arcui.f.b.c.⁊ iõ angulus.f qui cõsistit in p̃mo ẽ eq̃lis angulo.b:qui cõsistit ĩ scđo. idẽ in ceteris.quare cõstat ꝓpositum.¶ Correlarium ex hoc patet ꝙ dimidiũ diametri ⁊ latus exagoni sunt

latera eiusdem trianguli equilateri. vt.e.c.τ.c.b.τ.c.d. ¶ Et nota q non propo/
nitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atq; equiangulum desi/
gnare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere. quéadmo/
dum fecit de triangulo quadrato τ penthagono. non qz non sit necessariū hoc eē
possibile. sed quia hec tria per eadem precepta fiunt in penthagono equilatero et
equiangulo. τ in omni figura equilatera. atq; equiangula quecunq; fuerit. Unde
quamcūq; figurā equilaterā τ equiangulā scimus circulo inscribere: eandē circulo
extra. τ circulū sibi intra τ extra: hisdem medijs per que hec in penthagono fecim⁹
describemus. ¶ Nota etiam q omnis figura equilatera circulo inscripta. aut cir/
cūscripta est etiā necessario equiangula. de inscripta patet per. 27. τ. 26. tertij sum
ptis arcubus circuli. quibus latera inscripte figure corde sūt binis τ binis. In hos
eni arcus ipsius figure anguli cadunt. De circūscripta autē ductis a circuli centro
lineis ad omnes eius angulos. τ ad loca cōtactus facile probabis. si plene intelle/
cte demonstrationi. 13. huius diligēs intellectus accesserit. erit eni vt omnes ipsi⁹
figure angulos linee a centro venientes p equalia diuidāt. sumptis itaq; quibusli
bet duobus eius pximis lateribus cū linea ad angulū ab eis contentum. τ cū duo
bus ad eorū extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis cōtentos
equiangulos adinuicē. p. 4. primi esse pbabis. Sicq; faciendo de omnibus patebit
eos esse equiangulos p hanc cōmunē sciam quorū dimidia sūt equalia. tota quoq;
esse equalia.

Propositio. 16.

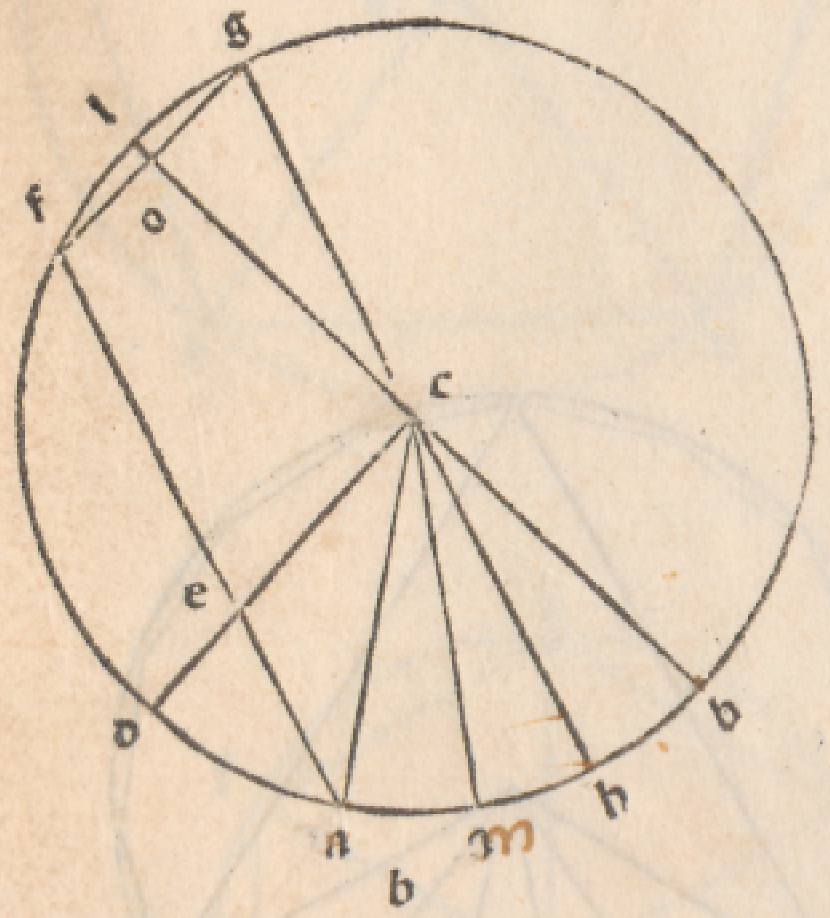
Intra datuz circulum. quindecagonum equilaterum atq; equiangulū designare. ¶ Deinde circa quēlibet circulū assignatuz quindecagonum equilaterum atq; equiangulum atq; intra datum quindecagonuz circulū describere



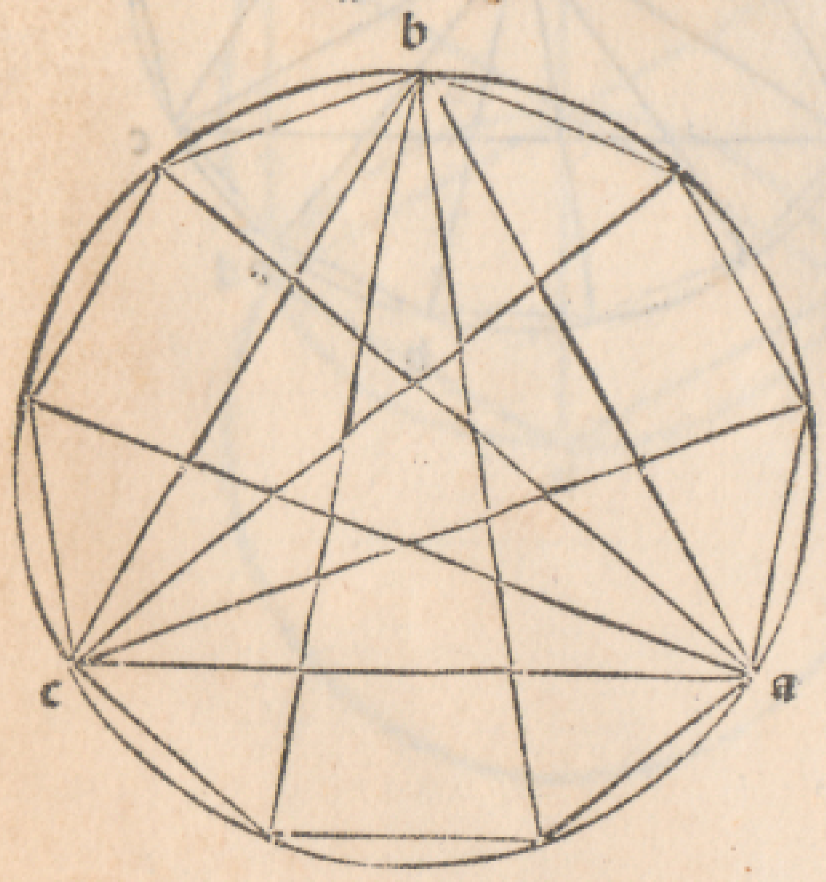
¶ Sit datus circulus. a. b. c. volo sibi inscribere quindecagonū equi
laterum τ equiangulum. deinde etiam circūscribere atq; intra talem quindecago/
num ppositum circulum describere. Non pponit autem circa talem quindecago/
num circulū describere. quia hoc satis dat intelligere p alia que pponit. In dato
circulo iuxta doctrinā secunde huius. ptrabo latus trianguli equilateri. q sit. a. c
τ iuxta doctrinā scdi latus penthagoni equilateri atq; equianguli qđ sit. a. b. Et
quia arcus. a. c. est totius circūferentie tertia: cuius arcus. a. b. est quinta. erit sup/
fluum inter eos qđ est arcus. b. c. due tertie: arcus. a. b. vel due quinte arcus. a. c. si
ue due quintedecime totius circūferētie Nam in omni toto excedit tertia quintā.
in duabus tertijs ipsius quinte. vel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duab⁹
quintis decimis totius. hoc eni patet in quinta τ tertia pmi numeri habētis quin
tam τ tertiam qui est. 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que ē tria
in duabus vnitatibus que sunt due tertie ipsius ternarij qui ē quinta. vł due quin
te ipsius quinarij qui est tertia siue due quintedecime ipsius. 15. qui est totū. diui/
so igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet vtrumq; duorum arcuum. c. d. τ. d. b.
esse tertiam arcus. a. b. vł quintam arcus. a. c. siue quintādecimā totius circumfe/
rentie. subtensis igitur eis cordis. c. d. τ. d. b. coaptatisq; continue intra datum cir
culum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera
vero duo que proponit cū tertio q dat intelligere videlicet quindecagonū circulo

circumſcribere ac circulum quindecagono inſcribere ac etiam circumſcribere ex.12.
13.⁊.14.huius plene intellectis facile perficies. ¶Et nota ꝙ quamcunqꝫ figuram
equilateram circulo ſcimus inſcribere duplo plurium laterum circulo ſcimus inſcri
bere ⁊ circũſcribere.⁊ ipſi circulum.diuiſis eni arcubus quibus latera eius q̄ ſcitur
inſcribi ſubtenditur.per equalia ⁊ a punctis medijs ad extremitates laterũ ipſius
figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equi
latera per.28.tertij.ergo ⁊ equiangula.hoc enim demonſtratũ eſt ſupra.15.huius
ꝙ omnis figura equilatera circulo inſcripta eſt etiam equiangula.Et quia hãc cir/
culo ſcimus inſcribere ſciemus cetera tria per.12.13.⁊.14.huius. ¶Quia igitur ſci
mus inſcribere triangulum equilaterum: ſciemus per hoc ⁊ exagonum ⁊ per exa/
gonũ duodecagonũ ac per duodecagonuꝫ figuram.24.laterum. ⁊ ſic in infinitum
duplando.Et licet per triangulum poſſit vt diximus inſcribi exagonus.poſuit ta/
men huius propriã demonſtrationẽ ex qua ſequitur potiſſima pervtile. Et ſimili/
ter quia ſcimus ⁊ inſcribere quadratum ſciemus per hoc inſcribere omnem figurã
cuius laterum numerus eſt pariter par.per penthagonum quoqꝫ ſciemus decago
num.⁊ figurã.20.laterum.ſicqꝫ continue duplando.idem quoqꝫ intellige de quin/
decagono.per ipſum enim ſcientur figure.30.⁊.60.⁊ omnium continue duplatoꝝ
laterum.¶Ceterarum autem figurarum de quibus iſta non docet. vel que ꝑ has
nõ habenť difficilis eſt ſcientia.⁊ parũ vtilis.vt ſunt eptagona nonagena vndeca/
gona. Qꝺ ſi ſcirem⁹ triangulũ duũ equaliũ laterũ deſignare.cuius vterqꝫ angulo
rum ad baſim triplus eſſet ad reliquũ ſciremus eptagonũ vt ſupra penthagonum
circulo inſcribere.ꝙ ſi vterqꝫ quadruplus eſſet ad reliquũ ſciremus nonagonũ.et
ſi quintuplus.vndecagonũ. Idemqꝫ in ceteris figuris imparium laterum.poſito
vtroqꝫ angulorum ad baſim multiplici ad reliquũ.per eum numerum qui eſt medie/
tas.maximi paris ſub impari numero laterum ipſius figure contenti.

Datũ angulũ in tria equa diuidere. Sit angulus dat⁹.c.volo ipſũ diuidere in
tres eq̄les angulos qꝺ ſic facio.pono p̄mo.c.centrũ circuli deſcribendo circu
lũ q̄litercũqꝫ cõtingat. ⁊ ꝓtrabo latera cõtinentia datũ angulũ vſqꝫ quo ſecẽt cir/
cũferentiã in punctis.a.⁊.b.tunc a puncto.c.qꝺ eſt centrũ circuli duco lineã. c.d.
perpendicularẽ ad lineã.c.b.⁊ in linea.c.d.aſſigno punctũ.e.a quo duco lineam
ad equalitatẽ.c.b.vſqꝫ quo ſecet circũferentiã circuli in puncto.f. ⁊ ꝓduco .e.vſqꝫ
a.deinde protrabo lineã.g.h.equidiſtantẽ.f.a.que ſcꝫ.g.h.tranſeat per centrũ.⁊
duco lineam.f.g.equidiſtantẽ linee c.e.⁊ protrabo lineam.c.b.incontinuũ ⁊ dire/
ctum vſqꝫ ad.l.que ſecat lineã.f.g.orthogonaliter in puncto.o.⁊ per equalia. dico
ergo ꝙ arcus.l.g.eſt equalis arcui.h.b.propter hoc.ꝙ angulus.l.g. c. eſt equalis
angulo.h.c.b.cũ ſint contra ſe poſiti.Cum igitur arcus.f.g.ſit duplus arcui.l.g.
erit etiã duplus arcui.h.b.ſed arcus.f.g.eſt equalis arcui.a. h.cũ ſint inter duas
lineas equidiſtantes que ſunt.f.a.⁊.g.h.ergo arcus.h.a.eſt duplus arcui.h.b.er/
go ⁊ angulus.a.c.h.eſt duplus angulo.h.c.b.diuidam ergo angulum.a. c.h. per
equalia per lineam.c.m.⁊ patet propoſitum.



Intra datũ circulũ nonãgulũ equilateꝝ atqꝫ eq̄ãgulũ deſignare.qꝺ ſic fieri po/
teſt iuxta doctrinã ſcꝺe hui⁹.inſcribã circulo aſſignato triangulũ eq̄lateꝝ atqꝫ
eq̄angulũ q̇ ſit a.b.c.⁊ vnũquẽqꝫ anguloꝝ ei⁹ diuidã ꝑ tria eq̄lia ⁊ protrabã lineas
diuidẽtes angulos vſqꝫ ad circũferentiã ⁊ tunc.q̄ꝛ nouẽ anguli locati in circulo ſũt
equales de neceſſitate arcus ſuppoſiti ipſis angulis ſunt equales. protrabã enim



cordas subtractas singulis arcubus & habebo intentum. ¶ Explicit liber quartus incipit liber quintus.

Diffinitio .1.

Pars est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.

¶ Pars quādoqз sumitur proprie: & hec est q̄ aliquotiens sumpta suum totum precise constituit: sine diminutione vel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerum ſm quē sumitur ad ipsius totius constitutionē: talem autem partem quā multiplicatiuā dicimus hic diffinit. ¶ Quādoqз sumitur cōmuniter & hec est quelibet quantitas minor q̄ quotiensc̄ūqз sūpta suo toto minus aut maius constituit. quā aggregatiuā dicimus: eo q cum alia quantitate diuersa totum suū cōstituat: p se aūt quotiensc̄ūqз sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.

Multiplex est maior minoris quando eaз minor metitur.

¶ Pars relatiue dicitur ad totuз: & in istis duobus extremis consistit corūз adinuicē relatio: & ideo diffinito minori extremo diffinit hic maius: vocat autēз ipsum multiplex propter hoc q minus ipsū aliquotiens sumptuз constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicē: pars & multiplex. Nā omnis pars submultiplex: vt patet per eius diffinitionē.

Diffinitio .3.

Proportio est duarum quantecunqз sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo.

¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo q earuз altera maior aut minor: est reliqua vel sibi equalis. Non enim soluз in quantitatibus reperitur proportio. sed i pōderibus: potentijs et sonis. In ponderibus quidē & potētijs vult plato i thimeo esse proportionē: vbi elementorum numerū ostendit: in sonis autem esse proportionem liquet ex musica. Nam vt vult Boecius in quarto si quilibet neruus in duas inequales partes diuidatur. erit ipsaruз partiū suorumqз sonorum eadem cōuerso modo proportio. Sз in quibuscunqз proportio reperitur: ea participant naturā ,ppietatēqз quātitatis: nō enim reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q earum vna est reliqua maior aut minor. aut sibi equalis. ¶ Quantitatis autem ,pprium est ſm ipsam equale vel inequale dici. vt vult Aristo. in predicamētis. vnde liquet ,pportionē primo in quantitate reperiri. & per ipsam in omnibus alijs Nec esse in aliquibus rebus proportionē cui similis nō sit in aliquibus quantitatibus ,ppter qō bene dixit euclides ,pportionē simpliciter esse in quantitate cum eā diffinit per habitudinem duarū quantitatū eiusdem generis adinuicem ¶ Cuius diffinitionis intellectus ē: q proportio ē habitudo duarum quantitatum adinuicem que attenditur in eo q vna earum est maior aut minor alia vel sibi equalis: p qō patet q oportet eas esse eiusdem generis: vt duos numeros: aut duas lineas: aut duas superficies: aut duo corpora: aut duo loca: aut duo tempora. Non eniз potest

pars multiplicativa
pars aggregativa

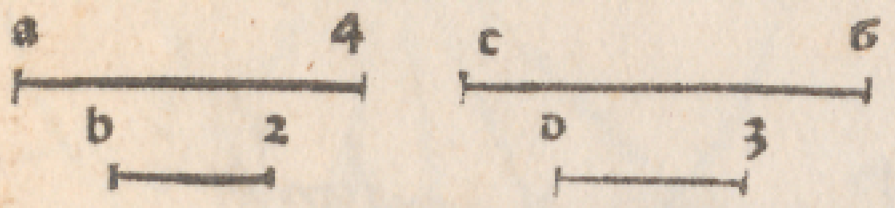
proportiones musicales
Dupla dat dyapason
Sexqualtera dyapente
Sexquitertia dyatesseron
Dyapente et dyapason compo[n]unt tripla[m]

proportio denominatur a termino ... [illegible]

proportio ... [illegible]

dici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea. linea & superficies superficie. Sola enim vniuoca compabilia sunt. ¶ Qd autem dicit certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita inquã determinata q̃ hec & non alia. Non enim est necessarium vt omnis habitudo duarũ quantitatum sit scita a nobis: nec etiã a natura. ¶ Nam proportio quedam est discretorum vt numerorum. quedã aũt continuorum. In numeris autẽ minor ẽ pars aut partes maioris vt demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. ¶ At vero in continuis est proportio magis larga: est enim ĩ eis vbi minor quantitas est pars: aut ptes maioris: & talium omnium mediantibus numeris ẽ proportio nota: que & rationalis dicitur. Dicuntur q3 omnes tales quantitates cõmunicantes: quia eas vna & eadẽ necessario metitur. vnde & omnes numeri sũt cõmunicantes. omnes eni ipsos metitur vnitas. Est etiam vbi minor non ẽ pars. aut partes maioris & in talibus nõ est nota proportio. nec nobis nec nature. Diciturq3 hec proportio irrõnalis: & hee quãtitates incõmunicantes: vnde fit: ut quecunq3 proportio reperitur in numeris reperiatur in omni genere continuorum: vt in lineis superficiebus corporibus & temporibus: nõ autem econuerso: infinite eni sunt proportiones in continuis reperte: quas numerorum natura nõ sustinet. Sz quecunq3 proportio reperitur in vno genere continuorum eadem reperitur ĩ oĩbus alijs. Nam qualitercunq3 se habet aliqua linea ad quãlibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquã aliã. & quodlibet corpus ad aliqd aliud: similiter & tempus. sed non sic qulibet numerus ad aliquẽ aliũ: vnde magis ẽ larga proportio in continuis. q̃3 in discretis. Ex quo manifestum est proportionẽ geometricam esse maioris abstractionis: q̃3 proportionem arismeticam: omnis eni proportio circa quã arismetica versatur rõnalis est: geometria vero rõnales & irrõnales eq̃liter considerat.

Diffinitio .4.



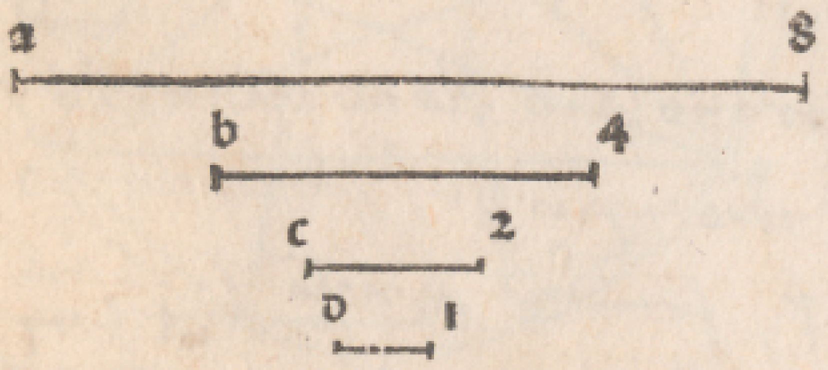
Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Vt si dicamus q̃ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam. c. ad. d. proportio que est inter. a. & b. similis est illi que est inter. c. & d. hec autem siĩtudo que ex istis proportionibus resultat dicitur proportiõalitas

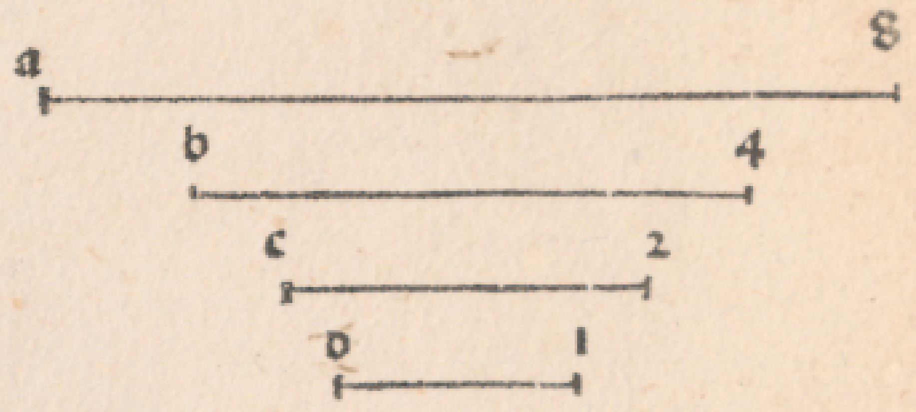
Diffinitio .5.

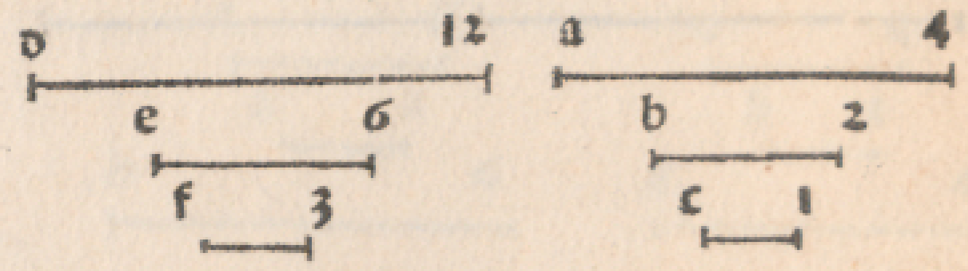
Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut equa sũt: aut eque sibi sine interruptiõe addunt aut minuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis p cõtinuã & discõtinuam diffinit mẽbra diuidentia. & primo cõtinuã ĩmo vt verius dicã: supposita diuisione proportionalium p continue proportionalia & incõtinue: diffinit nõ cõtinuã proportionalitatẽ: nec incõtinuam: sed cõtinue proportionalia & incontinue. diffinitio autem continue proportionalitatis & incõtinue satis patet per diffinitionẽ cõtinue proportionalium & incontinue. ¶ Cõtinua aũt proportionalitas ẽ cũ quotlibet quãtitatũ eiusdẽ generis in qua proportiõe prima antecedit scdam in eadẽ quelibet aliarum antecedit proximo cõsequentẽ. vt cũ dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. b ad. c. & c. ad. d. eritq3 quelibet earum antecedens & consequens: excepta prima que est solũ antecedens: & vltima que est tm̃ cõsequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter cõtinuationẽ propor/



tionū eo ꝙ nō ſit ꝓportio inter quantitates generum diuerſoꝝ: ⁊ hec erit ad minꝰ in tribus terminis conſtituta. ¶ Incōtinua autem eſt cū quatuor quantitatū ſiue omnes fuerint eiuſdē generis ſiue due prime vnius ⁊ due poſtreme alterius: i qua proportione prima antecedit ſcđam in eadē tertia antecedit quartā: vt cū dicimus ſicut ſe habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritqꝫ earum quelibet: aut tm̄ antecedēs aut tm̄ conſequens: nec eſt neceſſe vt ſint omnes quatuor eiuſdē generis ſicut erat in proportionalitate cōtinua: eo ꝙ cōſequēs prime proportionis nō cōtinuať anteceden ti ſcđe: ſed poſſibile eſt vt ſint eiuſdē generis: ⁊ poſſibile eſt vt ſint diuerſoꝝ. Sicut eni contingit lineā repiri duplam ad lineam aut triplam: ita ſuperficiem ad ſuperficiē: ⁊ corpus ad corpus: ⁊ tēpus ad tempus: ⁊ numerus ad numeꝝ. ¶ Viſo quid ſit continua ꝓportionalitas. ⁊ quid incōtinua explanemus diffinitionē continue ꝓportionaliū premiſſam. Quantitates inquit proportionales cōtinue ſunt quaꝝ eq̄ multiplicia aut ſibi ſunt eq̄lia: aut eq̄ ſibi ſine iterruptione addūt: aut minuūt verbi gratia. Sint tres quātitates eiuſdē generis. a. b. c. ad quas ſumanť. d. e. f. eq̄ multiplicia: vt ſicut. d. eſt multiplex ad. a. ita. e. ſit multiplex ad. b. ⁊. f. ad. c. eruntqꝫ omnes in eodē genere. Multiplicia eni ⁊ ſubmultiplicia in eodē ſunt genere: ſitqꝫ vt. d. e. f. aut ſint equalia adinuicē: aut ſilr̄ ſe habeant in addendo aut minuendo ita ꝙ ſicut. d. addit ſuper. e. aut minuit ab ipſo: ita. e. addat ſup. f. aut minuat ab ipſo. Cū hec inquā multiplicia ſic ſe habuerint erūt tres quātitates. a. b. c. cōtinue ꝓportionales. Multiplicia autē nō intelligas ſilr̄ ſic ſe habere in addēdo aut minuendo quantū ad quantitatē exceſſus: ſed quantū ad proportionē: aliter eni diffinitio eſſet falſa. Nam quarūlibet quantitatū eiuſdē generis equis ſe differentijs excedentium eque multiplicia accepta equis etiā differentijs ſe excedūt: vnde ſilr̄ ſe habent in addendo ⁊ minuendo quantū ad quātitatem exceſſus. Nec tamē priores quātitates ſūt cōtinue proportionales: imo minoꝝ eſt ſemp maior proportio. hoc autē ideo euenit qm̄ eaꝝ multiplicia nō ſilr̄ ſe excedunt quātū ad proportionē. ſed ſolū quantū ad quantitatē exceſſus: eſt eni ⁊ ibi in minoribus multiplicibꝰ maior proportio. verbi gratia: ſumanť tres numeri equis differentijs ſe excedentes: immediate videlicet ariſmetice: vt. 2. 3. 4. horū trium omnes eque multiplices equaliter ſe excedunt. dupli quidē binario tripli ternario. ⁊ ſic de ceteris: nō tamen ſunt. 2. 3. 4. cōtinue proportionalia: imo minoꝝ eſt maior proportio: eſt eni ipſorū ꝓportio ſeſquialtera: ⁊ maioꝝ ſeſquitertia: quare ergo inter eos nō eſt ſimilitudo proportionū. Nō erit inter eos ꝓportionalitas: ⁊ iō neqꝫ continua neqꝫ incontinua. patet ergo ſimilitudinē illam additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad quantitatem exceſſus: ſed quantum ad proportionem: erit itaqꝫ ſenſus diffinitionis premiſſe. Continua proportionalia ſunt quarū omnia multiplicia equalia ſūt continue proportionalia: ſed noluit ipſam diffinitioneꝫ proponere ſub hac forma quia tunc diffiniret idem p idem: aperte tamē rei eſt iſtud cum ſua diffinitione cōuertibile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet eſſe eiuſdē generis ad hoc ut earum multiplicia ſibi inuicem equalia ſint: aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. Si enim. a. ⁊. b. eſſent diuerſorum generum. eſſent etiā. d. ⁊. e. ipſarum a. ⁊. b. multiplicia eorūdē diuerſorum generum: propter hoc ꝙ multiplicia ⁊ ſubmultiplicia eiuſdē ſūt generis: quare. d. nō eſſet equalis. e. nec ea maior: aut minor. Nam quantitates diuerſorum generum non ſunt adinuicem comparabiles.

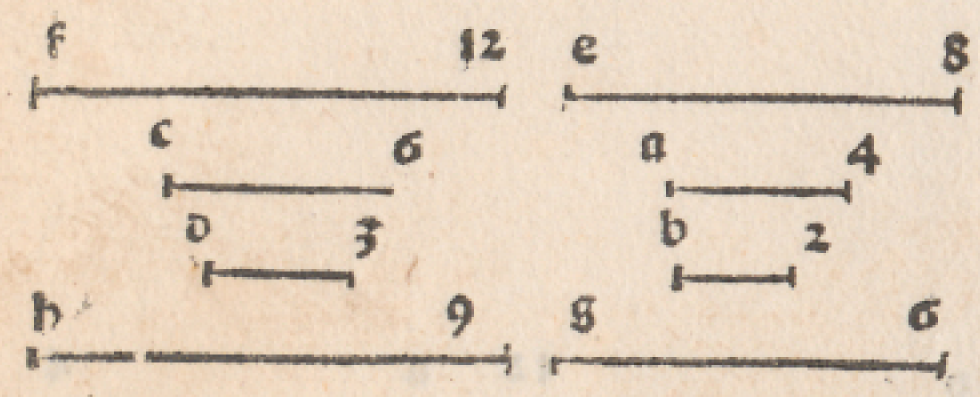


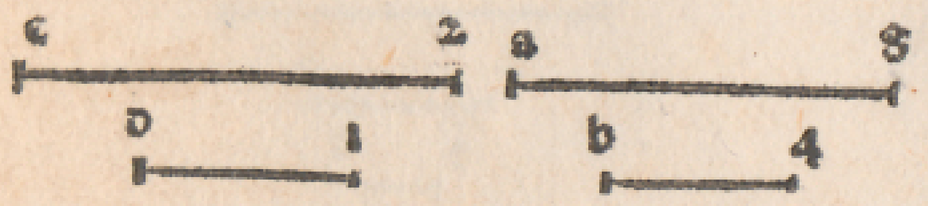


Diffinitio. 6.

Quantitates que dicunt̃ eẽ ƀm ꝓportionẽ vnã prima ad secũdã ⁊ tertia ad quartã sunt quaꝝ prime ⁊ tertie multiplices equales multiplicibus secũde ⁊ quarte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte.

¶ Posita superiꝰ diffinitione quãtitatũ continue ꝓportionaliũ. hic ponit diffinitionẽ incõtinue ꝓportionaliũ: ⁊ ẽ ꝙ quarũlibet. 4. quantitatũ quaꝝ prime ⁊ tertie eque multiplicia sũpta fuerint: itẽqꝫ scđe ⁊ quarte eque multiplicia: fueritqꝫ multiplex prime sic se habens ad multiplex scđe quantũ ad additionẽ aut diminutionez aut equalitatẽ: sicut multiplex tertie ad multiplex q̃rte: erit ꝓportio p̃me earuꝫ ad scđam: sicut tertie ad q̃rtã. verbi gr̃a. Sint q̃tuor quãtitates. a. b. c. d. sumant̃qꝫ ad p̃mã ⁊ ad tertiã que sunt. a. ⁊. c. eq̃ multiplicia vtpote dupla: que sint. e. ⁊. f. Itẽqꝫ ad scđam ⁊ quartã que sunt. b. ⁊. d. sumãt̃ alia eq̃ multiplicia: vtpote tripla. q̄ sint g. ⁊. h. sitqꝫ vt hec. 4. multiplicia sic sũpta cõpata adinuicem ƀm ordinẽ primarum quatuor quantitatum: ita videlicet ꝙ. e. cõpetur ad. g. ⁊. f. ad. h. non autẽ. e. ad. f. aut. g. ad. h. sint similia in additione diminutione ⁊ equalitate: videlicet ꝙ si. e. addit supra. g. ⁊ silr̃. f. addat supra. h. aut si. e. minuit. a. g. ⁊. f. similiter minuat. ab. h aut si. e. est equalis. g. ⁊ similiter. f. sit equale. h. tunc proportio. a. ad. b. est sicut. c ad. d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffinitione cõtinue ꝓportionaliũ: videlicet nõ quantũ ad quantitatẽ excessus. sed q̃ntum ad proportionẽ. ¶ Qđ aũt dicit eodẽ ordine sumpte intelligatur sicut expositum est: videlicet vt multiplicia non referant̃ adinuicem ƀm ordinẽ earum quantitatum: quibus eque multiplicia assumunt̃. vt multiplex prime non referat̃ ad multiplex tertie: aut multiplex scđe ad multiplex quarte. sed referatur ƀm primũ ordinẽ ipsaꝝ. 4. quantitatum: videlicet multiplex prime ad multiplex scđe. ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. ¶ Erit itaqꝫ sensus istius diffinitionis. Incõtinue ꝓportionales sunt quatuor quãtitates ⁊ ꝓportio prime ad scđam ẽ sicut tertie ad quartam cũ sumptis eque multiplicibus ad primã ⁊ tertiam. Itẽqꝫ eque multiplicibus ad scđam ⁊ quartã erit ꝓportio multiplicis prime ad multiplex scđe: sicut multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed nõ diffiniuit sub hac forma. propter cãm predictã. licet a p̃te rei idẽ sit. Nõ ẽ autẽ necessariũ ut quatuor quantitates. a. b. c. d. sint eiusdem generis: eo ꝙ. b. nõ continuat̃ in proportione: cum. c. sed possunt eẽ due prime vnius generis: ⁊ due sequentes alterius. ꝑ qđ patet ꝙ necesse est referri multiplex prime ad multiplex secunde: ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. nõ autẽ multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex scđe ad multiplex quarte q̄r non semꝑ sunt eiusdẽ generis. multiplex p̃me ⁊ tertie: nec multiplex scđe ⁊ q̃rte: fuit autẽ necesse sumere eq̃ multiplices ad p̃mã ⁊ tertiã: itẽqꝫ eque multiplices ad scđam ⁊ q̃rtam: ⁊ nõ eque multiplices ad primã ⁊ scđam: ⁊ itẽ non eque ad tertiã ⁊ quartã q̄r nisi ꝑ mltipliciũ sũptionẽ cõtinuãt̃ termini p̃me ꝓportiõis cũ terminis scđe. nõ erit ꝑ quid sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.





Diffinitio .7.

Quantitates quarũ ꝓportio ẽ vna ꝓportiõales noĩantur.

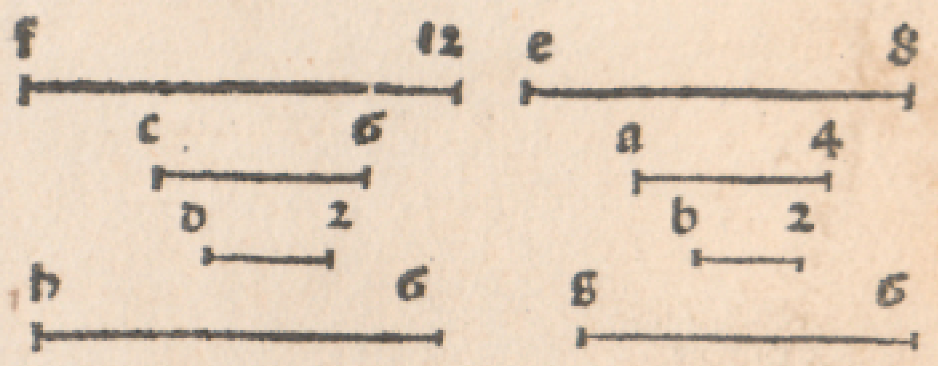
¶ Postquã diffiniuit quantitates continue proportionales ⁊ incontinue diffiniuit quantitates ꝓportionales simplr̃: et pꝫ diffinitio.

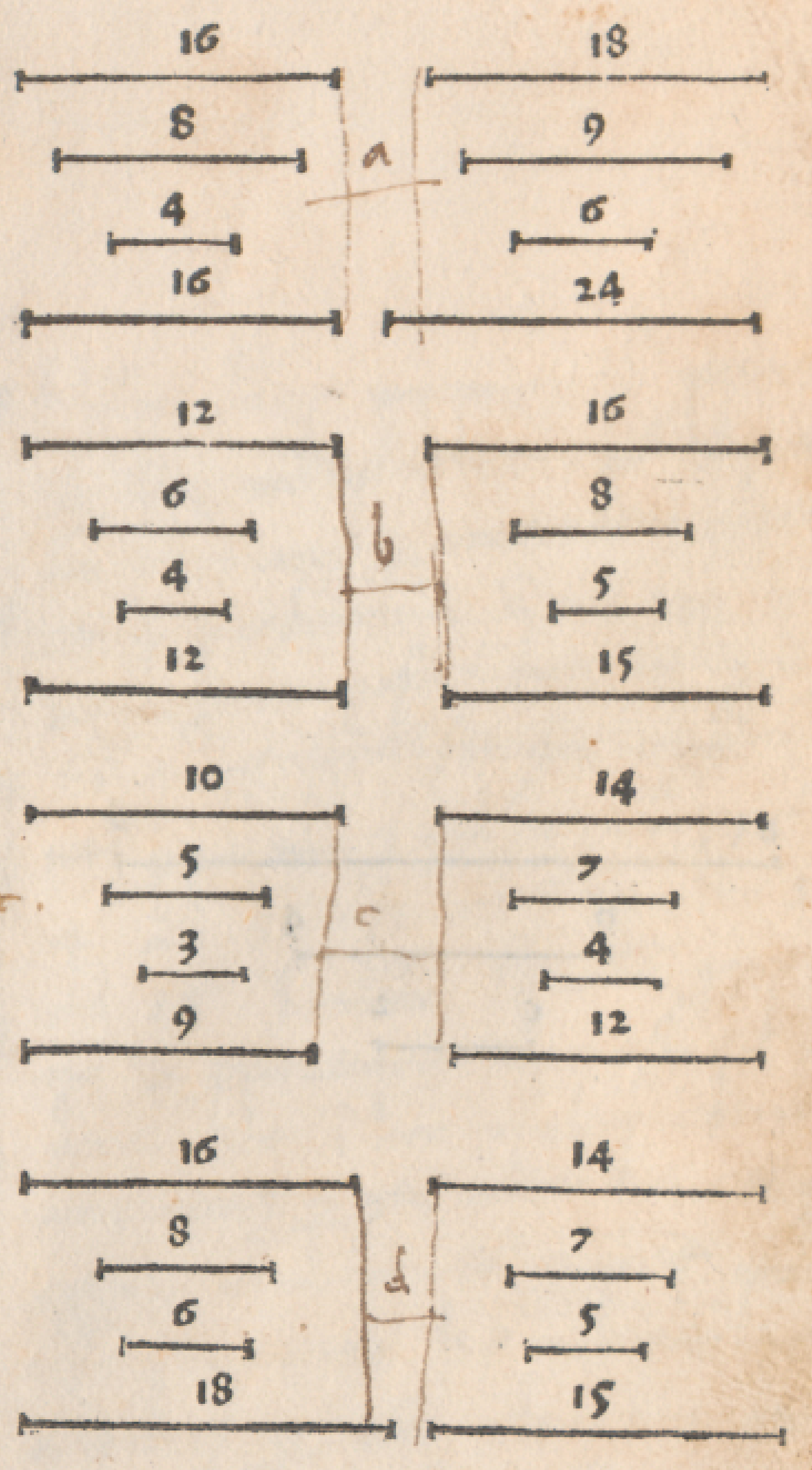
Diffinitio .8.

V

Um fuerint prime ⁊ tertie eque multiplices: Itemqȝ secunde ⁊ quarte eque multiplices. addetqȝ multiplex prime super multiplicem secunde. Nō addet autē multiplex tertie super multiplicē quarte. dicetur prima maioris proportionis ad scđam q̄ȝ tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus proportionalibus diffinit quantitates imꝓportiōales Sūt aūt imꝓportionales inter quas ē sīlitudo proportionū qđ cōtigit dupliciter aut quia maior est ꝓportio p̄me ad secundā q̄ȝ tertie ad quartā: aut quia minor ⁊ ideo eius sunt due species. Prima quando maior est ꝓportio primi ad scđm q̄ȝ tertij ad quartum: ⁊ dicitur hoc maior improportionalitas. ¶ Secūda vero qn̄ minor est proportio primi ad scđm q̄ȝ tertij ad quartū: ⁊ dicit̄ minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primi ad scđam q̄ȝ tertie ad quartā que est maior improportionalitas: diffinitionē autē earum inter quas est minor proportio prime ad scđam q̄ȝ tertie ad quartā non ponit quia ipsa patet ex alia. ¶ Cū igit̄ fuerint .4. quantitates ad quarum p̄mam ⁊ tertiā sumpta sint eque multiplicia. ⁊ ad scđam ⁊ quartā eque multiplicia ⁊ multiplicia p̄me ⁊ scđe relata adinuicē non se habebunt similiter multiplicibus tertie ⁊ quarte relatis adinuicem in additione diminutione ⁊ eq̄litate: ille .4. quantitates erunt improportionales. ¶ Qđ si ita fuerit ꝙ multiplex prime sit equale multiplici scđe. multiplex vero tertie sit minus multiplici quarte. Aut ꝙ multiplex p̄me sit maius multiplici scđe. multiplex aūt tertie sit equale. aut minus multiplici quarte. Aut ꝙ multiplex p̄me sit maius multiplici secūde: ⁊ similiter multiplex tertie multiplici quarte: verūtamen plus excedit quātum ad proportionem non quantum ad quātitatē excessus. multiplex prime multiplex scđe q̄ȝ multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut ꝙ multiplex prime sit min⁹ multiplici scđe. ⁊ silr multiplex tertie multiplici quarte. verūtn̄ minus minuit quātū ad proportionē non quātū ad quātitatē excessus: multiplex prime multiplici secūde: q̄ȝ multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istoꝝ .4. modoꝝ maior proportio prime ad secūdā q̄ȝ tertie ad quartā. Quatuor autē modis istis oppositis erit minor ꝓportio p̄me ad secūdā q̄ȝ tertie ad q̄rtā. Exempla aūt istoꝝ oīum euidenter sumet̄ ex numeris. Additio ḡ illa multiplicis p̄me super multiplex secūde. Non aūt multiplicis tertie sup̱ multiplex quarte: de qua lōquitur auctor in diffinitione: latitudinē habet ad istos .4. modos predictos ⁊ ipsos comprehēdit. vn̄ sensus isti⁹ diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt proponit fuerit maior proportio multiplicis p̄me ad multiplex secūde q̄ȝ multiplicis tertie ad m̄ltiplex q̄rte: erit maior ꝓportio p̄me ad 2am q̄ȝ tertie ad q̄rtā: nō diffinivit autē sub hac forma ꝓpter cōē cām p̄us dictā. Uel possum⁹ dicere ꝙ additio m̄ltiplicis p̄me sup̱ multiplex secūde: ⁊ nō multiplicis tertie sup̱ m̄ltiplex q̄rte: de q̄ loquit̄ in p̄missa diffinitione maioris iꝓportionalitatis ꝓprie accipit̄ prout verba diffinitionis sonāt: ⁊ nō se extēdit nisi ad scđm q̄tuor predictoꝝ modoꝝ: lȝ reuera quolibet illoꝝ q̄tuor modoꝝ sit maior ꝓportio prime ad secūdā q̄ȝ tertie ad quartam vn̄ sensus illius diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt ꝓponit si multiplici prime exn̄te maiori multiplici secūde: non sit necessariū ꝙ multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tūc erit maior ꝓportio prime ad secūdā q̄ȝ tertie ad quartam. propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: q̄ꝛ iste est illis omnib⁹ magis plan⁹: ⁊ ad dictā diffinitionē sufficiēs. Nusq̄ȝ





eni est maior proportio prime.4.quantitatũ ad scðam q̃z tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primã ⁊ tertiã repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia scðe ⁊ quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex scðe: nõ aũt multiplex tertie super multiplex quarte. Nec vsq̃z contingit hoc reperire quin sit maior proportio prime ad scðam q̃z tertie ad quartam vt de/monstrabimus infra supra decimam huius. ¶ Possunt autem esse hec quãtitates improportionales diuersoꝝ generum sicut ⁊ quãtitates incõtinue proportionales si inter eas fuerit incõtinua improportionalitas: vt si dicatur maior est proportio a.ad.b.q̃z.c.ad.d. Si autem fuerit continua improportionalitas erũt oẽs eiusdẽ generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio.a.ad.b.q̃z.b.ad.c. Diffinitio .9.

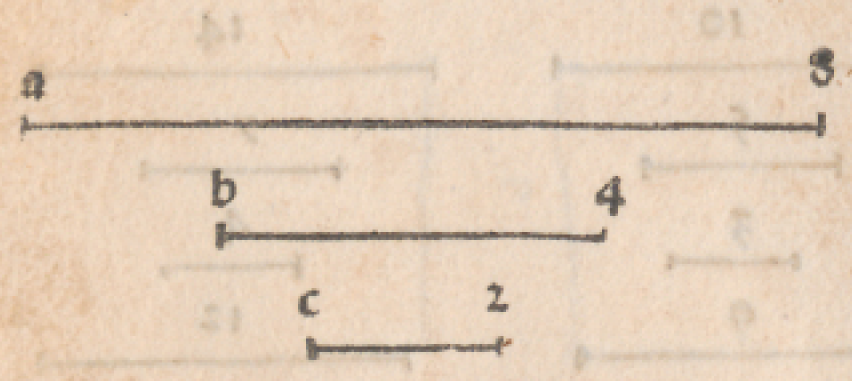
E St autem proportionalitas ad minus inter tres termios constituta.

¶ Postq̃z auctor diffiniuit ꝓportionẽ ꝓportionalitatẽ ⁊ q̃ntitates ꝓportionales ⁊ iꝓportionales: ostẽdit q̃s sit minim⁹ numer⁹ terminorũ inter quos proportionalitas potest cõsistere maximũ autẽ nõ ponit: quia illum nõ cõtingit sumere: potest enim proportio quelibet continuari i terminis infinitis: siue fuerit rõnalis proportio siue irrõnalis. ¶ Ad proportionalitatẽ aũt exigunt̃ ad minus due proportiões siles: eo ꝙ proportiõalitas sit similitudo proportionũ. Quelibet aũt proportio habet antecedens ⁊ consequẽs: ergo q̃libet proportionalitas habet ad minus duo antecedẽtia ⁊ duo consequẽtia: hoc ẽ impossibile fieri in paucioribus q̃z tribus terminis: in quibus medius coꝝ fiet antecedẽs ⁊ ꝯsequẽs: ⁊ iõ proportiõalitas erit ꝯtinua: quare in trib⁹ terminis ad minus erit cõtinua proportionalitas cõstituta. Incõtinua aũt non erit i paucioriƀ q̃z in.4.eo ꝙ in ipsa quilibet termin⁹ ẽ tm̃ antecedẽs: aut tm̃ ꝯñs: idem intellige de minori numero terminoꝝ improportionalitatis. Si enim fuerit ꝯtinua: erit ad minus inter tres terminos. Si incõtinua ad minus inter quatuor.

Diffinitio 10.

S I fuerit tres q̃ntitates ꝯtinue ꝓportiõales dicet̃ ꝓportio prime ad tertiã. ꝓportio prime ad scðam duplicata.

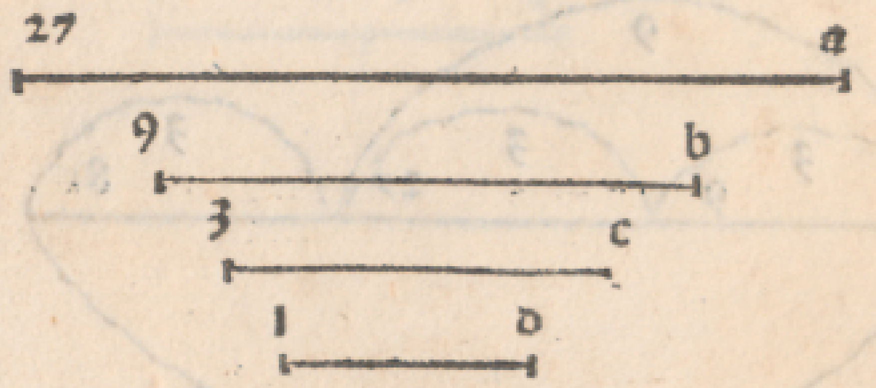
¶ Diffinit proportionẽ q̃ ẽ iter extremos termios continue proportionalitatis in trib⁹ termis cõstitute. ⁊ dicit ꝙ si fuerit proportio primi ad scðm sicut scði ad tertiũ: erit proportio ꝑmi ad tertiũ sicut primi ad scðm duplicata: hoc ẽ ex duabus taliƀ cõposita. siue qð idẽ ẽ: erit proportio primi ad tertiũ. sicut ꝑmi ad scðm duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi grã. i numeris Sint.3.numeri cõtinue proportionales: sintq̃z continue dupli: vt.2.4.8 proportio primi ad tertiũ erit sicut proportio ꝑmi ad scðm in se multiplicata: proportio aũt ꝑmi ad scðm ẽ dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadruplã: vnde proportio extremoꝝ ẽ quadrupla: videlicet duplũ dupli: vel scðm priorẽ expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundũ duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.



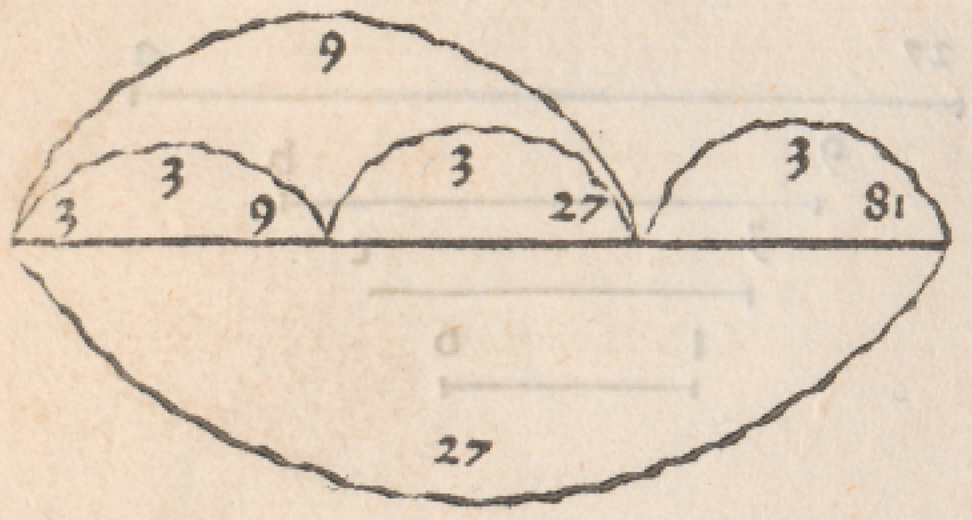
Diffinitio .11.

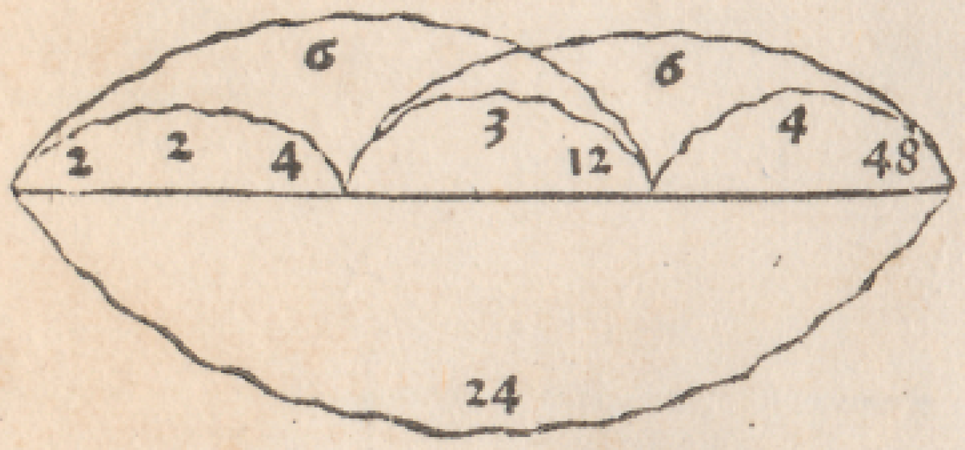
C Um fuerit q̃tuor q̃ntitates ꝯtinue ꝓportionales. ꝓportio prime ad quartã dicet̃ ꝓportio prime ad scðaz triplicata

¶ Diffinit ꝓportionē q̄ ē iter extremos termios ↄtinue ꝓportiōalitatis ī.4.termi nis ↄstitute: ⁊ dicit ꝙ si fuerit.4.q̄ntitates ↄtinue ꝓportionales erit ꝓportio p̄me ad q̄rtā sicut ꝓportio p̄me ad scd̄am triplicata hoc ē ex tribus talib⁹ cōposita. q̄m tales inueniūtur in ea: siue qd̄ idem est: erit proportio prime ad quartam sicut pri me ad secundam triplicata.hoc est in se.postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sintq̄ cōtinue triplici.vt sint.1.3.9.27.proportio primi ad quartum erit sicut ꝓportio primi ad secundū in se postea productū multiplicata: proportio autem primi ad secūdum est tripla: tripla vero in se multiplicata ꝓducit nocuplā ⁊ tripla in nocuplam pro/ducit vigincuplam septuplam.erit itaq̄ proportio extremorum vigincupla septu/pla. qd̄ est triplum tripli. Vel s̄m priorem expositionem proportio extremorum ē sicut proportio primi ad scd̄m triplicata: quia vigincupla septupla constat ex tri bus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportio/nalitatis inter plures q̄ȝ quatuor terminos cōstitute: propter id ꝙ dimensiones in rebus naturalibus reperte non excedunt ternariū. ¶ Denominatio autem ꝓpor/tionis duarum quantitatum quibus nullum interponitur medium habet naturaȝ linee. Earuȝ vero quibus interponitur vnū mediū in cōtinua ꝓportionalitate ha bet naturā superficiei eo qd̄ fit ex multiplicatione denomiationis duarū primarū in se. Omne autem qd̄ ex multiplicatione linee: in lineam ꝓducitur: naturā habet superficiei: si in se quidē quadrati: si vero in alterā parte altera longioris. Sed ꝓ/portionis earum quantitatuȝ denominatio quibus in cōtinua ꝓportione duo me dia interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione deno/minationis duarum primarum primo in se.ex qua multiplicatione producitur su perficies: deinde in productum ex qua multiplicatione prouenit solidum siue cor/pus: omne ⁊ enim qd̄ ex multiplicatione linee in superficiem producitur crescit i so lidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum est simplex inter/uallum: ⁊ habens naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas au/tem trium est duplex interuallum: ⁊ habens naturam duplicis dimensionis vt su/perficiei: proportionalitas aūt quatuor est triplex interuallum: ⁊ habens naturā trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones vlterius non procedunt.ideo nō diffiniuit proportionem contentam inter extremos proporcionalitatis in quinq̄ terminis: aut pluribus constitute: vel non diffiniuit proportionem in his quia ea rum ꝓportio habetur ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis ꝓ/portio extremorum cōstat ex proportione primorum duplicata: ⁊ in q̄tuor termi/nis cōstat ex eadem triplicata: i.5.terminis constat ex eadem quadruplicata: ⁊ in sex ex eadē quīcuplicata: vn̄ quēadmodū i trib⁹ termis ↄtinue ꝓportiōalib⁹ ꝓpor tio extremoꝝ ↄtinet ꝓportionē p̄moꝝ bis. ⁊ i.4.termis ter. sic i.5.termis ↄtinebit quater. ⁊ in sex quinquies. ⁊ ita deinceps. ut semꝑ ꝓportio extremoꝝ i termis cō/tinue ꝓportionalibus totiēs cōtineat ꝓportionē p̄morum quot sunt omnes ter/mini min⁹ vno. Sil'iter quoq̄ si ꝓportio extremoꝝ cōtinue proportiōalitatis i tri bus termis ↄstitute ē ea q̄ producit' ex proportōe p̄moꝝ in se semel multiplicata: ⁊ in.4.in se bis multiplicata: in quinq̄ terminis ea que producitur ex proportione p̄morum in se ter multiplicata. ⁊ i.6.termis quater: ⁊ sic semꝑ ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: siue vt multiplicationes sint equales medijs



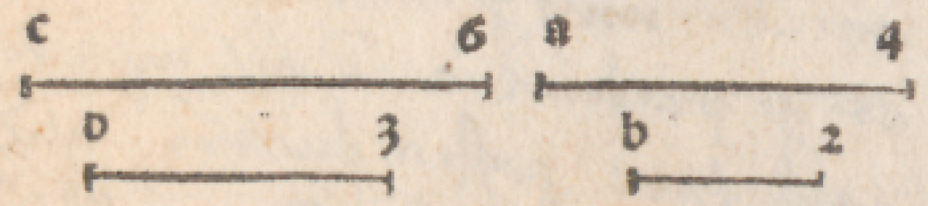
extremis interpositis. Et nota q etiam in proportionalitate continua extremorum proportio producitur ex omnibus proportionib⁹ intermedijs. ¶ Ex predictis apparet q proportio extremoꝝ continue proportionalitatis in tribus termis constitute denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constitute denominatur a cubo: quorum quidē quadrati ⁊ cubi latus est denominatio proportiōis primi ad secundū: verbi gratia: i numeris Sint quatuor numeri continue proportiōales qui sint continue tripli. 3.9.27.81. proportio primi ad secūdū denominatur a ternario. est eni tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus ternarij. nam ipsa est nocupla. At vero proportio p̄mi ad quartū denominat̄. a. 27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundā videlicet ternarij. ipsa enim est vigincupla septupla. ¶ Et proportio extremoꝝ in ꝓportionalitatis continue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionū. in quatuor vero terminis cōstitute denominatur a solido nō cubo. cuius tria latera sunt denominationes triū proportionū: qđ etiā patet in numeris. Sint quatuor numeri ꝯtinue improportionales: qui sunt. 2.4.12.48. in quibus proportio primi ad secūdū est dupla: secundi ad tertiū tripla: ⁊ ideo primi ad tertiū sexcupla: tertij vero ad q̄rtu3 q̄drupla: ⁊ iō p̄mi ad q̄rtū vigincuplū q̄drupla. Senari⁹ ergo qui ē denomiatio proportiōis primi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo ⁊ tria. qui sunt denominationes duarum primarum proportionū 24. vero qui est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latus sunt. 2.3.⁊.4. qui sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.





Diffinitio .12.

Quantitates que sunt in proportione vna. antecedens ad consequente3 ⁊ antecedens ad consequentē. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentē. ¶ Itemq3 permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam cōsequens ad consequentem.

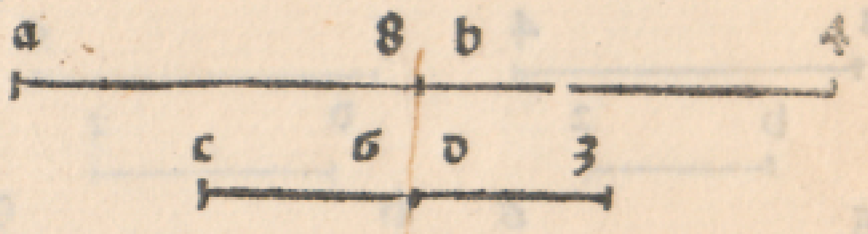


¶ Diffinit spēs proportionalitatis que sunt. 6. videlicet cōuersa. permutata. disiuncta: coniuncta: euersa ⁊ equa. ¶ Sunt autē hee species quasi quidā modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quib⁹ manent añcedentia ⁊ consequētia eadē ƀm substantiā: qđ nō ē i disiuncta: ꝯiūcta aut euersa: ⁊ in quibus nihil extra sumitur vt in equa: vocat autem antecedens primum extremū proportionis: consequens vero vocat secundum. ¶ Vult itaq3 per hanc diffinitionem q si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ex hoc ego cōcludam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. videlicet vt faciam de antecedentibus cōsequētia ⁊ de consequentibus antecedentia: qđ iste modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. videlicet vt ambo extrema prime ꝓportionis: fiant antecedentia: ⁊ ambo extrema secunde cōsequentia. vult q iste mod⁹ arguendi vocetur proportionalitas permutata: ⁊ in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis cōsequens: ⁊ cōsequens prime antecedens.

Diffinitio

Propositio. 13.

Coniuncta vero proportionaltas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad cōsequens. sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

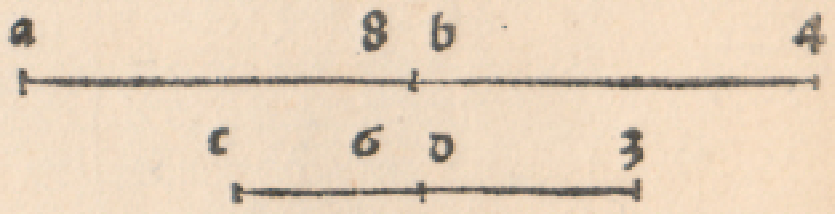


¶ Diffinit coniunctam disiunctam ꝛ euersam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem ſm substantiā ꝛ vult ꝙ si ita fuerit. vt sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ꝛ ego ex hoc concludam. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. ꝙ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Diffinitio

Propositio. 14.

Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmētorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

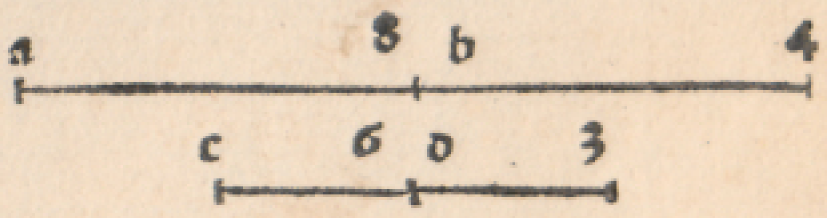


¶ Vult ꝙ si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. ꝛ ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ꝙ iste modus arguendi voccetur disiuncta proportionalitas.

Diffinitio

Propositio .15.

Euersa proportionalitas dicitur quorūlibet antecedentiū ad augmenta sui supra cōsequentia sua similitudo proportionum.

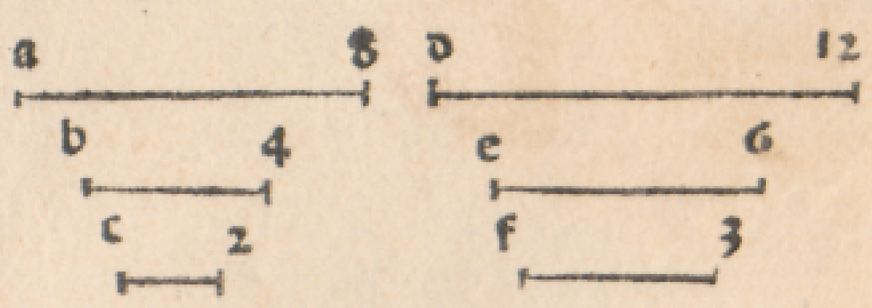


¶ Vult ꝙ si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ꝛ ex hoc ego concludā ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. ꝙ iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

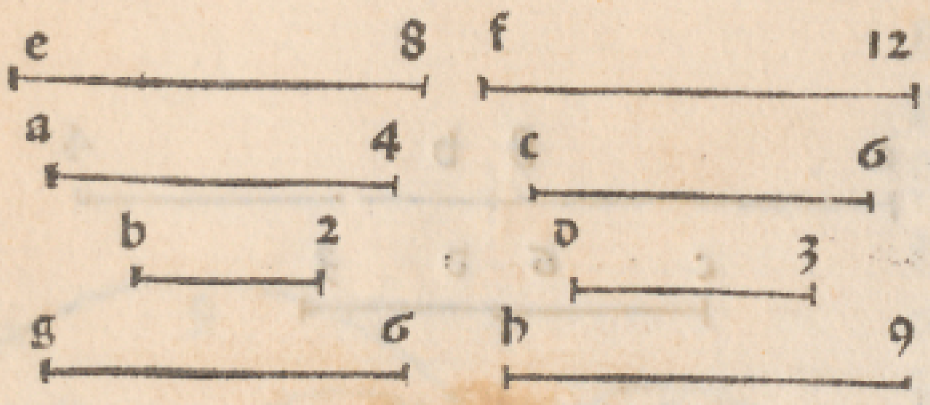
Diffinitio

Propositio .16.

Equa proportionalitas dicitur quātitatibus plurimis propositis aliisq; ſcōm eundem numerū in vna proportione applicatis mediorum equali numero remoto vtrorumq; summorum similitudo proportionum.



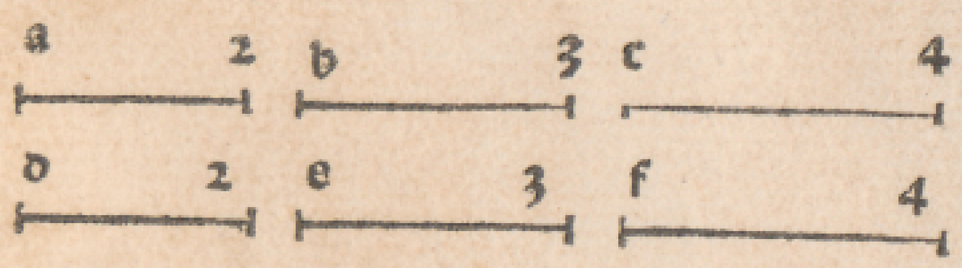
¶ Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit͛. ꝛ vult ꝙ si sumant͛ quotlibet quantitates. vt. a. b. c. itemq; totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. vt. d. e. f. fuerintq; secunde in proportiōe primaꝝ siue codē ordine. vt si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e ꝛ. b. ad. c. sicut. e. ad. f. siue ordine cōuerso vt si dicat͛. a. ad. b. sicut. e. ad. f. ꝛ. b. ad c. sicut. d. ad. e. ꝛ ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ꝙ iste modus arguendi voccetur equa proportionalitas. ¶ Horum autē. 6. modorum arguendi qui dicūtur species ꝓportionalitatis quatuor ꝓbat auctor in lrā infra in isto. 5. Permutatam quidē proportionalitatem probat in. 16. huius. disiunctā vero in. 17. coniunctam in. 18. equam vero proportionalitatē demonstrat. in. 22. ꝛ. 23. Sed in. 22. cū quantitates duorū ordinū codē ordine sunt proportionales. in. 23. cū vero sūt ꝓportionales ordine conuerso. Cōuersam vero ꝓportionalitatē: aut euersā non demōstrat eo ꝙ conuersa pꝫ ex diffinitiōe quātitatū icōtinue ꝓportionaliū. Euersa aūt pꝫ ex ꝑmutata adinuicē. 19. vt sup eādē. 19. sum⁹ dicturi. qualr͛ autē ꝯuersa ꝓportiōalitas ex dione quātitatū icōtinue ꝓportiōaliū māifesta sit demōstrem⁹ nūc. ¶ Sit ergo ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. volo ẞ demōstrare qō erit b. ad. a.



ſicut.d.ad.c.ſumatur.e.ad.a.⁊.f.ad.c.eque multiplicia.ſimiliter quoqꝫ.g. ad.b. ⁊.h.ad.d.eque multiplicia.eritqꝫ per conuerſionem diffinitionis quãtitatum incontinue proportionalium. vt,e. ⁊.g. itemqꝫ.f.⁊.h.ſimiliter ſe habeant in additione diminutione ⁊ equalitate.intelligo tunc.b.primum.a.ſecundum. d.tertium.c q̃rtū.ſūptaqꝫ ſūt ad primū ⁊ tertiū.g.⁊.h.eque multiplitia. Jtē qꝫ ad ſecūdū ⁊ q̃rtum.e.⁊.f.eque multiplicia ⁊ quia multiplicia primi ⁊ ſecundi que ſunt.g.⁊.e.ſimiliter ſe habent multiplicibus tertij ⁊ quarti que ſunt.h.⁊.f.adinuicem diminutiõe ⁊ equalitate.erit ꝑ dictā diffinitionem proportio.b.primi.ad.a.ſecundum.ſicut.c tertij ad.d.quartum quod eſt propoſitum.Conſtat itaqꝫ modus arguendi qui dicitur conuerſa proportionalitas.¶ Huius autē quinti libri principia plurimis difficilima eſſe videntur.⁊ quibuſdam concluſionibus quas ex ipſis demonſtrat. magis ab intellectu diſtantia . Nihil enim videtur intellectui imediacius adherere. q̃ꝫ ꝙ duarum quarūlibet quantitatū equalium ſit ad tertium quãlibet vna proportio:qȯ tamen huius quinti ſeptima demonſtrat ex diffinitione incontinue proportionalitatis que ab intellectu primo videtur q̃ꝫ plurimum eſſe remota .quis enim non facilius duarum quantitatum equalium ad aliquē tertiam eandem eſſe proportionem concedat.q̃ꝫ.4.quantitatum ſi multiplicia prime ⁊ tertie equaliter ſumpta multiplicibus ſecunde.⁊ quarte equaliter ſumptis ſimiliter ſe habuerint ī additione diminutione ⁊ equalitate eſſe proportionem prime ad ſecundam.ſicut tertie ad quartam. Uerum ſi ſubtiliter intuemur liquido conſtabit nō poſſe vniri intellectui ꝙ proportio duarum quantitatum equalium ad tertiam ſit vna. niſi per quid eſt eſſe proportionem vnam.Si enim quis ignorer quid eſt eſſe proportionē vnam eandem proportionem alteri .quomodo cognoſcet duarum quantitatum equalium eſſe eandem proportionem ad tertiam.Jndiget igitur proculdubio intellectus anteq̃ꝫ illam que videbatur conceptibilis propoſitio apprehendat huius rei que per ipſius diffinitionē habebitur cognitione.poſtmodum vtrum ea diffinitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis cōueniat pertractatione.qȯ ſi diffinitio inuenta fuerit illis quãtitatibus conuenire concludetur propoſitum. Sin autem oppoſitum. Non eſt igitur immediata propoſitio q̃ꝫ ſuperficialis apprehenſio immediatā indicauit. ¶Similiter quoqꝫ īmediacius indicat prima apꝑhenſio adherere intellectui ꝙ duarum quantitatum inequalium maior eſt proportio maioris earum ad aliam q̃ꝫ minoris ad eandem quā demonſtrat.8. huius. q̃ꝫ qȯ.4.quãtitatum ſit maior proportio prime ad ſecundam q̃ꝫ tertie ad quartam.cum multiplicibus ad primam ⁊ tertiam equaliter ſumptis . Jtemqꝫ alijs ad ſecundā ⁊ quartam ⁊ equaliter multiplex prime addit ſuper multiplex ſecunde.⁊ multiplex tertie non addit ſuper multiplex quarte.ex quo que predicta eſt propoſitio demonſtratur:ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi niſi per quid eſt eſſe proportionē maiorem¶. Jgitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur proportionales:⁊ que inproportionales diffinire. Proportionales autem ſunt quarum proportio vna eſt:⁊ Jmproportionales quarū proportiones diuerſe. Jtaqꝫ diffiniuit quantitates quarum proportio vna . ⁊ eas in quibus connectuntur extrema nō diſſociatis medijs quas vocauit continue proportionales.et dixit hāc ꝓportionalitatē i trib⁹ termis ad min⁹ exiſtere. ꝓpter hoc ꝙ vnū ſaltē bis ſumēdū ē mediū.et eas ī quib⁹ accidit interruptio medioꝝ:⁊ hec ſūt icōtinue ꝓportiōales ⁊ hec ꝓportiōalitas ad minus exigit q̃tuor termios ꝓpter alteri⁹ medij ſūptionē

⁊ diffinivit etiam quantitates que sunt inproportionales. quarum est maior vna
proportio quã sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis. tunc facile
esset intellectui cognoscere que proportiones essent vna ⁊ que diverse. ¶ Que enĩ
haberent vnam denominationem: essent vna. que autem diversas diverse. hec au/
tem facilitas manifesta est ex arismetica. quoniam omnium numerorum propor/
tio scita ⁊ rationalis est. Unde Jordanus in scđo arismetice sue diffiniẽs que pro/
portiones sunt eedem ⁊ que diverse. dicit easdem esse que eandẽ denominationem
recipiunt. Maiorem vero que maiorem ⁊ minorem que minorem. Sed ĩfinite sũt
proportiones irrationales. quarum denominatio scibilis non est. quare cum eucli
des cõsideret in hoc libro suo proportionalia cõmuniter nõ contrahẽdo ad rõna/
les vł irrõnales quoniam cõsiderat proportionem repertam in continuis que com
munis est ad istas. Non potuit diffinire idemptitatem proportionũ per idẽptita
tem denominationũ. sicut arismeticus: eo ꝙ multaruꝫ proportionum vt dictum ẽ
sunt denominationes simpliciter ignote. diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis
vnde malicia ꝓportionum irrõnalium cogit euclidem tales diffinitiones ponere.
Quia ergo non potuit vt patet ex premissis diffinire proportionalitatem siue
idemptitatem proportionum. per idemptitatem habitudinum. siue denominatio
num ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinũ ⁊ in cõuenientiaꝫ
terminorum coactus est refugere ad terminoꝝ multiplicia. vt ex illorum habitudi/
nibus quantum ad excessum ⁊ equalitatem *consideratis equis numerositatibus*
sumptoꝝ per qđ ad naturam *rationalitatis reducuntur* propositam diffinitio/
nẽ venetur. nihil *enim in quocunqꝫ inequalitatis genere* terminis magis idẽ q̃ꝫ
eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. q̃ꝫ multiplicium habitudo.
¶ *Et quia* proportio est duarum quãtitatũ eiusdem generis certa habitudo. consi/
derata in eo ꝙ sunt equales aut ꝙ altera maior. ideo idemptitas proportionum
entium inter primam. 4. quantitatum ad secundam ⁊ tertiam ad quartam est simi
lis equalitas prime ad secundam. ⁊ tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut si
milis minoritas. hec autem similis equalitas. aut similis maioritas. aut silis mino
ritas. tunc est inter quatuor. quaslibet quantitates cum est inter omnes eaꝝ equa
liter multiplices. ¶ Qđ ergo dicit in quinta diffinitõe. quantitates que dicunť cõ/
tinuam proportionalitatem habere. ⁊ cetera ac si diceret. omnes illas quantita/
tes voco continue proportionales qđ est eas similiter esse equales continue ⁊ simi
liter continue esse maiores. ⁊ similiter continue esse minores quarum omnes
eque multiplices. aut sibiinuicem sunt. similiter continue equales. vel similiter
continue maiores. vel similiter continue minores quod est etiam ipsas multipli/
ces esse cõtinue ꝓportiõales qđ si hoc alicubi ĩ mltiplicib⁹ dissonat eas dico nõ eẽ
cõtinue ꝓportionales. ¶ Qđ autẽ dicit in sexta diffinitione. Quãtitates que dicũť
eẽ sm ꝓportionẽ vnam prima ad scđam ⁊ tertia ad quartam. ⁊ cetera ac si diceret
oẽs. 4. quãtitates voco ĩcõtinue proportionales. ⁊ se habere primam ad secundam
sicut tertia se habet ad quartã: qđ ẽ primã ad scđam. ⁊ tertiam ad quartã similiť se
habere in equando aut addẽdo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices
prime ⁊ tertie ad oẽs eque multiplices secũde ⁊ q̃rte. similiter se habẽt aut ĩ equãdo
ãut addẽdo aut minuẽdo quod est etiam multiplices prime in eadem proportione
se habere ad multiplices secunde. in qua multiplices tertie se habẽt ad multiplices
quarte. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem

prime ad secūdā sicut tertie ad quartā. qđ autē dicit in .8. diffinitione ē ac si diceret maiorē proportionem voco .4. quātitatū prime ad secundā quā tertie ad quartam quod est primā magis excedere secūdā quā tertia excedat quartā. quaꝝ aliqua ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde: aliqua ex multiplicibus tertie sumpta secundum numerationē multiplicis prime non addente sup aliquē ex multiplicibus quarte: sumpta ꝫm numerationē multiplicis scđe. qđ ē esse maiorē proportionē multiplicis prime ad multiplicē scđe. q̄ʒ multiplicis tertie ad multiplicē quarte. ¶ Diffinitiones autē istas nō sunt aliqui demonstrare. quoꝝ ametus filius Joseph tentauit eas demōstrare in epistola sua quā de ꝓportione ꝛ proportiōalitate cōposuit. ꝛ accepit tria per modū positiōis tanq̄ʒ principia que dicit esse per se nota ꝛ ꝓbatione non indigere. ¶ Quoꝝ primū est quod si fuerint .4. quātitates. quaꝝ sit proportio prime ad scđam sicut tertie ad quartam. erit ecōuerso ꝓportio scđe ad primā sicut quarte ad tertiam. ꝛ hic est modus arguendi quē vocauit superius euclides conuersam proportionalitatē. ꝛ errauit qm̄ dixit ꝓpositionem esse per se notā. cuius antecedens ꝛ cōsequēs sunt ignota: Ignotum ē enim quid sit esse proportionem prime quantitatis ad secūdā sicut tertie ad quartam. quare hoc ignoto posito impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur similiter quoqʒ qꝛ cōsequēs est ignotum. impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. ¶ Scđm principiū eius fuit: ꝙ si fuerint .4. quātitates quaꝝ sit proportio prime ad scđam sicut tertie ad quartā. si prima sit maior scđa: erit tertia maior quarta. ꝛ si minor minor. ꝛ si equalis equalis. ¶ Tertiū fuit ꝙ si fuerint .4. quātitates quarum sit proportio prime ad secūdā sicut tertie ad quartā: erit prime ad qđlibet multiplex secunde: sicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte: ꝛ accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum qđ accidebat in primo. Accepit enim i oībus ignota similr̄ tāq̄ʒ nota. quare non demonstrauit. peccauit etiā in secunda demōstratione ꝛ in tertia ꝛ in quinta. i quarū qualibet arguit ex .8. vł ex 10. huius que probantur ex diffinitione in continue ꝓportionalitatis: Arguit enī sic si proportio a.b. ad .c. est maior q̄ꝫ .g. ad .d. sit ergo .v.b. ptis .a.b. ad .c. sicut .g. ad .d. per qđ apparet ipsum supponere ꝙ duaꝝ quātitatū .a b. ꝛ .u. b. in equalium relatarum ad .c. maior maiorem ꝛ minor minorem ad ipsā optinet proportionem vel ꝙ quātitas ad .c. habebit minorem proportionē q̄ʒ habeat. a.b. erit minor .a b. quorum primum demonstrat .8. huius. ꝛ scđm .10 Nā cū vultis sumere quātitatē que se habeat ad .c. in proportione .g. ad .d. dabo tibi maiorem aut minorem aut equalem .a.b. indifferenter sicut voluero. quare autē non demonstrat aut accidit sibi circulus ꝛ principia esse ignotiora conclusionibus. Supponēda sunt igiť cū euclide principia tanq̄ʒ nota. ꝛ non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.



Propositio .1.

Si fuerint quolibet quantitates aliaꝝ totidem eque multiplices. aut singule singulis equales necesse ē quemadmodum vna illarum ad sui cōparem. totum quoqʒ ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

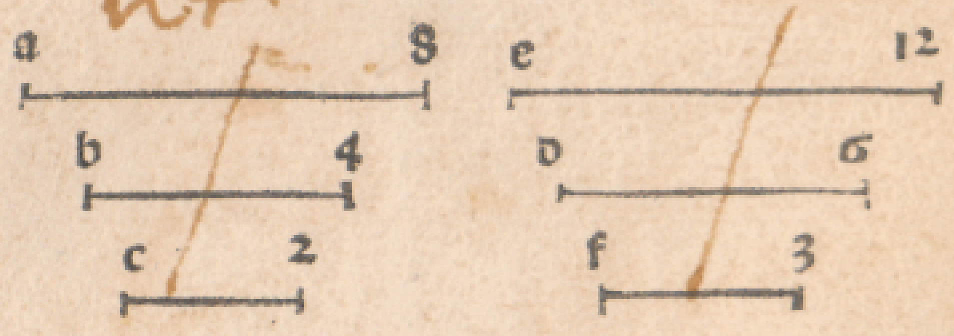
¶ Sit quotlibet quātitates. que sint .a. b.c. aliarum totidem que sint .d.e.f. eque multiplices vnaqueqʒ ad sui cōparē. aut singule sint singulis equales. ita videlicet

ꝙ sicut.a.ē mltiplex.d.ita.b.ē multiplex.e.⁊.c.mltiplex.f.vl si.a.ē eqlis.d.ꝙ silit b.sit eqle.e.⁊.c.eqlis.f.dico ꝙ sicut se hab.3a.ad.d.ita se habet aggregatū ex omnibus que sunt.a.b.c.ad aggregatum ex omnibus que sunt d.e.f.¶Qd si singule singulis sint equales patet propositū per hanc cōmunē sciam: si equalibꝰ equalia addanꝰ tota quoqꝫ erunt equalia.Si autē sint omnes suis cōparibus eque multiplices diuisis eis ꝺm quantitatē suaꝝ submultipliciū:erit aggregatū ex prima pte.a.⁊.prima.b.⁊ prima.c.equale aggregato ex.d.e.f.ꝑ predictā cōmunēꝫ sciam adiuuante hac:que eidem sunt equalia inter se sunt equalia.¶Similiter quoqꝫ aggregatū ex secūdis ptibus quantitatum.a.b.c.erit equale aggregato ex.d.e.f.sicqꝫ de ceteris:⁊ qꝛ hoc poterit totiens fieri quotiens.d.continetꝰ in.a.erit vt eqle aggregatū ex.d.e.f.totiēs ꝯtineatꝰ i aggregato ex.a.b.c.quotiēs.d.continetꝰ i.a.qꝛ ꝰ quotiēs.d.numerat.a.totiēs aggregatū ex.d.e.f.numerat aggregatū ex.a.b.c.patet ꝙ sicut.a.est multiplex ad.d.ita aggregatū ex.a.b.c.aggregati ex.d.e.f.quod ē propositum.

Propositio .2.

Si fuerint sex quantitates.quaꝝ prima ad scđam atqꝫ tertia ad quartā eque multiplices.quinta vero ad secundam atqꝫ sexta ad quartā eque multiplices:totum prime ⁊ quinte ad scđam.totumqꝫ tertie ⁊ sexte ad quartam eque multiplicia esse conueniet.

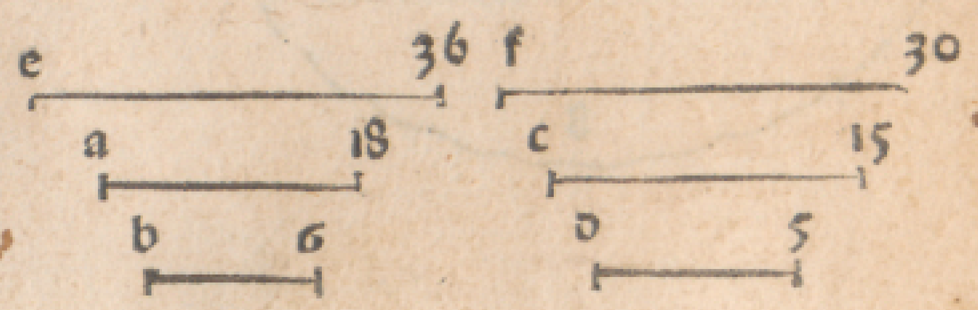
¶Sint sex quantitates.a.prima.b.secunda.c.tertia.d.quarta.e.quinta.f.sexta. Sitqꝫ.a.⁊.c.eque multiplices ad.b.⁊.d.itēqꝫ.e.⁊.f.sint eque mltiplices ad easdē dico ꝙ sicut totū aggregatū ex.a.⁊.e.ē multiplex ad quātitatē.b.ita totū aggregatū ex.c.⁊.f.est multiplex ad quantitatē.d.Nam qꝛ numerus ꝺm quē.b.continetꝰ in.a.est equalis numero.ꝺm quē.d.continetur in.c.Similiter quoqꝫ numerus ꝺm quē.b.continetꝰ in.c.est equalis numero ꝺm quē.d.continetꝰ in.f.erit per cōmunēꝫ sciaꝫ que est: si equalibus equalia addanꝰ ⁊ cetera.numerus ꝺm quē.b.continetur in aggregato ex.a.⁊.e.equalis numero ꝺm quē.d.continetꝰ in aggregato ex.c.⁊.f. quare sicut aggregatū ex.a.⁊.e.est multiplex ad.b.ita aggregatū ex.c.⁊.f.ē multiplex ad.d.quod est propositum.



Propositio .3.

Si fuerint primum secundi ⁊ tertiuꝫ quarti eque multiplicia:ad primum vero ⁊ tertium multiplices sumantur equales erunt:multiplex primi ad secūdū atqꝫ multiplex tertij ad quartum eque multiplicia.

¶Sit sex q̄ntitates.a.prima.b.secūda.c.tertia.d.quarta.e.quīta.f.sexta. Sitqꝫ.a.ad.b.⁊.c.ad.d.itēqꝫ.e.ad.a.⁊.f.ad.c.eq̄ mltiplices.dico ꝙ sicut e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.diuidatꝰ enim.e.ꝺm quantitatē.a.sui multiplicis.⁊.f.ꝺm quantitatē.c.eritqꝫ ꝓpter equalitatē partiū.e.ad.a.⁊ partiū.f.ad.c.vt q̄libet ptiū.e.sit ita multiplex ad.b.sicut quelibet ptiū.f.ad.d.Quia ergo sicut prima ps.e.ē multiplex ad.b.ita prima ps.f.ē multiplex ad.d.Itēqꝫ sicut scđa pars.e.ē mltiplex ad.b.ita secūda.f.ad.d.ergo erit per premissā aggregatū ex duabus primis ptibus.e.ita multiplex ad.b.sicut aggregatū ex duabꝰ p̄mis ptibꝰ.f.ad.d ⁊ qꝛ rursus tertia ps.e.si sit aliq̄ tertia ps ē ita mltiplex.ad.b.sicut tertia.f.ad.d.erit ꝑ eādē ut totū aggregatū ex tribus primis partibus.e.sit ita multiplex ad.b.sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus.f.ad.d.¶Sitqꝫ si plures fuerint partes.e.⁊.f.componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludēs



ꝙ sicut.e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.per premissam totiens sumptã: quot fuerint partes in.e.aut in.f.minus vna: sicqz patet propositum.

Propositio .4.

SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii ad quartum: ad primum autez et tertium eque multiplicia assignẽtur. Jtemqz ad secundum et quartum multiplices equales/ erunt assignate multiplices eodem ordine proportionales.

¶ Sit proportio.a.primi ad.b.secũdũ.sicut.c.tertij ad.d.quartum. Sumanturqz.e ad.a.ꝛ.f.ad.c.eque multiplicia. Jtẽqz.g.ad.b.ꝛ.h.ad.d.eque multiplicia: dico ꝙ ꝓportio.e.ad.g.est sicut.f.ad.h. Sumam.k.ad.e.ꝛ.l.ad.f.eque multiplicia.itẽqz m.ad.g.ꝛ.n.ad.h.eque multiplicia: ꝛ quia.e.ꝛ.f.sunt eque multiplicia ad.a.ꝛ.c. itemqz.k.ꝛ.l.eque multiplicia ad .e.ꝛ.f .erunt per premissam.k.ꝛ.l.eque multiplicia ad.a.ꝛ.c.per eandem quoqz erunt.m.ꝛ.n.eque multiplicia ad.b.ꝛ.d. quare per conuersionẽ diffinitionis incontinue proportionalitatis.k.ad.m.ꝛ.l.ad.n. similiter se habebunt in addendo diminuendo ꝛ equando: qꝛ ergo.k.ꝛ.l.sũt eque multiplicia ad.e.ꝛ.f.itemqz.m.ꝛ.n.eque multiplicia ad.g.ꝛ.h.erit per diffinitionẽ incontinue ꝓportionalitatis ꝓportio.e.ad.g.sicut.f.ad.h.qđ est propositum.

Propositio .5.

SI fuerint due quantitates quarum vna sit pars alterius minuaturqz ab vtraqz ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atqz totum toti eque multiplex.

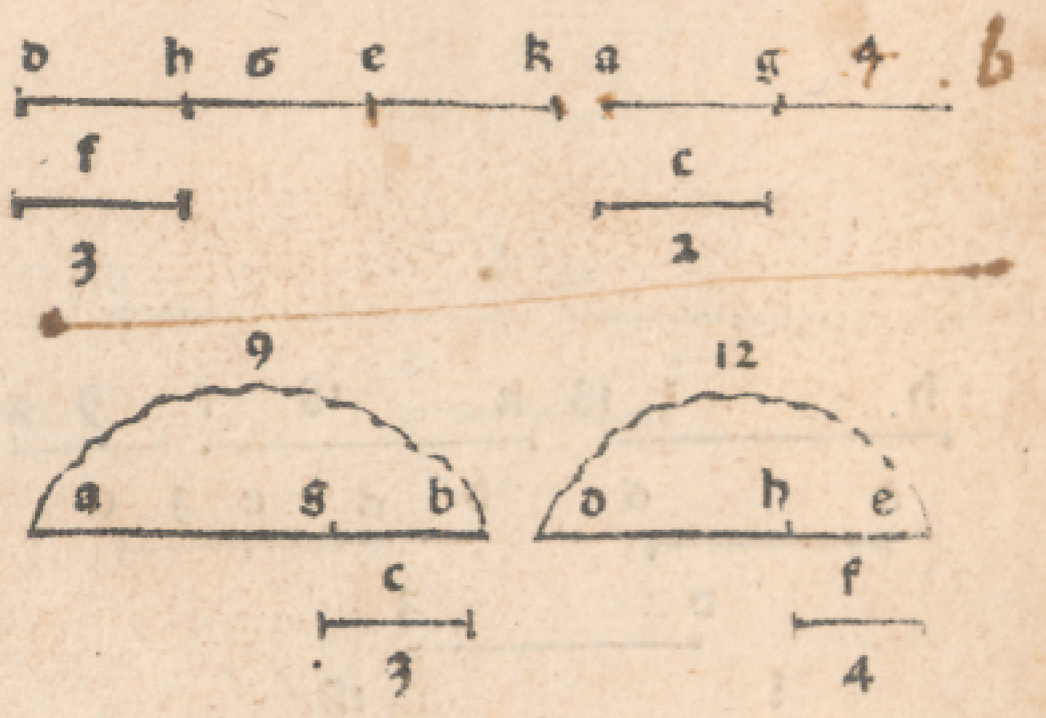
¶ Uel sic si aliquota erit reliquũ reliqui tota ps quota totũ toti⁹. Sit q̃ntitas.a.b.tota ps quantitatis.c.d.quota.e.b.ipsius.a.b.minuaturqz.a.b. ex quantitate .c.d.ꝛ sit residuum.f.c .eritqz. f.d.equalis.a.b .Similiter quoqz minuatur.e.b.ex quantitate.a.b.sitqz residuum e.a.dico ꝙ quota pars est quantitas.a.b.quantitatis.c.d.tota est quantitas.a.e.quantitatis.c.f. cũ enĩ f.d.sit equalis.a.b.erit.f.d.ita multiplex.e.b.sicut.c.d.est multiplex .a.b. ponam itaqz.d.g.ita multiplicem.a.e.sicut .f.d. est multiplex.e.b. eritqz ex prima huius quantitas.f. g.ita multiplex. a.b.sicut.f.d .est multiplex. e.b. ꝛ quia sic fuit. c.d. multiplex.a.b.sicut.f.d.fuit multiplex.e.b .erit vtraqz duarum quantitatũ.c. d.f. g.eque multiplex quantitatis.a.b.quare per cõmunem scientiam.c .d.ꝛ .f.g. sunt equales adinuicem: dempta igitur ab vtraqz earum quantitate.f.d.erit.c.f. equalis.d.g.ꝛ quia.d.g.fuit ita multiplex.a.e.sicut.f.d.e.b.ꝛ ideo sicut.a.b.e.b.quare ꝛ sicut.c.d.a.b.erit.c.f.ita multiplex.a.e.sicut tota.c.d.totius.a.b. qđ est propositum.

Propositio .6.

SI fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices. dueqz minores duabus maioribus vtraqz a sua multiplice subtrahantur. erunt duo reliqua earundẽ partium eque multiplicia.aut eis equalia.

vel sic si aliquota .i. Si fuerint due quantitates quarum una sit aliquota alterius Erit reliquum reliqui tota pars quota totum totius/

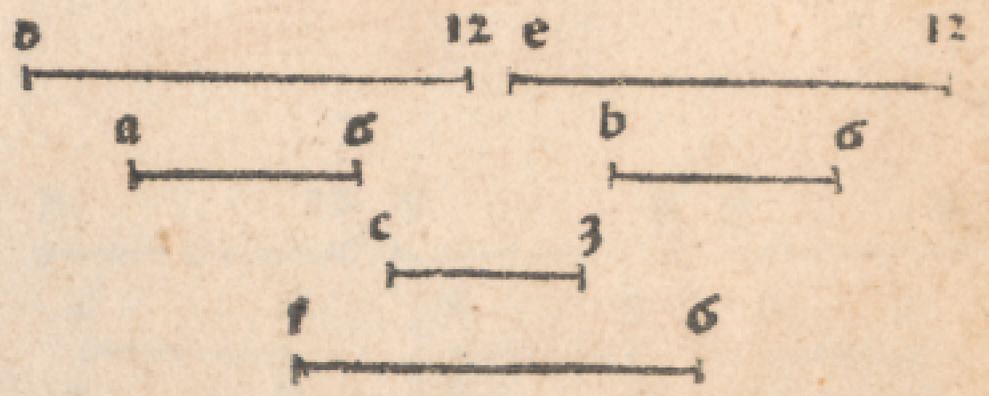
¶Sint quantitates.a.b.ad.c.⁊.d.e.ad.f.eque multiplices :subtrahanturq₃.c.ex a.b.⁊.f.ex.d.e.⁊ sint residua:ex a.b.quidē.a.g.ex.d.e.d.b.eritq₃.g.b.equalis.c. ⁊.h.e.equalis.f.dico ꝙ duo residua.a.g.⁊.d.b. erunt equalia duabus quantitatibus.c.⁊.f.aut eis eque multiplicia.Sit ergo primo.a.g.equalis.c.dico ꝙ .d.b.est equalis.f.Sumam enim quantitatem.e.k.equalem.f.eritq₃ per premissas ypotheses vt tociens.f.sit in.b.k.quotiens.c.in.a.b. quare sicut.a.b.est multiplex.c.ita b.k.est multiplex.f.sed sic erat etiam.d.e.erat multiplex eiusdem.f.erit igitur per cōem scientiam.b.k.equalis .d.e. dempta igitur cōmuni earum quantitate.b.e. erit.d.b.equalis.e.k.quare equalis.f.quod est propositū.¶Si autem.a.g.sit multiplex.c.ponam vt.e.k.sit eque multiplex.f.eritq₃ vt prius vt tociens.f.sit in.b.k quotiens.c.in.a.b.Sed tociens erat etiam in.d.e.erit igitur vt prius.d.e.equalis b.k.⁊.d.b.e.k.quare sicut.a.g.est multiplex.c.ita.d.b.est multiplex.f.ꝙ est propositum. Aliter idem cum ſm eundem numerum contineat quantitas.a.b.quantitatem.c.ſm ꝙ̄ quantitas.d.e.quantitatē.f.demptaq₃ ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus secundum ꝙ̄.a.g.continet.c.⁊ ſm ꝙ̄.d.b.continet.f.patet quantitates.a.g.⁊.d.b.esse equales aut eque multiplices quantitatibus.c.⁊.f.

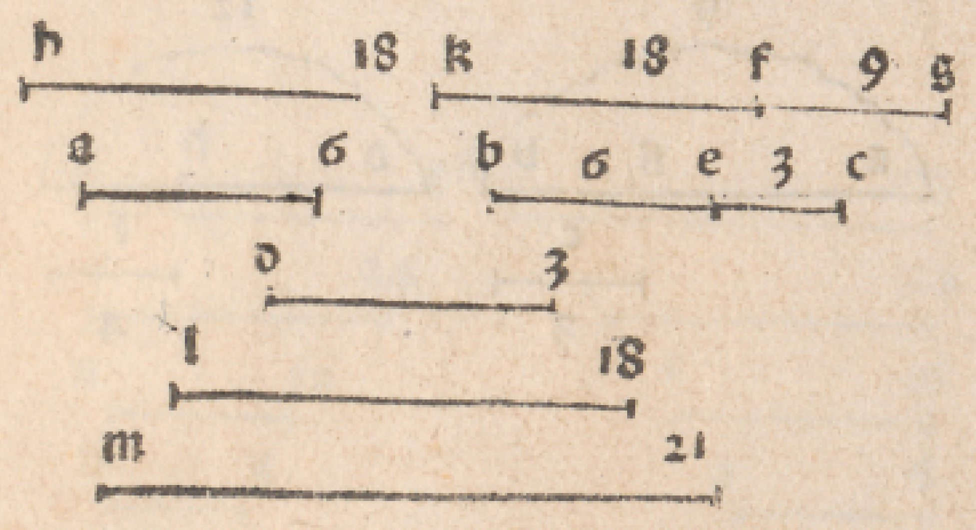


Propositio .7.

SI due quantitates equales ad quamlibet cōparentur eaꝝ ad illam erit vna proportio .itemq₃ ad illas ꝓportio illi⁹ vna est.

¶Sint due quantitates.a.b.equales.que comparentur ad quamlibet tertiā₃ vt ad.c.dico ꝙ eadem est proportio.a.ad.c.⁊.b.ad.c.itēq₃ eadem.c.ad.a.⁊.c.ad.b.Primum sic probatur:cum enim.c.sit cōsequens ad.a primam ⁊ ad.b.tertiam ipsa erit in ratione secunde ⁊ quarte.Sumā igitur.d.ad.a primam:⁊.e.ad.b.tertiam eque multiplices: ⁊ sumam.f.quamlibet ex multiplicibus.c.que est secunda ⁊ quarta:⁊ quia.a.⁊.b.quarū sunt eque multiplices .d.⁊.e. posite sunt equales erit:vt si.d.diuidatur ſm quantitatem.a.⁊.e.secundū quantitatem.b.ꝙ partes vtrobiq₃ sint numero ⁊ q̄ntitate equales: numero quidam per ypothesim ꝓpter equalitatem multiplicationis vtrobiq₃ :quantitate autē per hāc cōem scientiam quotiens oportuerit repetitam: que eidem sūt equalia sibiinuicem sunt equalia:quia igitur prima ex partibus.d.est equalis prime ex partibus.e. ⁊ secunda:secunde:⁊ cetere ceteris.Suntq₃ tot partes in.d.quot sunt in.e.erit per primam huius.d.equalis.e.quare per cōem scientiam: si due quātitates equales cōparentur ad aliam tertiam:aut ambe quantitates.d.⁊.e.:sunt similiter maiores.f. aut similiter minores:aut sibi equales:igitur ex diffinitione incontinue proportionalitatis:que est proportio.a.prime ad.c.secundam:eadē est.b.tertie ad.c.quartā qđ est propositum.¶Secundum eodē modo probabis ordine cōuerso:vt.c.ponatur prima ⁊ tertia.a.vero secunda .b.quarta .Cum vero quantitas.f.que est eque mꝉ'tiplex prime ⁊ tertie sit aut similiter maior quātitatibus .d.⁊.e.que sūt eque mꝉ'tiplices secunde ⁊ quarte:aut similiter minor aut eis equalis:erit per eandem diffinitionem proportio.c. prime ad.a.secundā :sicut.c.tertie ad.b. quartam quod est propositum secundum.





Propositio .8.

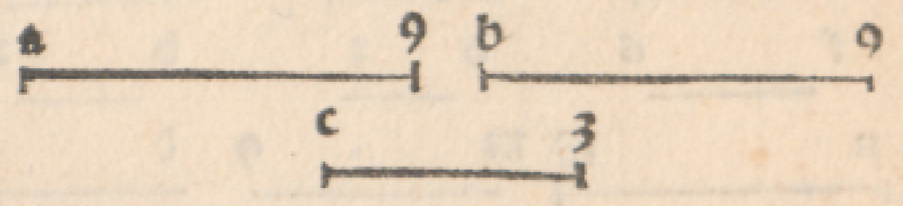
SI due quantitates inequales ad vnā quantitatem propor tionentur. maior quidem maiorem. minor vero minorem optinebit proportionez. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit.

¶ Sint due quantitates inequales. a. ⁊. b. c. sitqz maior .b. c. ⁊ pro/portionentur ad eandem quantitatem que sit. d. dico ꝙ maior est proportio. b. c. ad. d. q̄z. a. ad. d. ⁊ ꝙ econtrario maior est. d. ad. a. q̄z. d. ad .b. c. Primū sic pro/batur: ponam. e. b. equalem. a. ⁊ multiplicabo totiens. e. c. ꝙ proueniat quantitas maior. d. sitqz. f. g. ⁊ sumam. k. f. ita multiplicem. b. e. ⁊ similiter. h. ita multiplicē. a. sicut. f. g. est multiplex. e. c. eritqz per primam huius. h. ita multiplex .a. sicut. k. g. est multiplex. b. c. erit etiam. h. equalis. k. f. propter hoc ꝙ earum submultiplices que sunt. a. ⁊. b. e. posite sunt equales: ponam quoqz ꝙ. h. nō sit minor. d. sed equa lis: aut maior: totiens enim multiplicabo vnāquēqz trium quantitatum. e. c. b. e. ⁊ a. equaliter: ꝙ. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d. ⁊ ꝙ. h. multiplex. a. nō proue niat minor eadem: deinde totiens multiplicabo. d. quod proueniat quantitas ma ior. h. sitqz. m. prima quātitas multipliciū. d. q̄ sit maior. h. Sub qua sumā maxi/mam multiplicem. d. aut sibi equalem: si. m. est prima in ordine multiplicium .d. que sit. l. eritqz ut. l. non sit maior. h. ⁊ constabit. m. ex. d. ⁊. l. propter id qđ omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici ⁊ simplo: vt triplum ex duplo: ⁊ simplo. excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo. ¶ Quia ergo. h. ē equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaqz. k. f. ⁊. d. nō efficient minus q̄z. l. ⁊. d. qua re non efficient minus q̄z. m. ⁊ quia. f. g. est maior. d. erit. k. g. maior q̄z. m. ¶ In/telligo igitur quantitatem. b. c. primam. d. secundam. a. tertiam. d. quartam: ⁊ q̄ ad primam ⁊ tertiam sumpta sunt eque multiplicia videlicet. k. g. ⁊. h. Similiter quoqz ad secundam ⁊ quartam eque multiplicia: immo idem in ratione duorū qđ est. m. ⁊ addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde: non addit autem h. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris im p/portionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundā q̄z. a. tertie ad. d. quar/tam qđ est primum. ¶ Secundū probabis per eandem diffinitionem conuerso or dine: vt. d. sit prima ⁊ tertia. a. secunda. b. c. quarta: addit enim. m. multiplex pri/me super. h. multiplicem secunde. Non addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte: quare maior est proportio. d. ad. a. q̄z. d. ad. b .c. quod est se/cundum. ¶ Ex huius autem demonstrationis modo patet sufficientia diffinitio/nis maioris improportionalitatis: q̄z posuit auctor in principio huius quinti. Nusquā enim est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secūdam q̄z ter tie ad quartam. qnin contingat aliqua eque multiplicia ad primam ⁊ tertiam re/periri: que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde ⁊ quarte: inuenie tur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabi/mus infra supra. 12. huius.

Propositio .9.

Si fuerit aliquaꝝ quantitatum ad vnam quantitatem proportio : vna ipsas esse eq̄les. Si vero vnius ad eas proportio vna ipsas equales esse necesse est.

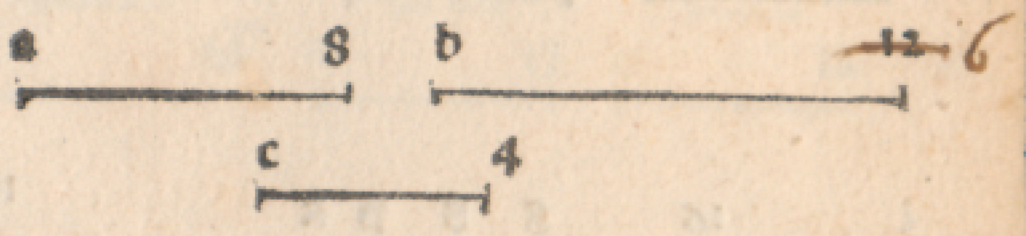
¶ Sit duarum quantitatum.a.⁊.b.proportio vna ad.c.dico eas eē equales.⁊ si ccōuerso fuerit eadem proportio.c.ad vtraqz earū:adhuc dico eas esse equales.hec est conuersa.7. Primum sic patet.si enim non sunt equales:sed altera earum maior:vtpote.a.erit per primam partē.premisse maior proportio.a.ad.c.q̄z.b.ad.c.quod est contra ypothe. Secundum quoqz patet: q2 si.a.est maior.b.erit per secundam partem premisse maior proportio.c.ad.b.q̄z ad.a.quod est etiam contra ypothesim.



Propositio .10.

Si fuerit vni⁹ ad quātitatē vnā aliquā ꝓportio maior quātitatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandez proportio maior minorem esse necesse est.

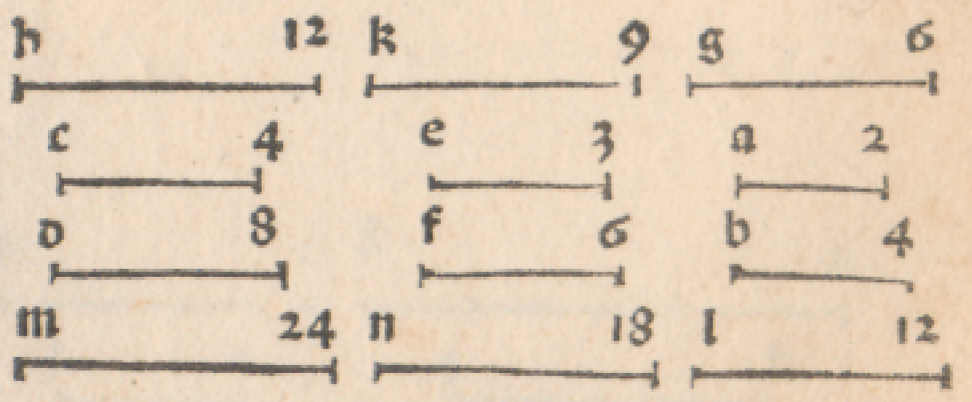
¶ Quod si fuerit maior proportio.a.ad.c.q̄z.b.ad.c.dico.a.esse maiorem.b.⁊ si fuerit maior.c.ad.b.q̄z.c.ad.a.adhuc dico.a.esse maiorē b.hec est conuersa.8.Primum patet per primam partem.7.⁊ per primam.8.nam per primam partem septime:non erit.a.equalis.b.nec etiam minor per primam octaue.Secundum vero patet ex secundis partibus earundem.



Propositio .11.

Si fuerint quantitatum proportiones alicui vni equales ipsas quoqz ꝓportiones sibi inuicē equales eē necesse ē.

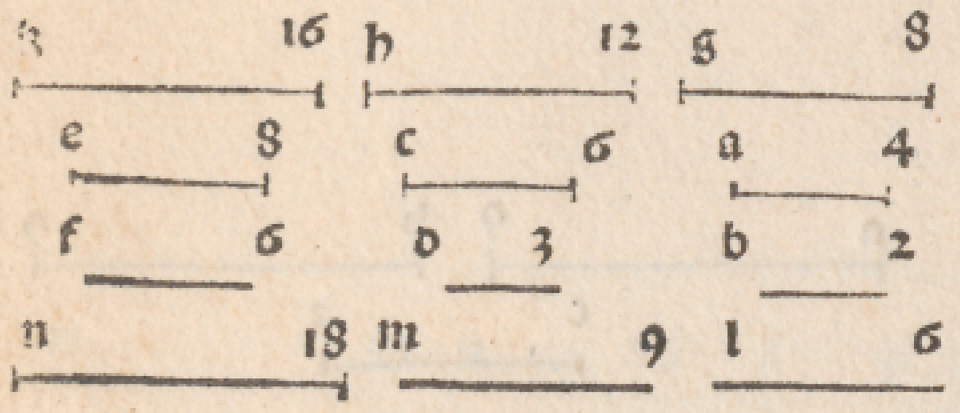
¶ Proportionem hāc quā euclides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones:que eidē sunt equalia sibi quoqz sunt equalia : ꝓut de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur. Sit ergo vtraqz duarum proportionum que sunt.a.ad.b.⁊.c.ad.d.equalis proportioni que est.e.ad.f.dico proportiones que sunt.a.ad.b.⁊.c.ad.d.sibi inuicem esse equales.Sumam enim.g.ad.a.⁊.h.ad.c.⁊.k.ad.e.eque multiplices. Itemqz.l.ad.b.⁊.m.ad.d.⁊.n.ad.f.eque multiplices:⁊ quia per ypothesim proportio.e.ad.f.est sicut.a.ad.b.⁊ similiter sicut.c.ad d.erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptā si.k.addit super.n.ꝙ.g.addit super.l.⁊.h.super.m.⁊ si.k.minuit ab.n.ꝙ.g.minuat ab.l.⁊.h.ab.m.⁊ si.k.est equalis.n.ꝙ.g.sit equalis.l.⁊.h.equalis.m. quia igitur.g.ad.l.⁊.h.ad.m.similiter se habent in addendo diminuendo ⁊ equando: mediantibus.k.⁊.n.erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis.a.ad.b sicut.c.ad.d.quod est propositum.

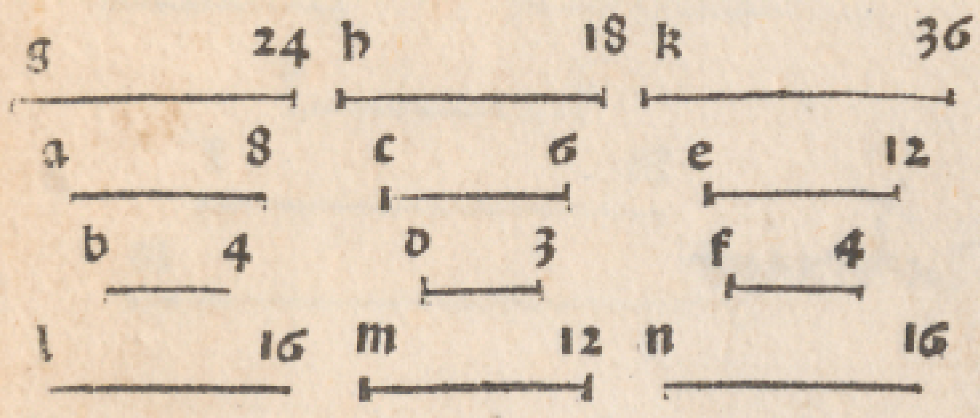


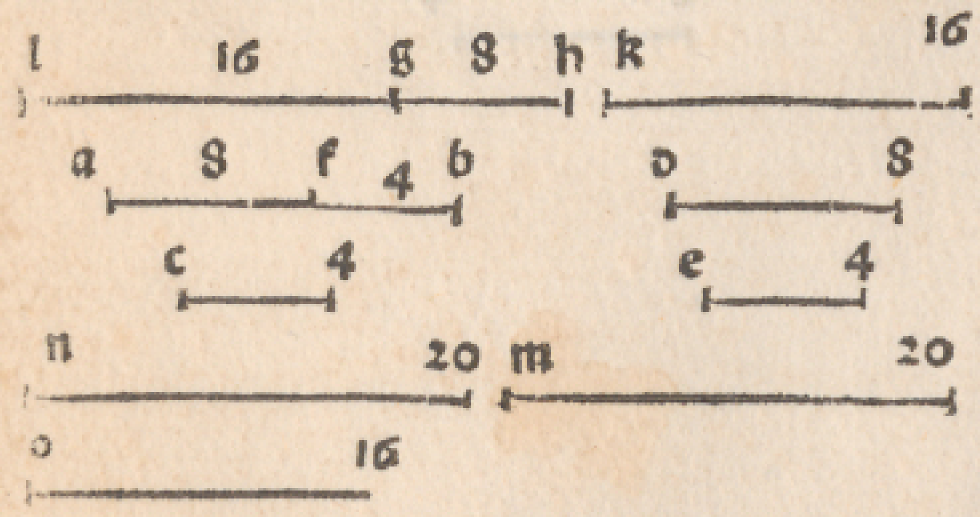
Propositio .12.

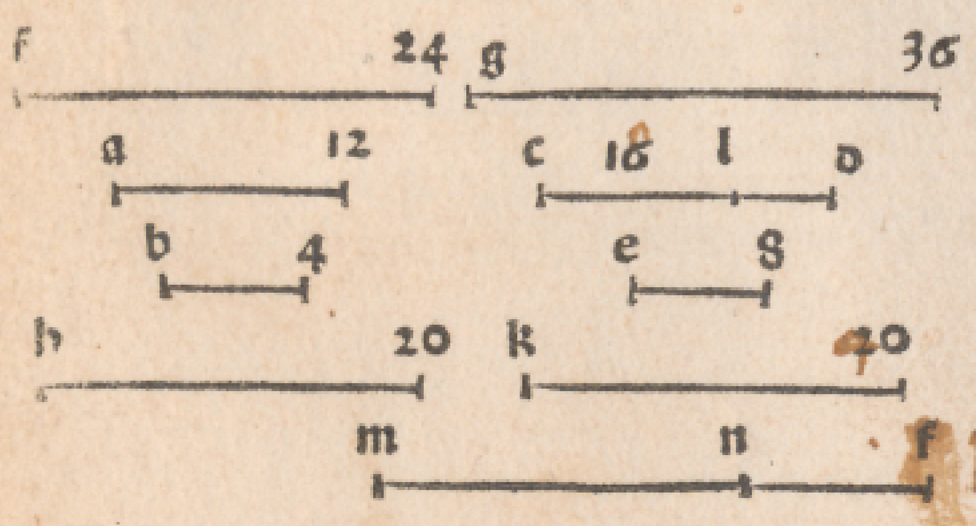
Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum. tertij vero ad quartum maior q̄z quinti ad sextū erit proportio primi ad secundum maior q̄z quinti ad sextum.

¶ Sicut in precedēti ꝙ hic demonstrat in proportionalibus conceptibile est in q̄ntitatibus:videlz ꝙ si due q̄ntitates fuerit sibi inuicē









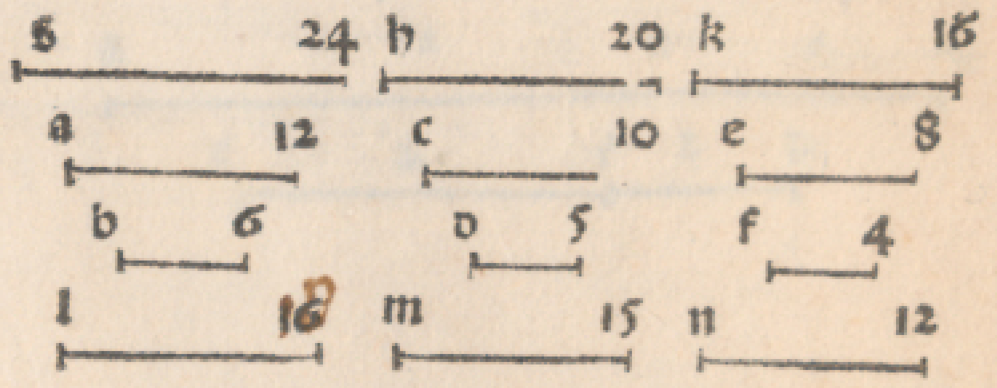
eq̄les quacunqȝ fuerit vna eaꝝ maior eadē maior erit ⁊ reliqua. ¶ In proportionibus tamen hoc demonstratur: vt si sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.c.vero ad.d. sit maior q̄ȝ.e .ad.f.erit quoqȝ.a.ad.b.maior q̄ȝ.e.ad.f.Sumā enim.g.ad.a.⁊.b. ad.c.⁊.k.ad.e.eque multiplices. Itemqȝ.l.ad.b.⁊.m.ad.d.⁊.n.ad. f.eque multiplices:⁊ quia per ypothesim proportio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b.⁊ maior q̄ȝ.e.ad.f erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si .h. addit sup m.⁊ .g.addat super .l.⁊ per conuersionem diffinitionis maioris improportionalitatis ꝙ non sit necesse.k.addere super.n.quia igitur mediantibus.h.⁊. m.si.g. addit super.l.nō est necesse.k.addere super.n.erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio.a.ad.b.q̄ȝ.e.ad.f.quod est propositū. ¶ Simili quoqȝ modo ꝓbabis ꝙ si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.c.ad.d.minor q̄ȝ.e.ad.f: erit.a.ad.b.minor q̄ȝ.e.ad.f.cum enim sit.c.ad.d. minor q̄ȝ .e.ad. f.erit.e. ad.f. maior q̄ȝ.c.ad.d.per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis.si.k.addit super.n.non est necesse ꝙ.h.addat super. m. sed si.h. non addit super.m.g.non addit super.l.ergo si.k.addit super.n.non est necesse vt.g .addat super.n.per diffinitionē igitur maioris improportionalitatis maior erit proportio e.ad.f.q̄ȝ.a.ad.b.ergo econuerso:minor erit.a.ad.b.q̄ȝ.e.ad.f.quod ē ꝓpositum ¶ Ex modo autem demōstratiōis octaue hui⁹ ⁊ hac:fiet manifestū ꝙ si fuerit prime quatuor quantitatum ad secundā maior proportio q̄ȝ tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime ⁊ tertie.que cū cōparabuntur ad aliq̄ eq̄ multiplicia secūde ⁊ quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex scōe. non autem multiplex tertie super multiplex quarte:qḋ sic patet: Sit eniȝ maior proportio.a.b.ad.c.q̄ȝ.d.ad.e.ponam ergo vt sit proportio.a.f. ad.c. sicut.d. ad.e. eritqȝ per hanc.12.⁊ per.10.a.f.minor.a.b.⁊ sit minor in quantitate.f.b. quā multiplicabo totiens ꝙ proueniat quātitas maior.c.que sit.g.h.hac conditione. vt.d totiens multiplicata producat quantitatē non minorem.e .que sit.k .tunc ponam vt.l.g.sit ita multiplex.a.f.sicut.g.h.est multiplex.f.b.aut.k.d.eritqȝ per primam huius.l.h.ita multiplex.a.b.sicut.k.d.Deinde ponam ꝙ.m.sit prima quantitas multiplex.e.que sit maior.k.⁊ ponam.n.ita multiplicem.c.sicut. m. est multiplex e.eritqȝ per premissas ypotheses ⁊ conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis quantitas.n .prima multiplicium.c .que erit maior .l.g. nec erit .l.g. minor.c. Sumam ergo sub.n.maximā multipliciū.c.aut sibi equalem si forsan.n. sit prima multiplicium eius que sit.o.constabitqȝ.n.ex.o.⁊.c.quia ergo. l.g. non est minor.o.⁊.g.h.est maior.c.erit.l.h.maior.n.quare cum.k.sit minor.m. patet propositum. ¶ Conuersam quoqȝ huius demonstrare possumus. videlicet ꝙ si cōtingit reperire aliqua eque multiplicia prime ⁊ tertie:quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secūde:⁊ multiplex tertie non addat super multiplex quarte:maior erit proportio prime ad secundam q̄ȝ tertie ad quartam: qḋ sic probatur. Sint quatuor quātitates.a.prima.b.secunda.c.d.tertia.e.quarta.sintqȝ.f. ad.a.⁊.g.ad.c.d.eque multiplicia. Similiter.h.ad.b.⁊.k.ad. e.eque multiplicia: ⁊ addat.f.super.h.non addat autem.g.super.k.dico ꝙ maior est proportio.a.ad b.q̄ȝ.c.d.ad.e.Si eniȝ equalis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet.g.super. k.qḋ est contra ypothe. Si autē minor sit.c.l. ad.e. sicut.a.ad.b.eritqȝ per huius.10.c.l.minor.c.d.⁊ sit minor i quātitate.l.d. Ponā igitur vt.m.n.sit ita multiplex.c.l.⁊. n.p. multiplex.l .d. sicut f. est multiplex.a.

eritqꝫ per primā huius.m.p.ita multiplex.c.d.sicut.f.est multiplex.a.vtraqꝫ igit̄ duarꝫ quantitatum.m.p.⁊.g.est eque multiplex quantitatis.c.d.ergo ipse sūt eq̄les. Nam hec illatio demōstrata est in.7.huius :⁊ quia.g.non est maior.k.nō erit m.p.maior eadem.sed per conuersionē diffinitionis incōtinue ꝓportionalitatis m.n.est maior.k.eo ꝙ.f.est maior.h.ergo.m.n.est maior.m.p.qd̄ est impossibile quare relinquitur propositum.

Propositio .13.

Si fuerint quotlibet quantitatū ad totidem alias proportio vna erit quoqꝫ que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omniuꝫ pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

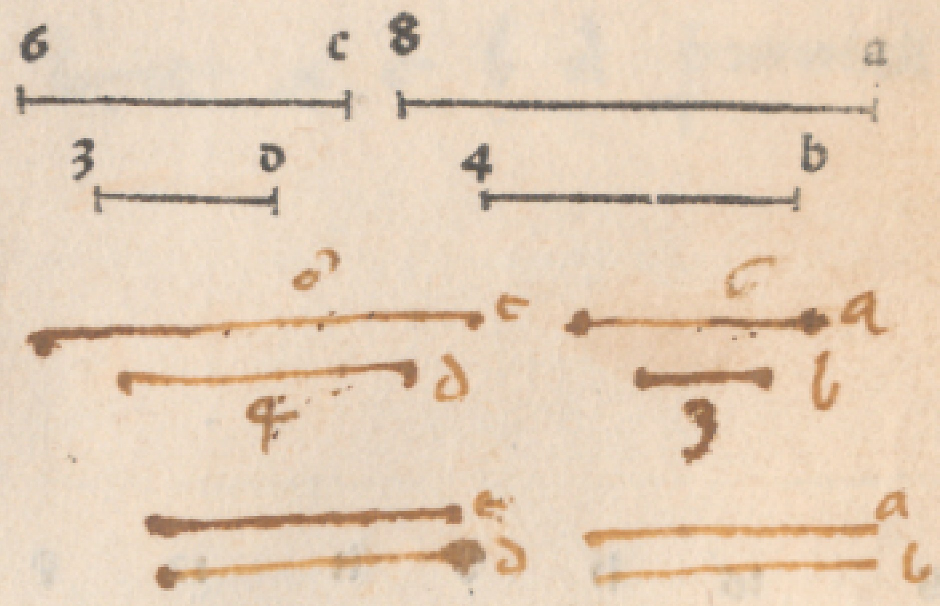
¶ Qd̄ primo proposuit de multiplicibꝰ:hic proponit de omnibꝰ proportionibus:vn̄ hec est cōmunior illa:eo ꝙ omnis multiplicitas est proportio:nō autē econuerso.Sit igitur.a.ad.b.⁊.c.ad.d.⁊.e.ad.f.vna proportio :dico ꝙ que est proportio.a.ad.b.eadem est cōpositi ex.a.c.e.ad cōpositū ex.b.d.f. Sumā.g ad.a.⁊.h.ad.c.⁊.k.ad.e.eque multiplicia.Itemqꝫ.l.ad.b.⁊.m.ad.d.⁊.n.ad.f.eq̄ multiplicia:eritqꝫ per primā huius cōpositum ex.g.h.k. ita multiplex cōpositi ex a.c.e.sicut.g.est multiplex.a.Similiter per eandē cōpositum ex.l.m.n.erit ita multiplex cōpositi ex.b.d.f.sicut.l.ē m̄ltiplex.b.⁊ p cōuersionē diffinitionis incōtinue ꝓportionalitatis.bis sūptā si.g.addit sup .l.h.addit sup.m.⁊.k.super.n. ⁊ si minuit minuit : ⁊ si equat equat:ergo per cōmunē scientiam si.g.addit sup.l. compositū ex.g.h.k.addit super compositum ex.l.m.n.⁊ si minuit minuit :⁊ si equat equat:ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a .ad.b.ē sicut cōpositi ex.a.c.e.ad compositū ex.b.d.f.quod est propositū.



Propositio .14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales .fueritqꝫ maior prima tertia.necesse est secundā.quarta esse maiorem. Qd̄ si minor ⁊ minorē. Si vero equalis ⁊ equalē ēe.

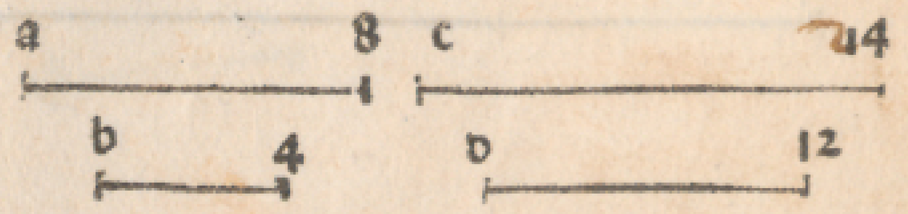
¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ si.a.est maior.c.b.erit maior.d.⁊ si minor minor.⁊ si equalis equalis.Si enim.a.sit maior c.erit per primā partē.8. huius maior proportio.a.ad.d.q̄ꝫ.c .ad.d. quare maior erit.a.ad.d.q̄ꝫ ad.b.ergo per secūdā partē.10.huius.b.erit maior.d.qd̄ ē propositum.Qd̄ si.a.sit minor.c.erit per primā ptē.8.minor proportio.a.ad.d.q̄ꝫ.c.ad d.quare maior erit.a.ad.b.q̄ꝫ ad.d.per secūdā ergo ptem.10.b.erit minor.d. Si autem.a.sit equalis.c.erit per primā partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d.quare.a.ad.d sicut ad.b.itaqꝫ per secūdā ptē:9.b.erit equalis.d.sicqꝫ patet propositum.

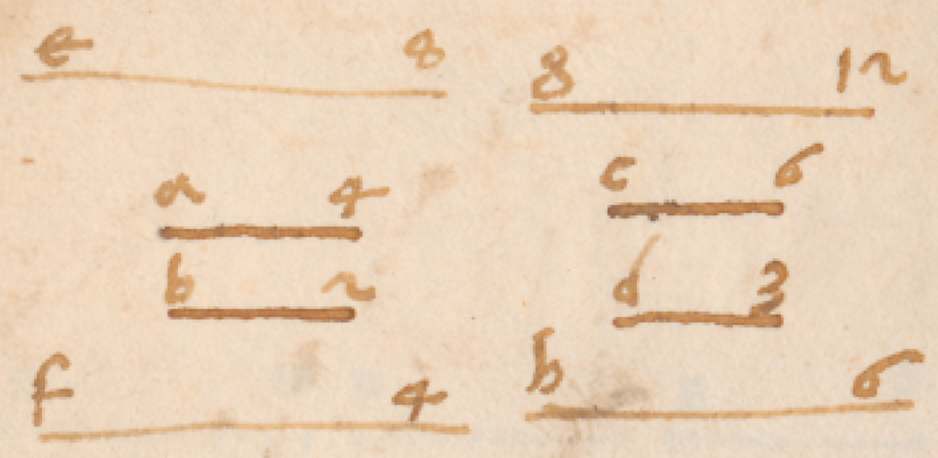


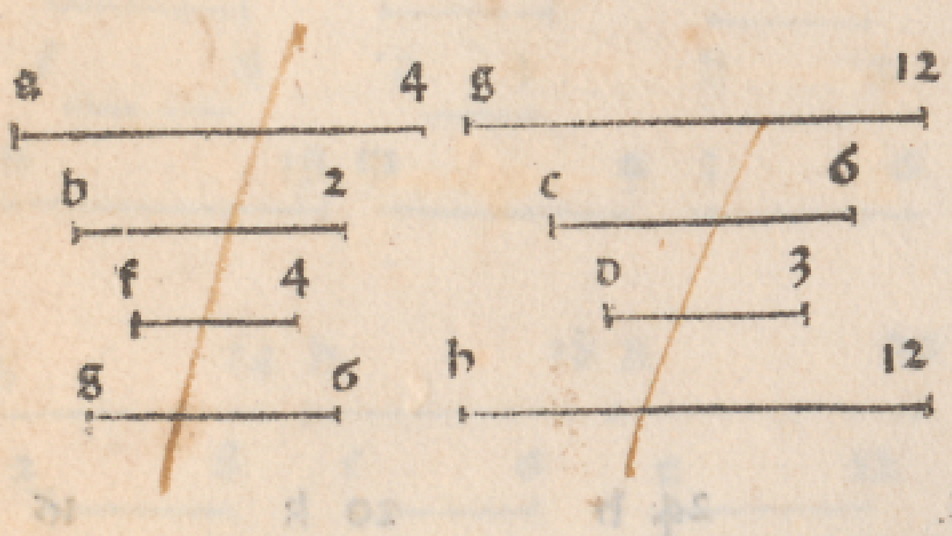
Propositio .15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate.erit ipsarum multipliciū atqꝫ sub multiplicium vna proportio.

¶ Sint.c.ad.a.⁊.d.ad.b.eque multiplices. dico ꝙ que ē proportio a.ad.b.eadē est.c.ad.d.diuidat̄.c.ḃm quātitatē.a.⁊.d.ḃm quātitatē b.c.sūtqꝫ tot partes.c.quot.d.⁊ quia quelibet pars.c.ad q̄ꝫlibet partem.d.se habet sicut.a.ad.b.erit per.13.huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.qd̄ est propositum.



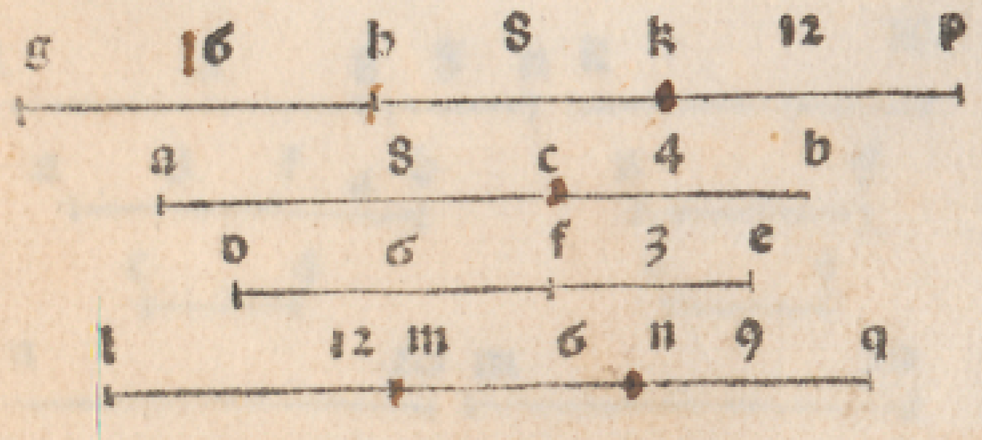




Propoſitio .16.

SI fuerit quatuoꝛ quantitates ꝓpoꝛtionales. ꝑmutatim quoqꝫ ꝓpoꝛtionales erunt.

¶ Sit propoꝛtio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.a.ad.c.ſicut.b.ad d.⁊ iſte eſt modus arguēdi qui dicit̃ ꝓpoꝛtionalitas permutata. cu/ius demonſtratio ſic patꝫ. Sumā.e.ad.a.⁊.f.ad.b.eque multiplices itemqꝫ.g.ad.c.⁊.h.ad.d.eque multiplices:eritqꝫ per premiſſam.e.ad.f.ſicut.g.ad h.quare ꝑ.14.ſi.e.addit ſupꝛa.g.⁊.f.addit ſuper.h.⁊ ſi minuit minuit: ⁊ ſi equat equat:per diffinitionē igitur incontinue ꝓpoꝛtionalitatis erit.a.ad.c.ſicut.b.ad d.quod eſt ꝓpoſitū.Neceſſe eſt aūt vt in ꝑmutata ꝓpoꝛtionaltitate ſint omnes quatuoꝛ quantitates eiuſdem generis.



Propoſitio .17.

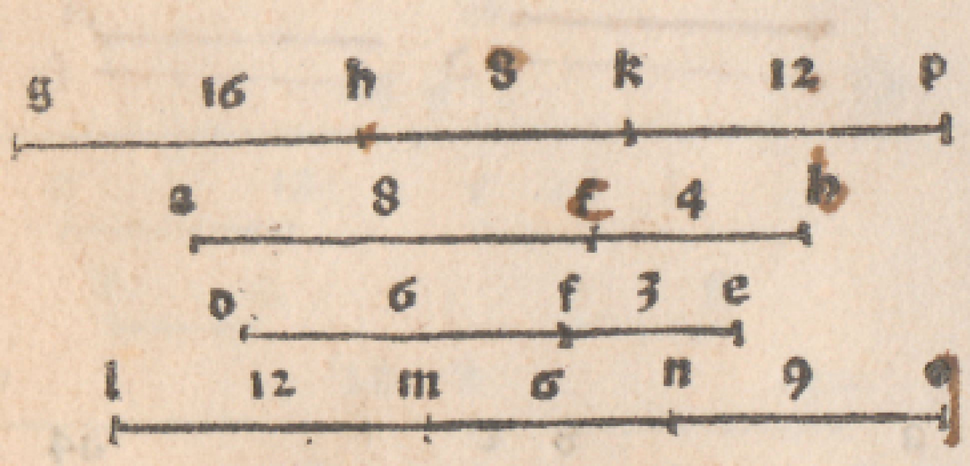
SI fuerint quantitates coniunctim ꝓpoꝛtionales: eaſdē diſiunctim quoqꝫ ꝓpoꝛtionales eſſe.

¶ Demonſtrato modo arguendi qui dicitur ꝓpoꝛtionalitas ꝑmu/tata:demonſtrat illū qui dicit̃ ꝓpoꝛtionalitas diſiuncta.Sit itaqꝫ ꝓpoꝛtio .a.b.ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f. dico ꝙ erit.a.c.ad.c.b.ſicut d.f.ad.f.e. Sumā enim.g.h.ad.a.c.⁊.h.k.ad.c.b.itemqꝫ.l.m.ad.d.f.⁊.m.n.ad f.e.eque multiplices:eritqꝫ per pꝛimam huius.g.k.ita multiplex.a.b.ſicut.g.h.eſt multiplex.a.c.⁊.l.n.ita multiplex.d.e.ſicut.l.m.eſt multiplex .d.f. ⁊ ideo per pꝛe/miſſas ypotheſes.g.k.ē ita mꝉtiplex.a.b.ſicut eſt.l.n.d.e.ponā iterū.k.p.ad.c.b. ⁊.n.q.ad.f.e.eque multiplices:eruntqꝫ per ſecundā.h.p.ad.c.b.⁊.m.q.ad.f.e.eq̄ multiplices per conuerſionē igitur diffinitionis incontinue ꝓpoꝛtionalitatis. ſi g.k.addit ſuper.h .p.l.n.addit ſuꝑ.m.q.⁊ ſi minuit minuit:⁊ ſi equat equat.dem ptis itaqꝫ cōmunibus.h.k.⁊.m.n.erit per cōmunem ſcientiam:vt.ſi.g.h.addit ſu per.k.p.ꝙ.l.m.addit ſuper.n.q.⁊ ſi minuit minuit:⁊ ſi equat equat. ergo ꝑ diffi nitionem incontinue ꝓpoꝛtionalitatis ꝓpoꝛtio.a.c.ad.c.b.eſt ſicut. d.f. ad.f. e.quod eſt ꝓpoſitum.

Propoſitio .18.

SI fuerint quantitates diſiunctim ꝓpoꝛtionales.coniun ctim quoqꝫ ꝓpoꝛtionales erunt.

¶ Demonſtrat modū arguendi qui dicit̃ ꝓpoꝛtionalitas coniun/cta ⁊ eſt modus conuerſus pꝛioꝛis.Ad cuius demonſtrationem reſu matur diſpoſitio pꝛemiſſe.⁊ maneāt omnes eius ypotheſes:excepto ꝙ pōnatur eſſe ꝓpoꝛtio.a.c.ad.c.b.ſicut.d.f.ad.f.e.dico ꝙ erit ꝓpoꝛtio.a.b. ad.b.c.ſicut.d.e.ad.f.e.ſequit̃ eni ex hac ypotheſi ⁊ alijs ypotheſibus pꝛemiſſe de multiplicibꝰ equaliter ſūptis per cōuerſionē diffinitōis incōtinue ꝓpoꝛtiōalitatis ſi.g.h.addit ſuper.k.p.ꝙ.l.m.addat ſuꝑ.n.q.⁊ ſi minuit minuat:⁊ ſi equat equat ergo poſitis cōmunibus.h.k.⁊.m.n.ſequit̃ per cōem ſciam ſi.g.k.addit ſuꝑ .h.p. ꝙ.l.n.addat ſuꝑ.m.q.⁊ ſi minuit minuat:⁊ ſi equat equat:quare per diffinitionē incōtinue ꝓpoꝛtionalitatis erit ꝓpoꝛtio.a.b.ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f. qđ ē ꝓpo ſitū.Aliter idē indirecte ſic.Cū ſit ꝓpoꝛtio.a.c.ad.c.b.ſicut.d.f.ad.f.e.nō ē. a.b. ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f.ſit ergo ꝓpoꝛtio.d.e.ad aliquā aliā quantitatē ſicut. a.b. ad.b.c.que aut erit maioꝛ.e.f.aut minoꝛ.ſi eni eſſet ei eqnalis cōſtaret ꝓpoſitū.

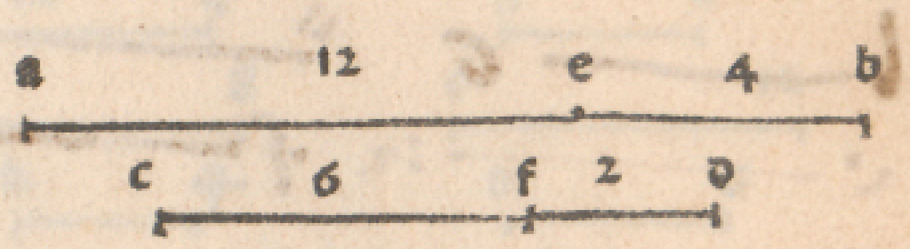


Sit itaqꝫ primo maior ⁊ ſit.e.g. eritqꝫ ꝑ premiſſam.a.c.ad.c.b. ſicut.d.g.ad.g.e. quare.d.g.ad.g.e.ſicut.d.f.ad.f.e. Sequit̃ igit̃ ꝑ.14.ꝙ cū.d.g.prima ſit mior.d.f. tertia erit.g.e.ſcd̾a minor.e.f.quarta:ſed erat poſitū ꝙ eſſet maior. Sit ergo proportio.d.e.ad minorē.e.f.que ſit.e.h.ſicut.a.b.ad.b.c.eritqꝫ ꝑ pmiſſā.a.c.ad.c.b.ſicut.d.h.ad.h.e.q̃re ꝑ.11.d.h.ad.h.e.ſicut.d.f.ad.f.e.⁊ q̃r.d.h.pma ē maior d.f.tertia erit ꝑ.14.e.h.ſcd̾a maior.e.f.tertia:ꝙ quia eſt īpoſſibile.ſequit̃ ꝓpoſitū.

Propoſitio .19.

Si a duobus totis due portiones abſcindantur.fueritqꝫ totum ad totū quantum abſciſum ad abſciſum:erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

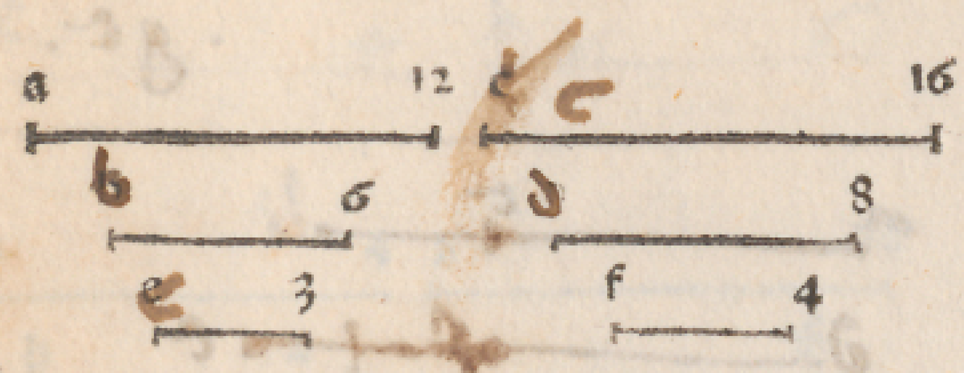
¶Qd̾ quinta ꝓponit de multiplicibus. hec ꝓponit vniuerſaliter de omnibus proportionibus.vnde eſt illa tanto cōmunior q̄to multiplicitate ꝓportio. Sint igitur due q̄titates.a.b.⁊.c.d.a quibus abſcindant̃ due que ſint.b.e.⁊.d.f.ſitqꝫ ꝓportio totius.a.b.ad totā.c.d.ſicut.b.e.abſciſe ad.d.f. abſciſam.dico ꝙ eadem erit.a.e.reſidui ad.c.f.reſiduum que eſt toti⁹.a.b.ad totam.c.d.cū eni ſit.a.b.ad.c.d.ſicut.b.e.ad.d.f.erit permutati.a.b.ad.b.e.ſicut c.d.ad.d.f.⁊ diſiunctim.a.e.ad.e.b.ſicut.c.f.ad.f.d.⁊ iterū permutatim.a.e.ad c.f.ſicut.e.b.ad.f.d.⁊ quia ſic erat.a.b.ad.c.d.patet propoſitū. ¶Ex hac aūt.19. ⁊ permutata ꝓportionalitate demonſtratur *modus arguendi qui* dicit̃ proportionalitas euerſa.vt ſi ſit.a.b.ad.b.e.*ſicut*.c.d.ad.d.f.dico ꝙ erit.b.a.ad.a.e.ſicut c.d.ad.c.f.quia cū ſit.a.b.ad.b.e.*ſicut*.c.d.ad.d.f.erit permutatim.a.b.ad.c.d.ſicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc.19.b.a.ad.d.c.ſicut.a.e.ad.c.f.igitur ꝑmutatim b.a.ad.a.e.ſicut.c.d.ad.c.f.qd̾ eſt propoſitum. ¶Conuerſa quoqꝫ ꝓportionalitas q̃ꝫ ex diffinitione incōtinue ꝓportionalitatis demonſtrauimus in exponendo principia huius quinti.pōt hic quoqꝫ demōſtrari indirecte ex ꝑmutata ꝓportionalitate ⁊.9.huius vt ſi ſit proportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.b.ad.a.ſicut.d.ad.c.ſin antē ſit.d.ad.e.ſicut.b.ad.a.⁊ q̃r.a.ad.b.ē ſicut.c.ad.d.erit ꝑmutatim.a.ad.c.ſicut.b.ad.d.⁊ quia iterum.b.ad.a.ſicut.d.ad.e.erit quoqꝫ ꝑmutatim.b.ad.d.ſicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.e.ſicut.d.ad.c.ſi igitur.e.non ſit equale c.accidet impoſſibile ⁊ contrariuꝫ ſecunde partis.9. ſi autem equalis erit.b.ad.a. ſicut.d.ad.c.quod eſt propoſitum.



Propoſitio .20.

Si fuerint quotlibet quantitates alieqꝫ ſecundū earum numerum quarum queqꝫ due priorum ſecundū proportionem duarum poſtremarum neceſſe eſt improportionalitate quidā equalitatis vt ſi fuerit prima prioꝝ vltima maior.⁊ poſteriorum primā vltima eſſe maioreꝫ. Qd̾ ſi minor ⁊ minorem. Si vero equalis ⁊ equalem.

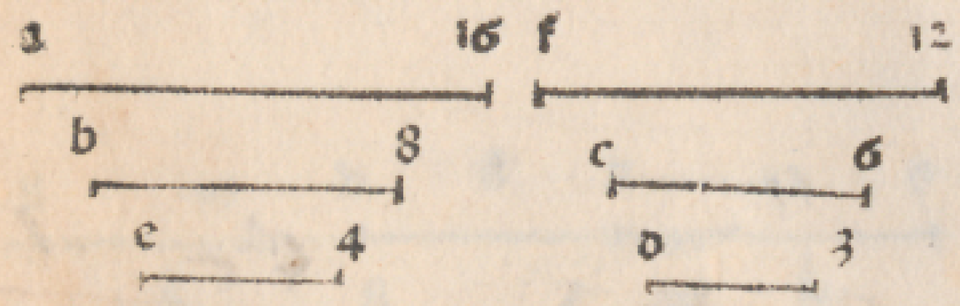
¶Demōſtraturus euclides modū arguendi qui dicit̃ eq̄ ꝓportionalitas ſiue q̄ntitates duoꝝ ordinū directe ſiue ꝑuerſim ꝓportionēt̃:pmittit duo aīcedētia ad demōſtrādū ꝓpoſitū neceſſaria:ꝑ quoꝝ pmū demōſtrat̃ eq̄ ꝓportōalitas cū q̄ntitates duoꝝ ordinū directe ꝓportionāt̃:ꝑ ƀm aūt cū ꝓportionāt̃ ꝑuerſim ꝓponit aūt hec duo aīcedetia de q̄ntitatib⁹ duoꝝ ordinū numero eq̄lib⁹ quecūqꝫ fuerit. Vtr enī ſumptis vtrobiqꝫ q̄ātitatib⁹ ſcd̾m quēcunqꝫ numerum veritatem habēt. nō ē



auté necesse ut demõstrrem⁹ ea nisi solũ i trib⁹ hoc eni oio sufficiés ē ad ꝓpo si/tũ. de plibus aũt q̃buſq; patebit ꝑ equã ꝓportiõalitaté cũ ipsa demõstrata fuerit ¶ Sint igiť tres quãtitates.a.b.e.sumanťq; tres alie q̃ sint.c.d.f.⁊ sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico ꝙ si.a.est maior.e.c. erit maior.f.⁊ si minor minor:⁊ si equalis equalis.Si eni est maior erit per primã pté.8.maior proportio.a.ad.b.q̃z.e.ad.b.quare per.12.maior erit.c.ad.d.q̃z.e.ad.b. ⁊ q₂ per cõuersam ꝓportionalitaté.e.ad.b.é sicut. f.ad.d. erit.c.ad.d. maior q̃z. f.ad.d. itaq; per primã pté.10. c.est maior.f.qđ est propositum.Qđ si.a.sit minor.e.ꝑ easdem ⁊ eodé modo ꝓbabiť.c.esse minoré.f.erit eni minor proportio.a.ad.b.q̃z.e.ad.b. ꝑ primã pté.8.⁊ ideo per.12.⁊ ꝑ cõuersam ꝓportionalitaté minor erit.c. ad d.q̃z.f.ad.d.⁊ ideo ꝑ primã ptem.10.erit.c.minor.f.qđ est propositum.Si autem a.sit eq̃le.e.erit ꝑ primã pté.7.ꝓportio.a.ad.b .sicut.e.ad.b. ⁊ ideo ꝑ scđam.11. ⁊ cõuersam ꝓportionalitaté erit.c.ad.d.sicut.f.ad.d.quare per primã pté.9.c.é eq̃/lis.f.quod est propositum.¶ Quidã aũt hanc cõclusioné demonstrauerũt eã per ꝓportionalitatem permutatim hoc modo.ꝓportio.a.ad.b.est sicut.c. ad.d. ergo ꝑmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.⁊ q₂ rursus.b.ad.e.sicut.d.ad.f.erit permutatim b.ad.d.sicut.e.ad.f.sed erat.b.ad.d.sicut.a.ad.c.ergo per.11.erit.a.ad.c. sicut.e ad.f.itaq; per.14.si.a.prima est maior.e.tertia.erit.c.secũda.maior.f.quarta:⁊ si minor minor:⁊ si equalis equalis:quod é ꝓpositum: ¶ Jsti auté errauerunt i sua demonstratione:q₂ si esset intentio euclidis sic demonstrare nõ oporteret ipsũ premittere hanc conclusioné ꝓ antecedéte ad equã ꝓportionalitatem: si enim rursus fiat vna permutatio ꝓportionalitatis ad quã deuentũ est que est esse.a .ad.c. si/cut.e.ad.f.sequitur ꝙ sit.a.ad.e.sicut.c.ad.f.⁊ hoc est equa ꝓportionalitas. Preterea eorum conclusio non sequitur:nisi omnes quantitates amboꝝ ordinũ fuerit generis vnius.Si enim.a.b.e.sint linee.⁊.c.d.f.superficies:aut corpora:aut tem/pora:non erit tunc permutare proportiones:peccant igitur vniuersaliter dictũ ꝑ/ticulariter demonstrantes.

Propositio. 21.

SJ fuerint quotlibet quantitates alieq; secundum earum numerum quarum queq; due ex prioribus quibusq; duabus ex posterioribus peruersim comparate secũdũ proportionem earum fuerint.necesse quoq; é vt si fuerint im proportionalitate equalitatis priorum prima vltima maior.⁊ posteriorum prima vltima esse maiorem.si autem minor ⁊ minorem.Si vero equalis ⁊ equalem.

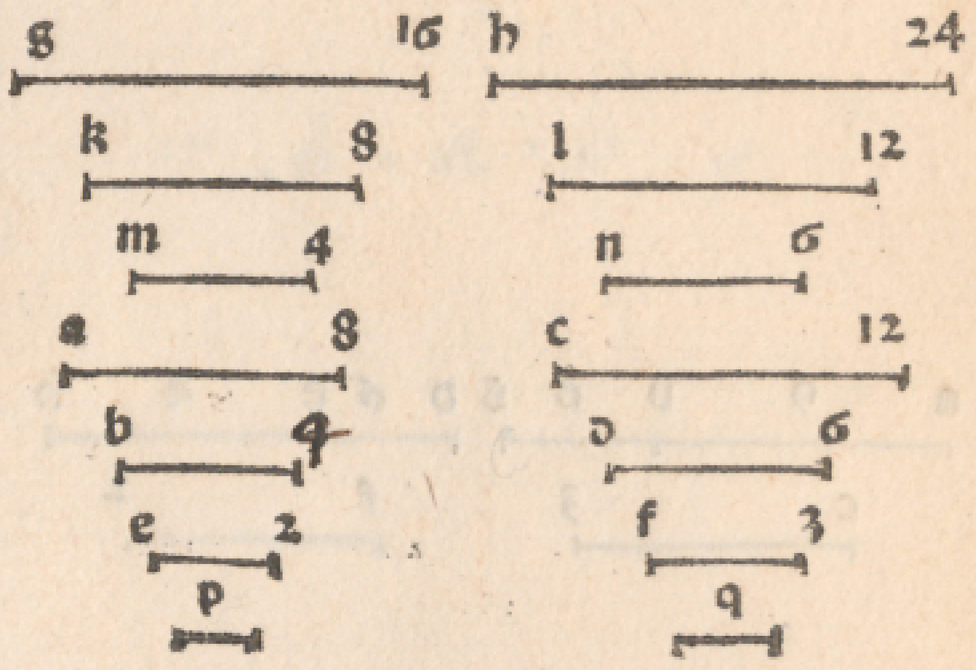


¶ Secundũ antecedens sint tres quãtitates.a.b.e.sumanťq; alie tres que sunt.f.c.d.⁊ sit proportio.a.ad.b.sicut.c ad.d.⁊.b.ad.e.sicut.f.ad.c.dico ꝙ si.a.é. maior.e.f.erit maior.d.⁊ si minor minor:⁊ si equalis.equalis: hic auté probatur per easdé ⁊ eodé modo quo precedens:si eni.a.sit maior.e.erit maior proportio.a.ad b.q̃z.e.ad.b.quare maior.c.ad.d.q̃z.e.ad.b.⁊ ideo maior q̃z.c. ad .f. maior igiť f.q̃z.d.per secundã partem.10. quod est propositum.qđ si.a.sit minor.e.erit tandem minor.c.ad.d.q̃z ad.f.quare per eandem partem eiusdé.f. erit minor.d. Si autem.a.sit equalis.e .sequitur ut sit proportio.c.ad.d.sicut.c.ad.f.igitur per secundam partem.9.erit.f.equalis.d.quod est propositum.

Propositio .22.

S I fuerint quotlibet quantitates alieqꝫ secundum earum numerum quarum queqꝫ due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportio/nales erunt.

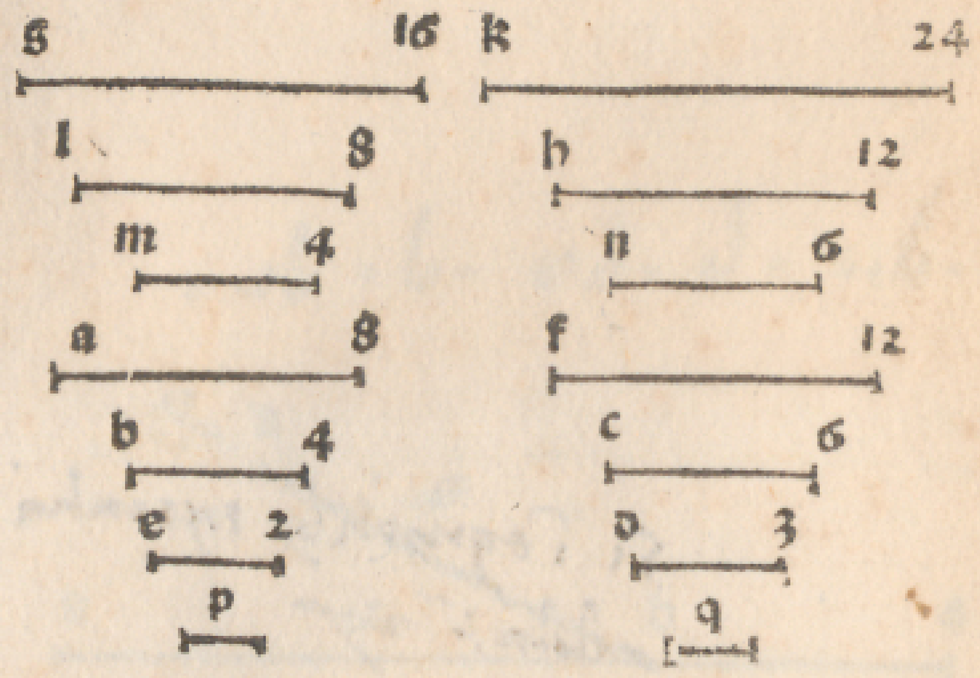
¶ Demonstratis antecedentibus ad equã proportionalitatẽ. hic de/monstrat eam: ⁊ primo cum quantitates duorum ordinũ sunt directe proportio/nales. Nõ est aũt necesse vt demõstrarẽt nisi cũ in vtroqꝫ duoꝝ ordinũ sunt tantũ tres quantitates. Per hoc eni euidenter sequitur cum in vtroqꝫ ordine fuerint qua tuor quantitates ⁊ deinceps: ⁊ ideo etiã nõ oportuit eius añs demõstrari nisi solũ cũ in vtroqꝫ ordine sunt etiã tres quantitates. ¶ Sint igitur tres quantitates. a .b e. sumanturqꝫ tres alie que sunt. c. d. f. ⁊ sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico ꝙ erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. sumã eni. g. ad. a. ⁊. b. ad. c. eq̃ mul tiplicia. Itemqꝫ. k. ad. b. ⁊. l. ad. d. eque ⁊ rursus. m. ad. e. ⁊. n. ad. f. eque. eritqꝫ p 4. g. ad. k. sicut. h. ad. l. ⁊. k. ad. m. sicut. l. ad. n. quare per. 20. si. g. est maior. m. erit h. maior. n. ⁊ si minor minor: ⁊ si equalis equalis. igitur per diffinitionẽ incõtinue ꝓportionalitatis ꝓportio. a. ad. e. ẽ sicut. c. ad. f. qḋ ẽ propositũ. ¶ Põt quoqꝫ hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. ⁊. h. l. n. ad. c. d. f. eque mul/tiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. k. sicut. h. ad. l. ⁊. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera p/tracta vt prius. ¶ Qḋ si fuerint quantitates plures tribus in vtroqꝫ ordine: vtpo/te quatuor additis. p. ⁊. q. ita ꝙ sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstratum est. sublatis igitur b. ⁊. d. erunt tres quantitates. a. e. p. ⁊ alie tres. c. f. q. vt proponitur: quare. a. ad. p sicut. c. ad. q. sicqꝫ demõstratur de. 4. per tres sublato vno medio. Eodẽ modo de/monstrabis de. 5. per. 4. sublatis duobus medijs: ⁊ de. 6. per. 5. sublatis tribus: ⁊ sic de ceteris.



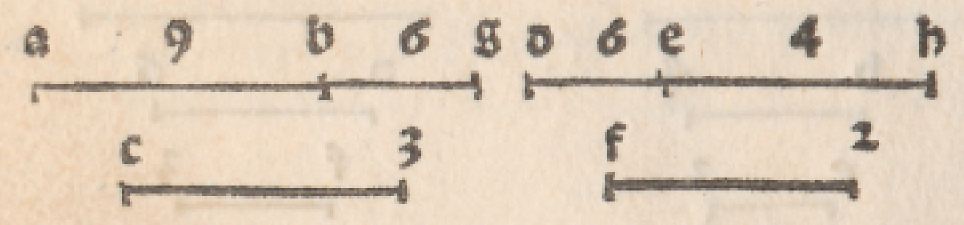
Propositio .23.

S I fuerint quotlibet quantitates alieqꝫ secundum earum numerum quarum queqꝫ due secundũ proportionẽ du/arum ex prioribus indirecte proportionate in equa pro/portionalitate proportiones erunt.

¶ Demonstrat equam ꝓportionalitatem in quantitatibus duorum ordinũ indirecte siue ꝓuersim ꝓportionatis. Nec ẽ necesse ꝙ demonstrẽt nisi cum in vtroqꝫ duoꝝ ordinũ sunt tantũ tres quantitates: p hoc eni euidẽter sequit̃ que/cũqꝫ ponant̃ i vtroqꝫ ordine sicut i premissa de directe ꝓportionatis demõstratũ ẽ. Sint igit̃. 3. q̃ntitates. a. b. c. sumãtqꝫ alie. 3. q̇ sint. f. c. d. ⁊ sit ꝓportio. a. ad. b. si cut. c. ad. d. ⁊. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico ꝙ erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. sumã eni. g. ad a. ⁊. b. ad. c. ⁊. k. ad. f. eque multiplicia. Itẽqꝫ. l. ad. b. ⁊. m. ad. e. ⁊. n. ad. d. eque: eritqꝫ per quartã. g. ad. l. sicut. h. ad. n. ⁊ per 15. l. ad. m. sicut. k. ad. h. quare per 21. si. g. addit super. m ⁊. k. addit sup. n. ⁊ si minuit minuit: ⁊ si equat equat: er/go per diffinitionem incõtinue ꝓportionalitatis ꝓportio. a. ad. e. ẽ sicut. f. ad. d. qḋ ẽ propositũ. ¶ Potest quoqꝫ ⁊ hoc demõstrari p. 15. hui9 sũptis. g. l. m. ad. a. b e. ⁊. k. h. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. h. ad. n. ⁊. l. ad. m. sicut. k. ad. h. cetera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demon strantur hec ⁊ premissa secundm primum modum. ¶ Qḋ si plures tribus fuerint quantitates in vtroqꝫ ordine: vtpote q̃tuor additis. p. ⁊. q. ita ꝙ sit. a. ad. b. sicut



d.ad.q.⁊.b.ad.e.ſicut.c.ad.d.⁊.e.ad.p.ſicut.f.ad.c.erit iterum.a.ad.p. ſicut.f. ad.q.erit enim per predemonſtrata.a.ad.e.ſicut.c.ad.q. Sublatis igitur. b.⁊.d. erunt tres quātitates.a.e.p.⁊ alie tres.f.c.q.vt proponitur:quare.a.ad.p.ſicut.f. ad.q.Sic igitur demonſtratur de.4.per tres ſublato vno medio. Eodē modo demonſtrabis de.5.per quatuor ſublatis duobus medijs.⁊ de.6.per.5.ſublatis tribus:⁊ ſic in ceteris.



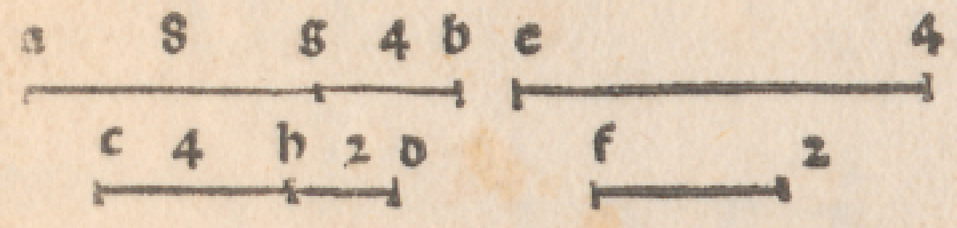
Propoſitio .24.

Si fuerit proportio primi ad ſecunduz tanq̃z tertii ad quartum.proportio vero quinti ad ſecunduz. tanq̃z ſexti ad q̄rtum:erit proportio primi ⁊ quinti pariter acceptorum ad ſecundum tanq̃z ſexti ⁊ tertii pariter acceptorum ad quartum.

¶ Qd̄ ſcd̄a propoſuit de multiplicibus hec proponit vniuerſaliter de omnib⁹ proportionibus.vnde eſt illa tanto cōmunior quāto multiplicitate proportio ⁊ ſe habet ad illam:quemadmodum. 13.ad primam.Sit igitur proportio.a.b.ad.c. ſicut d.e.ad.f.⁊ itē.b.g.ad.c.ſicut.e.h.ad.f.dico q̄ proportio.a.g.ad.c. eſt ſicut.d.h. ad.f.erit enim per conuerſam proportionalitatem.c.ad.b.g.ſicut.f.ad.e.h.quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.g.ſicut.e.d.ad.e.h.ergo coniunctim per.18.a.g.ad.g.b.ſicut.d.h.ad.h.e.itaq̄z per.22.erit in equa proportionalitate.a.g.ad.c.ſicut.d.h.ad.f.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .25.

Si fuerint quantitates proportionales:fueritq̄z prima earum maxima.⁊ vltima minima. primam ⁊ vltimaz pariter acceptas ceteris duabus maius eſſe neceſſario cōprobatur.

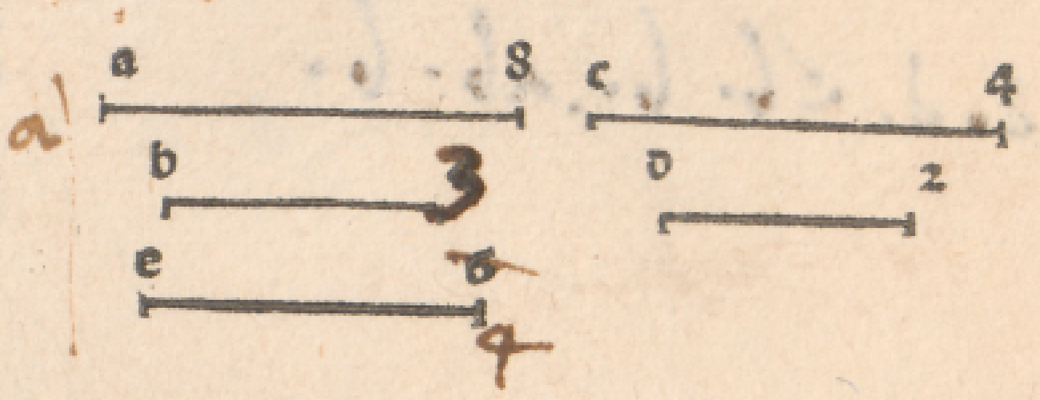


¶ Qd̄ hic proponitur nō habet locum niſi cum omnes quatuor quātitates ſint eiuſdem generis. Sint igitur quatuor quantitatuz eiuſdē generis proportio.a.b.ad.c.d.ſicut.e.ad.f.ſitq̄z.a.b.maxima:neq̄z oportet ponere q̄.f.ſit minima:quia ipſum ex hoc ſequitur q̄.a.b.poſita eſt maxima.[vnde non poſuit hoc auctor in concluſione tanq̃z poſitionem:ſed potius tanq̃z precedentis poſitiōis concluſionem.dico q̄ cum ita fuerit maius erit aggregatum ex.a.b.⁊.f.q̃z ex. c.d.⁊.e Cum enim.a.b.ſit maior.e.abſcindam ex.b.a.g.b.equalem.e. ¶ Similiter quoq̄z quia.c.d.eſt maior.f.abſcindam ex.c.d.h.d.equalem.f.eritq̄z propter ypotheſim a.b.ad.c.d.ſicut.g.b.ad.h.d.quare per.19.a.g. reſiduum ad. c.h. reſiduum ſicut tota.a.b.ad totuz.c.d.ſ.a.b.ad.c.d .Cū ergo.a.g.ſe habet ad.c.h.ſicut.a.b.ad.c d. ſed.a.b.ē maior.c:d.quare.a.g.maior eſt.c.h.additis igitur vtriq̄z duab⁹ quantitatibus.g.b.⁊.h.d.erit per cōmunem ſcientiam aggregatum ex.a.b.⁊.h.d. maius aggregato ex.c.d.⁊.g.b.⁊ quia.d.h. poſita eſt equalis. f.⁊.g. b.e. maius erit aggregatum ex:a.b.⁊.f.quā aggregatum ex.c.d.⁊.e.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .26.

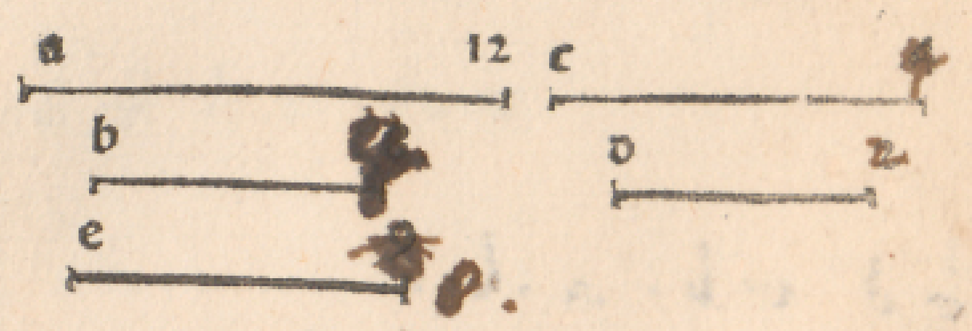
Si fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad ſecundam maior quam tertie ad quartam. erit conuerſiz econtrario ꝓportio ſcd̄e ad primā minor q̃z quarte ad tertiam Sit ꝓportio.a.ad.b.maior q̃z.c.ad.d.dico q̄ erit ecōuerſo mō ꝯrio mior ꝓportio.b.ad.a.q̃z.d.ad.c.ſi ei ē eadē.b.ad.a.q̄ ē.d.ad.c.erit

ecõuerſo.a.ad.b.vt.c.ad.d.ſʒ nõ ē imo maioꝛ: At vero ſi ē.b.ad.a.maioꝛ q̃ʒ d.ad c.ſit.e.ad.a.vt.d.ad.c.eritqʒ ex.12.e.ad.a.mioꝛ q̃ʒ.b.ad.a .q̃re ex p̄ma parte.10.e ē mioꝛ.b. Jdeoqʒ ex ſcd̃a parte.8.maioꝛ erit ꝓpoꝛtio.a.ad.e.q̃ʒ.e.ad.b.⁊ qꝛ p̱ conuerſam pꝛopoꝛtionalitatem.a.ad.e.ſicut.c.ad.d.erit ex.12.pꝛopoꝛtio.c.ad.d.maioꝛ q̃ʒ.a.ad.b.ſed erit minoꝛ: relinquitur ergo pꝛopoſitū. ¶ Poſſumus quoqʒ ſi libet aſtruere pꝛopoſitum oſtenſiue: manifeſtum enim eſt ex pꝛima parte.10.ꝙ illa quantitas cuius ad.b.eſt.eadem pꝛopoꝛtio que eſt.c.ad.d.eſt minoꝛ.a.eo ꝙ ponitur maioꝛ pꝛopoꝛtio.a.ad.b.q̃ʒ.c.ad.d .illa ergo quantitas ſit.e. cum ſit igitur pꝛopoꝛtio.e. ad.b.vt.c .ad.d.erit econuerſo .b .ad.e.vt.d.ad .c. Conſtat autem ex ſecunda parte.8.ꝙ pꝛopoꝛtio.b.ad.a.minoꝛ eſt q̃ʒ pꝛopoꝛtio.b.ad.e.itaqʒ per 12.pꝛopoꝛtio.b.ad.a.eſt minoꝛ q̃ʒ. d. ad.c.qd̃ voluimus.



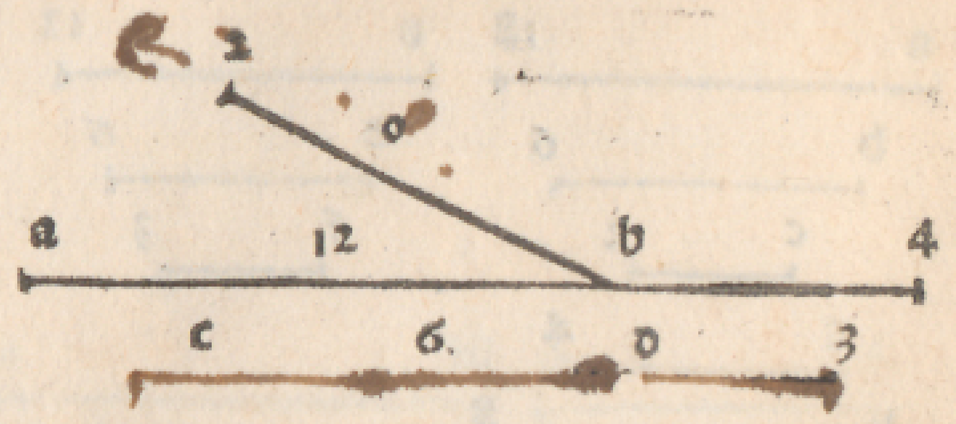
Pꝛopoſitio .27.

SJ fuerit quatuoꝛ quantitatum maioꝛ pꝛopoꝛtio pꝛime ad ſecundam.q̃ʒ tertie ad quartam. erit permutatim maioꝛ pꝛopoꝛtio pꝛime ad tertiam. quam ſecunde ad quartam. ¶ Sit hic quoqʒ pꝛopoꝛtio.a.ad.b.maioꝛ q̃ʒ.c.ad.d.dico ꝙ erit permutatim maioꝛ pꝛopoꝛtio.a.ad.c.q̃ʒ.b.ad.d.eadem enim non erit quia tunc quoqʒ eſſet permutatim.a.ad.b. ſicut.c. ad.d. neqʒ minoꝛ. Nam ſi hoc ponatur: ſit itaqʒ .e.ad.c.vt.b.ad.d.eritqʒ ex.12.maioꝛ ꝓpoꝛtio.e.ad. c.q̃ʒ.a.ad c.quare ex pꝛima parte.10.e.eſt maioꝛ.a. Jtaqʒ per pꝛimam partem.8.pꝛopoꝛtio e.ad.b.eſt maioꝛ q̃ʒ.a.ad.b.⁊ quia poſitum eſt vt ſit.e.ad.c.ſicut.b.ad.d. erit p̱mutatim.e.ad.b.ſicut.c.ad.d.ex.12.igitur maioꝛ erit pꝛopoꝛtio.c.ad.d.q̃ʒ.a. ad b.ſed poſitum erat oppoſitum: verum eſt ergo pꝛopoſitū: ¶ Oſtēſiue quoqʒ idem quēadmodum in pꝛemiſſa: ſumpta enim eſt.c.ad.b.vt.c.ad.d.erit ex pꝛima parte 10.e.minoꝛ.a.quare ex pꝛima parte.8.maioꝛ erit.a.ad.c.q̃ʒ.e.ad.c .ſed ex permutata pꝛopoꝛtionalitate eſt.e.ad.c.vt. b.ad.d.igitur ex.12.a.ad.c.eſt maioꝛ q̃ʒ.b. ad.d.quod eſt pꝛopoſitum.



Pꝛopoſitio .28.

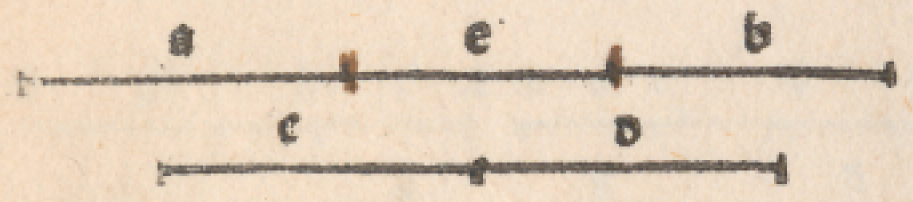
SJ fuerint quatuoꝛ quantitates quarum pꝛime ad ſecundā ſit maioꝛ pꝛopoꝛtio q̃ʒ tertie ad quartam.erit quoqʒ coniunctim maioꝛ pꝛopoꝛtio pꝛime ⁊ ſecunde ad ſecūdam q̃ʒ tertie ⁊ quarte ad quartam. ¶ Sit maioꝛ pꝛopoꝛtio.a.ad.b.q̃ʒ.c.ad.d.dico ꝙ maioꝛ erit totius a.b.ad.b.q̃ʒ totius.c.d.ad.d.quia ipſa neqʒ erit equalis neqʒ minoꝛ. Si eñi equalis: tunc erit diſiunctim.a.ad.b.vt.c.ad.d. Si autem eſt minoꝛ: ſit.e.b.ad.b. vt.c d.ad.d.eritqʒ ex.12.maioꝛ pꝛopoꝛtio.e.b.ad.b.q̃ʒ.a.b. ad.b. itaqʒ ex pꝛima parte.10.e.b.eſt maioꝛ q̃ʒ.a.b.⁊ per cōceptionem.e.maioꝛ q̃ʒ.a. quare ex pꝛima parte.8. maioꝛ eſt pꝛopoꝛtio . e. ad.b. q̃ʒ.a.ad. b.ſed.e.ad.b. eſt vt .c. ad .d. per diſiunctam pꝛopoꝛtionalitatem: eo ꝙ erat.e.b.ad.b.vt.c.d. ad.d. ergo per.12.c. ad.d.eſt maioꝛ q̃ʒ.a.ad.b. hoc autem eſt contra ypothe. ¶ Jdem etiam oſtenſiue: cum enim pꝛopoſitum ſit ꝙ maioꝛ ſit pꝛopoꝛtio .a . ad. b. q̃ʒ . c. ad . d: ſit pꝛopoꝛtio .e. ad.b. vt. c. ad.d. eritqʒ ex pꝛima parte decime. e. minoꝛ . a.



Ideoqꝫ ex cõmuni scientia.e.b.erit minor.q̃z.a.b. quare ex prima parte.8. maior erit proportio.a.b.ad.b.q̃z.e.b.ad.b. At vero proportio.e.b.ad.b.est per coniun ctam proportionalitatem sicut.c.d.ad.d.positum enim est vt sit.e.ad.b.tanquã c.ad.d.igitur ex.12.maior est.a.b.ad.b.q̃z.c.d.ad.d.quod est propositum.

Propositio .29.

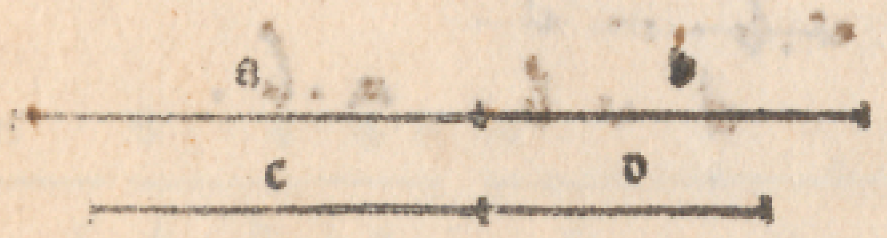
Si fuerit quatuor quantitates quarum prime ⁊ secunde ad secundam sit maior proportio q̃z tertie ⁊ quarte ad quartam. erit quoqꝫ disiunctiꝫ proportio prime ad secundam maior q̃z tertie ad quartam.



¶ Sit proportio.a.b.ad.b.maior q̃z.c.d.ad.d.dico ꝙ erit disiunctim proportio.a.ad.b.maior q̃z.c.ad.d.alioquin erit equalis vel minor.qđ si equalis erit per coniunctam proportionalitatem.a.b.ad.b.ut.c.d.ad.d. si autem minor erit maior.c.ad.d.q̃z.a.ad.b.ergo per premissam maior erit.c.d.ad.d.q̃z.a.b.ad.b.quod est inconueniens:quia positum est ꝙ minor.verum est ergo qđ dicitur. Qđ etiam ostensiue astruemus hoc modo ponemus enim ut proportio.e.b.ad.b:sit tanq̃z proportio.c.d.ad.d.eritqꝫ ex prima parte.10.e.b.minor q̃z.a.b.quare ex communi scientia.e.est minor q̃z.a.minor igitur est ex prima parte.8.proportio.e.ad.b.q̃z sit.a.ad.b.sed proportio.e.ad.b.est sicut.c.ad.d.ex disiuncta proportionalitate:itaqꝫ ex.12.proportio.a.ad.b.est maior q̃z sit.c.ad.d.quod est propositum.

Propositio .30.

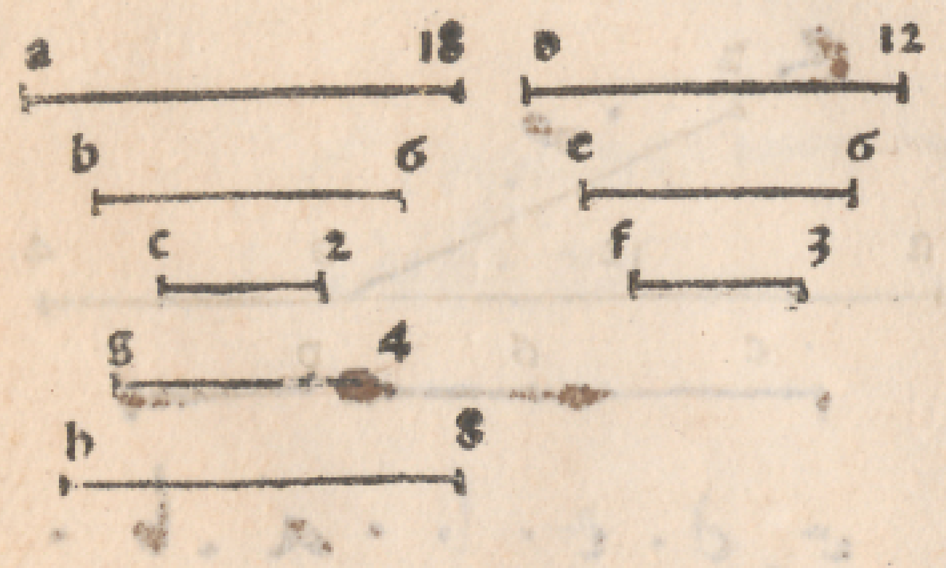
Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ⁊ secunde ad secundã sit maior proportio q̃z tertie ⁊ quarte ad quartam: erit euersim minor proportio prime ⁊ secũde ad primam q̃z tertie ⁊ quarte ad tertiam.



¶ Sit maior proportio.a.b.ad.b.q̃z.c.d.ad.d.dico ꝙ euersim minor erit proportio.a.b.ad.a.q̃z.c.d.ad.d.erit enim disiunctim ex premissa maior proportio.a.ad.b.q̃z.c.ad.d. Itaqꝫ per.26.erit econuerso minor.b.ad.a.q̃z.d.ad.c.quare per ante premissam coniunctim minor erit.b.a.ad.a.q̃z.c.d.ad.c.qđ est propositum.

Propositio .31.

Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemqꝫ tres in alio fueritqꝫ prime priorum ad secundam maior proportio quam prime posteriorum ad secundam.itemqꝫ secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit quoqꝫ prime priorꝫ ad tertiã maior proportio q̃z prime posteriorum ad tertiam.



¶ Sint tres quãtitates.a.b.c.itẽqꝫ alie tres.d.e.f.sitqꝫ maior ꝓportio.a.ad.b.q̃z d.ad.e.itẽqꝫ maior.b.ad.c.q̃z.e.ad.f.dico ꝙ maior erit ꝓportio.a.ad.c.q̃z.d.ad f.sit eni.g.ad.c.ut.e.ad.f.eritqꝫ ex p̃ma pte.10.g.mior.b.q̃re ex scđa pte.8.proportio.a.ad.g.ẽ maior q̃z.a.ad.b.mlto maior ergo ẽ ꝓportio.a.ad.g.q̃z.d.ad.e sit itaqꝫ.h.ad.g.vt.d.ad.e.eritqꝫ ex p̃ma pte.10.a.maior.h.q̃re ex p̃ma pte.8.ꝓ/

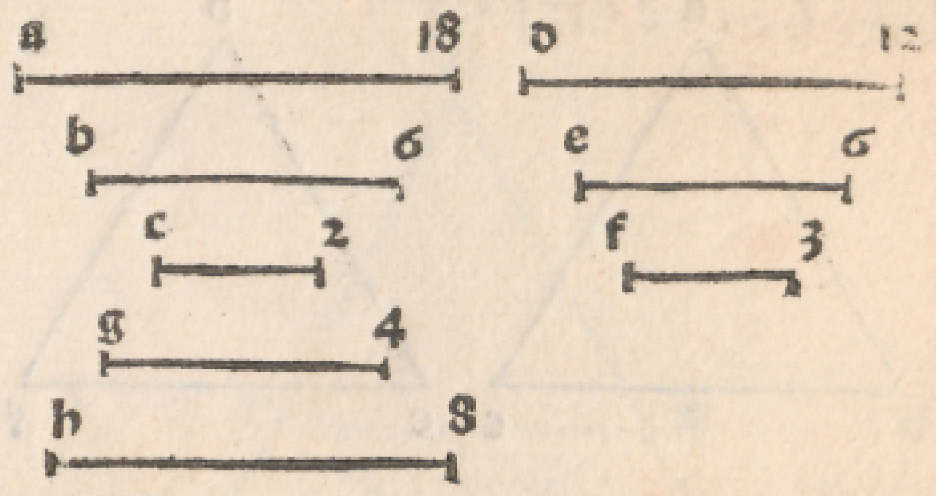
portio.a.ad.c.maior est q̃ꝫ proportio.b.ad.c. At vero proportio.b.ad.c. est per equam proportionalitatem: sicut.d.ad.f. est enim.b.ad.g.vt.d.ad.e.ꝛ.g.ad.c.vt e.ad.f.igitur ex.12.proportio.a.ad.c.est maior q̃ꝫ.d.ad.f. quare constat proposi tum

.d.f.h.c.a.c.

Propositio .32.

Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemqꝫ tres in alio fueritqꝫ proportio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam Itemqꝫ prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit maior proportio prime priorum ad tertiã quam prime posteriorum ad tertiam.

¶ Sint enim tres quantitates in vno ordine.a.b.c. Itemqꝫ tres in alio.d.e.f.quẽ admodum in premissa: sitqꝫ maior proportio.b.ad.c.q̃ꝫ.d.ad.e.ꝛ maior.a.ad.b. q̃ꝫ.e.ad.f.dico ꝙ maior erit.a.ad.c.q̃ꝫ.d.ad.f.sit enim.g.ad.c.vt.d.ad.e. eritqꝫ g.minor.b.per primam partem.10.quare maior erit proportio.a.ad.g.q̃ꝫ ad.b. per secundam partem.8.igitur multo maior est.a.ad.g.q̃ꝫ.e.ad.f.sit itaqꝫ.b.ad g.vt.e.ad.f.eritqꝫ.a.maior.h.ex prima parte.10.quare proportio.a.ad.c.maior est q̃ꝫ.h.ad.c.ex prima parte.8.At vero ex.23.proportio.h.ad.c.est tanquã.d.ad f.eo qȯ est.g.ad.c.vt.d.ad.e.ꝛ.h.ad.g.vt.e.ad.f.igitur ex.12.maior est proportio.a.ad.c.q̃ꝫ.d.ad.f.quod est propositum.

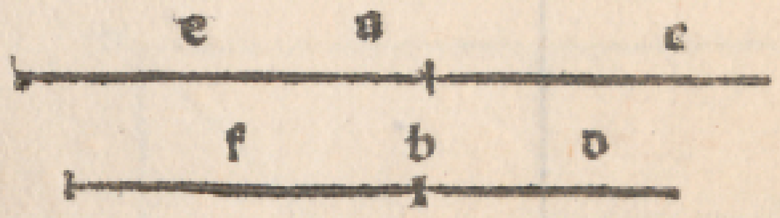


.d.f h.c.a.c

Propositio .33.

Si fuerit proportio totius ad totũ maior: q̃ꝫ abscisi ad abscisum erit residui ad residuum maior proportio q̃ꝫ totius ad totum.

¶ Sint due quantitates.a.ꝛ.b.a quibus abscindantur.c.ꝛ.d.ꝛ residua sũt.e.ꝛ.f.sitqꝫ maior proportio.a.ad.b.q̃ꝫ.c.ad.d.dico ꝙ maior erit proportio.e.ad.f.q̃ꝫ.a.ad.b.erit enim ex.27. permutati maior proportio a.ad.c.q̃ꝫ.b.ad.d.quare ex.30.erit euersim minor proportio. a. ad.e.q̃ꝫ. b.ad.f. igitur rursus ex.27.permutatim minor erit.a.ad.b.q̃ꝫ.e.ad.f. quod est propositum.



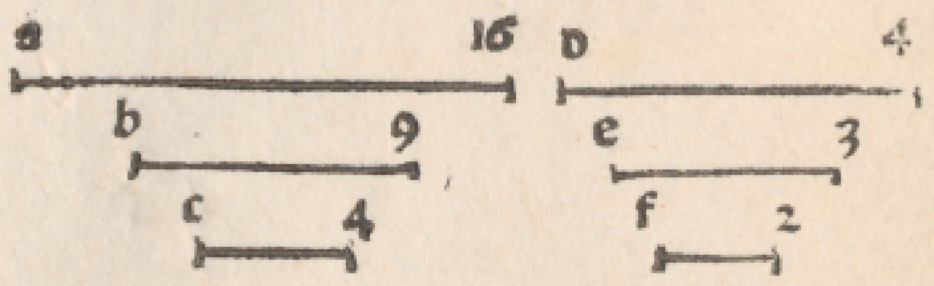
a.b.c.d. e.f.a.b

a.c.b.f

Propositio .34.

Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritqꝫ cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio q̃ꝫ alicuius subsequentis ad suaꝫ. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ꝫ alicuius subsequentiuꝫ ad suam comparem aut etiam q̃ꝫ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas: minor autem q̃ꝫ prime ad primam

Sit.3.q̃ntitates.a.b.c.relate ad totidẽ alias q̃ sit.d.e.f.sitqꝫ maior.ꝓportio.a.ad d.q̃ꝫ.b.ad.e.ꝛ.b.ad.e.sit maior q̃ꝫ.c.ad.f.dico ꝙ.ꝓportio.a.b.c.piter acceptaꝝ. ad.d.e.f.piter acceptas.ẽ maior q̃ꝫ.b.ad.e.vl' maior q̃.c.ad.f.ꝛ etiã maior.q̃ꝫ.b



⁊.c.pariter acceptaꝝ ad.e.⁊.f.pariter acceptas:⁊ ꝙ ipſa eſt minoꝛ q̃ȝ.a.ad.d.cũ ſit eni.a.ad.d.maioꝛ q̃ȝ.b.ad.e.erit permutatim.a.ad.b.maioꝛ q̃ȝ.d.ad.e.⁊ coniunctim.a.b.ad.b.maioꝛ q̃ȝ.d.e.ad.e.⁊ iterum permutatim.a.b.ad.d.e.maioꝛ q̃ȝ.b.ad.e.quare per pꝛemiſſam.a.ad.d.eſt maioꝛ q̃ȝ.a.b.ad.d.e.eodẽqȝ modo ꝓbať maioꝛẽ ẽe.b.ad.e.q̃ȝ.b.c.ad.e.f.itaqȝ maioꝛ ꝓpoꝛtio ẽ.a.ad.d.q̃ȝ.b.c.ad.e.f.q̃re permutatim maioꝛ eſt.a.ad.b.c.q̃ȝ.d.ad.e.f.⁊ coniunctim maioꝛ.a.b.c.ad b.c.q̃ȝ.d.e.f.ad.e.f.⁊ iterum permutatim maioꝛ.a.b.c.ad.d.e.f.q̃ȝ.c.b.ad.e.f. quare per pꝛemiſſam maioꝛ eſt.a.ad.d.q̃ȝ.a.b.c.ad.d.e.f. quod eſt ꝓpoſitum.

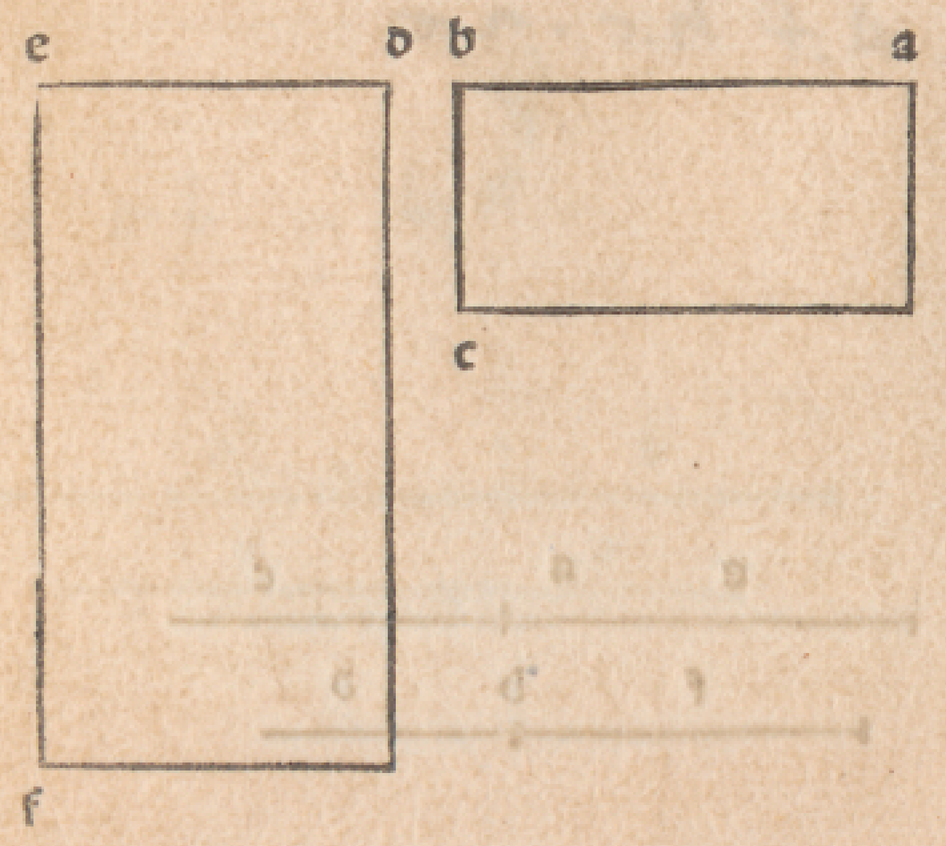
Explicit liber quintus Incipit liber Sextus.

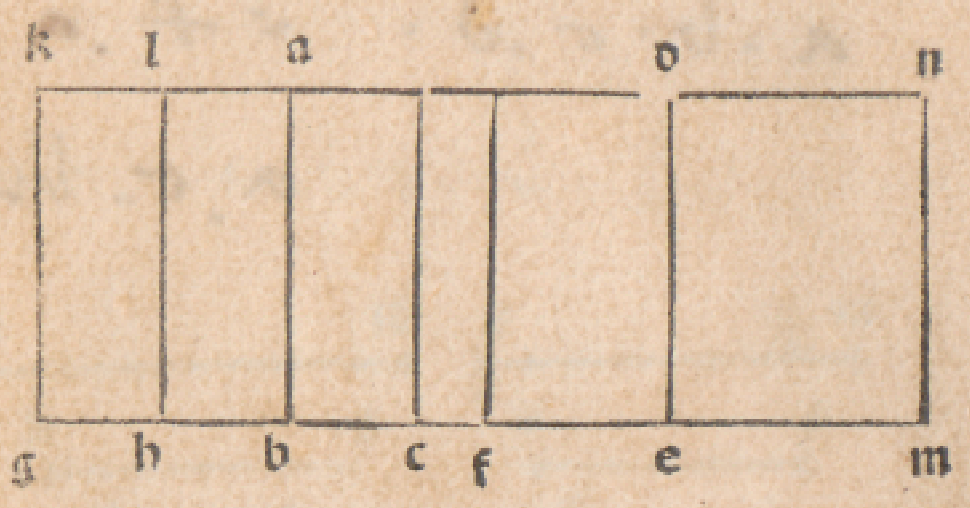
Superficies ſimiles dicũť q̃rũ anguli vnius angulis alterius equales.lateraqȝ equos angulos continentia pꝛopoꝛtionalia.

¶ Vt ſi trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono d.e.f.fueritqȝ angulus.a.equalis angulo.d.⁊ angulus.b.equalis angulo.e.⁊ ꝓpoꝛtio.a.b.ad.d.e.ſicut a.c.ad.d.f.⁊.b.c.ad.e.f.ipſi erunt ſimiles.

Superficies mutuoꝝ laterum ſũt inter quarum latera incontinua pꝛopoꝛtionalitas retrãſitiue habetur.

¶ Vt ſi duoꝝ quadrilaterum.a.b.c.d.e.f.pꝛopoꝛtio.a.b.lateris pꝛimi.ad.d.c.latus ſecundi fuerit ſicut pꝛopoꝛtio.e.f.lateris ſecundi.ad.b.c.latus pꝛimi:illa duo quadrilatera dicuntur mutuoꝛum laterum ſiue mutekeſia. ¶ Linea dicitur diuidi ſecundũ pꝛopoꝛtionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema quando eadem eſt pꝛopoꝛtio totius ad maioꝛem ſui ſeccionẽ que ẽ maioꝛis ad minoꝛem.



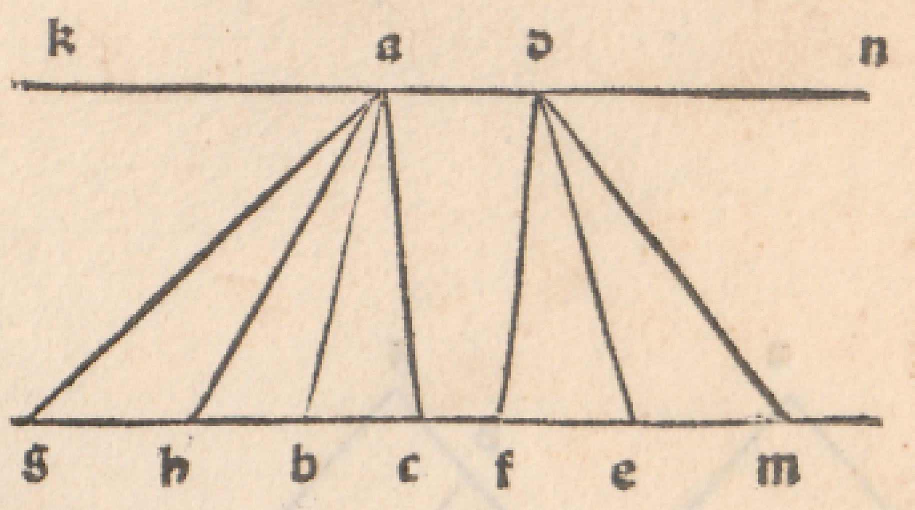


Propoſitio .1.

Si duarum rectilinearum ſuperficierum equidiſtantium laterum ſiue triangulοꝛum fuerit altitudo vna:tanta erit alterutra earum ad alteram.quanta ſua baſis ad baſim alterius.

¶ Sint duo paralellograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis.dico eẽ ꝓpoꝛtionẽ eoꝛũ:ſicut.b.c.ad.e.f.ponam illa duo paralellograma ſup lineã vnam que ſit.g.m.erũtqȝ propter hoc ꝙ ſunt equalis altitudinis inter lineas equidiſtantes quarũ ſit altera.k.n.deinde ex linea.g.m.ſumã.g.c.multiplicẽ ſm quẽcumqȝ numerũ voluero.a.d.b.c.⁊ diuidã eã in ptes equales.b.c.in punctis.h.⁊.b.a quibus ⁊ punto.g.ducã equidiſtantes linee.a.b.que ſũt.g.k.⁊.h.l.⁊ cõplebo ſupficies equidiſtantiũ laterũ.k.h.⁊.l.b.eritqȝ vnaq̃qȝ earũ p.36.pꝛimi equalis.a.c.q̃re ſicut linea.g.c.ẽ multiplex linee.b.c.ita ſupficies.c.k.ſuperficiei.a.c.Siliter quoqȝ ad lineã.c.f.ſumã ex linea.g.m.lineã.f.m.multiplicẽ ſm quẽcũqȝ numerũ voluero e.f.⁊ cõplebo ſuperficiẽ equidiſtãtium laterum ducta linea.m.n.equidiſtãter linee d.e.eritqȝ ſuperficies.n.f.ita multiplex ſuperficiei.d.f.ſicut linea.m.f.linee.c.f.⁊quia per.36.pꝛimi ſi linea.g.c.eſt maioꝛ linea.f.m.ſuperficies.k.c.eſt maioꝛ ſuperficie.n.f.et ſi minoꝛ minoꝛ.et ſi equalis equalis erit per diffinitioneȝ icõtinue

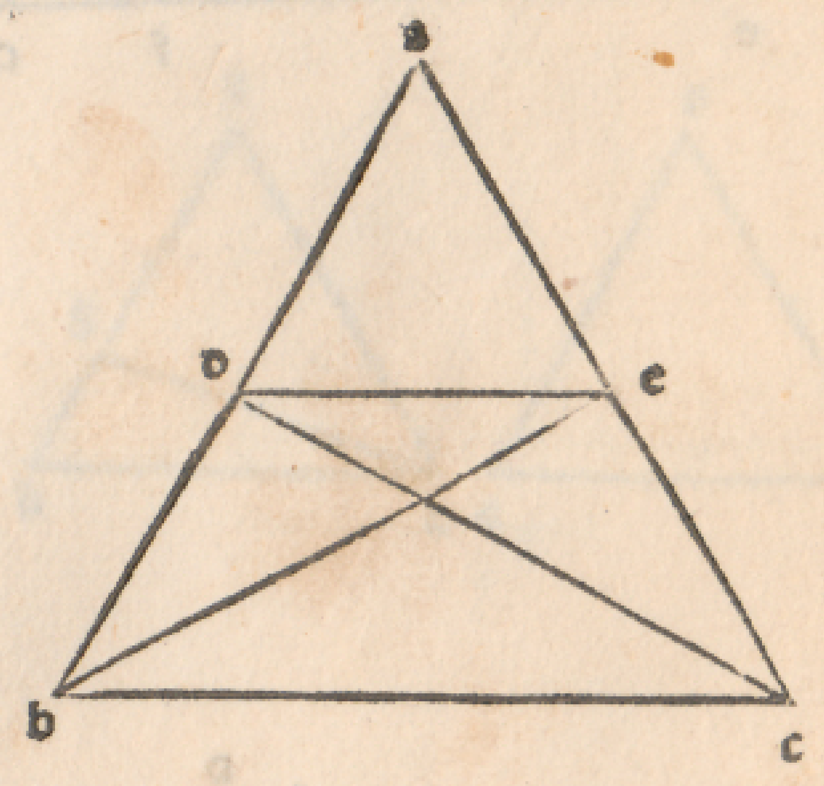
proportionalitatis eadem ꝓportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superficiei.a.c. ad superficiē.d.f.quod est propositum. ⁋De triangulis equalis altitudinis idem probabis:⁊ eodem modo per.38.primi ductis lineis ab extremitatibus caꝝ quas ad bases sumes multiplices ad vertices triangulorum.



Propositio .2.

Si linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans:eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero ꝓportionaliter secet eā reliquo latere equidistare necesse est.

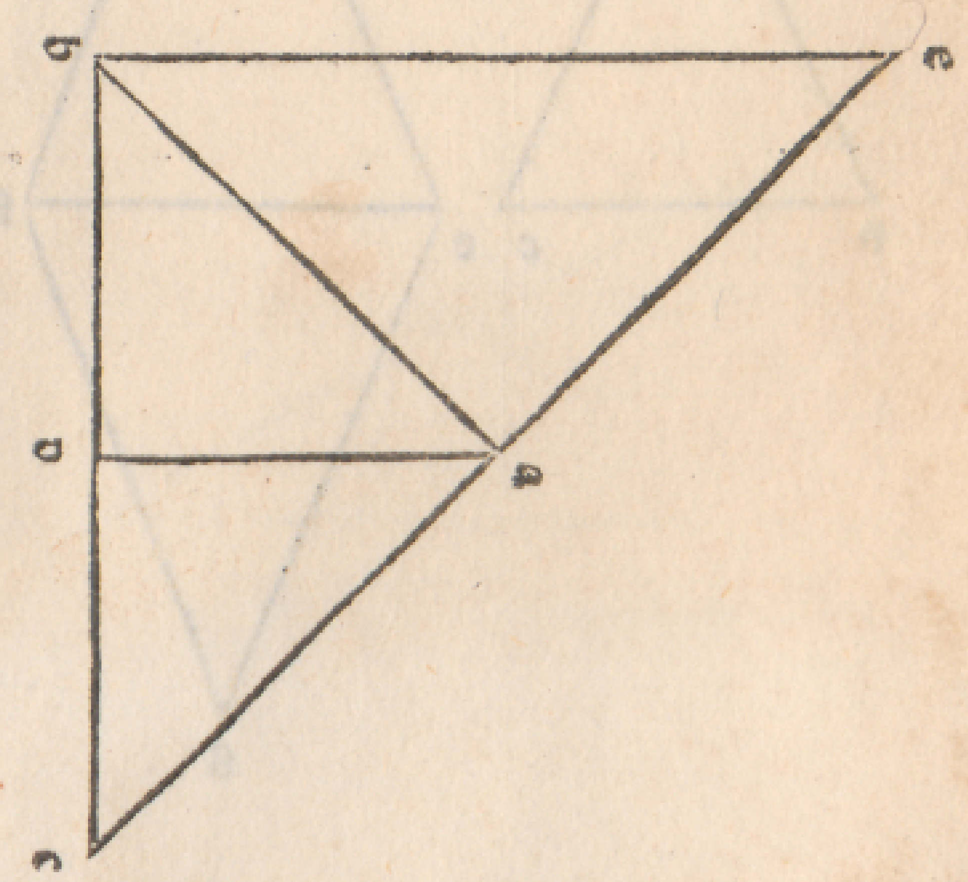
⁋Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera.a.b.⁊.a.c.secet linea.d.e. equidistanter tertio lateri.qḋ est.b.c. dico ꝙ erit ꝓportio .a.d.ad.d.b.sicut .a.e. ad.e.c.⁊ ecōuerso si fuerit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit eq̄distans linee.b.c.protrahā enī duas lineas.e.b.⁊.d.c.eritqꝫ per.37.primi triangulus.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id qḋ ipsi sunt ambo suꝑ lineā. d.e. inter lineas equidistantes.itaqꝫ per scḋam partē.7.quinti:ꝓportio trianguli.a.d. e.ad vtrūqꝫ illorum erit vna:sed ꝓportio eiꝰ ꝑpremissā ad triangulū.e.d.b. ē sicut linee.a.d.ad lineā.d.b.⁊ ad triangulū.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineā.e.c.Nam ipe cum vtroqꝫ illoꝝ est equalis altitudinis:quare erit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut. a.e ad.e.c.qḋ est primum. ⁋Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius .a.d.e.vtrūqꝫ illoꝝ proportio vna:quare per secundam partem.9.quinti ipsi sunt adinuicē equales:⁊ quia ipsi sunt super eandē basim.videlicet lineam.d.e.⁊ ex eadem ꝑte erit ꝑ 39.primi:linea.d.e.equidistans linee.b.c.qḋ est secundum.



Propositio .3.

Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet:duas partes ipsiꝰ basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus ꝓportionales fuerint lineam illam angulū ꝑ equalia diuidere necessario cōprobat.

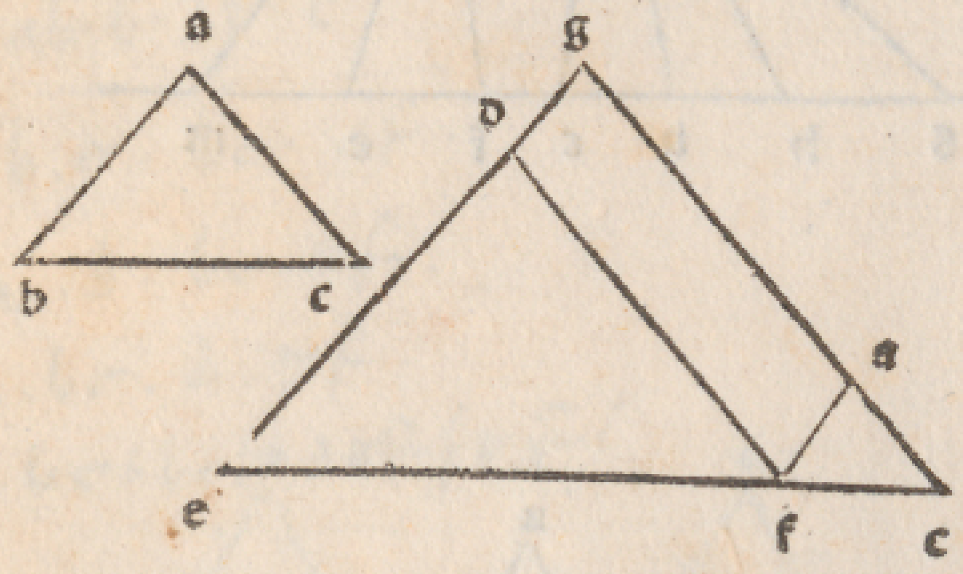
⁋Sit trigonus.a.b.c.cuius angulum.a.diuidat linea. a.d.ꝑ equalia :dico ꝙ proportio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.⁊ ecōuerso:protrahā enim.b.e. equidistantem.a.d.⁊ producā.c.a.quousqꝫ concurrat cū.b.e.in puncto.e.eritqꝫ per primam partē.29.primi angulus.e.b.a.equalis angulo.b.a.d. ⁊ per scḋam partem eiusdem angulus.e.angulo.d.a.c.quare angulus.e.est equalis angulo e.b.a.ergo per.6.primi.e. a.est equalis.a.b.⁊ ideo ꝑ primā partem.7.quinti proportio.e.a. ad.a.c.ē sicut.b.a.ad.a.c.sed per premissam.e.a.ad.a.c. ē sicut.b.d.ad.d.c.ergo b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quod est primum. ⁋Secunda pars que est conuersa prime ꝑtis probabitur conuerso modo.Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quare per premissā.e.a.ad.a.c.ē sicut b.d.ad.d.c.erit eadem proportio.e.a.ad.a.c.que est.b.a.ad.a.c. ergo per primā partem.9.quinti.e.a.⁊.a.b.sunt equales. quare per.5.primi duo anguli.e.⁊.e.b.a sunt equales.igitur per primā ⁊ secundā partem.29.primi angulus.b.a.d.ē equalis angulo.d.a.c.quod est secundum.



Propositio .4.

Omnium duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.

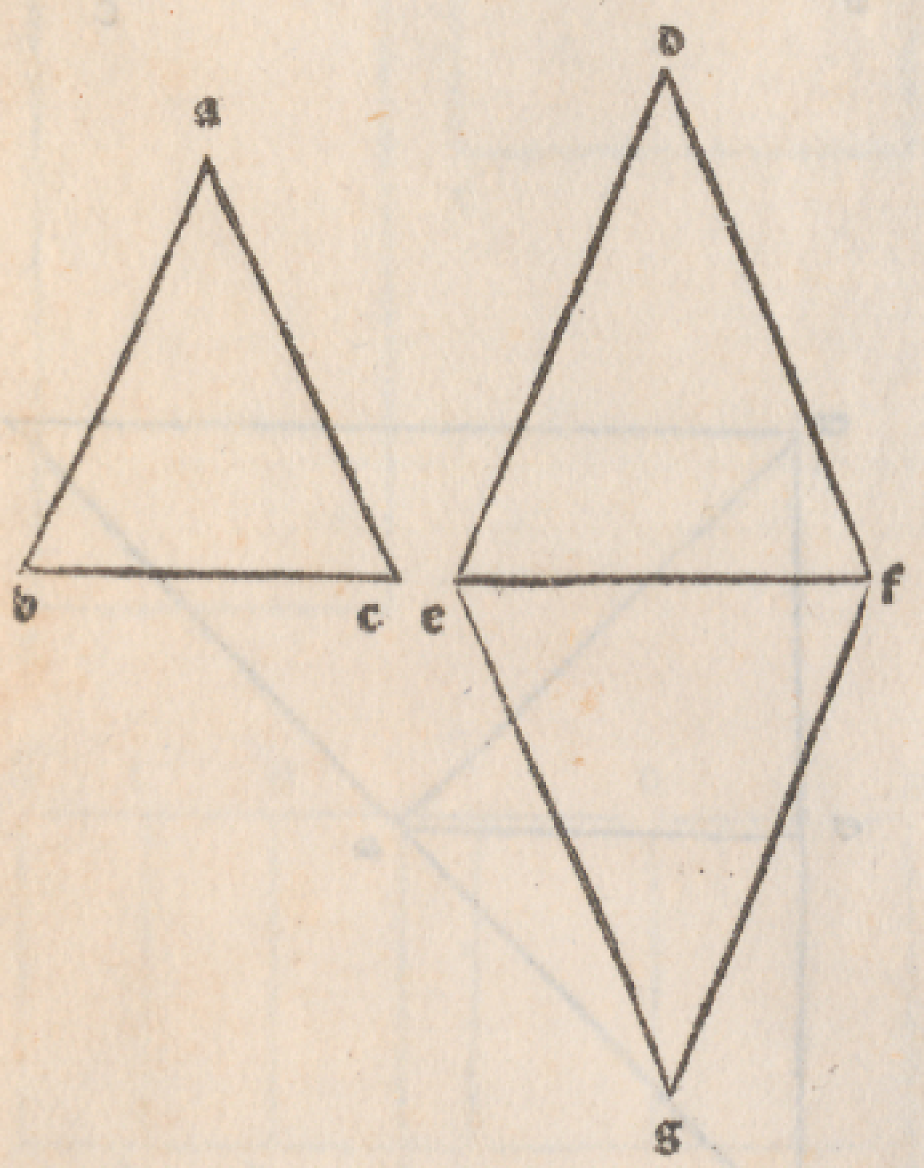
¶ Sunt duo trianguli .a.b.c.d.e.f. equianguli. sitque angulus .a. equalis angulo .d. et angulus .b. angulo .e. et angulus .c. angulo .f. dico quod proportio .d.e. ad .a.b. et .d.f. ad .a.c. est sicut .e.f. ad .b.c. ponam enim ambos triangulos super lineam unam que sit .e.c. ita quod duo anguli unius qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo. sed medius unius extremo alterius. et ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. sitque .a.f.c. ipse idem triangulus qui erat .a.b.c. et quia angulus .a.f.c. est equalis angulo .e. et angulus .d.f.e. angulo .c. per ypothesim: erit per primam partem .28. primi linea .a.f. equidistans .d.e. et .d.f. equidistans .a.c. complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit .g.f. eritque per .34. primi .g.a. equalis .d.f. et .g.d. equalis .a.f. quia. ergo per secundum huius .g.a. ad .a.c. sicut .e.f. ad .f.c. et per eandem .e.f. ad .f.c. sicut .e.d. ad .d.g. erit per .7. quinti .d.f. ad .a.c. et per eandem .e.d. ad .f.a. sicut .e.f. ad .f.c. quod est propositum.



Propositio .5.

Omnium duorum triangulorum quorum cunctorum laterum se se respicientium est proportio una anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi invicem esse probantur.

¶ Hec est conversa prioris nec fecit ex ea et premissa unam conclusionem sicut fecit in secunda et tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem mediis demonstratur quibus precedens. Sint itaque duo trianguli .a.b.c.d.e.f. sitque proportio .a.b. ad .d.e. et .a.c. ad .d.f. sicut .b.c. ad .e.f. dico quod angulus .a. est equalis angulo .d. et angulus .b. angulo .e. et angulus .c. angulo .f. constituam super lineam .e.f. in opposita parte trianguli .d.e.f. angulum .f.e.g. equalem angulo .b. et angulum .e.f.g equalem angulo .c. eritque per .32. primi: angulus .g. equalis angulo .a. ergo per premissam proportio .a.b. ad .e.g. et .a.c. ad .f.g. sicut .b.c. ad .e.f. quare .a.b. ad .d.e. sicut ad .e.g. et .a.c. ad .d.f. sicut ad .f.g. igitur per secundam partem none quinti .d.e. est equalis .e.g. et per eandem .d.f. equalis .f.g. quare per .8. primi: duo trianguli .d.e.f. et .g.e.f. sunt equianguli: quare ergo triangulus .g.e.f. est etiam equiangulus triangulo .a.b.c. constat propositum.



Propositio .6.

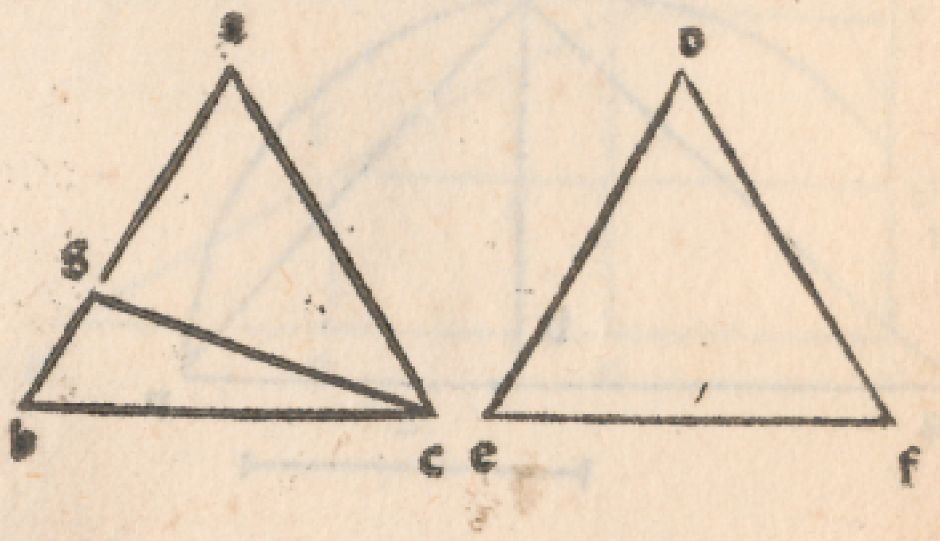
Omnes duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius equalis. lateraque illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se invicem equianguli.

¶ Maneat prior dispositio. et sit solum angulus .b. equalis angulo .d.e.f. et proportio .a.b. ad .d.e. sicut .b.c. ad .e.f. dico adhuc duos triangulos .a.b.c.d.e.f. esse equiangulos: cum enim sit per .4. huius propter ypotheses premisse conclu-

sionis.a.b.ad.e.g.sicut.b.c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.e.g.quare per se cundam partem none quinti.d.e.est equalis.e.g.quia ergo duo latera.d.e.z.e.f. trigoni.d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.e.g.z.e.f.trigoni.g.e.f.z angulus.e. vnius angulo.e.alterius:quia vterqz est equalis angulo.b.ipsi erunt per quartam primi equianguli z quia.e.g.f.est etiam equiangulus.a.b.c.patet propositum.

Propositio .7.

Si fuerint duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis:duoqz suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti:duorum vero demum reliquorŭ vterqz aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.

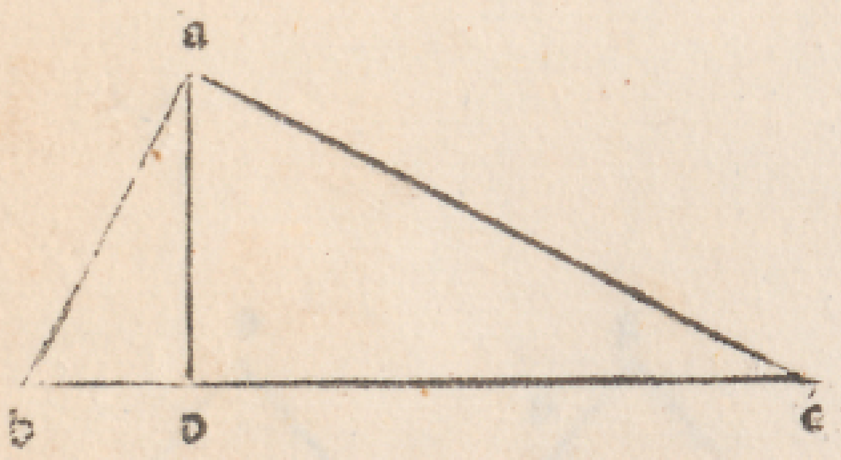


¶Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitqz angulus.a.equalis angulo.d.z proportio a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e.z vterqz duoꝝ angulorum.b.z.e.aut neuter sit minor recto:dico eos esse equiangulos.Si enī angulus.c.vnius est equalis angulo.f. alterius:patet propositū per premissam.Sin autem sit.c.maior fiatqz angulus. a.c g.equalis eidem:eritqz per.32.primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d. e.f.quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.sz sic fuit.b.c ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.z.b.c.sunt equales .ergo per quintā primi angulus b.est equalis angulo.b.g.c.si ergo neuter duorū anguloꝝ.b .z.e. fuerit minor recto:accidet duos angulos vnius trianguli nō esse minores duobus rectis: qđ esse non potest per.32.primi Qđ si vterqz fuerit minor recto:erit āgulus.a.g.c.maior recto per.13.primi:quare z angulus.e.sibi equalis est etiam recto maior qđ ē contra ypothe.quare destructo opposito remanet propositū: oportet aūt vtrūqz angulorum reliquoꝝ aut neutrū esse minorem recto.possibile enim est in eodem triangulo vt in triāgulo.a.b.c.lineam.g.c.eē equalē.b.c .z iō erit.a.c.ad vtrāqz eaꝝ vna proportio per.7.quinti.Nec tamē erunt trianguli.a.g.c. z.a. b.c. equianguli quāuis vnus angulus vnius sit equalis vni angulo alterius immo idem vt angulus.a. z proportio linee.a .c.ꝓut est latus magni ad.a.c.prout est latus pui sicut b.c.latus magni. ad.g.c. latus parui . vtraqz enim equalis : z hoc est ꝓpter hoc ꝙ angulus.g.minoris est maior recto:z angulus.b.maioris minor.Nam in omni triangulo duum equalium laterum vterqz angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

Propositio .8.

Si ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. fiet duo trianguli partiales toti triangulo z sibi inuicem similes.Unde etiam manifestum est quia in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad basim perpendicularis ducatur. erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis.Itemqz vtrūqz latus inter totam basim atqz sibi conterminalē basis portionem.

¶Sit trigonus.a.b.c.orthogonius eiusqz angulus.a.rectus a quo ducatur: a.d.

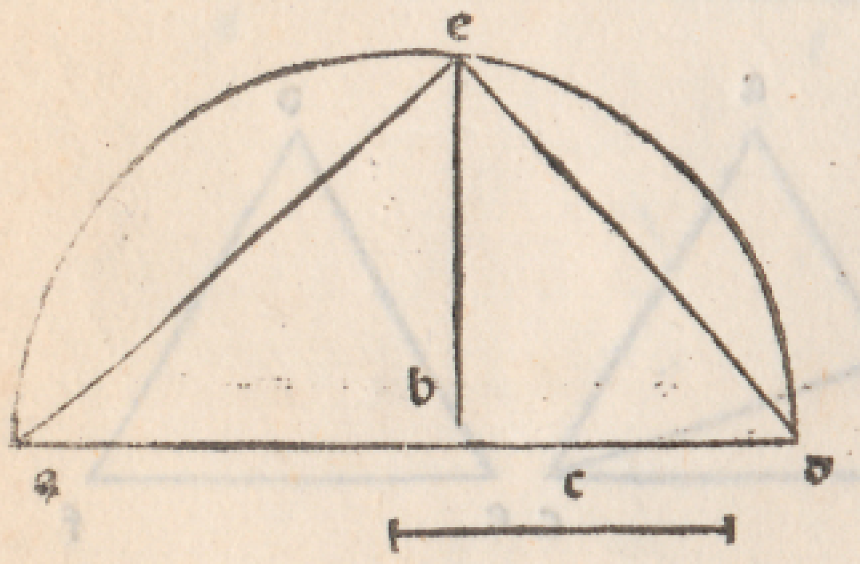


perpendicularis ad basim. dico ꝙ vterqꝫ duorum triangulorum partialium qui sũ a.b.d.a.d.c. similis est totali triangulo.a.b.c. ⁊ vnus eorum alteri. é enim vterqꝫ ipsorum equiangulus totali per.32.primi.eo ꝙ vterqꝫ est orthogonius ⁊ in vno angulo cõmunicat cum totali: quare ⁊ sibi inuicem sunt equianguli. ita ꝙ angulus b.est equalis angulo.d.a.c. ⁊ angulus.b.a.d. angulo.c. ⁊ duo anguli qui sunt.ad d.sibi inuicem ⁊ angulo.a.totali equales: quare per.4.huius latera equos eorum angulos respicientia. sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qḋ est propositum: vtrũqꝫ correl'.ex his euidenter apparet.

Propositio .9.

Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

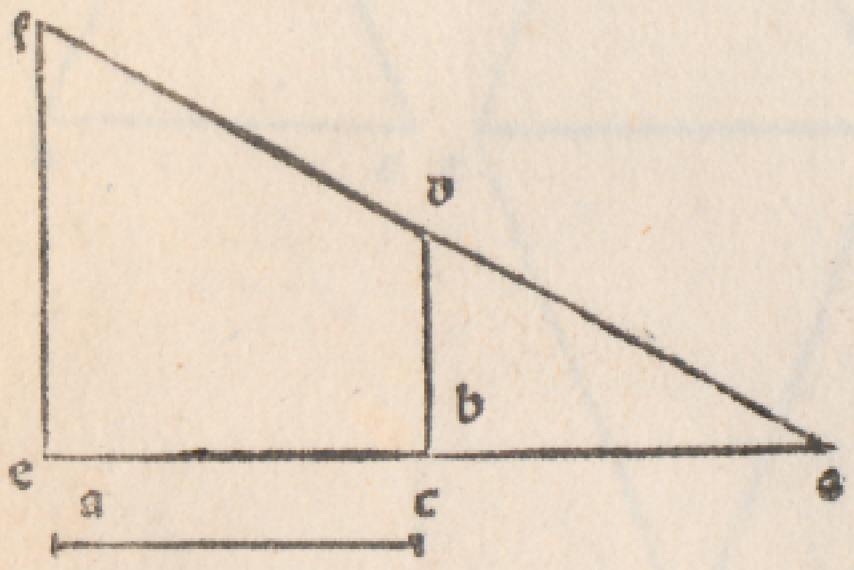
¶ Sint due linee proposite.a.b.⁊.c.inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earũ alteri sitqꝫ tota ex eis composita.a.d.ita ꝙ.b.d.sit equale.c.⁊ super totam describo semicirculum.a.e.d.⁊ produco .e.b. vsqꝫ ad circumferentiam perpendicularem ad lineam.a.d. dico lineam.b.e.esse quẽ querimus: produco enim lineas.e.a.⁊.e.d.eritqꝫ per.30.tertij angulus.e.totalis rectus: quare per primam partẽ correl'.premisse ꝓportio.a.b.ad.b.e.sicut.b.e.ad.b.d. qḋ est propositum.



Propositio .10.

Duabus lineis datis tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

¶ Sint due linee proposite.a.b.⁊.c.quibus volo tertiam in cõtinua proportionalitate subiungere: coniũgo lineam.c. angulariter vt cõtingit cũ linea.a.b.sitqꝫ.a.d.sibi equalis. ⁊ produco lineã.a.b.vsqꝫ ad.e.donec fiat.b.e.equalis.a.d.⁊ protracta linea.b.d.a puncto.e.duco lineã sibi equidistantemqꝫ ⁊ lineam.a.d.produco quousqꝫ concurrant in puncto. f. dico igitur lineam.d.f.esse quẽ querimus. est enim per secundã huius proportio.a.b. ad.b.e.sicut.a.d.ad.d.f.sed.a.b.ad.b.e: est sicut.a.b.ad.a.d. per.2.ptẽ.7.quinti: quare.a.b.ad.a.d.sicut.a.d.ad.d.f.qḋ est propositum. Qḋ si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam.ad quam sit proportio tertie sicut prime ad secũdaꝫ: ex prima ⁊ secũda fiat linea vna ⁊ toti cõposite tertia: angulariter adiungatꝰ ⁊ a cõmuni termio prime ⁊ secunde: ducatur linea ad extremitatẽ tertie: ⁊ ab altero termino secũde ducatꝰ huic linee equidistans: quousqꝫ concurrat cum tertia in cõtinuũ rectumqꝫ protracta: eritqꝫ per secundam huius linea qꝫ hec equidistãs abscindet que queritur: quẽadmodum si in hac figura fuerit prima.a.b.secunda.b.e. tertia.a.d.erit quarta.d.f.

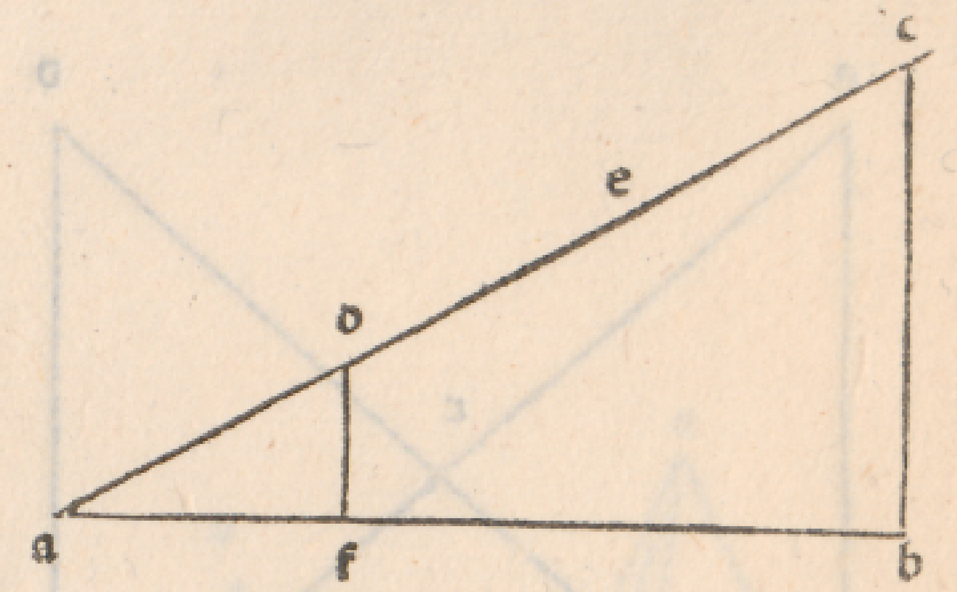


Propositio .11.

Ab assignata linea quotamcũqꝫ iubearis partem abscindere.

¶ Sit.a.b.linea assignata ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abscindere: coniungo ei angulariter vt contingit lineam indefinite quantitatis que sit .a.c.a qua reseco tres equas portiones.

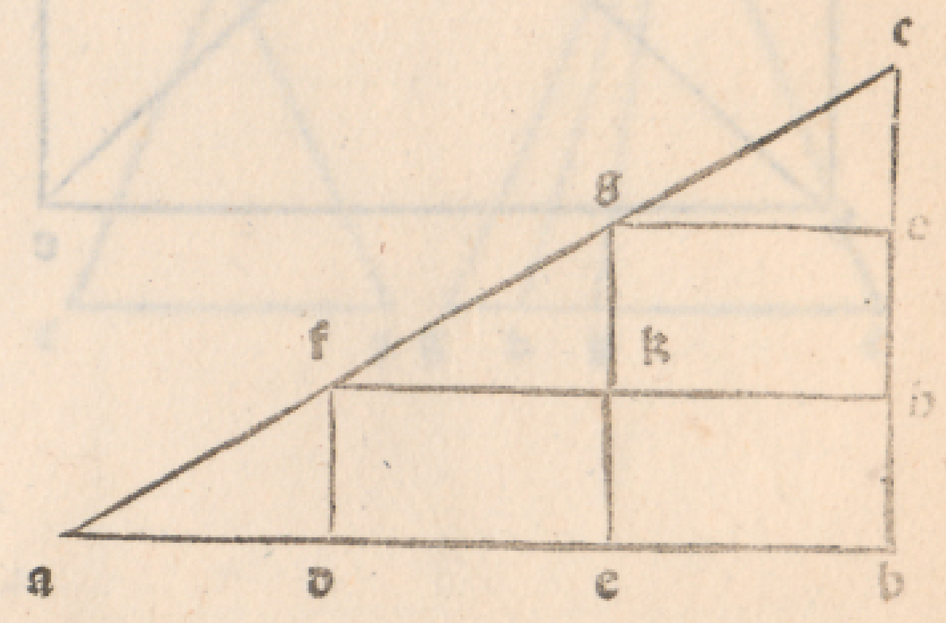
que sint a.d.d.e.⁊.e.c.⁊ produco lineas .c.b.⁊.d.f. sibi equidistãtes. dico.a.f. esse tertiam.a.b. est enim per secundam huius proportio.c.d.ad.d.a. sicut.b.f.ad.f.a quare coniunctim.c.a.ad.d.a. sicut.b.a.ad.f.a. cum igitur.c.a. sit tripla.ad. d.a. patet.a.f. esse tertiam.a.b. quod est propositum.



Propositio .12.

Duabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

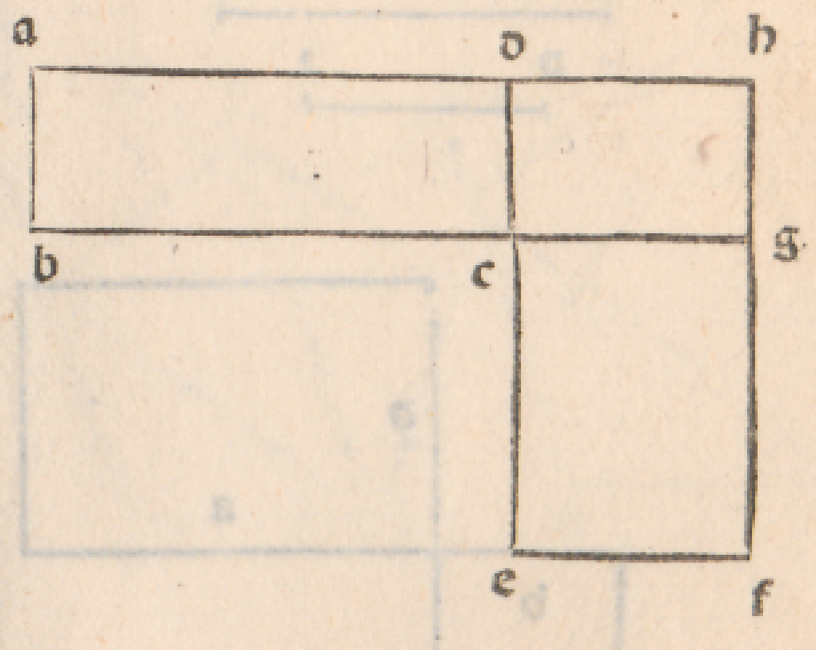
¶ Sint duo linee quas angulariter vt continget coniungam.a.b.⁊.a c. sitq̧z.a.b. diuisa in tres vel qualescũq̧z portiones signatis i ea punctis.d.⁊.e. volo secundũ easdem portiones diuidere lineam.a.c. cum igitur ipsas angulariter cõiũxero. protrahã lineã.b.c.⁊ equidistantes. ei.d.f.⁊.e.g dico istas equidistantes diuidere lineam.a.c. in partes proportionales partib⁹.a. b. protraham enim.f.h. equidistantez.a.b. que secet.e.g. in puncto.k. eritq̧z per secundã huius proportio.g.f.ad.f.a. sicut.e.d.ad.d.a.⁊.c.g.ad.g.f. sicut.h.k.ad.k f. quare ⁊ sicut.h.e.ad.e.d. per.34. primi.⁊ scd̃am partem.7. quinti qd̃ est ꝓpositũ Oportet autem secũdam huius totiens repetere quot erunt partes linee.a.b. minus vna. At vero.34. primi.⁊ septimi quinti minus duabus.



Propositio .13.

Si due superficies equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis equales fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia eẽ Si vero latera duos equos angulos cõtinẽtia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

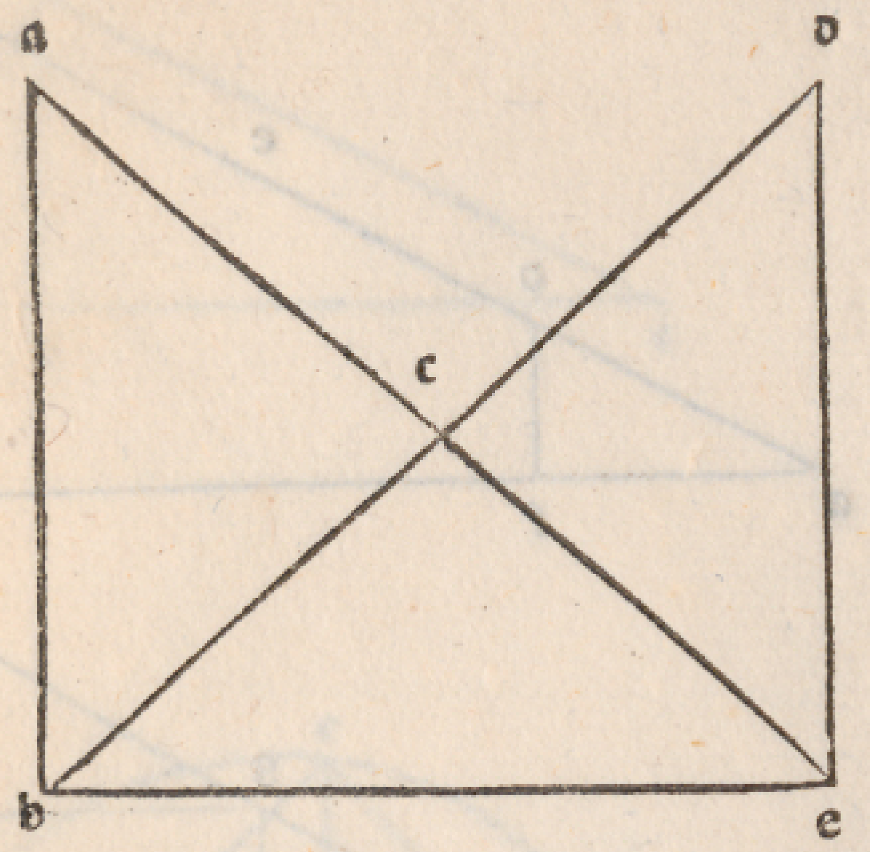
¶ Sint due superficies.a.b.c.d.⁊.c.e.f.g. equidistantium laterum ⁊ equales. sitq̧z angulus.c. vnius equalis angulo.c. alterius. dico ꝓportionẽ.b.c.ad.c.g. esse sicut e.c.ad.c.d.⁊ si ꝓportio.b.c.ad.c.g. fuerit sicut.e.c.ad .c.d. ⁊ predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantiũ laterũ esse equales. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum.c. vnius cum angulo.c. alteri⁹ ita q̧ duo latera earum que sunt.b.c.⁊.c.g. fiant linea vna ⁊eruntq̧z similiter duo reliqua latera.d.c.⁊.c.e. linea vna. alioquin sequeret̃ per presentem ypothe. que est angulum.c. vnius: esse equalem angulo.c. alterius.⁊ per.15. primi: partem eẽ equalem toti. cõplebo itaq̧z sup̃ficiem equidistantium laterum productis lineis.a.d.⁊.f g. quousq̧z concurrant in.h. eritq̧z per primam partem.7. quinti vtriusq̧z superficiei.a.c.⁊.c.f. ad superficiem.c.h. proportio vna: ⁊ quia per primam huius ꝓportio superficiei.a.c. ad sup̃ficiẽ.c.h. sicut linee.b.c. ad lineam.c. g. ⁊ superficiei. c.f. ad eandem superficiem.c.h. sicut e.c.ad.c.d. manifesta ẽ prima pars proposite cõclusionis. Scd̃a ps sic pz. p primã eni huius ẽ proportio.b.c.ad. c.g. sicut.a. c.ad c.h.⁊.e.c.ad.c.d. sicut.c.f.ad eandẽ.c.h. ⁊ q̃ positũ ẽ q̧ proportio.b.c.ẽ ad.c.g. sicut.e.c.ad.c.d. erit vtriusq̧z duaꝝ sup̃ficierũ.a.c.⁊.e.g. ad sup̃ficiẽ .c.h. vna proportio. ergo per primã partem.9. quinti.a.c. est equalis.c.f. sicq̧z patet scd̃a pars.



Propositio .14.

Si duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alteri⁹ equalis eq̃les fuerint: latera duos angulos equos continentia erunt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos cõtinentia fuerint mutekesia duo trianguli eq̃les

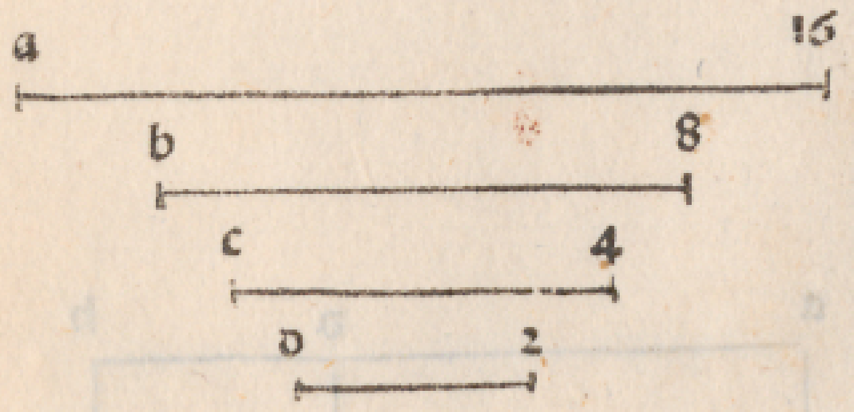
esse comprobantur.



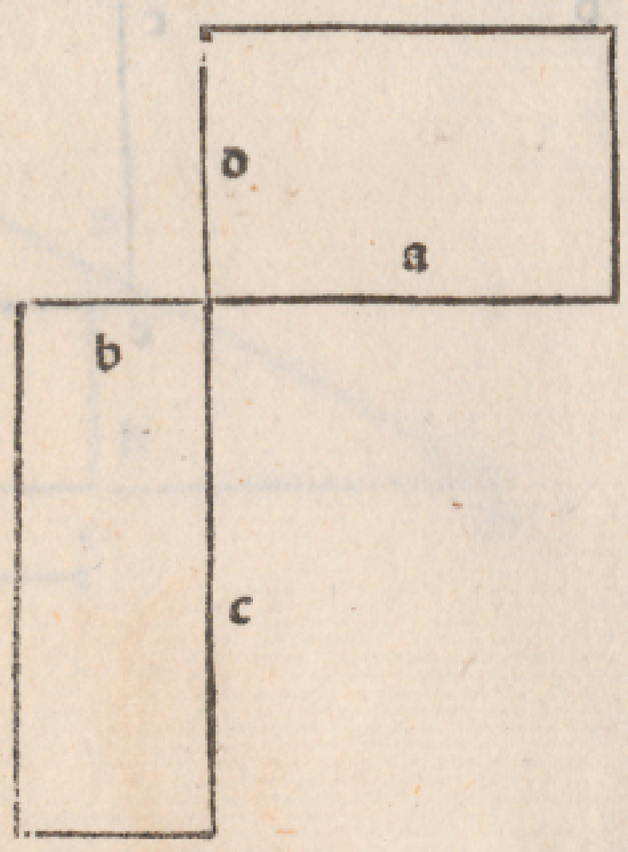
¶ Sint duo trianguli.a.b.c.c.d.e.equales: sitq; angulus.c.vnius equalis angulo c.alterius: dico proportionem.a.c.ad.c.e.esse sicut.d.c.ad.c.b.& si fuerit ꝓportio a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.& predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illos du/os triangulos esse equales: coniungam enim eos angulariter ita ꝙ latera.a.c.&.c.e.fiant linea vna.eruntq; similiter.b.c.&.c. d. linea vna. aliter sequeretur partem esse equalem toti.per.15.primi: & protraham lineam.b.e.eritq; per primam ptem 7.quinti vtriusq; dictoꝝ trianguloꝝ ad triangulum.c.b.e.proportio vna: & q: per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut.a.c.ad.c.e.& secundi eorum ad eũdem sicut.d.c.ad.c.b.manifesta est prima pars ꝓposite conclusionis. ¶ Secunda pars ecõuerso probatur.q: a.c.ad.c.e.est sicut primi trianguli ad triangulũ.b.c.e &.d.c.ad.c.b.sicut secundi ad eundem per primam huius: & quia positum est vt sit a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.erit vtriusq; dictorum triangulorum ad triangulũ.b.c.e.vna proportio: quare per primam ptem.9.quinti ipsi sunt equales. sicq; patet secunda pars.

Propositio .15.

SI fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima & vltima rectangulum continetur: equũ erit ei qḋ sub duabus reliquis. Si vero qḋ sub prima & vltima continetur equuz fuerit ei qḋ sub duabus reliquis continetur rectã/gulum: quatuor lineas proportionales esse conuenit.

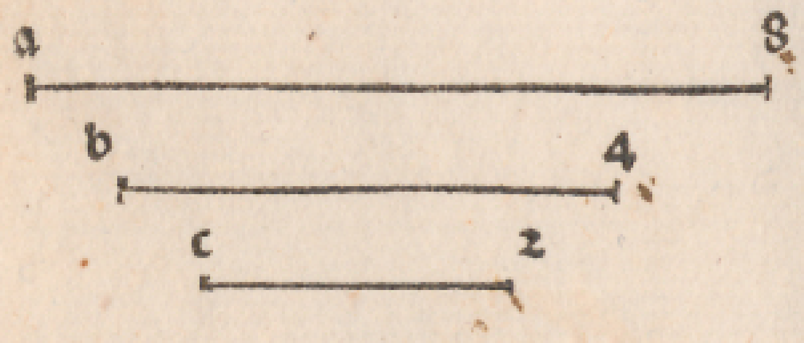


¶ Sint quatuor linee.a.b.c.d.proportionales: Sitq; proportio.a. ad.b .sicut.c. ad.d. dico ꝙ superficies contenta sub.a.&.d.equalis est superficiei contente sub.b &.c.& si superficies contenta sub.a.&.d.est equalis supficiei contente sub.b. &.c.dico ꝙ proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d. Fiant eni superficies contenta sub.a.&.d & superficies cõtenta sub.b.&.c. Si ergo est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. latera il larum superficierũ erunt mutekesia. sed & anguli ab eis contenti equales: q: vtraq; est rectoꝝ angulorũ: quare per scḋaz partẽ.13.huius ipsi sunt equales quod est primum. ¶ Scḋm patet per primam partem eiusdẽ. si enim ipse sunt equales. q: oẽs anguli earum sunt recti: latera earum erunt mutekesia: quare proportio.a.ad.b. sicut.c.ad.d.quod est secundum.



Propositio .16.

SI fuerint tres linee proportionales qḋ sub prima & ter/tia rectanguluz continetur: equũ erit ei qḋ a secunda quadrato describitur. Si vero qḋ sub prima & tertia continetur equum est ei quadrato qḋ a secunda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.

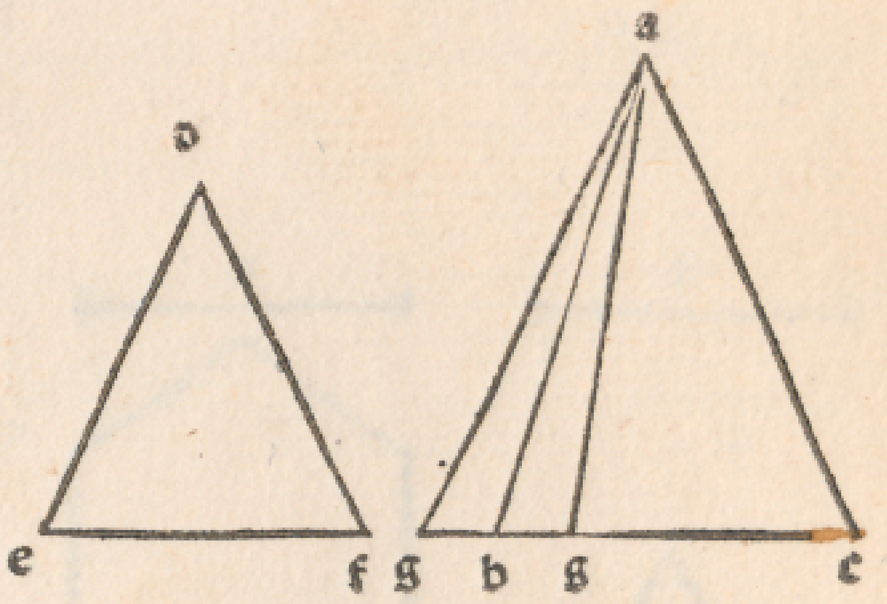


¶ Sit proportio linee.a.ad lineam.b.sicut linee.b.ad lineam.c.dico ꝙ superficies contenta sub.a.&.c.equalis est quadrato.b.& si superficies contenta sub.a.&.c.est equalis quadrato.b.dico ꝙ proportio.a.ad.b.est sicut.b.ad.c.hoc autem est eui/dens per precedentem posita alia linea que sit equalis.b.ita ꝙ.b.sit in ratione se/cunde & tertie.

Propositio .17.

SI fuerint duo triãguli similes proportio alterius ad alterũ est tanq̃z ꝓportio cuiuslibet sui lateris ad suũ relatiuũ latꝰ alteriꝰ duplicata. Manifestũ etiã ex hoc q꞉ omnium triũ lineaꝝ cõtinue ꝓportionaliũ quãta ẽ prima ad tertiã tanta erit supficies cõstituta sup primã ad supficiẽ cõstitutã sup scḋam. cũ fuerit ei similis in lineatione ⁊ creatione.

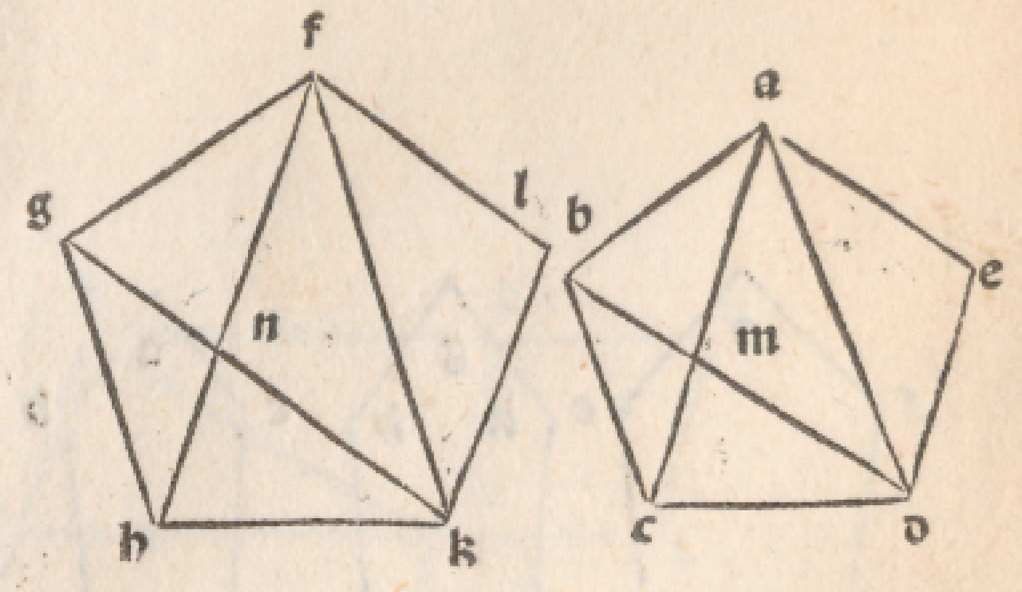
¶Sint duo trianguli.a.b.c.⁊.d.e.f.similes erũtq꞉ ꝑ diffinitionẽ equianguli ⁊ laterum ꝓportionalium. Sit ergo angulus.a.equalis angulo.d.⁊ angulus.b. angulo e.⁊ angulus.c.angulo.f.eritq꞉ proportio.a.b.ad.d.e.⁊.a.c.ad.d.f.sicut.b.c.ad.e f.dico q꞉ proportio trianguli.a.b.c.ad triangulum.d.e.f.ẽ sicut ꝓportio.b.c.ad.e f.duplicata. Subiũgaẗ enim ſm doctrinã.10.huius duabus lineis.b.c.⁊.e.f.tertia in continua proportionalitate que sit.c.g.ꝓtracta aut resecata.c.b.si.c.g.fuerit ea maior aut minor ⁊ producatur linea.g.a.eritq꞉ per scḋam partem.14.huius triangulus.a.g.c.equalis triangulo.d.e.f.propter id qḋ ꝓportio.a.c.ad.d.f.est sicut.e f.ad.c.g.⁊ angulus.c.equalis angulo.f.quare per scḋam partem.7.quinti trianguli.a.b.c.ad vtrũq꞉ illorum erit vna ꝓportio: sed per primã huius ꝓportio trianguli.a.b.c.ad triangulum.a.g.c.est sicut b.c.ad.g.c. At vero ꝓportio.b.c.ad.c.g sicut.b.c.ad.e.f.duplicata per.10.descriptionem quinti: ergo ꝓportio trianguli. a.b.c.ad triangulum.d.e.f.ẽ sicut proportio.b.c.ad.d.f.duplicata qḋ est ꝓpositum. Si autẽ.c.g.sit equalis.b.c.erit per scḋam ptem.14.huius triangulus.a.b.c.equalis triangulo.d.e.f.equalis autẽ ꝓportio cõponitur ex equali duplicata vel triplicata vel quotiensciũq꞉ sumpta. Istam eandẽ passionẽ possemus eodẽ modo ⁊ per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterũ similibus sumpta solũ.13.presentis loco.14. Non demonstrat autẽ eam.q꞉ per sequentem demõstratur vniuersaliter de omnibus supficiebus similibꝰ. Quare ꝑ corelˀ. q꞉ vniuersaliter ꝓponitur de omnibus supficiebus similibus nõdũ patet nisi de triangulis.s꞉ demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic ⁊ non in sequente quia est corelˀ.huius.non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua veritas manifestata est.non ex modo illius.



Propositio .18.

OMnes due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq꞉ numero equales. Estq꞉ ꝓportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata

¶Sint gratia exempli duo penthagoni. a.c. d.f.h.k. siles. dico q꞉ ipsi sunt diuisibiles in triangulos siles numero eq̃les.⁊ q꞉ ꝓportio alterius eorum ad alteꝝ ẽ sicut .a.b.ad.f.g.ꝓportõ duplicata. ducãẗ ei linee due.a.c.⁊.a.d.itẽq꞉ f.h.⁊.f.k.eritq꞉ ꝑ presentẽ ypothe: ⁊ ꝑ.6.huius triangulus.a.b.c. equiangulus triangulo.f.g.h.⁊ triangulus.a.e.d.triangulo.f.l.k. Similiter quoq꞉ per hãc cõem sciam. Si ab equalibus equalia demas que re.equa sunt: erit triangulꝰ.a.c.d.equiangulus triangulo.f.h.k. Nam ipsi penthagoni positi sunt equianguli. ⁊ lateꝝ ꝓportionaliũ: ⁊ q꞉ trianguli in quos diuiduntẽ sunt adinuicẽ equianguli: vt ꝓbatum est. erunt etiã ⁊ siles ꝑ.4.huius ⁊ diffinitionẽ similiũ supficieꝝ: quare cum ipsi sint numero equales patet primũ. ¶Scḋm sic. ꝓtrahanẗ.b.d.que secet.a.c.i puncto

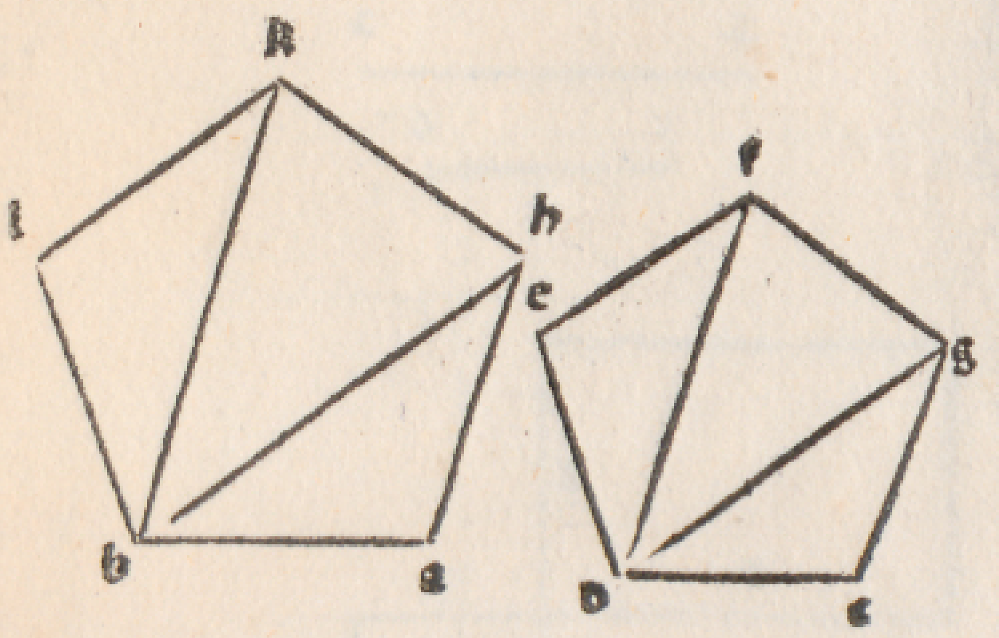


m.⁊.g.k.que secet.f.h.in puncto.n.eritqꝫ triangulus.b.c.d.equiangulus triangu lo.g.h.k.per.6.huius ⁊ pręsentē ypoth.quare ⁊ triangulus.a.b.m.triangulo .f.g. n.⁊.a.m.d.f.n.k.ergo ꝑ.4.huius proportio.b.m.ad.g.n.est sicut.a.m.ad. f.n.⁊ a.m.ad.f.n.sicut.m.d.ad.n.k.quare per.11.quinti.b.m.ad.g.n.sicut.m.d.ad.n. k.ergo ꝑmutatim.b.m.ad.m.d.sicut.g.n.ad.n.k.sed per primā huius.a.b.m.ad a.m.d.⁊.b.c.m.ad.c.m.d.sicut.b.m.ad.m.d.⁊ per eandē.f.g.n.ad.f.n.k.⁊.g.n h.ad.h.n.k.sicut.g.n.ad.n.k.ergo ꝑ.13.quinti.a.b.c.ad.a.c.d.sicut.f.g.h. ad.f. h.k.quare permutatim.a.b.c.ad.f.g.h.sicut.a.c.d.ad.f.h. k.eadē rōne ꝓbabis ꝙ ⁊ sicut.a.e.d.ad.f.l.k.ergo ꝑ.13.ꝑmi quiti toti⁹ pēthagoni ad totū pēthagonū sicut.a.b.c.ad.f.g.h.per ꝑmissam igitur est proportio penthagoni.a.c.d.ad pen/ thagonū.f.h.k.sicut ꝓportio.a.b.ad.f.g.duplicata qd̄ est ꝓpositū:ex quo rursus patet correl.precedentis. ¶Aliter pōt demōstrari scdm̄.cū eni trianguli i quos pe thagoni dividunt̄ sint adinvicem similes: erit per precedētem proportio.a.b.c.ad f.g.h.sicut.b.c.ad.g.h.duplicata.⁊.a.c.d.ad.f.h.k.sicut.c.d.ad.h. k.duplicata. ⁊.a.e.d.ad.f.l.k.sicut.d.e.ad.k.l.duplicata.quꝫ igitur omnes hee ꝓportiōes du/ plicate sunt equales propter hoc qd̄ positū est simplas esse equales:erit ꝑ.13.quin/ ti totius penthagoni ad totum penthagonum sicut lateris vnius ad suum relati/ uum.latus alterius proportio duplicata.

Propositio .19.

Supra datam lineam date superficiei similem superficiem describere.

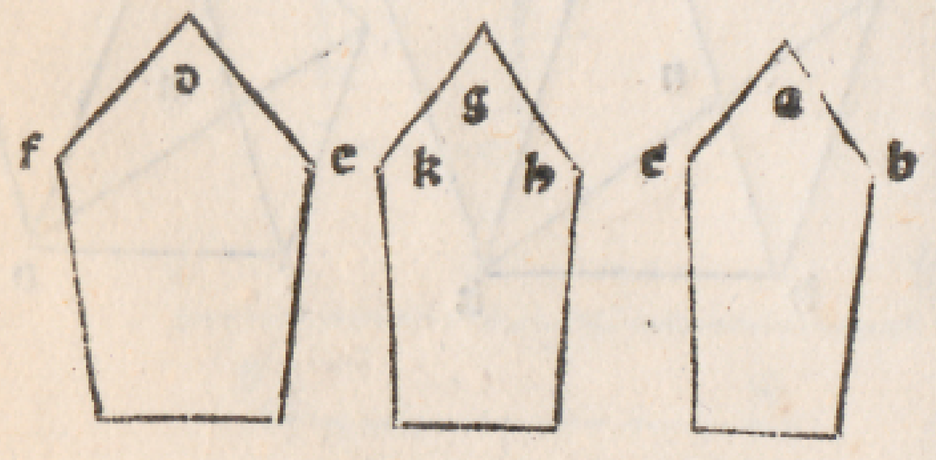
¶Sit data linea.a.b.supra quā volo constituere superficiem similē date suꝑficiei que sit penthagona:⁊ sit.c.d.e.f.g. divido hunc pētha gonū in triangulos ductis lineis.d.f.⁊.d.g.⁊ suꝑ punctū.a.cōstituo angulum equalē angulo.c.ducta linea.a.h.⁊ super punctū.b.constituo alium an/ gulum:qui sit.a.b.h.equalē angulo.c.d.g. ꝓtracta linea.b.h.quousqꝫ cōcurrat cū a.h.in pūcto.h.eritqꝫ per.32.primi angulus.a.h.b.equalis angulo .c.g.d. ⁊ ideo per.4.huius latera duoꝝ trianguloꝝ.g.c.d.⁊.h.a.b.ꝓportionalia:facio quoqꝫ an gulum.h.b.k.ducta linea.b.k.equalē angulo.g.d.f.⁊ angulum.k.b.l. ducta linea b.e.equalē angulo.f.e.d.⁊ angulum.b.h.k.ducta linea.h.k.equalē angulo.d.g.f. ⁊ angulum.b.k.l.ducta linea.k.l.equalē angulo.d.f.e.eritqꝫ perfectus penthago/ nus qui cōstituend⁹ erat suꝑ lineā.a.b. est eni equiangulus dato penthagono ꝓ/ pter equalitatē anguloꝝ trianguloꝝ in quos est vterqꝫ divisus sed ⁊ laterū ꝓpor/ tionaliū propter ꝓportionalitatē laterum ipsoꝝ trianguloꝝ que ex.4. huius evi/ denter apparet:quare per diffinitionem similium superficierū penthagonus con/ stitutus super lineam.a.b.est similis penthagono dato qd̄ est propositum.



Propositio .20.

Si fuerint vni superficiei similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

¶Sit vterqꝫ penthagonorum.a..b.c.d.e.f.similis penthagono.g.h k.dico eos esse similes sibi inuicem.Est enim vterqꝫ eorum equian/ gulus pēthagono .g.h.k.per cōuersionē diffinitiōis siliū superficieꝝ: quare sunt equianguli adinuicē.Similiter quoqꝫ ꝑ cōuersionē eiusdē diffinitionis

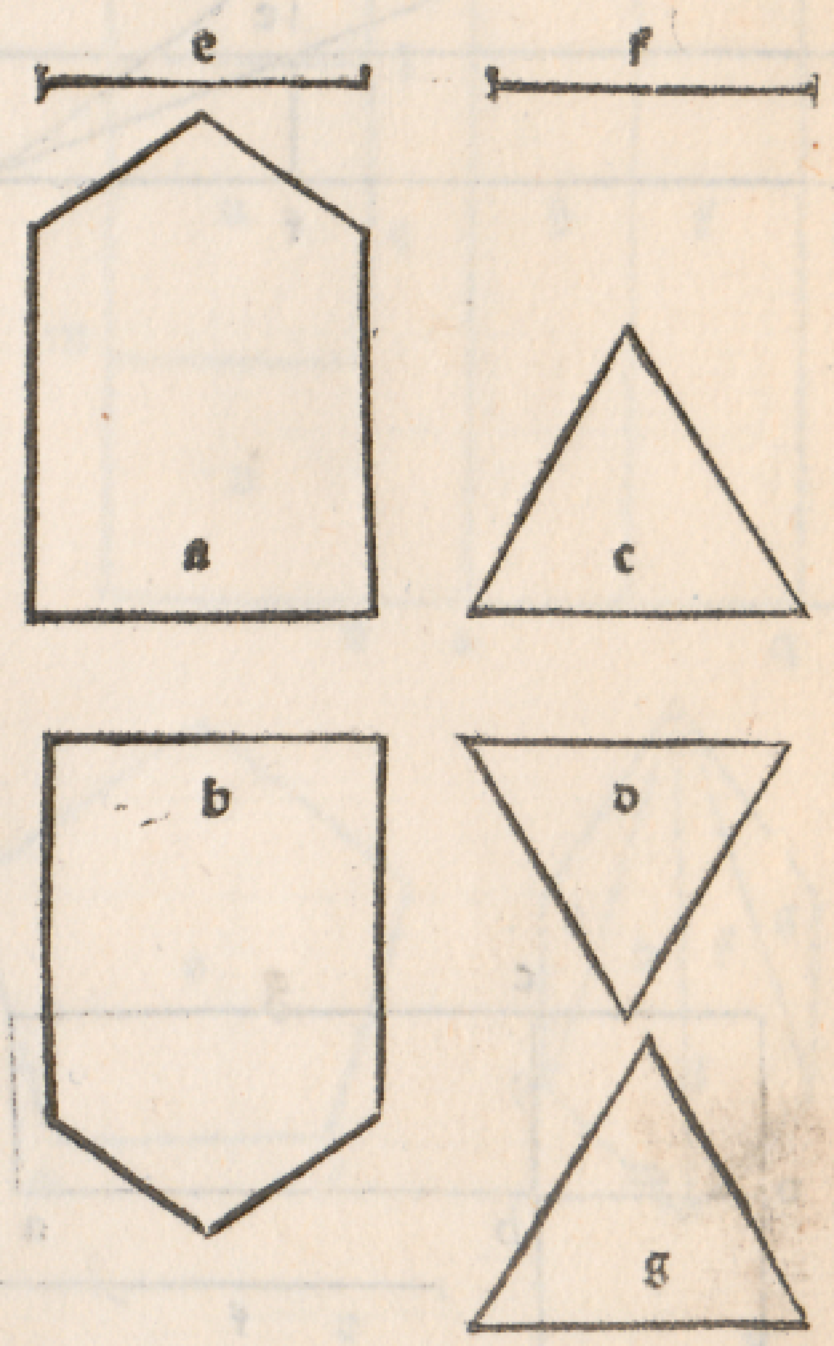


proportio.a.b.ad.g.b.sicut.a.c.ad.g.k.⁊.g.b.ad.d.e.sicut.g.k.ad.d.f. ergo per equam proportionalitatem.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f. eodem modo probabis reliqua latera penthagonorum.a.b.c.⁊.d.e.f.continentia equos angulos esse proportionalia.per diffinitionem itaqȝ similium superficierum ipsi sunt similes adinuicem.quod est propositum.

Propositio .21.

Si fuerint quotlibet linee proportionales atqȝ sup̄ binas ⁊ binas similes superficies designentur: ipse quoqȝ superficies erunt proportionales. Si vero super binas ⁊ binas similes superficies constitute fuerint ꝓportionales: ipsas quoqȝ lineas proportionales esse necesse est.

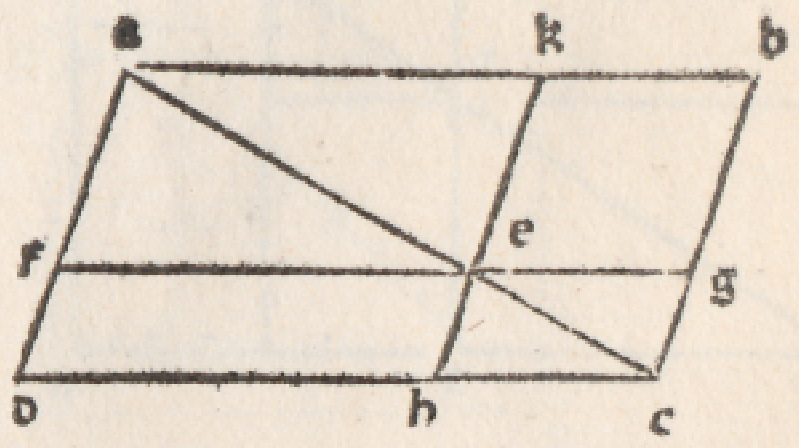
¶ Sint quatuor linee proportionales.a.b.c.d.sitqȝ proportio.a.ad.b. sicut.c. ad d.dico ꝙ si superficies similes constituantur super.a.⁊.b.vtpote duo penthagoni similes ⁊ alie similes constituantur super.c.⁊.d. vtpote duo trianguli similes: erit proportio penthagonorum sicut triangulorum. Q̄ꝺ si fuerint penthagoni similes ⁊ similiter etiā trianguli similes: fueritqȝ proportio penthagoni ad penthagonum: sicut trianguli ad triangulū: dico ꝙ erit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. Subiungat̄ enim lineis.a.⁊.b.e.⁊ lineis.c.⁊.d.f.in continua ꝓportionalitate: sicut docet.10.huius.eritqȝ per.22.quinti ⁊ per equā ꝓportionalitatē.a.ad.e.sicut.c.ad.f. quia ergo per corel̄.17.huius proportio penthagonorum: ē sicut.a.ad.e.⁊ triangulorum sicut.c.ad.f.erit proportio penthagonorum sicut triangulorum: ⁊ hoc est primū. ¶ Scd̄m sic patet. Sint duo penthagoni similes ⁊ duo trianguli sil̄es. sitqȝ proportio penthagonorum sicut triangulorum.dico ꝙ proportio.a.ad.b.ē sicut c.ad.d. Sit enim.c.ad.g.sicut.a.ad.b.hoc enim qualiter fiat.dictum est supra.10 huius.⁊ super.g.fiat sicut docet.19.huius.superficies similis illi que est constituta super lineam.c.eritqȝ per premissam similis ei que constituta est super lineam.d. eritqȝ etiam per primam partem huius.21.que proportio penthagoni.a.ad penthagonum.b.eadem trianguli.c.ad triangulum.g.sed eadem erat etiam trianguli.c.ad triangulum.d.ergo per secundam partem.9.quinti triangulus.d.est equalis triangulo.g. Et quia sunt similes: erit linea.g.equalis linee.d.per primam partem.17.huius cum super lineas.c.d.⁊.g.sint trianguli: vel per secundam partem 18.cum fuerint quelibet alie figure multiangule: equalitas eni nō ꝓducit̄ ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex eq̄li.erit itaqȝ c.ad.d.sicut.a.ad.b.quod est propositum.



Propositio .22.

Cuncte superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti paralellogramo atqȝ sibi inuicem sunt similes.

¶ Sit vt in paralellogramo.b.d.cuius diameter.a.c. consistant superficies.g.h.⁊.f.k.equidistātiū laterū.circa diametrū.dico eas eē sil̄es toti ꝑalellogramo ⁊ sibi īuicē.ē eni ꝑ scd̄a3 h⁹.b.g.ad.g.c.⁊.d.h.ad.h.c.sicut.a.e ad..e.c.ergo coniunctiȝ.b.c.ad.c.g.⁊.d.c.ad.c.h.sicut.a.c.ad.c.e. q̄re ꝑ.11.hui⁹ b.c.ad.c.g.sicut.d.c.ad.c.h.sed etiam sicut.a.b.ad.e.g.cū.a.b.sit eq̄lis.d.c.⁊.e. g.h.c.eodē modo erit.a.d.ad.e.h.sicut.a.b.ad.e.g.⁊.d.c.ad.h.c.quia ergo ista

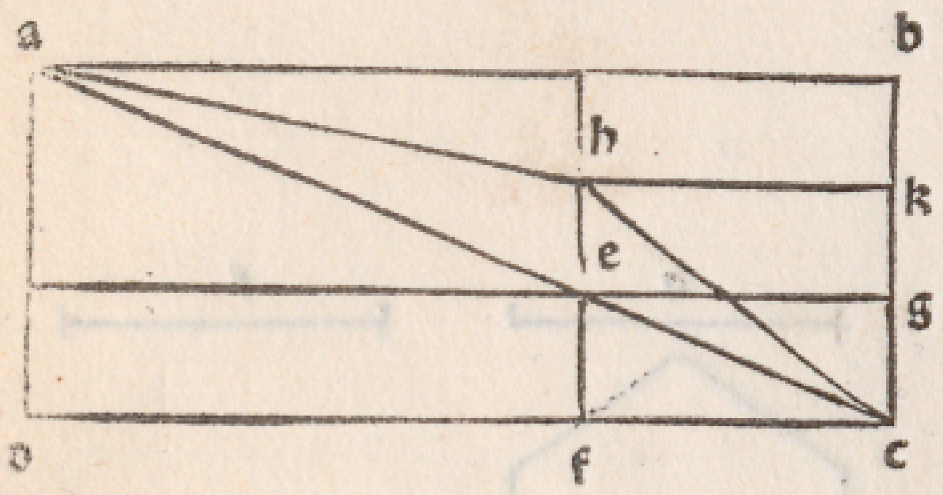


paralellograma sunt equiangula constat per diffinitionē similium superficierū.g.b. esse silē.b.d. Silr quoqȝ modo ꝓbat̄.f.k.eē silē eidē. ꝓpt̄ hoc ꝙ.b.a.ad.a.k.⁊.d.a ad.a.f.ē sicut.c.a.ad.a.e.ꝑ scḋaȝ bui⁹ ⁊ cōiūctā ꝓportionalitatē: q̄re ꝑ.20.bui⁹.f.k ē etiā silē.g.b.sicqȝ pȝ totū.

Propositio .23.

SI in suo spacio palellogramū partiale distinctum toti paralellogramo simile.atqȝ scḋm suū illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit.

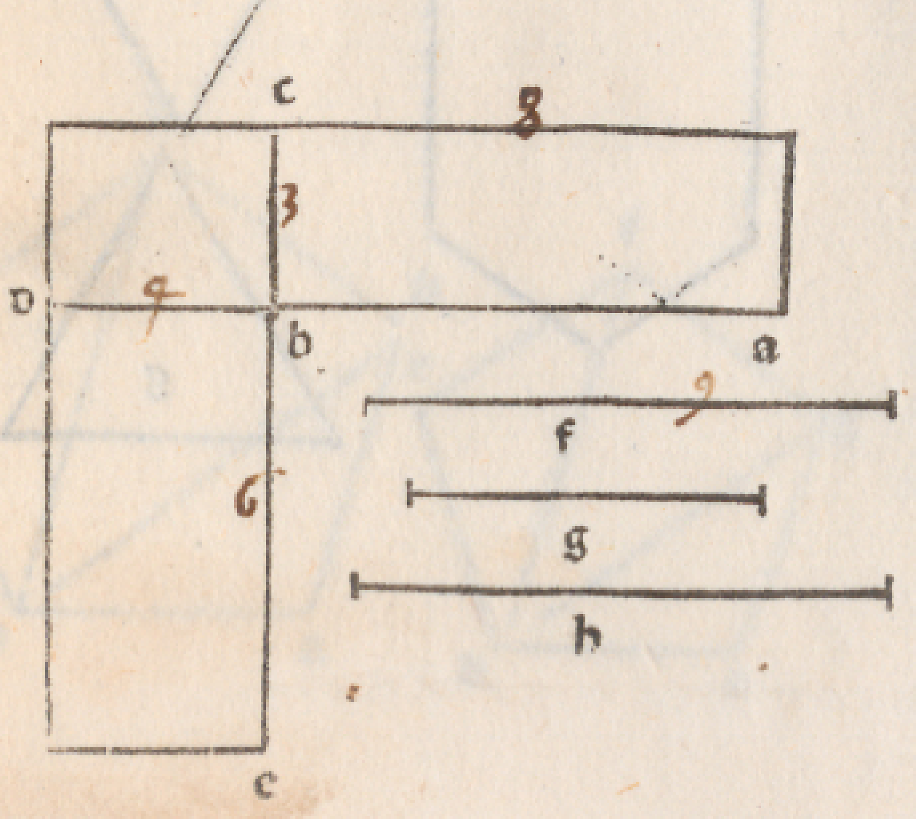
¶Sit ut in paralellogramo.b.d.sit distinctum paralellogramū.f.g. qḋ sit sibi simile.⁊ scḋm suū eē.i.participans cū eo in angulo.c. dico ꝙ paralellogramū.f.g.consistit circa diametrū paralellogrami .b.d.⁊. est hec conuersa precedentis.producā eni.a.e.c.que si fuerit diameter paralellogrami.b.d.cōstat propositum. Sin autem sit.a.b.c.diameter eius.⁊ ducat̄.b.k. equidistans.f.c.eritqȝ per premissam paralellogramū.f.k.simile palellogramo.b.d.ergo per conuersionē diffinitionis similium superficierū ꝓportio.b.c.ad.k.c.ē sicut.d.c.ad.f.c. sed per eandē cōuersionē dicte diffinitionis ꝓportio.b.c.ad. g.c.ē sicut.d.c.ad.f.c propter id qḋ palellogramum.f.g.positum est simile paralellogramo.b.d.ergo per 11.quinti proportio.b.c.ad.g.c.est sicut.b.c.ad.k.c.vtraqȝ eni est sicut.d.c.ad.f.c quare ꝑ secūdā ptē none quinti.g.c.est equalis.k.c.pars videlicet toti quod ē impossibile. Erit igitur.a.e.c.diameter palellogrami.b.d.quod est propositum.



Propositio .24.

OMnium duarum superficierum equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis ꝓportio alterius ad alteram ē que ꝓducitur ex duab⁹ proportionibus suorū laterū duos equos angulos ꝯtinentium

¶Sint due supficies equidistantiū laterū.a.c.⁊.e.d.sitqȝ angul⁹.b. vnius equalis angulo.b.alterius. dico ꝙ ꝓportio vnius ad alterā ꝓducta est ex proportione.a.b.ad.b.d.⁊.c.b.ad.b.e.disponā enim has duas supficies penitus sicut disposui eas in..13.huius.adiuncto ad vtrāqȝ palellogramo.c.d.⁊ ponam ut ꝓportio linee.f.ad lineā.g.sit sicut.a.b.ad.b.d.⁊.g.ad.h.sicut.c.b.ad.b.e.qualiter eni hoc fiat.dictum est supra.10.huius: eritqȝ per primā huius.⁊.11.quinti. a.c. ad.c.d.sicut.f.ad.g.⁊.c.d.ad.d.e.sicut.g.ad.h.quare ꝑ.22.quinti erit in equa ꝓportionalitate.a.c.ad.d.e.sicut.f.ad.h.⁊ quia.f.ad.h.producitur ex.f.ad.g. ⁊.g. ad.h.vt dictū ē in fine expositionis.11.diffinitōis q̄nti.erit ut.a.c.ad.d.e.ꝓducat̄ ex eisdē: q̄re cōstat ꝓpositū.

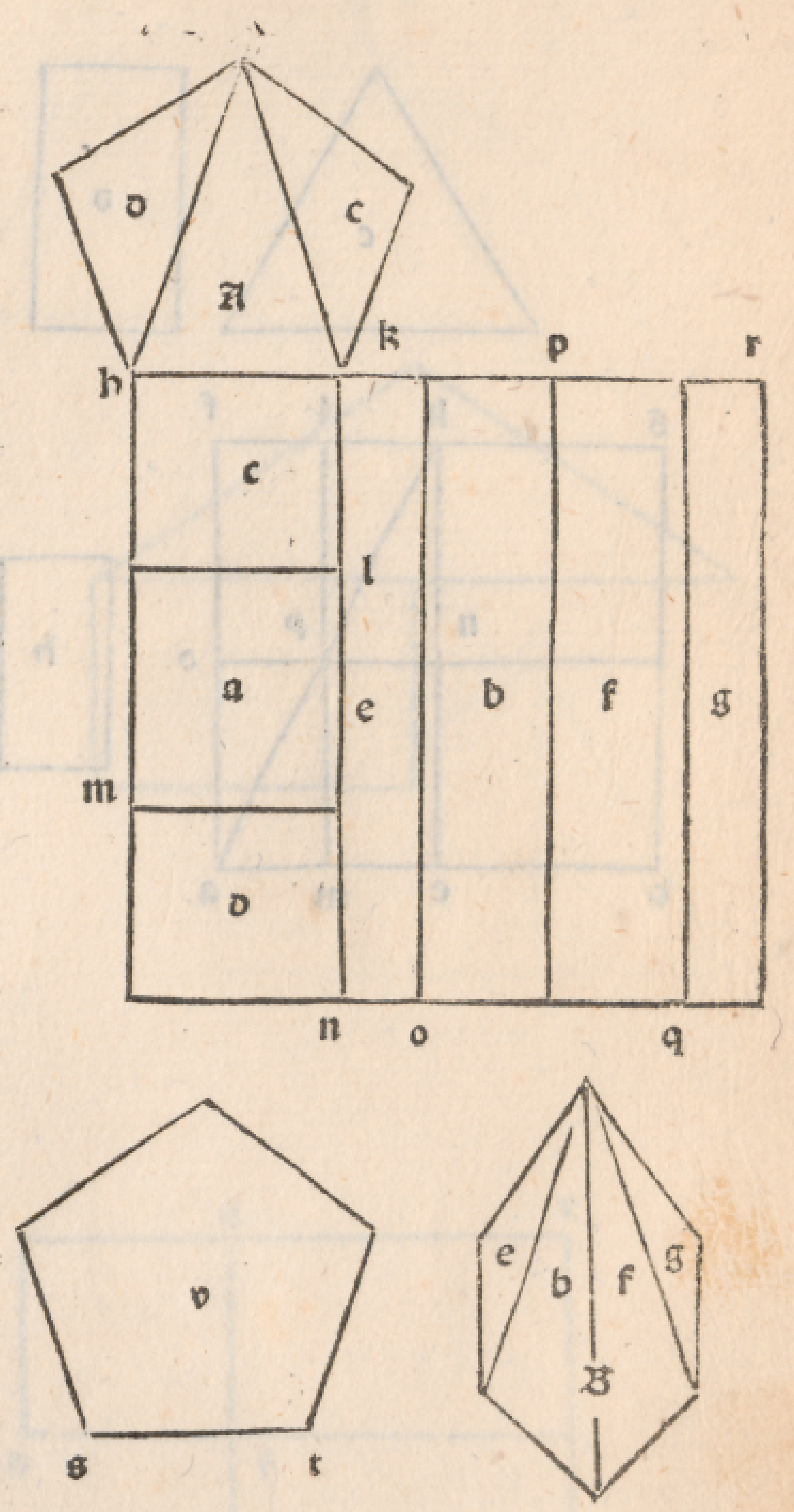


Propositio .25.

DAte supficiei similem alijqȝ ꝓposite equalem designare.

¶Sint ꝓposite due supficies rectilinee. A.penthagona. B.exagona. volo facere vnā supficiem silem.a.⁊ equalē.b.vtrāqȝ ꝓpositarū superficierū resoluo in triangulos. A quidē i triangulos.c.a.d. B.vero ī triangulos.e.b.f.g.⁊ sup basim superficiei.a.que sit.h.k.cōstituo secūdū doctrinā.44.primi superficiē equidistantium laterum rectangulam equalem c.que sit.h.l.⁊.l.m.equalem.a.⁊.m.n.equalem.d.ut sit tota superficies equidistātium laterum.h.n.constituta super basim .h. k. equalis penthagono.a. Eodem modo super lineam.k.n.que est ḃm latus huius superficiei constituo aliā superficiem rectangulā eq̄lem exagono.b.qȝ facio.k.o.equalem.e.⁊.o.p.equalē.b.⁊.p.q equalē.f.⁊.q.r.equalem.g.vt sit tota rectangula superficies.n.r.equalis exagono.

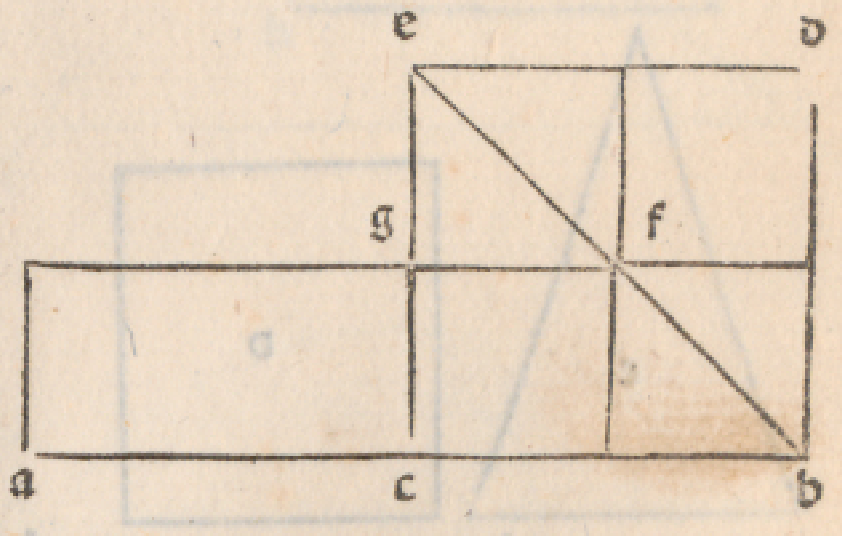
b.⁊ pono per.9.huius lineam.f.t.proportionalē inter lineam.b.k.⁊ lineā.k.r.⁊ super eam scd̄m doctrinam.19.huius constituo superficiem.v.similem superficiei a.dico ipsā esse quā querimus ⁊ equalem superficiei.b.cum eniꝫ tres linee.b.k.f.t.⁊.k.r.sint continue proportionales.⁊ super primā ⁊ secūdā sunt constitute superficies similes videlicet.a.⁊.v.erit per correl̄.17.huius.a.ad.v.sicut.b.k.ad.k.r.quare per primam huius sicut.b.n.ad.n.r.⁊ ideo per primam partem septime qnti sicut.a.ad.n.r.⁊ propter hoc per secundam partem eiusdem sicut.a.ad.b.itaqꝫ per scd̄am.partē.9.quinti.v.est equalis.b.qđ est propositum. ¶ Qđ etiā possum⁹ ex ꝑmutata ꝓportionalitate facile ꝓbare.quia cum sit.a.ad.v.sicut.b.n.ad.n.r.erit permutatim.a.ad.b.n.sicut.v.ad.n.r.⁊ quia.a.est equalis.b.n.erit.v.equalis n.r.quare.v.est etiā equalis.b.per hanc cōmunē scientiam:quecunqꝫ vni ⁊ eidem sunt equalia inter se sunt equalia.Nō est autē necessariū vt superficies.b.l.l.m.⁊.m.n.equidistantium laterum equales triangulis.c.a.d.aut sup̄ficies.k.o.o.p.p.q.⁊.q.r.equales triangulis.e.b.f.g.sint rectangule.sed ut angulus extrinsec⁹ superficiei.l.m.sit equalis angulo intrinseco superficiei.l.b.⁊ extrinsecus.m.n.intrinseco.m.l.Similiter quoqꝫ ut extrinsecus superficiei.k.o.sit equalis intrinseco superficiei.b.n.⁊ extrinsecus.o.p.intrinseco.k.o.sicqꝫ de ceteris.Cum eniꝫ sic fuerit erit vnaquaqꝫ linearum.k.n.⁊ sibi opposita.b.m.itemqꝫ.b.r.⁊ sibi opposita.n q.linea vna per vltimam partem.29.primi:⁊ per.14.eiusdem:quotiens oportuerit equaliter repetitas:propter id qđ omnes superficies.b.l.l.m.⁊.m.n.Itemqꝫ.k o.o.p.p.q.⁊.q.r.sunt equidistantium laterum ⁊ angulus extrinsec⁹ cuiusqꝫ sequētis est equalis intrinseco eā ꝑcedentis:quare due sup̄ficies.b.n.⁊.n.r.erunt equidistantium laterū ⁊ inter lineas equidistantes.⁊ equalis altitudinis.Cetera ergo argue vt prius:

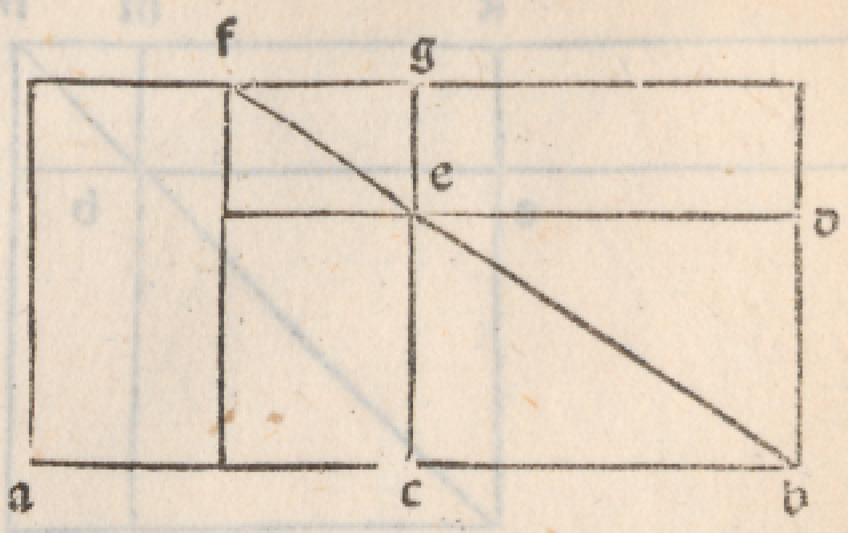


Propositio .26.

Super dimidiū date linee palellogramū designatum maius ē eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cōpletionē linee sil'e ⁊ sup̄ diametruꝫ consistens super dimidium collocati.

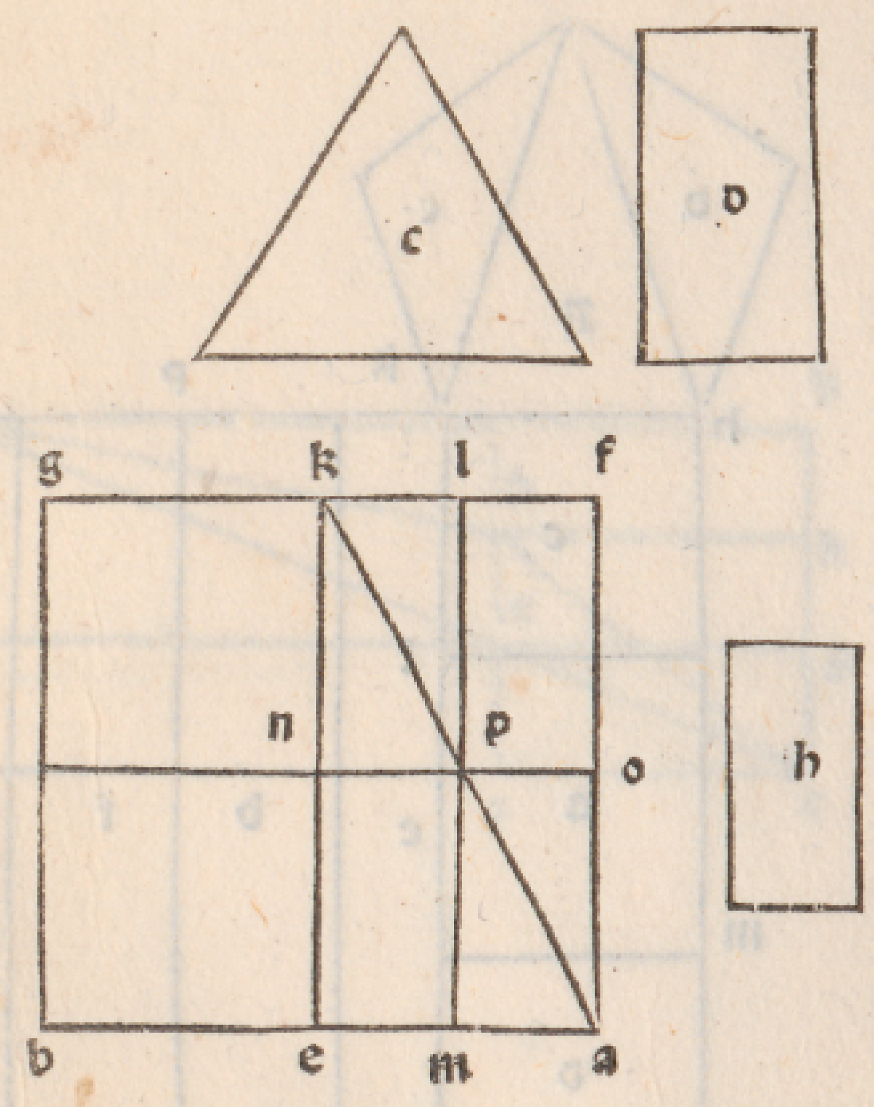
¶ Sit data linea.a.b.sup̄ cuius dimidiū.c.b.cōstituat̄ palellogramū c.d.cuius diameter.b.e.⁊ ad lineā.a.b.applicet̄ palellogramū.a.f.cuius vnū lat⁹ secet.e.c.in puncto.g.ita ꝙ ad cōplementū totius linee.a.b.desit sup̄ficies.f.b.q̄ sit similis sup̄ficiei.c.d.⁊ consistēs circa diametrū eius:dico tunc ꝙ palellogramū c.d.est mai⁹ palellogramo.a.f.Est eni ꝑ primā huius.a.g.equale.g.b.⁊ ꝑ.43.primi.c.f.equale.f.d.ergo per hāc cōmunē scientiam:si equalibus equalia addas.⁊c.erit gnomo cōstans ex tribus palellogramis q̄ sunt.c.f.f.b.⁊.f.d.eq̄lis palellogramo.a.f.quare palellogramū.c.d.ē maius palellogramo.a.f.i palellogramo.c.f.qđ ē propositū.Idē etiā eēt si sup̄ficies.a.f.fieret altior sup̄ficie.c.d.vt videre potes in secunda figura i qua etiā per primā huius.a.g.ē equale.g.b.demptis itaqꝫ vtriqꝫ duobus supplemētis superficiei.f.b.excedet palellogramū.c.d.palellogramum.a.f.in palellogramo.f.e.





Propositio .27.

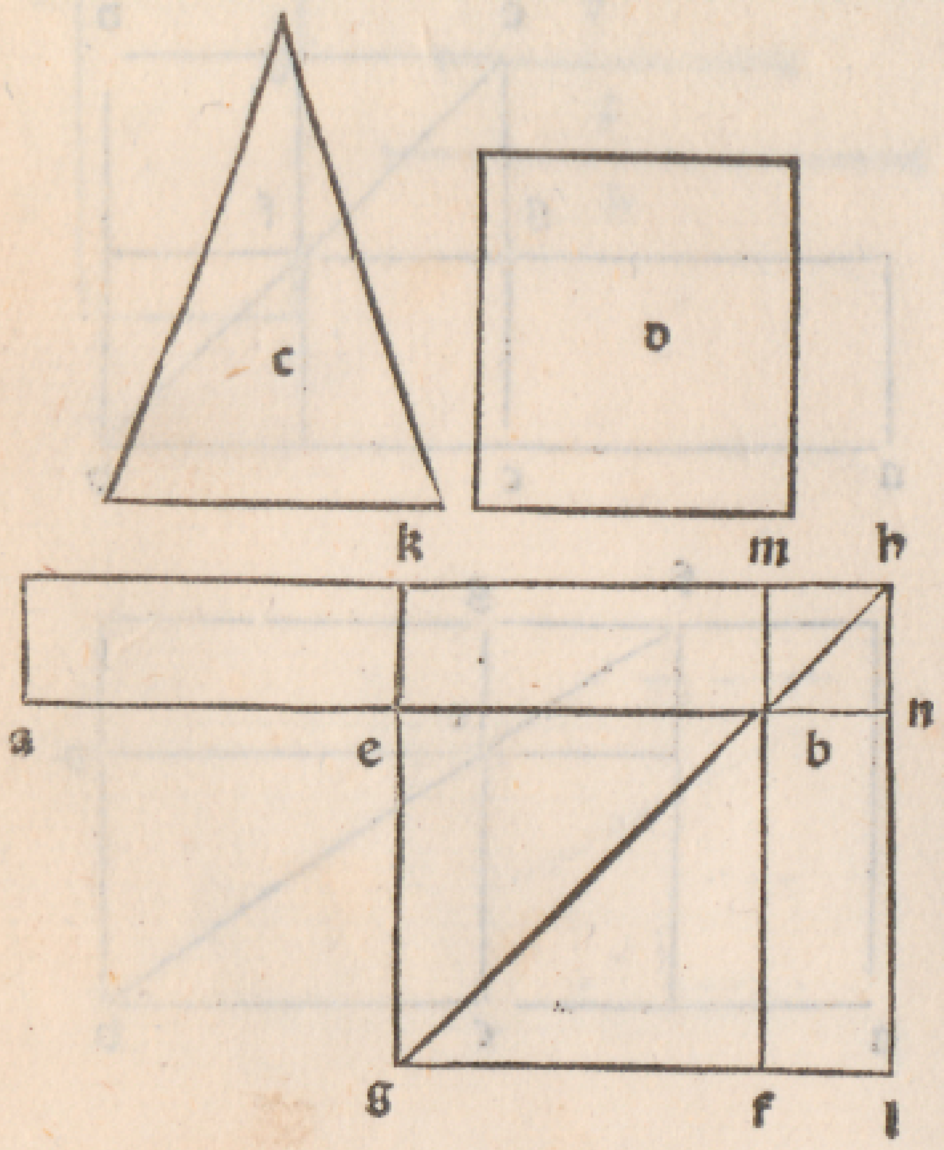
Trilatera superficie ꝓposita equū ei sup̄ quēlibet assignatā lineā palellogramū designare cui desit ad cōplēdā lineam alij sup̄ficiei ꝓposite sil'e palellogramū qđ scd̄m eiusdē suum esse paralellogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.



¶ Sit assignata linea.a.b.⁊ propositus triangulus.c.propositūq̨ palellogramum
d.volo super lineam.a.b.designare palellogramū equale triangulo.c. ita ꝙ desit
ad cōplendam lineam.a.b.paralellogramū simile.d.⁊ sit ita conditionatū. ꝙ tri/
angulus.c.non sit maior palellogramo simili.d.collocato sup̱ dimidiū linee.a.b.
alioquin ad impossibile laborare͂t per premissam. Diuido igitur lineā.a.b.per e/
qualia in puncto.e.⁊ secundum doctrinam.19.huius.super eius medietatem .e.b
constituo paralellogramu₃.e.f.simile:d. ⁊ complebo super totam lineam.a.b.pa
ralellogramū.b.g.quia igitur.c.non est maior paralellogramo. e.f. sed equalis ei
aut minor sicut positū est. Si fuerit ei eq̄lis.erit palellogramū.e.g:quale intendit
p̱.36.p̄mi coadinuāte p̄ma p̱te.9.⁊ p̱ diffinitionē siliū sup̱ficierū ⁊.20.hui⁹.Si aūt
mior sit mior in superficie aliq̄ cui eq̄lis ⁊ silis.d.fiat ƀm doc̄na₃.25.huius que sit
h.eritq̨.h.similis.e.f.per.20.huius.quare per conuersionem diffinitionis equian
gula sibi ⁊ proportionalium laterum:protrabam igitur in palellogramo.e. f.dia/
metrum.b.k.⁊ resecabo latera.k.f.⁊.e.k.superficiei.e.f.ad mensurā laterum sup̱/
ficiei.h.protractis lineis.l.m.⁊.n.o.equidistantibus lateribus superficiei.e. f.se/
cantib⁹ se in pūcto.p.vt sup̱ficies.k.p.sit equalis ⁊ similis sup̱ficiei.h.eritq̨ p̱.23.
huius punctū.p.in diametro.k.b.protracta itaq̨.o.n.vsq̨ ad.a.g.dico paralello
gramū.a.p.esse q̄le ꝓponit͂.Deest eni sibi ad cōplemētū linee.a.b.pallellogramū
p.b.qḋ per.22.⁊.20.huius est simile palellogramo.d. Sed ipsū etiā palellogramū
a.p.est equale triangulo.c.Est enim per primā huius.a.n.equale.n.b. ergo p̱.43.
primi: ⁊ hanc cōmunem scientia₃ :si equalibus equalia addas.⁊c.paralellogramū
a.p.est equale gnomoni.n.b.l.⁊ quia iste gnomo est equalis triangulo.c. propter
id qḋ paralellogramū.e.f.positum fuit esse maius triangulo.c.in paralellogramo
h.qḋ est equale paralellogramo.k.p.patetꝑpositum.

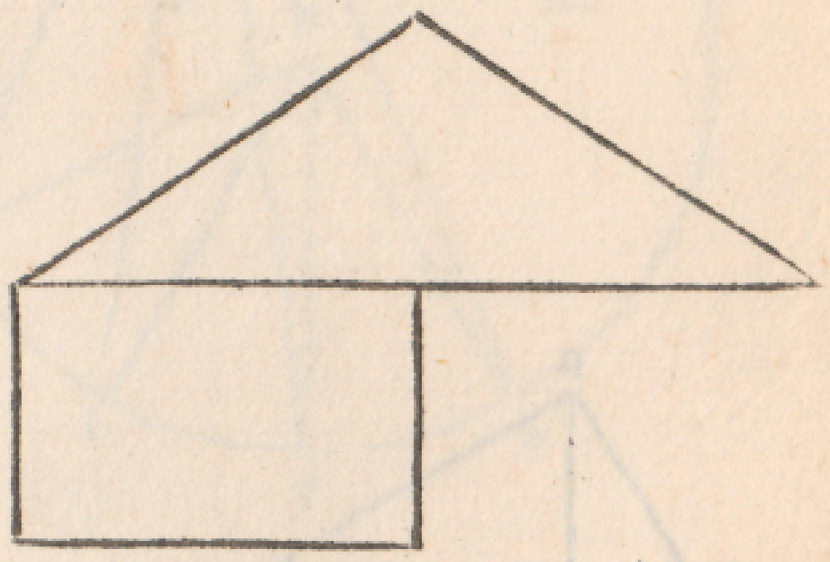
Propositio .28.

Super datam lineam date superficiei trilatere equum pa/
ralellogramum constituere .qḋ addat super cōpletionem
date linee superficiem equidistantium lateru₃ date super/
ficiei equidistantium laterum similem.



¶ Sit vt prius data linea.a.b.⁊ datus triangulus.c.datumq̨ para/
lellogramum.d.volo super lineam.a.b.constituere palellogramū equale triangu/
lo.c.qḋ addat super totam lineā.a.b.palellogramū simile.d.diuido lineam. a.b.p̱
equalia in puncto.e.⁊ super eius medietatem.e.b.facio.e.f.similem.d. ƀm qḋ do/
cet.19.huius. ⁊ ƀm doctrinam .25.huius.facio.k.l.cui⁹ diametrū.g.h. similem.d
⁊ equalem duabus superficiebus.e.f.⁊.c.eritq̨ per.20.huius.k.l.similis.e.f. sup̱/
posita igitur superficie.k.l.sup̱ficiei.e.f.ita ꝙ ābe cōmunicet in angulo.g.erit per
23.huius superficies.e.f.consistens circa diametrum superficiei. k.l. quare pūctū
b.est in diametro.g.h.cōplebo igitur palellogramū.a.h.qḋ dico esse quale ꝓpo/
nitur.qḋ cōstat ꝓtractis linea.f.b.vsq̨ ad.m.⁊ linea.e.b.vsq̨ ad.n.Est enim per
primam partem huius.a.k.equale.k.b.⁊ ideo per.43.primi ē etiā eq̄le.n.f. addi/
to ergo vtriq̨.e.h.erit p̱ cōe₃ sciam.a.h.equale gnomoni. e.h.f. sed iste gnomo ē
equalis triangulo.c.quia paralellogramū.k.l.positum fuit equale duab⁹ superfici
ebus.c.⁊.e.f.ergo palellogramū.a.h.ē eq̄le.c.⁊ addit ad cōplemētū linee.a.b.pa
lellogramū.m.n.ꝙ p̱.22.⁊.20.h⁹ ē sile palellogramo.d. q̄re ꝯstat p̱fectū esse quod

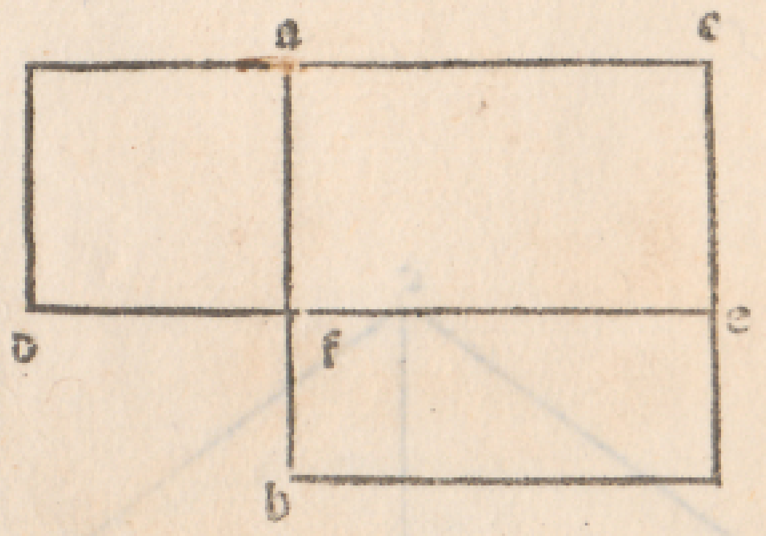
volumus. Possumus aũt ad lineã datã adiungere palellogramũ equale nõ solũ tri atlere superficiei posite. sed ⁊ cuilibet rectilinee figure proposite quecunqȝ ipsa fuerit cui desit ad cõplendã lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum proposite: sicut docȝ premissa obseruata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante premissam. vel ꝙ addat ad cõplendam lineam superficiẽ equidistantium laterum similem superficiei proposite: sicut proponit cõclusio presens. propositam enim superficiem cui equale parallellogramũ debet ad lineã datam adiungi. qȯ addat aut diminuat ad completionem linee parallellogramũ simile paralellogramo dato: resoluemus in triangulos. ⁊ ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totali superficiei proposite equalem. hoc autem qualiter fiat: ⁊ si scire volueris. require. 25. huius. dehinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum cõstituemus quẽ si. 44. primi diligenter inspexeris paralellogramo prius designato inuenies esse equalem: quare ⁊ superficiei proposite: huic ergo triangulo si equale paralellogramũ ad lineam datam adiunxeris qȯ addat ad complementum linee aut minuat paralellogramũ simile paralellogramo dato secundum ꝙ docet hic et premissa: quod propositum erat te pfecisse non dubites.



Propositio .29.

Quamlibet lineam propositam secundũ proportionem habentem medium. duoqȝ extrema secare.

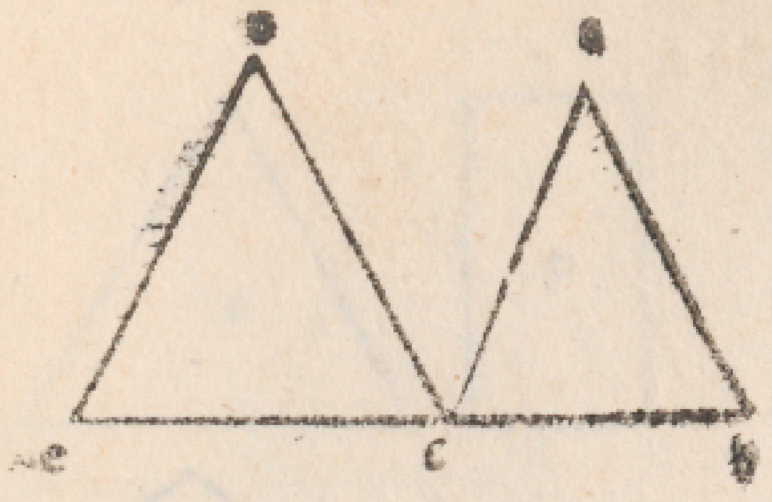
¶ Sit proposita linea. a. b. q̃ȝ volo diuidere secundũ proportionem habentem medium ⁊ duo extrema ex ipsa describo quadratum. b. c. ⁊ ad eius latus. a. c. adiungo ſm qȯ docet premissa paralellogramũ c. d. equale quadrato. b. c. ꝙ addat ad cõplementũ linee. a. c. paralellogramũ. a. d. ꝙ sit simile. b. c. sitqȝ latus palellogrami. c. d. qȯ equidistat. a. c. d. e. ⁊ secet lineam a. b. in puncto. f. dico lineã. a. b. esse diuisam in puncto. f. sicut proponitur: est enĩ a. d. quadratum propter id qȯ est simile. b. c. quare. a. f. est equale. f. d. sed ⁊. f. e. est equalis. a. b. propter id qȯ est equalis. a. c. per. 34. primi: ⁊ quia. c. d. equale. b. c. dempto vtrũqȝ. c. f. erit. a. d. equale. e. b. ⁊ angulus. f. vnius angulo. f. alterius. ergo per. 13. huius latera sunt mutekesia: ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ⁊ q̃r. e. f. est equalis. a. b. ⁊. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi: diuidatur enim. a. b. in puncto. f. ſm qȯ docȝ. 11. secundi: sitqȝ. e. b. qȯ continetur sub tota. a. b. ⁊ eius parte. f. b. ita ꝙ. f. e. sit equalis. a. b. ⁊. a. d. sit quadratum. a. f. est itaqȝ per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. qȯ restat arguere ut pri⁹: per. 13. huius. vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum qȯ docet. 11. secundi. qȯ fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partẽ 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secundã ad. f. b. tertiã per diffinitionem itaqȝ diuisa est. a. b. vt proponitur.



Propositio .30.

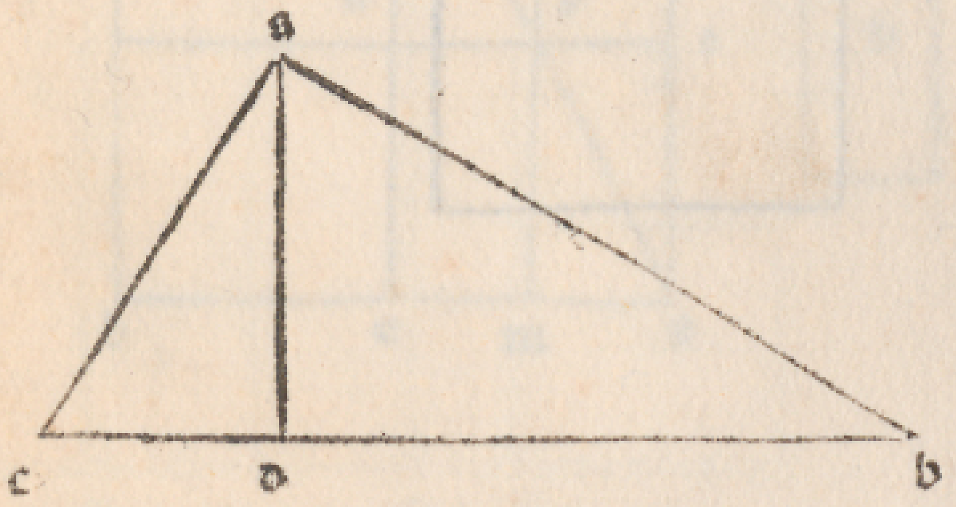
Si fuerint duo trianguli super vnũ angulũ cõstituti quorũ duo latera angulũ illuȝ continentia duobus alijs eorum lateribus equidistẽt. fuerintqȝ illa q̃tuor latera ſcdm equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super vnã lineam rectam cõstitutos esse necesse est.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. cõstituti sup angulũ. a. c. d. sitqȝ. a. c. equidistãs



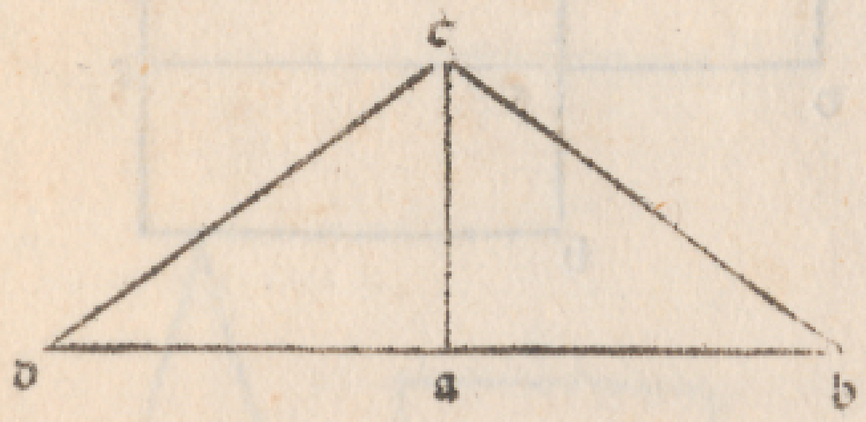
d.e.⁊.d.c.a.b..⁊ sit propoꝛtio.a.c.ad.d.e.sicut.a.b.ad.d.c.dico ꝙ due bases eo/rum.b.c.⁊.c.e.sunt linea vna.Est enim angulus.a.equalis angulo.d .quia vterqꝫ eoꝛum est equalis angulo.a.c.d.per primam partem.29.primi:igitur per p̄senté ypothe.⁊.6.huius ipsi trianguli sunt equianguli. ⁊ angulus. b. est equalis angulo d.c.e.⁊ angulus.a.c.b.angulo .e.quare per .32.primi:tres anguli qui sunt. ad.c. sunt equales duobus rectis:ipsi enī equant̄ tribus angulis vtriuslibet duoꝛum tri/angulorum:ergo p.14.primi.b.c.est linea vna:quod est propositum.

Propositio .31.

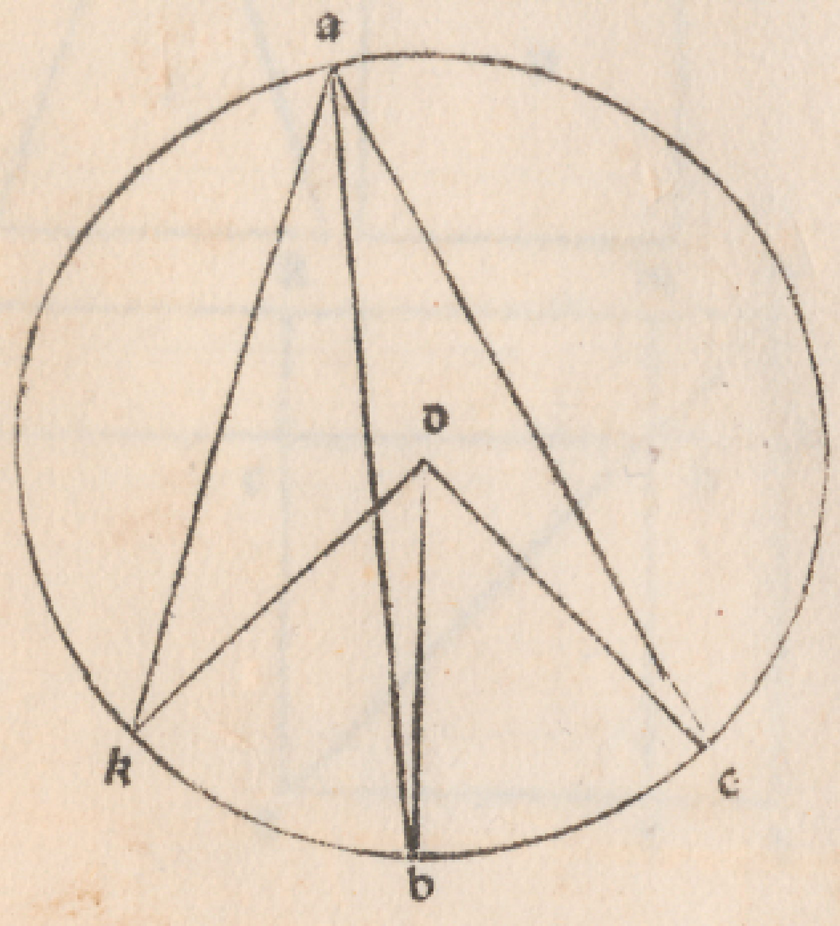


In omni triangulo rectangulo superficies lateris ꝙ sub/tenditur angulo recto equalis est superficiebus duoꝝ la/terum angulum rectum continentium pariter acceptis.cū fuerint similes ei in lineatione ⁊ creatione:

¶ Qd̄ proponit penultia primi de superficieb⁹ quadratis proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus .vnde hec est illa tāto vni/uersalioꝛ quāto superficies laterata q̄drato.¶ Sit itaqꝫ triangulus rectangulus.a b.c.cuius angulus.a.sit rectus.dico ꝙ superficies constituta super latus.b.c .est equalis duabus superficiebus constitutis super.a.b.⁊.a.c. cuꝫ omnes tres super/ficies fuerint similes in figura ⁊ situ:ducam perpendicularem.a.d.ad lineam.b.c. eritqꝫ per secundā partem correl̄.8.huius proportio.b.c.ad.c.a.sicut.c.a.ad.d.c. ⁊.c.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.d.b.Si itaqꝫ super quālibet triū linearum.b.c.c.a.⁊.a b.fiat sup̄ficies similis alijs in figura ⁊ situ.erit per correl̄.17.huius ꝓportio sup̄/ficiei cōstitute sup̄.b.c p̄mā.ad cōstitutā sup̄.c.a.scd̄aꝫ sicut.b.c.p̄me ad.d.c.t̄tiā ⁊ itē eiusdē sup̄ficiei cōstitute sup̄ b.c.p̄mā ad cōstitutā sup̄.a.b.scd̄aꝫ sicut.b.c. p̄me ad.d.b.t̄tiā ꝑ idē correl̄.q̄re ꝑ cōuersā ꝓportionalitatē sup̄ficiei.a.c.ad sup̄ficiē.c.b sicut.c.d.ad.c.b.⁊ silr̄ sup̄ficiei.a.b.ad sr̄ficiē.b.c.sicut .b.d.ad sr̄ficiē.b.c. ⁊ ponat̄ a.c p̄ma.⁊.c.b.scd̄a ⁊ q̄rta ⁊.c.d.sup̄ficies t̄tia.⁊.a.b. sup̄ficies quīta. ⁊.b.d. sup̄fi/cies sexta.⁊ arguat̄ ꝑ .24.quīti qd̄ proportio superficiei constitute super.b.c. ad. duas sup̄ficies constitutas super.c.a.⁊.a.b.simul.ē sicut.b.c.ad.c.d.⁊ .d.b.simul quia igitur .b.c.est equalis duabus lineis.c.d.⁊.d.b.simul sumptis .erit superfi/cies constituta super.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super.c.a.⁊.a. b.simul sūptis:qd̄ est ꝓpositū.¶ Cōuersam quoqꝫ huius possumus facile demon/strare per modū demōstrationis vltime primi.sit enī triangul⁹.a.b.c. sitqꝫ super/ficies constituta sup̄.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super duas line/as.a.b.⁊.a.c.sibi similibus.dico ꝙ angulus.a.est rectus:ponā enim angulū.c.a. d.rectū.⁊ lineā.a.d.eq̄lē.a.b.⁊ claudo sr̄ficiē ducta linea.d.c.eritqꝫ ꝑ hāc.31.sup̄fi/cies cōstituta sup̄ .c.d.eq̄lis duab⁹ cōstitut̄ sr̄ duas lieas.c.a.⁊.a.d.sibi silib⁹.q̄re etiā cōstitute sup̄.b.c.sibi sili.hec enī posita ē eq̄lis duabus cōstitutis sup̄.a.b.⁊.a c.sibi silibus:erit ergo linea.b.c.equalis.c.d.quare ꝑ.8.primi angulus. a. ē rectus qd̄ est propositum.



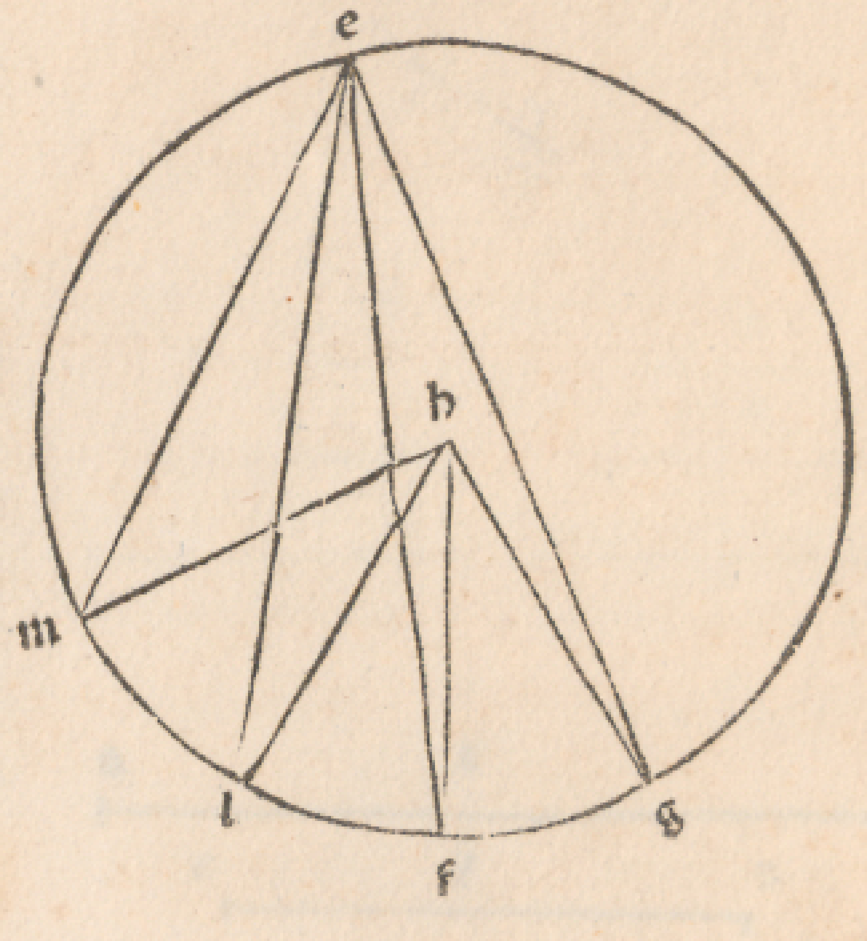
Propositio .32.



Si in circulis equalibus supra centrū siue supra circūferē/tiam anguli consistant .erit angulorum proportio tanq̄ꝫ proportio arcuū illos angulos suscipientium.

¶ Sint circuli.a.b.c.cuius centrū.d.⁊.e.f.g.cuius centrū.h. eq̄les: sup̄ quoꝝ centra fiant duo anguli.b.d.c.⁊.f.h.g.⁊ sup̄ eoꝝ circūferē/tias alij duo qui sint.b.a.c.⁊.f.e.g.dico ꝙ ꝓportio anguloꝝ tā eoꝝ q̄ sūt sup̄ cētra

q̃3 eorum qui super circũferentias: est sicut arcus.b.c.ad arcum.f.g.cõtinuabo enĩ illis duobus arcubus alios arcus equales.siue scðm eundẽ numerum:siue secundũ diuersos:sitq3 arcus.k.b.equalis.b.c.⁊ vterq3 duorum arcuum.l.m.⁊.f.l.equalis f.g.⁊ producam lineas.k.d.k.a.m.b.l.b.m.e.⁊.l.e. eruntq3 per.26.tertij anguli qui sunt ad.d.adinuicem equales.Similiter quoq3 ⁊ qui sunt ad.b.adinuicẽ equales.Idem etiam de his qui sũt ad.a.⁊ de his qui sũt ad.e. sicut igif arcus.k.c. est multiplex arcus.b.c:ita angulus.k.d.c.anguli.b.d.c.⁊ angulus.k.a.c.anguli.b.a.c.similiter sicut arcus.m.g.est multiplex arcus.f.g.ita angulus.m.b.g.anguli.f.b.g.⁊ angulus.m.e.g.anguli.f.e.g.sed si arcus.k.c.est equalis arcui. m.g. angulus k.d.c.est equalis angulo.m.b.g.⁊ angulus.k.a.c.angulo.m.e.g. ⁊ si maior maiores.⁊ si minor minores per.26.tertij.per diffinitionem itaq3 incontinue proportionalitatis proportio arcus.b.c.ad arcum.f.g.est sicut anguli.b.d.c. ad angulu3 f.b.g.⁊ sicut anguli.b.a.c.ad angulum.f.e.g.quod est propositum. Idem intellige in eodem circulo. Explicit liber sextus. Incipit liber septimus.

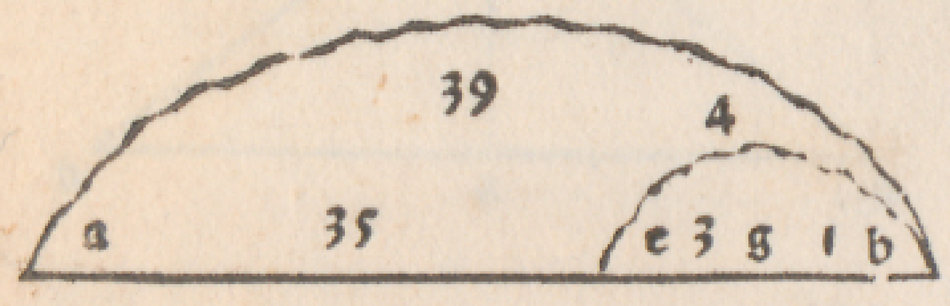


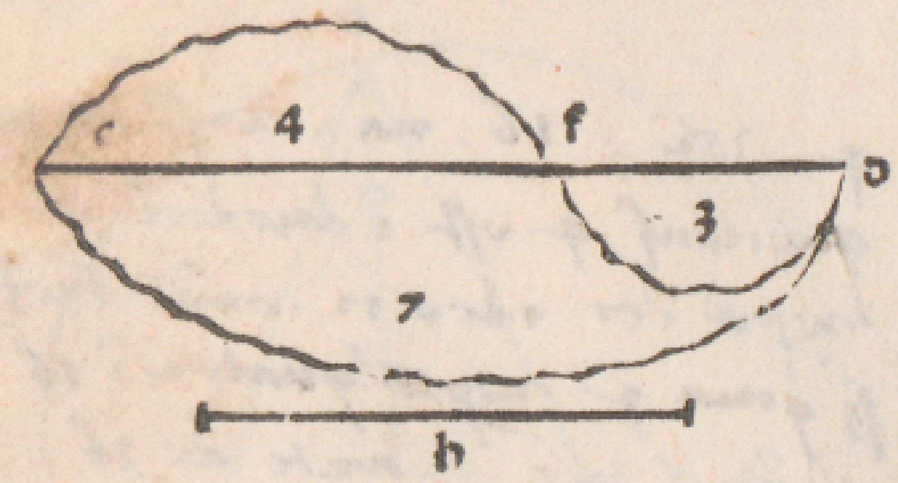
Vnitas est qua vna queq3 res vna dicitur. ¶ Numerus est multitudo ex vnitatibus cõposita ¶ Naturalis series numerorum dicitur in qua secundũ vnitatis additionem fit ipsorum computatio. ¶ Differentia numerorum appellatur numerus quo maior habũdat a minore. ¶ Numerus primus dicif qui sola vnitate metitur. ¶ Numerus compositus dicitur quẽ alius numerus metitur. ¶ Numeri contra se primi dicunf.qui nullo numero excepta sola vnitate numerantur. ¶ Numeri adinuicem compositi siue cõmunicantes dicuntur .quos alius numerus q̃3 vnitas metitur.nullusq3 eorum est ad aliũ primus. ¶ Numerus per alium multiplicari dicitur.qui totiens sibi coacervatur. quotiens in multiplicante est vnitas. ¶ Productus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. ¶ Numerus alium numerare dicitur qui secundũ aliquẽ multiplicatus illũ ꝓducit. ¶ Pars ẽ numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. ¶ Denominãs est numerus secũdũ quẽ pars sumif in suo toto. ¶ Similes dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. ¶ Prima.simpla numeri pars est vnitas. ¶ Quando duo numeri partem habuerint cõmunem tot partes maioris dicetur esse minor.quotiens eadem pars fuerit in minore.tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. ¶ Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod ẽ maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundũ ꝙ eũ continet ⁊ eius partem vel partes. ¶ Cum fuerint quotlibet numeri cõtinue ꝓportionales dicef ꝓportio primi ad tertiũ sicut primi scðm duplicata ad q̃rtũ vero triplicata. ¶ Cũ cõtinuate fuerit eedẽ vel diuerse ꝓportiones dicef ꝓportio primi ad vltimũ ex omnib⁹ cõposita.

¶ Denominatio dicitur proportionis minoris quidē numeri ad maiorem pars. vel partes ipsius minoris. que in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum ꝛ pars vel partes: prout maior superfluit. ¶ Similes siue vna alij eadem dicūtur proportiones que eandem denominationem recipiunt. Maior vero que maiorē. Minor autem que minorem. ¶ Numeri vero quoꝝ ꝓportio vna: ꝓportionales appellantur. ¶ Termini siue radices dicunt̄ quibus in eadē ꝓportione minores sumi ipossibile est. ¶ Petitiones sunt quatuor. ¶ Cuilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vl' multiplices. ¶ Quolibet numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorem. ¶ Seriem numerorum in infinitum posse procedere. ¶ Nullū numeꝝ in infinitū posse diminui. ¶ Cōmunes animi cōceptiones sunt decē. ¶ Omnis pars minor est suo toto. ¶ Quicunq3 eiusdē siue equalium fuerint eque multiplices: ipsi quoq3 erūt eq̄les. ¶ Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quorū eque multiplices fuerint equales: ꝛ ipsi etiam erunt equales. ¶ Omnis numeri pars ē vnitas ab ipso denominata. ¶ Omnis pars est minor que maiorē habet denominationē: maior vero que minorem. ¶ Quilibet numerus totus est ab vnitate. quota pars ipsius ē vnitas. ¶ Quicunq3 numer⁹ in vnitatem ducitur. seipsum producit. Unitas quoq3 in quēcūq3 ducta producit eundem. ¶ Quicunq3 numerus numerat duos: numerat quoq3 cōpositum ex illis. ¶ Quicunq3 numerus numerat aliquē: numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Quicunq3 numerus numerat totum ꝛ detractum: numerat residuum.

Propositio .1.

Si a maiore duorum numeroꝝ minor detrahatur. donec minus eo supersit. Ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur: Itēq3 a reliquo primo reliquū secundū quousq3 minus eo supersit: atq3 in huiuscemodi continua detractione nullus fuerit reliquus: qui autem relictum numeret vsq3 ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.





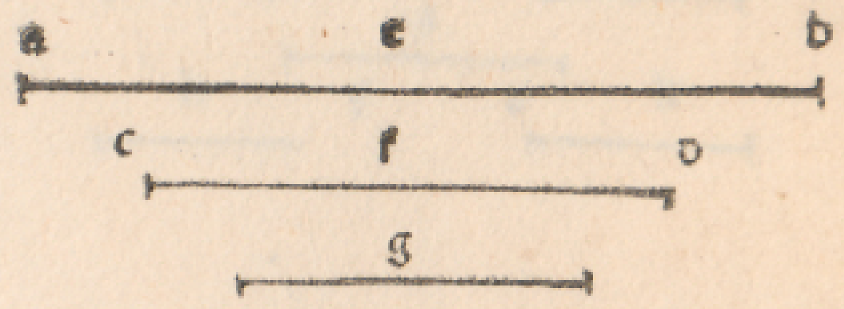
¶ Sint duo numeri. a. b. ꝛ. c. d. c. d. minor detrahaturq3. c. d. ex. a. b. quotiens potest: ꝛ sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c. d. detrahatur ꝛ ipse. e. b. ex. c. d. quotiens potest. sitq3 residuū. f. d. sed ꝛ. f. d. detrahatur ex. e. b. quotiens potest: ꝛ si residuum. g. b. ꝙ sit vnitas. dico tunc duos numeros. a. b: ꝛ. c. d. esse contra se primos. Si enim sunt cōpositi numerabit eos cōmuniter per diffinitionē aliquis numer⁹ preter vnitatem qui sit. h. ꝛ quia. h. numerat. c. d. numerabit. a. e. per penultimā cōceptionē: ꝛ quia idem numerat. a. b. numerabit etiam. e. b. per vltimā cōceptionē. ergo ꝛ. c. f. per penult̄. quare ꝛ. f. d: per vltimā. ergo ꝛ. g. e. per penult̄. ergo ꝛ. g. b. ꝑ vlt̄. ꝛ quia. g. b. est vnitas. sequit̄ numerum esse partē vnitatis vel sibi equalem: quod est impossibile: erunt igitur. a. b ꝛ. c. d. contra se primi quod est propositum. ¶ Qd̄ si duo numeri. a. b. ꝛ. c. d. sint contra se primi. non erit in hac mutua detractione status anteq̄3 ad vnitatem ꝑueniatur. Et est istud conuersum eius ꝙ auctor proponit. Si autē in hac mutua

detractionē fuerit status anteq̄ȝ perueniatur ad vnitatem: sit vt .g.b. sit numerus que detrahatur ab .f.d. ⁊ nihil sit residuū. igitur .g.b. numerat .f.d. ergo p̄ penul᷑. concept. numerat ⁊ .e.g. ⁊ quia etiam numerat se ipsū numerabit p̄ antepenul᷑. cō cept. totum .e.b. ergo per penul᷑. numerat .c.f. sed ostensum est prius ꝙ numerat .f d. ergo per antepenul᷑. numerat totum .c.d. quare p̄ penul᷑. numerat .a.e. ⁊ qꝛ ostē sum est prius ꝙ etiā numerat .e.b. sequitur per antepenul᷑. vt etiam numeret .a.b. quia igitur numerus .g.b. numerat vtrūq̄ȝ duoꝝ numeroꝝ .a.b. ⁊ .c.d. numeri .a.b ⁊ .c.d. sunt cōpositi: nō igitur contra se primi qd̕ est contra ypothe. ¶ Per hanc er go viam propositis quibusq̄ȝ duobus numeris inuestigamus vtrū ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniat᷑ ad vnitatem. ipsi sunt con tra se primi. Si autem sit status anteq̄ȝ perueniat᷑ ad vnitatē ipsi sunt compositi.

Propositio 2

PRopositis duobus numeris adinuicem compositis maxi mum numerum cōmunem eos numerante inuenire. Vn̄ manifestum est quia omnis numerus duos numeros nu merans numerat numeꝝ maximum ambos numerantem.

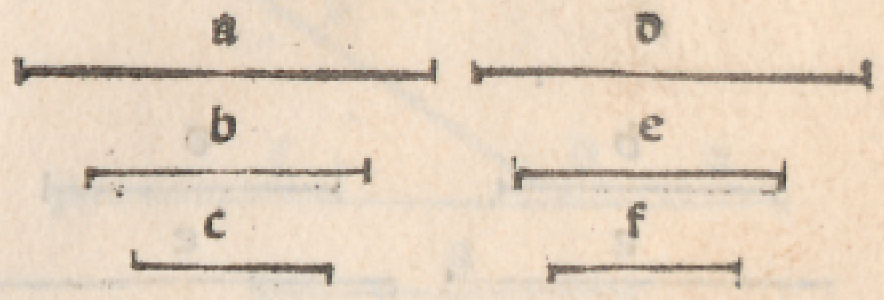
¶ Sint duo numeri cōpositi .a.b. ⁊ .c.d. mioꝛ .c.d. qꝛ ḡ numerat eos cōmuniter aliquis numerus p̄ diffinitionē. volo inuenire maximū numerū eos cō muniter numerātē. ſm modū ⁊ similitudinē prioris: minuo miorē de maiori quo ad possum. videlicet .c.d. de .a.b. ⁊ sit residuū .e.b. itemq̄ȝ .e.b. de .c.d. quoad pos sum. ⁊ sit residuū .f.d. ⁊ quia huius diminutio nō pōt fieri īfinities per vltimā pe titionem: nec pōt etiā ad vnitatē peruenire in proposito per precedentē. quia tunc essent numeri ꝓpositi cōtra se primi. qd̕ est contra ypoth. sit ut cū detraxero .f.d. ex .e.b. quoad potero ꝙ nihil sit residuū. dico tunc .f.d. esse maximū numerum nu merantē .a.b. ⁊ .c.d. Qd̕ eni numeret eos patet per penul᷑. ⁊ antepenul᷑. cōcep. al ternatim quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedē tis. Numerat eni .f.d. e.b. qꝛ cum ab ipso detrahitur quoad potest nihil fit residuū ergo ⁊ .c.f. per penul᷑. cōcep. ergo ⁊ .c.d. p̄ antepenul᷑. quare ⁊ .a.e. per penul᷑. igitur ⁊ .a.b. per antepenul᷑. Qd̕ aūt nullus maioꝛ .f.d. numeret .a.b. ⁊ .c.d. sic patet. Si enim fieri potest: sit numerus .g. maioꝛ .f.d. numerās vtrūq̄ȝ duoꝝ numeroꝝ .a.b. ⁊ .c.d. quia igitur .g. numerat .c.d. numerabit per penul᷑. concep. a.e. ⁊ qꝛ nume rat .a.b. numerabit per vltimā .e.b. ergo per penul. numerat .c.f. ⁊ quia etiam nu merat .c.d. numerabit per vlt᷑. f.d. maioꝛ videlicȝ minorē: quod est impossibile. Ex hoc scd̕o ꝓcessu liquet correl᷑.

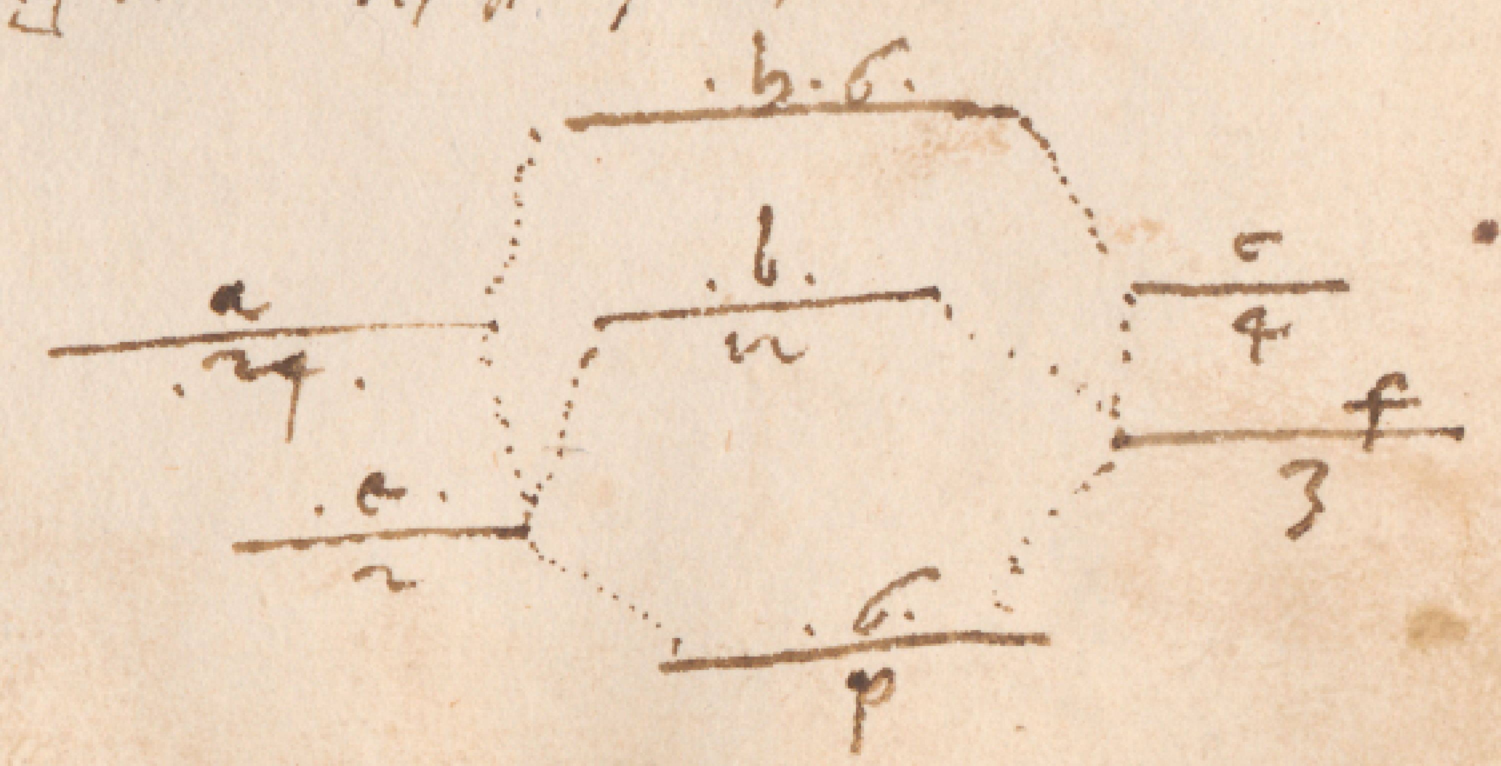


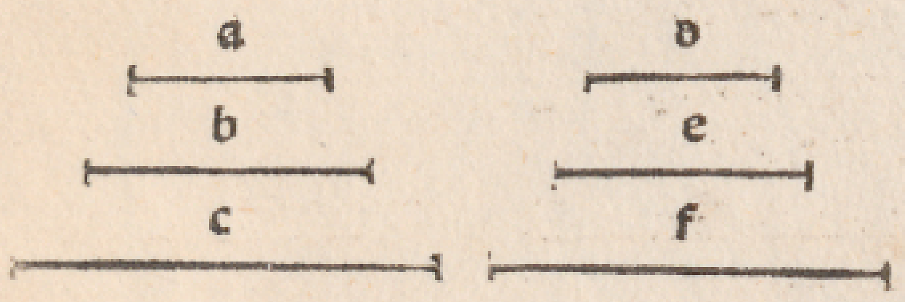
Propositio

PRopositis tribus numeris adinuicem cōpositis maximū numeroꝝ eos cōiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̄ȝ hanc tertiā cōclusionē demōstremus: demōstrandū arbi tramur ipsiꝰ an̄s: videlicet ꝓpositis tribus numeris qualiter poteri mus certificare an ipsi sint adinuicē compositi. ¶ Sint itaq̄ȝ tres nu meri .a.b.c. de quibus volo videre vtrū ipsi sint adinuicē cōpositi. per primā igitur inquiro an duo primi qui sunt .a. ⁊ .b. sint adinuicē p̄mi: qd̕ si sic nō erūt .a.b.c. ad inuicē cōpositi. p̄ diffinitionē. Si aūt .a. ⁊ .b. sūt adinuicē cōpositi: sit per preceden tem .d. maximꝰ numerus eos numerās: qui si numerat .c. erūt per diffinitionē .a.b c. adinuicēȝ compositi. Si autē nō numerat ipsū. sȝ ipsi .c. ⁊ .d. quidē sunt contra se primi. nō erunt .a.b.c. adinuicem cōpositi. Nā quicūq̄ȝ numeraret eos: numeraret

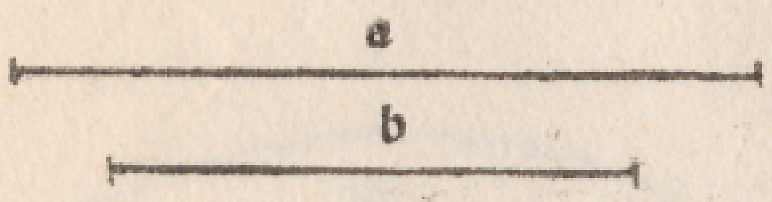






etiam.d.ꝑ corel.precedentis.ſicqꝫ eſſent.d.⁊.c.cõpoſiti qd eſt contra ypothe. Si auté.c.⁊.d.ſunt cõpoſiti erunt etiã.a.b.c.adinuicé cõpoſiti. Sit eni per premiſſã e.maximus numerans.c.⁊.d.qui etiã ꝑ penult.cõcep.numerabit.a.⁊.b.quare per diffinitioné.a.b.c.ſunt adinuicé cõpoſiti. ¶Sili quoqꝫ mõ ſcietur ꝓpoſitis quotlibet pluribus q̃ꝫ tribus an omnes ſint ad inuicem cõpoſiti. Propoſitis itaqꝫ tribꝰ qui ſunt adinuicem compoſiti.qui etiam ſint.a.b.c.volo inuenire maximũ numerum numeranté omnes.Sũmo ſm doctrinã premiſſe.d.maximũ numeranté.a.⁊ b.qui ſi numerat.c.ipſe eſt qué querimus.alioquin per corel.precedentis ſequeretur maiorem numerare minorem.Si autem non numerat.c.erũt tamé.c.⁊.d.adinuicem cõpoſiti per ypothe.⁊ corel.precedentis ⁊ diffinitioné. ſit igitur maximꝰ eos numerans.e.dico.e.eſſe maximum numeranté.a.b.c.Qd enim eos numeret patet per hanc vlt.ypothe.que eſt ipſum eſſe maximũ numeranté.c.⁊.d.⁊ per penult.concep.Et ꝙ nullus eo maior numeret eos ſic patet.ſit enim ſi poteſt fieri.f.maior.e.qui numeret.a.b.c.qui cũ numeret.a.⁊.b.numerabit ꝑ corel.premiſſe.d ⁊ quia etiã numerat.c.numerabit ꝑ idé corel.c.maior videlicet minorem quod eſt impoſſibile.Non erit igitur numerus aliquis maior.e.numerans.a.b.c.qd é propoſitum. ¶Simili quoqꝫ modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compoſitos:vnde nõ oportuit euclidem de pluribus tribus hoc docere:quia idem eſt modus ⁊ ars in tribus ⁊ pluribus. Ex vltimo aũt huius demonſtrationis proceſſu:poſſumus etiam iſtud corel.huic tertie concluſioni adijcere. Unde manifeſtum eſt ꝙ omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compoſitos:numerat maximum numerantem eos omnes.⁊ etiam maximos numerantes binos ⁊ binos eorum.

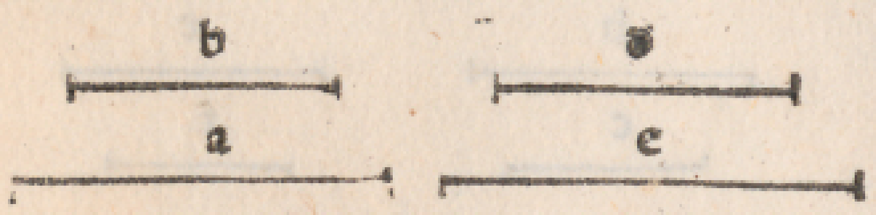
Propoſitio .4.



Omnium duorum numerorũ inequalium minor maioris aut pars eſt:aut partes.

¶Sint duo numeri.a.⁊.b.b.minor.dico ꝙ.b.eſt pars vel ptes.a. Aut eni.b.numerat.a.aut nõ.ſi numerat pars eius é ꝑ diffinitioné Si nõ numerat ipſum.aut ergo ſunt adinuicem primi aut nõ:ſi non ſunt adinuicem primi:habebunt per diffinitionem partem cõmunez: que quotiés fuerit in.b.tot partes.a.dicetur eſſe.b.per diffinitionem.ſi autem ſint adinuicem primi:quia tamen omnis numeri pars eſt vnitas ab ipſo denominata.patet idez per vnitates.

Propoſitio 5.



Si fuerit quatuor numeri quorum primus tota pars ſecundi quota tertius quarti:erunt primus ⁊ tertius pariter accepti tota pars ſecundi ⁊ quarti pariter acceptorum quota primus ſecundi.

¶Uolens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere ſed per ſe ipſos ſtare: partez eius qd propoſuit per primã quinti de quãtitatibus in genere:proponit per hanc quintã huius ſeptimi de numeris. Sint igitur.4.numeri.a.b.c.d.ſitqꝫ .b.tota pars.a.quota.d.c.dico ꝙ.b.⁊.d.pariter accepti ſũt tota pars.a.⁊.c.pariter acceptoꝝ:quota.b.eſt.a.diuiſis eni.a.⁊.c.ſcdm quãtitaté.b.⁊.d.argumẽtare ſicut in prima quinti.erit eni ut totidé ſunt ptes.a. quot.c.per poſitioné:⁊ ut aggregatũ ex pͥma pte.a.⁊ pͥma.c.ſit equale aggregato ex.b.⁊.d.ſimiliter quoqꝫ ⁊ aggregatũ ex ſcda pte.ſ.a.⁊ ſcda.c.⁊ qꝛ hec aggregatio

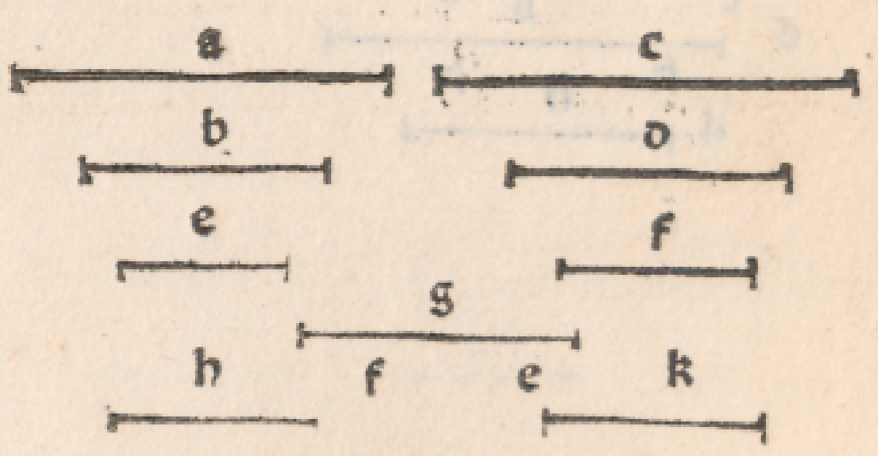
totiens potest fieri quotiens continetur.b.in.a.sequitur vt numerus equalis ag/
gregato ex.b.⁊.d.totiens cõtineat̃ in aggregato ex.a.⁊.c.quotiens.b.continetur
in.a.quare constat propositũ.

Propositio .6.

Si fuerint quatuor numeri quorum primus tote p̄tes scõi quote tertius quarti: erunt primus ⁊ tertius pariter acce/pti tote partes secundi ⁊ quarti pariter acceptorum. quote primus secundi.

¶ Qđ p̄posuit premissa de parte: p̄ponit ista de partib⁹. Sint itaq; vt prius quatuor numeri.a.b.c.d.sitq; ut.b.sit tot ⁊ tote p̄tes.a.quot ⁊ quote.d.ē.c.dico ꝙ.b.⁊.d.pariter accepti erunt tot ⁊ tote p̄tes.a.⁊.c.pariter acceptorum: quot ⁊ quote.b.est.a.dico aũt tot ⁊ totas: q2 p̄tiũ pluralitas duobus numeris dif finitur: quoꝝ alter numerator dicit̃ alter denominator: ut cũ dicim⁹ tres quinte: ter narius numerat: quinarius denominat. Quia igit̃.b.est p̄tes.a.sit vt sint p̄tes ei⁹ numerate ab.h.⁊ denominate a.k.eritq; similiter p̄ positionẽ.d.partes.c.nume/rate ab.h.⁊ denoĩate a.k. Vna itaq; p̄tiũ.b.sit.e.⁊ vna p̄tium.d.sit.f.eritq; per ypothe.e.pars.b.denominata ab.h.⁊ pars.a.denominata a.k. Similiter quoq; ⁊.f.erit pars.d.scđm.h.⁊ ps.c.scđm.k. Compositus igitur ex.e.⁊.f.sit.g.eritq; per premissam.g.ps.b.⁊.d.pariter acceptoꝝ scđm.h.itẽq; per eandẽ erit pars.a.⁊.c pariter acceptoꝝ scđm.k.quare per.16.diffinitionẽ erunt.b.⁊.d.pariter accepti p̄/tes.a.⁊.c pariter acceptorũ numerate ab.h.⁊ denoĩate a.k.eo ꝙ eorum cõmunis pars est.g.minoris sm̃.h.⁊ maioris sm̃.k.⁊ quia sic erat.b.a.constat p̄positum.

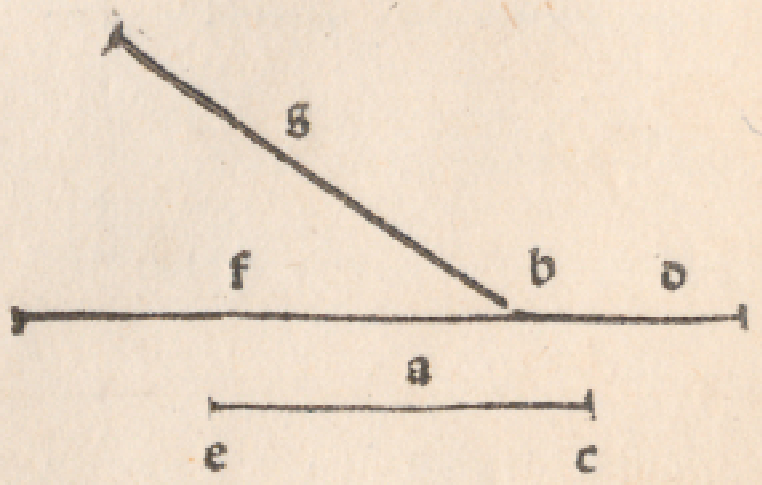
¶ Potes autẽ ⁊ per hanc ⁊ premissã qđ p̄ponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare: ꝙ si quotlibet numeri minores ad totidem maiores cõparent̃ fueritq; singule singuloꝝ tota pars aut partes: quota vel quote primus scđi: erunt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut p̄tes omnium pariter acceptoꝝ quota vel quote primus scđi. qđ facile probatur p̄ hanc ⁊ premissam: quotiens oportue/rit repetitas. Et si crederemus esse intentionẽ euclidis assumere ex prius demon/stratis aliqua ad demonstrationẽ eoꝝ: que hic proponit ex.13.quinti: facile demõ strassem⁹ hanc sextam. Nunc autem q2 videt̃ oppositũ aliter eni superuacue pro posuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Necesse habuimus proprijs vti demonstrationibus tanquã ex prioribus nihil sumentes: solis huius septimi contenti principijs: propter qđ ⁊ petitiones ⁊ cões animi cõceptiones p̄positi proprias nõ incõuenienter huius septimi princi/pio apposuimus.



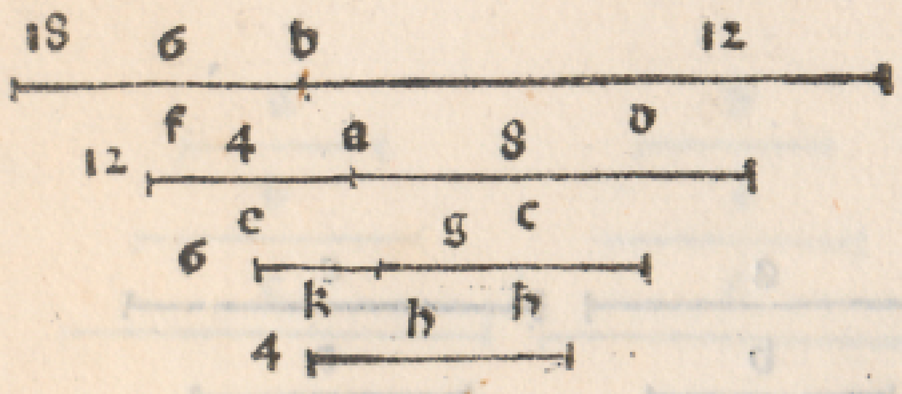
Propositio .7.

Si fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detra/haturq; ab ambob⁹ ipsa ps: erit reliquus tota ps reliqui quota totus totius.

¶ Qđ proponit hic euclides de numeris proposuit superius in quin ta quinti. de quantitatibus in genere. Sit itaq; ut quota pars est to tus.a.totius.b.tot⁹ sit.c.detractus ab.a.d.detracti.a.b. dico ꝙ tota erit.e.resi/duus.a.f.residui.b.quota est totus.a.totius.b.⁊ hec est quasi cõuersa quinte. Sit enim p̄ petitionẽ.e.tota ps.g.quota.c.est.d.eritq; p̄.5.tota ps.a.cõpositi ex.g.⁊.d.quota est.c.d.quare ⁊ quota ẽ.a.b.igit̃ per scđam cõceptionẽ cõpositus.ex.g ⁊.d.est equalis.b.dempto itaq; ab vtroq; numero.d.erit.g.equalis.f.quare erit



e.tota pars.f.quota est.a.b.tota enim erat.e.g.quod est propositum.

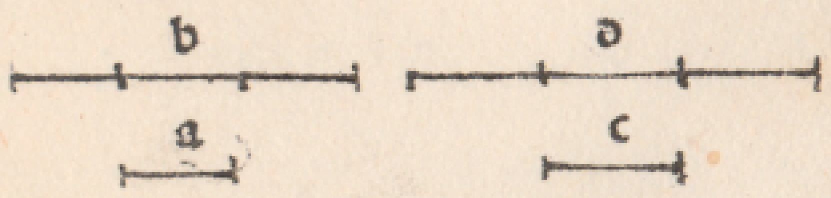


Propositio 8

SI a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahãtur: erit reliquus reliqui eedẽ partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi cõuersa sexte: vt si sit quot ꝛ quote ptes est totus.a.totius.b.tot ꝛ tote.c.detractus ab.a.d.detracti.a.b.erit.c.residuꝰ.a tot ꝛ tote ptes.f.residui.b.quot ꝛ quote ẽ.a.b.Sit eni.g.vna ptiũ.a.ꝛ.b.vna partium.c.eritqꝫ ꝓpter ypoth.g.tota ps.a.quota.b.c.ꝛ tota.b.quota.b.d.detrahat̃ igitur.b.de.g.ꝛ remaneat.k.eritqꝫ k.ꝑ p̃missã tota pars.e.quota.g.a.ꝛ tota.f.ꝑ eandẽ quota.g.b.quia igitur.e.ꝛ.f.habent partẽ cõmunẽ que ẽ.k.erit per.16.diffinitionẽ.e.ptes.f.tot quidẽ quota pars est.k.e.ꝛ tote quota est.k.f.ꝛ quia tot et tote erat.a.b.patet propositum.

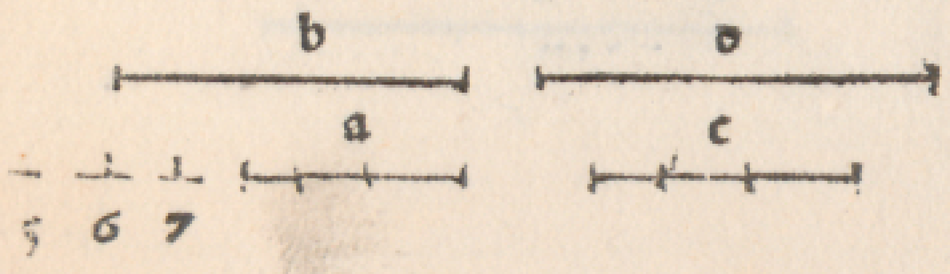
Propositio 9



SI fuerint quatuor numeri quoꝝ primꝰ scdi tota ps quota tertius quarti: erit ꝑmutatim tota ps aut ptes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

¶ Sit.a.primus tota pars.b.scdi quota.c.tertius.d.quarti.sintqꝫ a ꝛ.b.minores.c.ꝛ.d.aliter eni esset econuerso ei qd̾ proponit.dico ꝙ quota pars vel ptes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidant̃ eni.b.quidẽ ẜm quãtitatẽ.a.d.vero ẜm.c.eruntqꝫ per presentem ypoth.tot partes.b.quot.d.ꝛ q̃r vnaqueqꝫ ptium.b.est equalis.a.ꝛ vnaq̃qꝫ.d.c.est autẽ.a.c.ps aut ptes per presentẽ ypoth.ꝛ per quatuor erit vnaq̃qꝫ partium.b.sue cõparis ex partibus.d.ut prima prime scda scde: sicqꝫ de ceteris tota ps aut ptes quota vel quote est.a.c.per.5.igitur vel.6.sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes b.d.quota vel quote est.a.c.quod est propositum.

Propositio 10



SI fuerint quatuor numeri quoꝝ primus tote ptes secũde quote tertius quarti: erit ꝑmutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

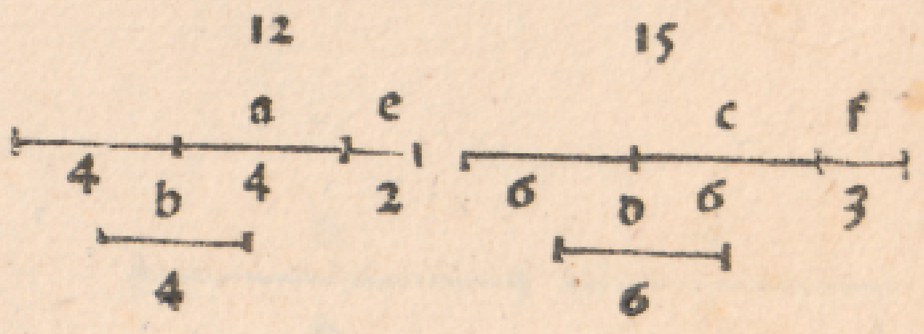
¶ Sint quatuor numeri ut prius quoꝝ similiter minores sint.a.et.b.sitqꝫ.a.tote ptes.b.quote.c.est.d.dico ꝙ quota pars aut ptes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidantur enim minores in partes illas qui sunt.a.ꝛ.c.eruntqꝫ per presentẽ ypoth.tot partes.a.quot.c.ꝛ quia vnaq̃qꝫ ex partibus.a est tota pars.b.quota quelibet ex ptibus.c.est.d.hoc eni habemus ex nr̃a ypothe. erit permutatim per premissam: ut quota pars aut ptes ẽ.b.d.tota vel tote sit vnaq̃qꝫ ex partibus.a.sue cõparis ex partibus.c.ꝑ quintã igitur vel.6.sub disiunctiõe quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes.b.d.quota vel quote ẽ.a.c. quod est propositum.

Propositio .11.

SI fuerint quatuor numeri ꝓportionales quoꝝ primꝰ secũdo ꝛ tertiꝰ q̃rto sit maior: erit scds tota pars.aut partes primi quota vel quote quartꝰ tertij. Qd̾ si scds fuerit tota ps aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conueniet.

¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sintqꝫ.a.ꝛ.c.maiores: dico ꝙ quota ps aut

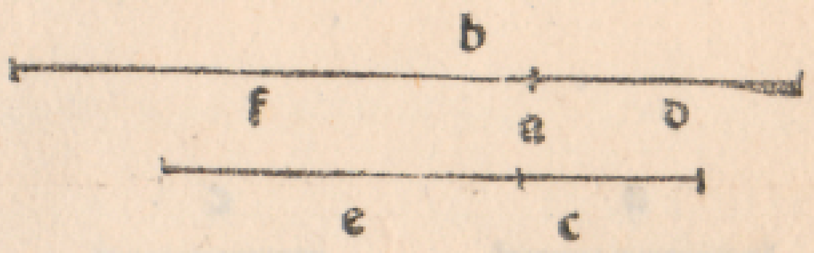
partes est.b.a.tota vel tote est.d.c.ꝛ ecõuerso:erit enĩ ꝑ conuersionẽ diffinitiõis similiũ ꝓportionũ vt quotiens.b.in.a.totiens sit.d. in.c. ꝛ si qua ps aut ptes.b. superfluunt in.a. tota pars aut ptes.d. supfluant in.c.si itaqꝫ contineat̃ . b.in.a. sine supfluitate ptis:q꜡ totiens sine supfluitate continet̃.d.in.c.erit per diffinitio/ nẽ siliũm ptium:quota ps.b.a.tota.d.c.ꝙ si quotienslibet continet̃.b.in .a.cuꝫ su perfluitate partis:q꜡ totiens continet̃.d.in.c.cũ supfluitate silis ptis distincto .a. ɓm.b.ut superfluat.e.atqꝫ.c.ɓm.d.ut superfluat.f.erit tota ps.e.b.quota.f.d. At q꜡ totiens continet̃.b.in dr̃a.a.ad.e.quotiens.d.in dr̃a.c.ad.f. erit ꝑ cõem sciam totiens.e.in.a.quotiens.f.in.c.cũ igit̃.a.ꝛ.b.habeãt.e.ptem cõmunem:siliter.c.ꝛ d.f.sit itaqꝫ.e.in.b.quotiens.f.in.d.itemqꝫ.e.in.a.quotiens.f.i.c.erit per.16.dif/ finitionẽ.b.tot ꝛ tote ptes.a.quot ꝛ quote.d.c.Si aũt.b.quotienslibet continet̃ in a.cũ supfluitate quotlibet ptium:q꜡ totiens continet̃.d.in.c.cũ supfluitate totidem ꝛ similiũ ptium:distincto.a.ɓm.b.vt supfluat.e.siliter.c.ɓm.d.ut superfluat.f.erit e.tot ꝛ tote ptes.b.quot ꝛ quote.f.d.sumpta itaqꝫ vna ex ipsis argumentandum ut prius:sicqꝫ patꝫ primũ. ¶Scõm sic.sit.b.a.tota ps aut ptes quota vel quote.d c.dico ꝙ erit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.si enĩ est tota ps constat propositum. Si autem tote ptes diuisis eis ɓm partes illas patebit totiens esse.b.in.a. quoti/ ens.d.in.c.ꝛ totã partẽ aut ptes.b.superfluere in.a.quotã aut quote.d.supfluunt in.c.ꝑ diffinitionẽ itaqꝫ est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicqꝫ liquet totum.



Propositio .12.

Si a duobus numeris ɓm suas proportiones duo nume/ ri detrahantur:erit proportio reliqui ad reliquum tanqꝫ proportio totius ad totum.

¶Qd̓ proposuit euclides in.19.quinti.de quãtitatibꝰ in genere:pro/ ponit hic de numeris.vt si sit proportio totius.a .ad totum.b.sicut c.detracti.ab.a.ad.d.detractum.a.b.erit.e.residui.a.ad.f.residuũ.b. sicut.a. ad b.Si enim.a.sit minor.b.erit ꝑ presentẽ ypoth. ꝛ per cõuersionẽ diffinitiõis.c.to ta pars aut ptes.d.quota vel quote est.a.b. per.7.igitur vel.8.erit. e. tota ps aut partes.f.quota vel quote ẽ.a.b.per diffinitionẽ igitur erit ꝓportio vna: qd̓ ẽ pro/ positũ.Qd̓ si.a.sit maior.b.erit per primã ptem p̃misse quota pars aut ptes.b.a. tota vel tote.d.c.quare ꝑ.7.vel.8.tota vel tote erit.f.e.itaqꝫ per scd̓am partẽ pre/ misse.e.ad.f.sicut.a.ad.b.quare constat propositum.Cedunt aũt huic.7.ꝛ.8. hec enim sola ꝙ ambe ille continet.Volunt aũt quidã scd̓am partẽ huius probare per 19.quinti:sed si hoc intenderet euclides:cum ista ꝓponat particulariter qd̓ illa vni uersaliter vane illa demonstrata in quinto ꝓposuisset hanc hic in septimo : ꝛ quia iterum non demonstrãt eam simplr̃ ꝑ.19.quinti.At vero nec modũ demonstratio nis illius possunt affirmare ad demonstrationẽ huius cum illa demonstret̃ i quan titatibus in genere.ꝑ ꝓportionalitatẽ ꝑmutatã que infra demonstratur in nume/ ris.Existimo autem ꝛ rationabiliter conuinci videtur euclidem quẽ vultũ demon/ stratoris arismetici:gratia decimi in quo sine numerorũ aliqua precognitione trã/ sire non poterat constat assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quanti tatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstrãda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum que magis nota sunt intellectui qꝫ

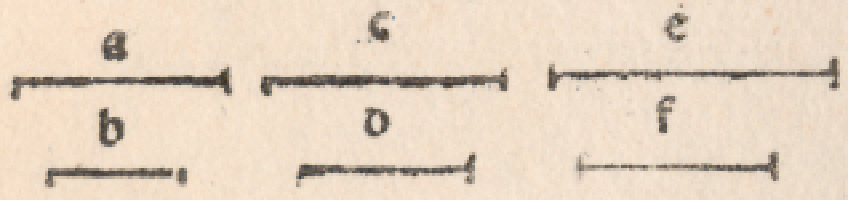


ea per que ꝓcessit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quātitatum incōicantium difficilia sunt: principia vero numerorū magis vltro se intellectui applicāt: faciliusq̄ꝫ q̄ꝫ illa. Egent eni illa intellectu magis disposito.

Propositio .13.

Si fuerint quotlibet numeri ꝓportionales quantus erit vnus añs ad suū ꝯsequētē: tanti erūt oēs antecedētes pariter accepti ad oēs cōsequētes pariter acceptos.

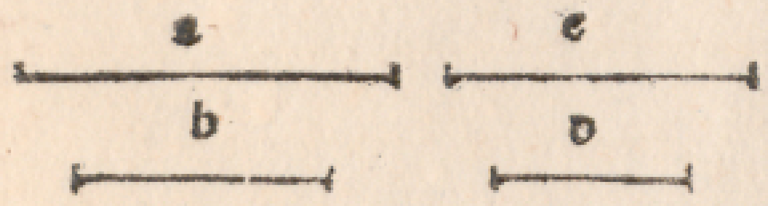
Quod ꝓponit euclides p. 13. quinti de quantitatib⁹ i genere ꝓponit p hanc de numeris: vt si sint. a. b. ⁊. c. d. ⁊. e. f. ꝓportionales dico q̄ q̄ ē ꝓportio. a. ad. b. ea est q̄. a. c. e. pariter acceptoꝝ ad. b. d. f. pariter acceptos. Si enim. a. c. e. sint minores. b. d. f. erit per cōuersionē diffinitionis quota ps aut partes. a. b. tota vel tote. c. d. ⁊. e. f. per. 5. ergo vel per. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes. a. b. tota vel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acceptoꝝ: quare per diffinitionē ꝓportio vna. Si autem. a. c. e. sint maiores b. d. f. erit per primam partem. 11. quota pars vel partes. b. a. tota vel tote. d. c. ⁊. f e. per. 5. ergo vel. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes. b. a. tota vel tote. b. d. f. pariter accepti. a. c. e. pariter acceptorum. itaq̄ꝫ per scđam partem. 11. proportio. a. ad. b. sicut. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.

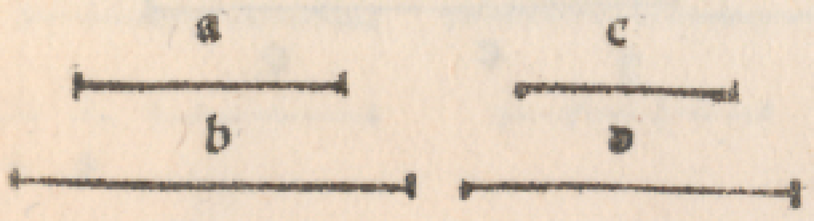


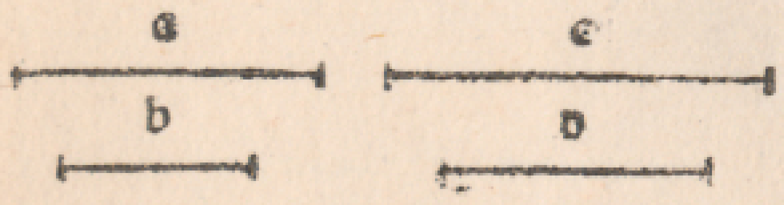
Propositio .14.

Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq̄ꝫ proportionales erunt.

Modū arguēdi qui dicitur proportionalitas permutata quā demonstrauit euclides per. 16. quinti in quātitatibus in genere: ꝓponit hic demonstrandū i numeris: vt Si sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit eni. a. maior. b. aut minor: silr̄ quoq̄ꝫ et maior. c. aut minor. Sit itaq̄ꝫ primo minor vtroq̄ꝫ: erit ergo p presentem ypothe. et conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota vel quote. c. d. per. 9. itaq̄ꝫ vel. 10. erit pmutatim. a. tota pars aut ptes. c. quota vel quote. b. d. quare per diffinitionē proportio vna. Sit igitur. a. maior vtroq̄ꝫ: eritq̄ꝫ per primam partem 11. vt quota pars aut partes est. b. a. tota vel tote sit. d. c. quare per. 9. vel. 10. tota pars aut ptes erit. b. d. quota vel quote. c. a. igitur per scđam partē. 11. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. Sit tertio. a. maior. b. ⁊ minor. c. eritq̄ꝫ p primā ptē. 11. tota pars aut ptes. b. a. quota vel quote. d. c. quare per. 9. vel. 10. quota vel quote est. a. c. tota vel tote erit. b. d. per diffinitionē itaq̄ꝫ ꝓportio vna: Vltimo quoq̄ꝫ sit. a. mior. b. maiorq̄ꝫ. c. eritq̄ꝫ vt tota pars aut partes sit. c. d. quota vel quote est. a. b. per. 9. itaq̄ꝫ vel. 10. erit tota vel tote. d. b. quota vel quote. c. a. quare per secundā partem. 11. b ad. d. sicut. a. ad. c. sicq̄ꝫ constat propositum: huic autē cedūt. 9. vel. 10. q2 hec sola qđ ambe ille proponit.





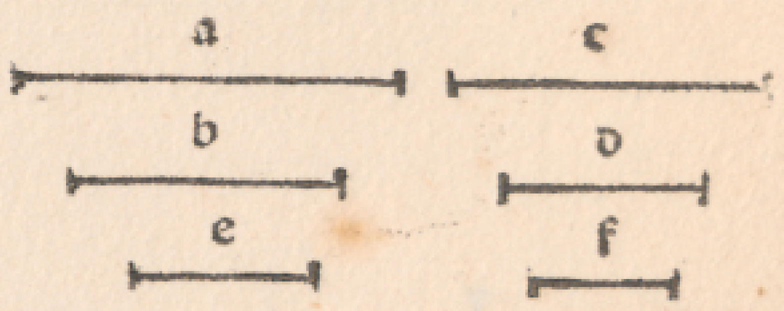


Propositio .15.

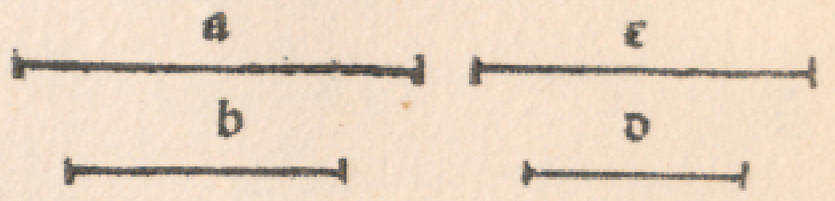
Si fuerint quotlibet numeri aliiq̄ꝫ scđm eorum numerum omnesq̄ꝫ duo ex prioribus scđm proportionem omnium duorū ex posterioribus] in proportione equalitatis proportionales erunt.

Modū arguendi qui dicit̄ equa ꝓportionalitas quā demonstrauit euclides p. 22. quinti de quātitatib⁹ in genere ꝓponit hic demōstrādū in numeris

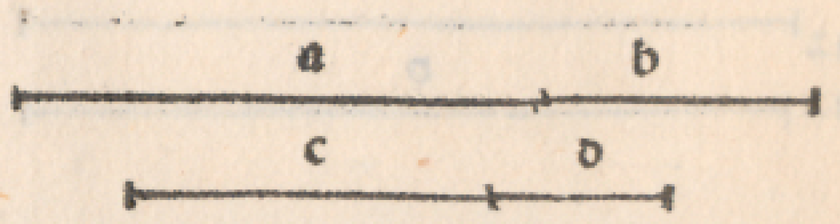
directe ꝓportiōalitatis: equā aūt ꝓportiōalitatē quā demōstrauit per.23.quinti: τ e quātitatibus indirecte ꝓportionalitatis non ꝓponit demōstrādū i numeris: sed cā demōstrabim⁹ infra sup.19.huius. Nec est necessariū ut ꝑdemōstremus i numeris qd̄ demōstratū ē p.11. quinti de quātitatib⁹ i genere videlꝫ si quotlibꝫ ꝓportiōes i numerisfuerint vni eq̄les vel eedē ipsas eē sibi eq̄les vel easdē .hoc eni manifestū ē per diffinitionē ut si.a.ad.c.τ.c.ad.f.sit sicut.b.ad.d.erit tam.a.c.q̄ꝫ.e.f.tota ps aut partes.quota vel quote.b.d.aut totiens continebit.a.c.τ.e.f.quotiens.b.d.τ tota pars aut partes superfluent.c.in.a.τ.f.in.e.quota vel quote. d.in.b. q2 ergo quota pars aut ptes ē.a.c.tota vel tote est.e.f.aut quotiens.a.continet. c.totiens e.f.τ quota pars aut partes.c.superfluunt.in.a.tota vel tote.f.in.e.erit per diffinitionē.a.ad.c.sicut.e.ad.f.Sint igitur ut ꝓponitur numeri.a.b.e. τ alij totidem c.d.f.sitqꝫ.a.ad.b.sicut.c.ad.d.τ.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico ꝙ erit in equa ꝓportionalitate.a.ad.e.sicut.c.ad.f.erit eni per premissam.a.ad.c.sicut.b.ad.d. sed τ b.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.a.ad.c.sicut.e.ad.f.igit̄ per eandē.a.ad.e.sicut.c.ad.f idē erit sumptis plurib⁹: sicqꝫ cōstat ꝓpositū.



¶Q̄m aūt euclides ceteras quatuor species ꝓportiōalitatis que sunt conuersa: coniūcta: disiuncta: euersa :non ꝓponit demonstrandas in numeris: cōueniēs arbitramur eas quas auctor tanq̄ꝫ facile demonstrabiles ꝑtermisit demonstrare: Primū itaqꝫ demonstrabimus conuersā: vt si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ erit ecōuerso.b.ad.a.sicut.d.ad.c.si eni fuerit.a minor b.tunc quoqꝫ erit.c.minor.d.τ tota pars aut partes. a.b .quota vel quote c.d.quare per scđam ptem.11.erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.si autem fuerit.a.maior.b. erit quoqꝫ τ.c.maior.d.τ per primam partem.11.b.tota pars aut partes.a.quota vel quote.d.c.per diffinitionem igitur.b.ad.a.sicut.d.ad.c.



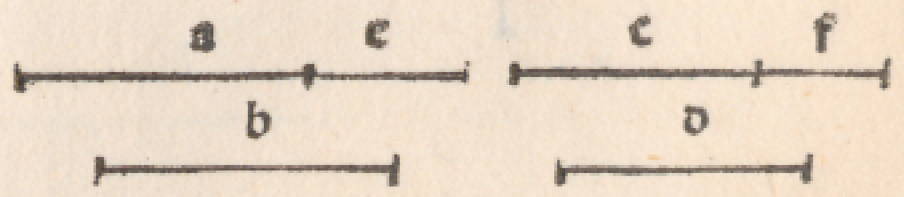
¶Disiunctam proportionalitatem ostendere. ¶Ut si sit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit enim permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b. ad.d.τ p.12.sicut.a.ad.c.q2 ergo.a.ad.c.sicut.b.ad.d.erit pmutati.a. ad.b. sicut c.ad.d.



¶Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre ¶Ut si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. erit eni pmutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.quare p.13..a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d.pmutatim igitur erit.a b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. ¶Euersam proportionalitatem restat in numeris stabilire. ¶Ut si sit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad c.erit eni pmutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d.q̄re p.12.sicut.a.ad.c. permutatim igitur erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c.patet itaqꝫ totum. Ex his quoqꝫ leue ē demonstrare i numeris ꝙ euclides ꝓponit p penul̄t.quiti de quātitatib⁹ i genere videlꝫ ꝙ

¶Si proportio primi ad scđm fuerit sicut tertij ad q̄rtū quinti quoqꝫ ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi τ quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij τ sexti ad quartum.

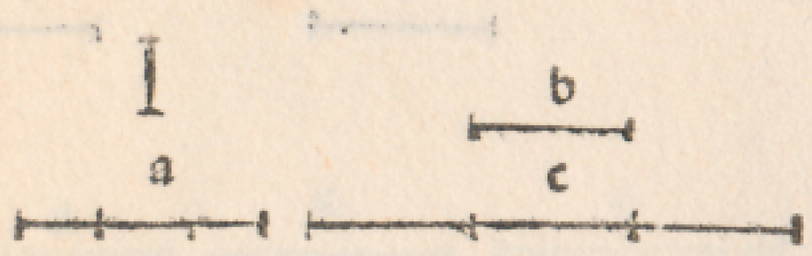
¶Ut si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.itemqꝫ.e. ad.b.sicut.f.ad.d.erunt.a.τ.e. pariter accepti ad.b.sicut.c.ad.f.pariter accepti ad.d.erit enim per conuersam proportionalitatem.b.ad.e.sicut.d.ad.f.quare per equam proportionalitatem.a.ad.e.sicut c.ad.f.ergo coniunctim.a.τ.e.ad.e.sicut.c.τ.f.ad.f itaqꝫ per equā proportionalitatem.a.τ.e.ad.b.sicut.c.τ.f.ad.d.quod est propositum. Eodemqꝫ modo probabis ecōuerso .si sit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.itēqꝫ.b.ad.e.sicut.d.ad.f.erit.b. ad.a. τ.e.sicut.d.ad.c.τ.f.erit enim per conuersam proportionalitatē. a.ad.b. sicut.c. ad.d.quare per equam.a.ad.e.sicut.c.ad.f.τ coniunctim.a.τ.e.ad.e.sicut.c.τ.f.



ad.f.igitur ecõuerso.e.ad.a.z.e.sicut.f.ad.c.z.f.per equã itaq3 proportionalita/tem erit. b.ad.a.z.e.sicut.d.ad.c.z.f.qd erat ppositũ. Ex hoc quoq3 manifestũ ẽ q si fuerit pportio quotlibet numeroꝝ ad primũ sicut totidem alioꝝ ad scdm.erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad pmũ: ad pmũ sicut aggregati ex oibus añtib⁹ad scdm:ad scdm.itẽq3 ecõuerso si fuerit pportio pmi ad quotlibet numeros sicut scdi ad totidẽ alios:erit primi ad aggregatũ ex oib⁹ 9ñtib⁹ ad ipsũ:sicut scdi ad aggregatũ ex oib⁹ 9ñtib⁹ ad ipsũ.

Propositio .16.

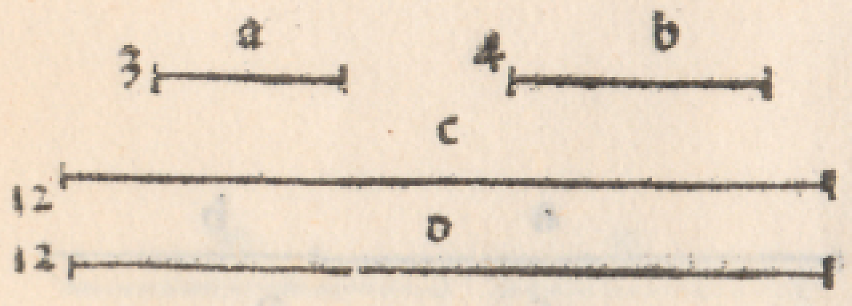
SI numeret vnitas aliquẽ numeꝝ quotiẽs quilibet tertius aliquẽ quartũ:erit quoq3 pmutatĩ ut quotiẽs vnitas numerat tertium totiens secũdus numeret quartum.



¶ Ut si sit vnitas ad.a.sicut.b.ad.c.erit pmutatum vnitas ad. b.sicut.a.ad.c. Non supfluit aũt hec demonstrata pmutata pportione: non eni ex illa põt cõcludi qd hic proponitur. Nã illa demonstrata est de.4.numeris pportionalibus: vnitas vero nõ est numerus p diffinitionẽ:hoc ergo mõ pateat propositum. diuidat.a.p vnitates z.c.bm quãtitatem.b.eruntq3 per presentem ypothe.tot ptes.a.quot.c.z quia vnaq̃q3 partiũ.a .est vnitas z vnaq̃q3 ptium.c. est equalis.b.erit ut quotiens vnitas in.b.totiens vnaq̃q3 ptiũ.a.in sua cõpari ex ptib⁹.c.p modũ itaq3 demõstratiõis.5.sequet totiens esse.a.in.c.quotiens vnitas in.b.qd est propositum.

Propositio .17.

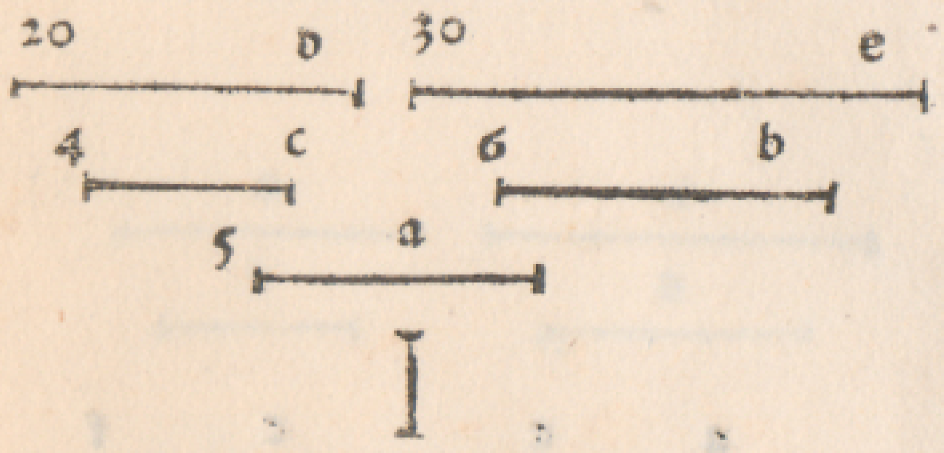
SI duorum numerorũ vterq3 ducatur in alterum:qui inde producentur erunt equales.



¶ Sicut si ex.a.in.b.pueniat.c.z ex.b.in.a.pueniat.d.erunt.c.z.d equales:cũ eni.b.multiplicatus p.a.pducat.c.erit p cõuersionẽ diffinitionis.b.in.c.quotiens vnitas in.a.ergo p premissam erit.a.in.c. quotiens vnitas in.b.z q2 totiens est.a.etiã in.d.q2 ex.b.in.a.fit.d.sequitur ut totiẽs sit.a.i.c.quotiẽs in.d.p concept.igitur.c.z.d.sunt similes. Possumus quoq3 hanc conclusionem alio modo pponere:si duoꝝ numeroꝝ vterq3 ducat in alterũ idẽ numerus vtrobiq3 pueniet:vt si ex.a.in.b.pueniat.c.idẽ etiã ex.b.in.a. proueniet:q2 eni ex.a.in.b.fit.c.erit ut prius p cõuersionẽ diffinitionis.b.in.c.quotiens vnitas in.a.Et permutatim p premissam.a.in.c. quotiens vnitas in. b. quia igit.a.totiens sibi coaceruat in.c.quotiens in.b.est vnitas:sequit p diffinitionem q ex.b.in.a.fit.c.

Propositio .18.

SI vnus numerus in duos ducatur:tantus erit duoꝝ inde productorum alter ad alterum:quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

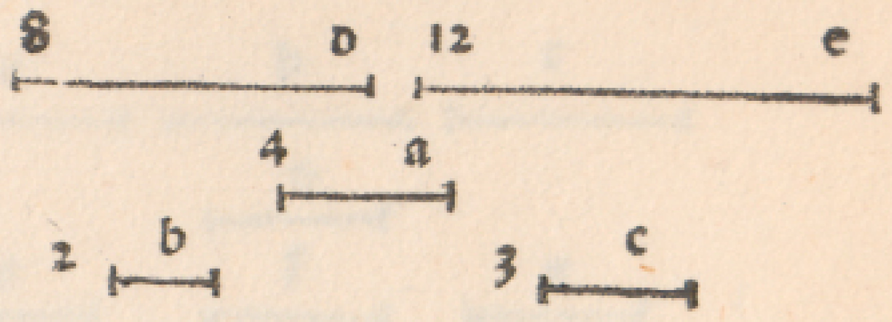


¶ Multiplicet.a.vtrũq3 duoꝝ nũeroꝝ.b.et.c.z pueniãt.d.z.e.dico q erit pportio.d.ad.e.sicut.b.ad.c.sequit eni p cõuersionẽ diffinitionis eius qd est multiplicari ut.b.in.d.z.c.in.e.sit quotiens vnitas in.a. quare p diffinitionẽ pportio.d.ad.b.ẽ sicut.e.ad.c.equaliter eni eos continent. q2 quotiens.a.vnitatẽ:ergo permutatim.d.ad.e.sicut.b.ad.c.quod est propositum.

Propositio .19.

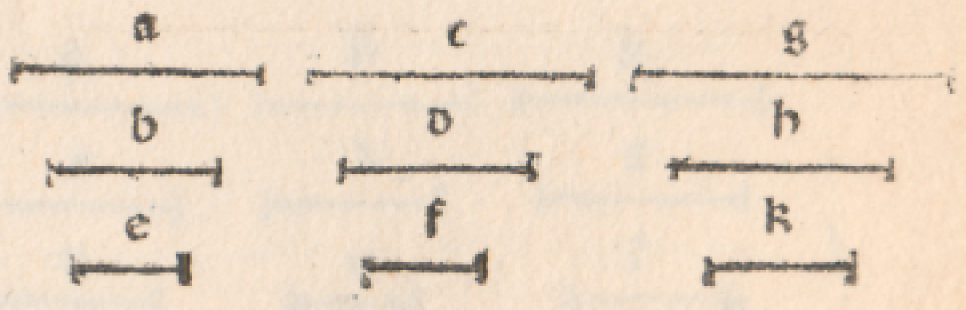
SI duo numeri vnum multiplicent:erit proportio duorũ inde pductoꝝ tanq3 duorum multiplicantium.

¶ Ex conuersione antecedentis premisse concluditur hec cadẽ passio que in premissa:vt si vterq3 duoꝝ numeroꝝ.b. z.c. multiplicet.a.et



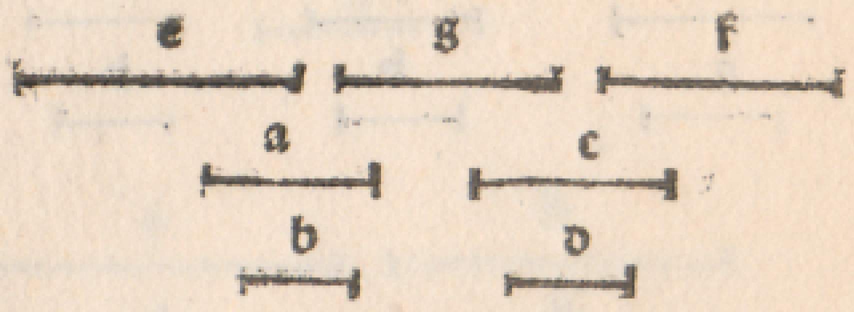
ꝓueniant.d.⁊.e.erit.d.ad.c.ſicut.b.ad.c.erit enĩ ꝑ ante p̃miſſã ut ex.a.in.b.⁊.c.
fiãt.d.⁊.e:q̃re ꝑ premiſſã.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.qḋ ē ꝓpoſitũ: ¶ Potes aũt qḋ pro
ponit ꝑ hanc ⁊ p̃miſſã de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare: ꝙ ſi
vnus multiplicet quotlibet erit ꝓductoꝝ ⁊ multiplicatoꝝ vna ꝓportio. Siľr quoqȝ
ſi quotlibet multiplicẽt vnũ erit ꝓductoꝝ ⁊ multiplicantium vna ꝓportio qḋ ꝑ hãc
⁊ premiſſã quotiens oportuerit repetitas facile ꝓbabis. Hic aũt ut ſupra polliciti
ſumus demõſtrare volumus equã ꝓportionalitatẽ in quotlibet numeris duoꝝ or/
dinũ indirecte ꝓportionalitatis quã demõſtrat euclides ꝑ.23.quinti ĩ quantitati/
bus in genere: dicim⁹ igitur quoniã.

¶ Si quotlibet numeri totidẽ alijs fuerint indirecte proportionales extremi quoqȝ in eadem ꝓportione proportionales erunt.



¶ Ut ſi ſit.a.ad.b.ſicut.d.ad.f.⁊.b.ad.e.ſicut.c.ad.d.erit.a. ad.e. ſicut.c. ad.f.
ducatur enĩ.c.in.d.⁊.f.⁊ proueniant.g.⁊.h.eritqȝ per premiſſam.g.ad.h. ſicut.d
ad.f.quare ⁊ ſicut.a.ad.b.ducat̃.itẽ.f.in.d.⁊ ꝓueniat.k.eritqȝ per hanc.19.g.ad
k.ſicut.c.ad. f.⁊ q: ex.f.in.d.ſit.k. fiet idem ecõuerſo ꝑ.10.ex.d. in.f. quia igiť ex
c.⁊.d.in.f.fiunt.h.⁊.k.erit ꝑ hanc.19.h.ad.k.ſicut.c.ad.d.quare ſicut. b.ad.e .et
q: iam oſtenſum eſt ꝙ ē.g.ad.h.ſicut.a.ad.b.erit ꝑ.15.a.ad.e.ſicut.g.ad.k.ſed ſic
erat etiam.c.ad.f.eſt igitur.a.ad.e.ſicut.c.ad.f.quod eſt propoſitum. Idem pro/
babis ſi fuerint in vtroqȝ ordine numeri plures tribus quẽadmodum probatur in
23.quinti de quantitatib⁹ plurib⁹ trib⁹.

Propoſitio .20.



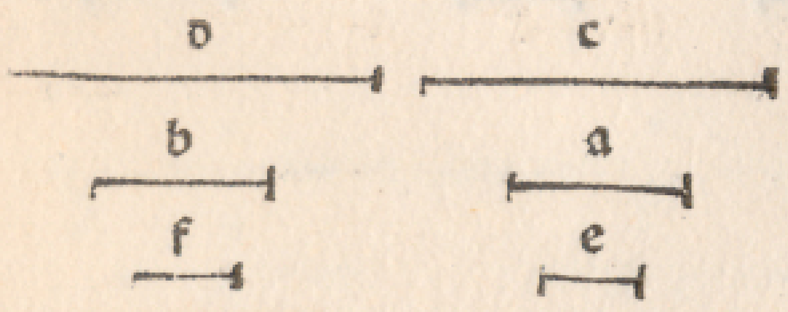
SI fuerint quatuor numeri proportiõales qḋ ex ductu pri
mi in vltimũ ꝓducetur equũ erit ei qḋ ex ductu ſecundi in
tertiũ. Si vero qḋ ex primo ĩ vltimũ ꝓduceť equũ ē ei qḋ
ex ſecundo in tertiũ: illi quatuor numeri ſũt ꝓportiõales.
¶ Quod propoſuit euclides per.15.ſexti de quatuor lineis ꝓportio/
nalibus: ꝓponit hic de quatuor numeris ꝓportionalibus.verbi gratia. Sit ꝓpor
tio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.fiatqȝ ex.a.in.d.e.⁊ ex.b.in.c.f.dico ꝙ.e.⁊.f.ſunt equa/
les econuerſo: ducatur enim.a.in.b.⁊ fiat.g.eritqȝ per.18.g.ad.e.ſicut.b.ad.d. et
q: per.17.ex.b.in.a.fit.g.⁊ ex eodẽ.b.ĩ.c.f.erit ꝑ.18.g.ad.f.ſicut.a.ad.c.ſed ꝑ.14.
eſt.a.ad.c.ſicut.b.ad.d.ergo erit.g.ad.f.ſicut.g.ad.e.eq̃les igiť ſũt.f. ⁊.e. qḋ eſt
ꝓmũ. Nec oportet p̃demõſtrare ſi vni⁹ numeri ad duos ſit vna ꝓportio ꝙ ipſi ſũt
eq̃les: aut ſi ipſi ſũt eq̃les ꝙ vni⁹ ad ipſos ſit vna ꝓportio. Si enim eſt vna pro/
portio.g.ad.e.⁊ ad.f.aut ipſe erit tota pars vel partes.e. quota vel quote idem
eſt.f.⁊ tunc per conceptionem patet.e.⁊.f.eſſe eq̃les: aut totiens.g. continebit.e.
quotiens.f.⁊ ſuperfluent in eo tota pars vel partes.e. quota vel quote in eodem
ſuperfluent .f.⁊ tũc etiam per conceptionẽ patet eos eſſe equales. Qḋ ſi ipſi fue/
rint equales patet per conceptionẽ ꝙ aut.g.erit tota pars vel partes.e.quota vel
quote.f.⁊ tunc per diffinitionem erit ipſius.g.ad vtrumqȝ eorum proportio vna:
aut equaliter continebit vtrumqȝ cum ſuperfluitate ſimilium ⁊ tot numero par/
tium: ⁊ tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrumqȝ proportio vna. ¶ Se/
cundũ ſic patet: ſit.e.productus ex.a.in.d.equalis.f.ꝓducto ex.b.in.c.dico ꝙ ꝓ/
portio.a.ad.b.eſt ſicut.c.ad.d.⁊ eſt hec conuerſa prime partis. Sit enim vt prius

g.qui fit ex.a.in.b.ꝛ quia.e.ꝛ.f.sunt eq̃les.erit.g.ad vtrũq3 eorum proportio vna ꝛ quia vt prius per.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c.ꝛ ad.e.sicut.b.ad.e.erit.a.ad.c.sicut.b ad.d.quare permutatim.a.ad.b.sicut.c.ad.d. Non proponit autem euclides de tribus numeris continue proportionalibus ꝙ ille qui ex ductu primi in tertium ꝓducitur sit equalis quadrato medij. Et si ille qui ex primo in tertium producit̃ fuerit equalis quadrato medij: ꝙ illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in.16.sexti de tribus lineis. hoc eni facile demonstratur per hanc.20.medio illorum trium numerorum equali assumpto: queadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali medie.

Propositio 21.

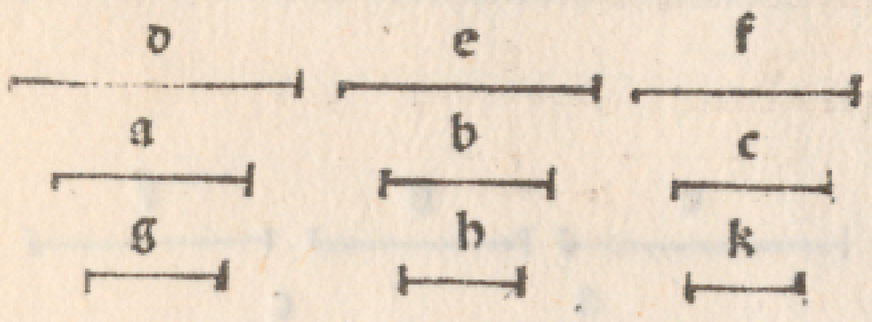
Numeri secundũ qualibet proportionem minimi: numerant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.

¶ Sint.a.ꝛ.b. minimi numeri in sua proportione.sitq3.c.ad.d. sicut.a.ad.b.dico ꝙ.a.numerat.c.ꝛ.b.d. equaliter. Cum sit enim a.ad.b.sicut.c.ad.d. erit permutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d. erit igitur.a.c.tota pars vel partes quota vel quote.b.d. si itaq3 fuerit pars constat propositum: At si partes sit.e.vna partium.a.ꝛ.f.vna partium.b.ꝛ quia tota pars est.e.c.per ypothe.quota.f.d.erit per diffinitionem proportio.e.ad.c.sicut.f.ad.d. quare permutatim.e.ad.f.sicut.c.ad.d.quare etiam sicut.a.ad.b.non sunt itaq3.a.ꝛ.b.minimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq3:



¶ Quotlibet numeri siue in eadem proportione siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem proportione quisq3 suum correlatiuũ equaliter.

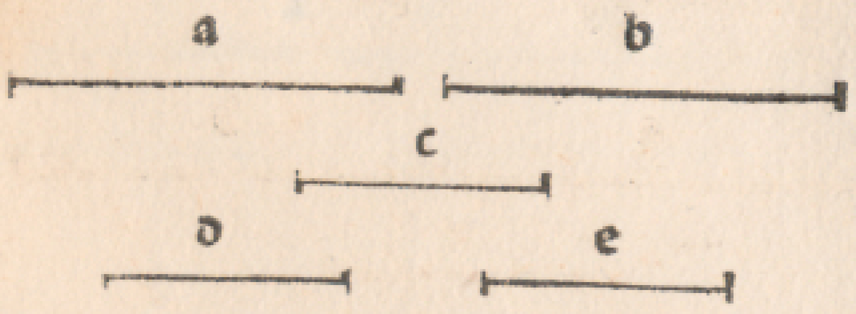
¶ Ut si sint.a.b.c.minimi in eadem proportione vel in diuersis: sintq3 in eadem vel eisdem.d.e.f.ita ꝙ sit.d.ad.e.vt.a.ad.b.ꝛ.e.ad.f.vt.b.ad.c.dico ꝙ.a.numerat.d.ꝛ.b.e.ꝛ.c.f.equaliter: quia enim est.a.ad.b.vt.d.ad.e.erit permutati.a.ad d.vt.b.ad.e. et quia.b.ad.c.ut.e.ad.f.erit etiam permutatim.b.ad.e.ut.c.ad.f. quare.b.ad.e.ꝛ.c.ad.f.sicut.a.ad.d.ꝛ quia.a.b.c.sunt minores.d.e.f.erit.b.e.ꝛ c.f.tota pars aut partes.quota est.a.d. Si itaq3 pars constat propositũ. At si partes sit.g.vna partium.a.ꝛ.b.vna partium.b.ꝛ.k.vna.c.eritq3 per presenté ypothe.tota pars.b.e.ꝛ.k.f.quota.g.d.quare per diffinitioné.b.ad.e.ꝛ.k.ad.f.sicut g.ad.d.permutatim igitur erit.g.ad.b.vt.d.ad.e.ꝛ.b.ad.k.vt.e.ad.f.quare.g. ad.b.ut.a.ad.b.ꝛ.b.ad.k.vt.b.ad.c.quia ergo.g.b.k.sunt minores.a.b.c.ꝛ in eadem proportione sequitur contrarium positi.



Propositio 22

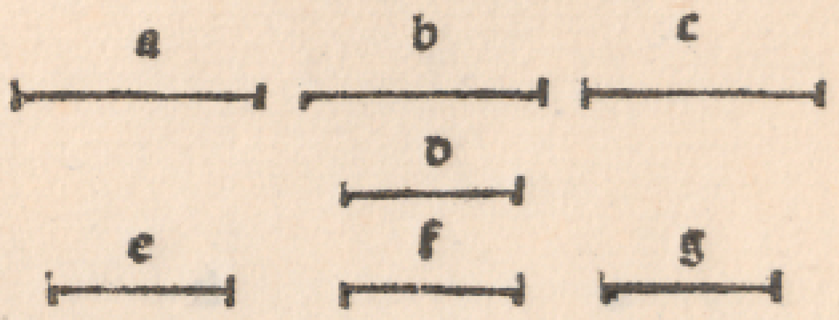
Si fuerint duo numeri scd̃m suam proportionem minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

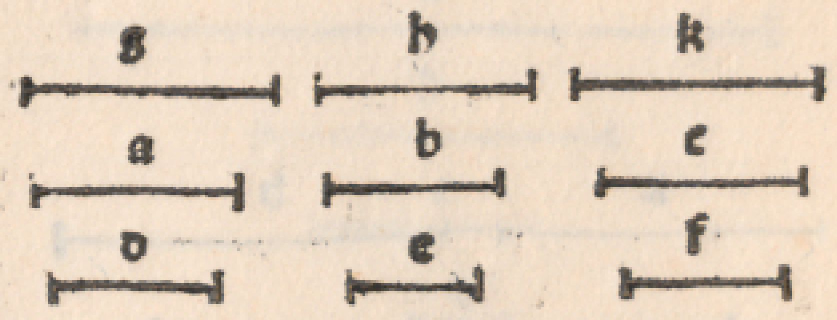
¶ Sint duo numeri.a.ꝛ.b.scd̃m suã proportionem minimi. dico ꝙ ipsi sunt contra se primi. Si enim nõ numeret eos.c.bm.d.ꝛ.e.erit q3 per.18.d.ad.e.sicut.a.ad.b.ꝛ quia.d.ꝛ.e.sũt minores.a.ꝛ.b.sequitur.a.ꝛ.b.non esse sue proportionis minimos: qḋ ē ꝯriũ positioni. Silr̃ quoq3

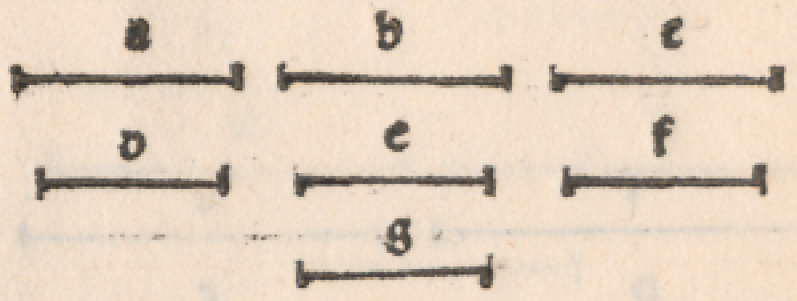


¶ Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum ꝓportionum

siue eadẽ siue diuerse fuerint mĩmi. nullus numerus numerabit om̃s.
¶ Ut si sint. a. b. c. minimi in ꝯtinuatione suaꝝ proportionũ: dico ꝙ nullus numerabit omnes. Sin autem numeret eos. d. a. quidẽ. bm̃. e. b. vero bm̃. f. ⁊. c. bm̃. g. eritqꝫ ꝑ. 18. e. ad. f. sicut. a. ad. b. ⁊. f. ad. g. sicut. b. ad. c. q꞉ ergo. e. f. g. sũt minores a. b. c. ⁊ bm̃ ꝓportionẽ eorum nõ erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod ẽ inconueniens. ¶ Quãq̃ȝ autẽ nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamẽ esse ut quoslibet duos ex eis numeret vnus: ducto͛ etenim quolibet numero in aliquez ad se primũ ac vtroqꝫ eoꝝ in aliquẽ tertiũ ad vtrunqꝫ primũ: prouenient tres numeri quoꝝ quiqꝫ duo erunt cõpositi. Null⁹ tamẽ numerabit om̃s. Sint eni. a. b. c. tres numeri quoꝝ quisqꝫ sit primus ad alios: ducat͛qꝫ. a. in. b. ⁊. c. ⁊ proueniat. d. ⁊. e. itemqꝫ. b. in. c. ⁊ ꝓueniat. f. dico quosqꝫ duos ex. d. e. f. esse adinuicem compositos tamẽ nullus numerabit omnes duos quosqꝫ pꝫ esse cõpositos. a. enim numerat. d ⁊. e. b. vero. d. ⁊. f. ⁊. c. e. ⁊. f. Qď autẽ nullus numeret oẽs: patebit prius demõstrato ꝙ. a. est maximus numerans. d. ⁊. e. b. quoqꝫ maxim⁹ numerãs. d. ⁊. f. ⁊. c. maximus numerãs. e. ⁊. f. hoc aũt sic cõstat: si eni. a. nõ ẽ maxim⁹ numerãs. d. ⁊. e. sit itaqꝫ. g. numeretqꝫ. d. bm̃. h. ⁊. e. bm̃. k. eritqꝫ ꝑ scďam ptẽ. 20. a. ad. g. sicut. h. ad. b itemqꝫ ꝑ eãdẽ. a. ad. g. sicut. k. ad. c. q꞉ ergo. a. est minor. g. erit. h. minor. b. ⁊. k. minor. c. ⁊ q꞉. h. ad. k. sicut. b. ad. c. vtraqꝫ eni ẽ sicut. d. ad. e. ꝑ. 18. bis assumptã. sunt autẽ: h. ⁊. k. minores. b. ⁊. c. erit ꝑ imediate sequẽtẽ ⁊ per hãc ypoth. ꝙ. b. ⁊. c. sint ꝯtra se primi reperire minimis minores: qď q꞉ ẽ impossibile: erit. a. maxim⁹ numerãs. d. ⁊. e. Eodẽqꝫ mõ ꝓbabit͛ ꝙ. b. sit maximus numerãs. d. ⁊. f. ⁊. c. maxim⁹ numerãs. e. ⁊. f. siquis ergo numerat. d. e. f. ꝑ correl. scďe ter assũptũ ipse numerabit a. b. c. sed quisqꝫ eorũ primus erat ad reliquos. Accidit igit͛ ĩpossibile. Silr̃ quoqꝫ
¶ Quotlibet numeri quos vnus nõ numerat scďm cõtinuationẽ suaꝝ ꝓportionũ sunt minimi. ¶ Ut si sint. a. b. c. quilibet numeri quos oẽs nullus numerat. dico ꝙ ipsi sunt in continuatione suaꝝ ꝓportionũ minimi. Alioquin sint minimi. d. e. f. qui ꝑ. 21. numerabunt. a. b. c. quisqꝫ suũ relatiuum equaliter. sit ergo vt scďm. g. eritqꝫ per. 17. vt viceuersa. g. numeret. a. b. c. scďm. d. e. f. quare accidit ꝯ͞rium positioni.

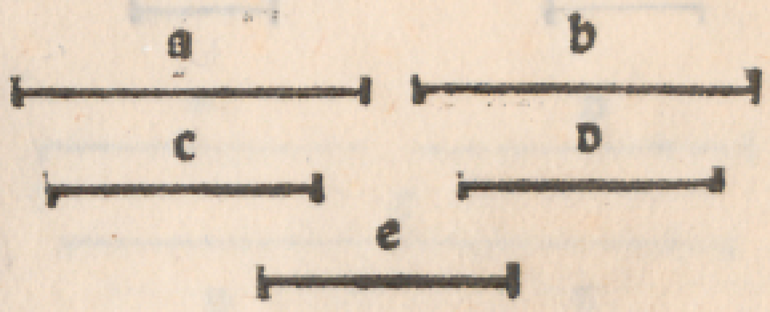






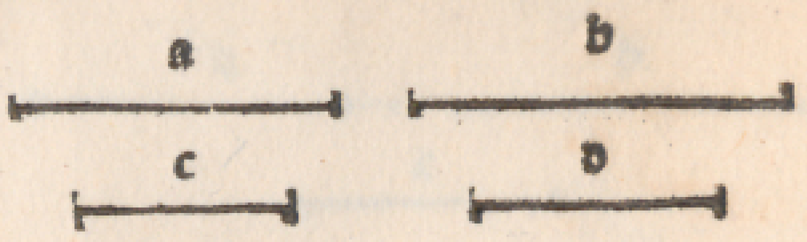
Propositio .23.

Quilibet numeri ꝯtra se primi sũt bm̃ suã ꝓportõem mĩmi.
¶ Hec ẽ cõuersa ꝓmisse vt si duo numeri sint. a. ⁊. b. ꝯtra se ꝓmi: ipsi erũt bm̃ suã ꝓportionẽ minimi: sin aũt sint minimi ĩ eadẽ ꝓportiõe si possibile ẽ. c. ⁊. d. cõstat itaqꝫ ꝑ. 21. ꝙ. c. numerat. a. ⁊. d. b. eq̃liter sit igitur vt scďm. e. erit per. 17. vt viceuersa. e. numerat. a. ⁊. b. a. quidem secddũ. c. ⁊. b. scďm. d. non sunt igit͛. a. ⁊. b. ꝯ͞ se ꝓmi qď ẽ ꝯ͞ ypoth.



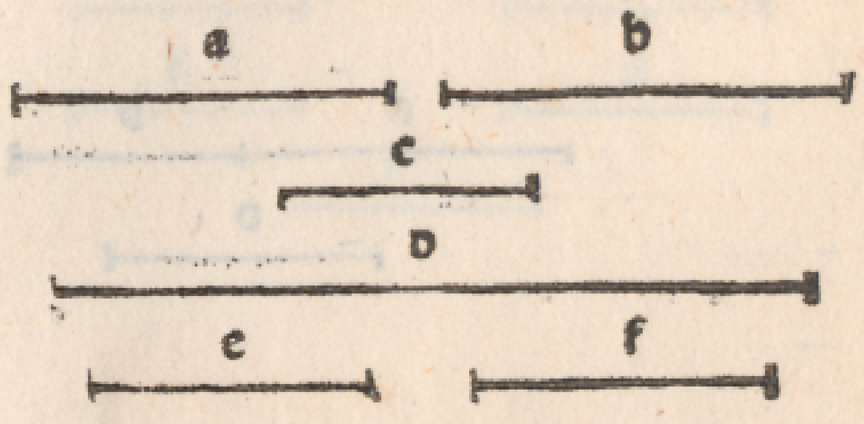
Propositio .24.

Si fuerint duo numeri cõtra se primi. si quis vnũ eoꝝ numeret ad alterũ eẽ primus necessario comprobatur.
¶ Sit. a. ⁊. b. ꝯ͞ se ꝓmi. c. vero numeret. a. dico ꝙ. c. ꝓm⁹ ẽ ad. b. alioqui nũeret eos. d. q̃ ꝑ penul. ꝯcept. nũerabit etiã. a. nõ sũt ergo. a. ⁊. b. ꝯ͞ se ꝓmi. d. eni numerat ãbos.

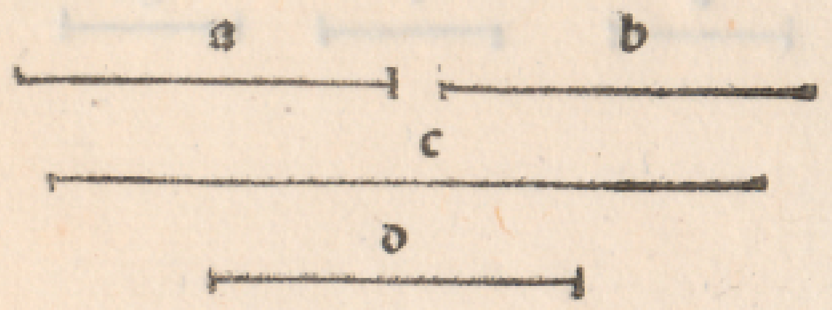


Propositio .25.

Si fuerint duo numeri ad aliũ quẽlibet primi qui ex ductu vnius in alterũ ꝓducetur. ad eundem erit primus.
¶ Sit vterqꝫ duoꝝ numeroꝝ. a. ⁊. b. primus ad. c. ⁊ ex. a. in. b. sit. d dico ꝙ. d. est primus ad. c. aliter eni numeraret eos. e. d. q̃dã bm̃. f.



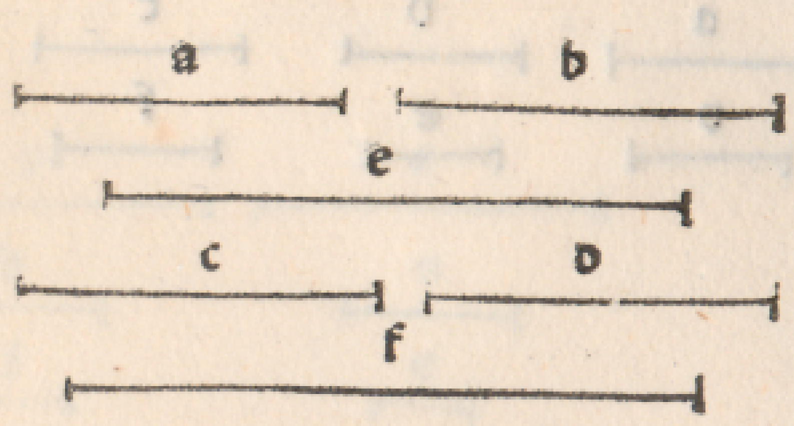
eritq3 p scđam ptē.20.a.ad.c.sicut.f.ad.b.⁊ q2. a.⁊.c.sūt p̄mi ⁊ .e.numerat.c.ipse erit p.24.primus ad.a.q̄re p.23.a.⁊.e.sunt scđm suā ꝓportionē minimi:sequit̄ ergo p.21.ut.c.numeret.b.⁊ q2 positū ē ꝙ ipse numeret.e.nō erunt.b.⁊.c. ꝯ se p̄mi: qꝺ est contra ypothe.



Propositio 26.

SI fuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eorū in se ipsum producitur ad reliquum est primus.

¶ Sint cōtra se primi .a.⁊.b.⁊ ex.a.in se fiat.c.dico ꝙ.c.primus est ad.b.sit enim.d.equalis.a.eritq3.d.primus ad.b.⁊ ex.a.in.d:fiet.c per premissam igitur patet.c.primū esse ad.b.qꝺ proposuimus.

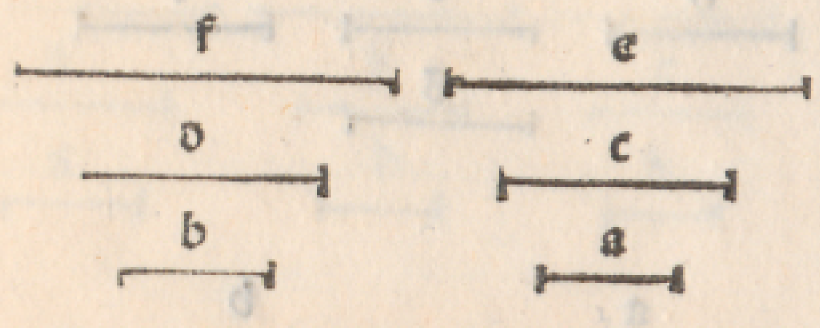


Propositio .27.

SI duobus numeris ad alios duos cōpatis vterq3 ad vtrū q3 fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

¶ Sint.a.⁊.b.p̄ores.c.⁊.d.posteriores:sitq3 vterq3 duoꝝ.a.⁊.b.primus ad vtrūq3 duoꝝ.c.⁊.d.⁊ ex.a.in.b.fit.e.⁊ ex.c.in.d.f.dico ꝙ e primus est ad.f.hoc aūt.25.ter assumpta euidenter concludit:cū eni fiat.e.ex.a.ī.b.quorum vterq3 primus est ad.c.⁊ ad.d.erit per ipsam.e.primus ad.c.⁊ item p ipsam primus ad.d.quia item.f.fit.ex.c.in.d.quoꝝ vterq3 prim⁹ est ad.d.erit rursus per ipsam.f.primus ad.e.qꝺ ē ꝓpositū.

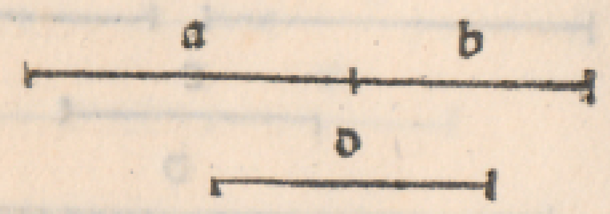
Propositio .28.



SI fuerint duo numeri contra se primi ducaturq3 eorum vterq3 ī seipsum: erunt inde producti cōtra se primi. Itē q3 si in vtrūq3 productoꝝ suum ducatur principiu3: erūt quoq3 producti contra se primi.

¶ Sint.a.⁊.b.cōtra se primi:ducat̄q3 vterq3 in se:⁊ proueniant ex.a quidem.c.ex.b.vero.d.itēq3 ducat̄.a.in.c.⁊ proueniat.e.⁊.b.in.d.⁊ proueniat.f. dico.c.⁊.d.esse contra se primos:itemq3.e.⁊.f.contra se primos:est enim per.26. c.primus ad.b.per eandē igitur erit.d.primus ad.a.⁊ ad.c.sicq3 constat primum qꝺ ē.c.⁊.d.esse contra se primos. ¶ Reliquum sic:est eni vterq3 duoꝝ numerorum a.⁊.c.primus ad vtrūq3 duoꝝ.b.⁊.d.itaq3 per.27.erit.e.primus ad.f.qꝺ est reliquum. Non solum autem erit.c.primus ad.f.sed etiā per.25.ad.b. ⁊ ad.d. itemq3 per eandē.f.ad.a.⁊.c.sicq3 si infinities ducerent̄ vtrūq3 productoꝝ in suum principium essent omnes producti contra se primi:⁊ non solum sed quilibet eductus ab a.ad quemlibet eductum.a.b.

Propositio .29.



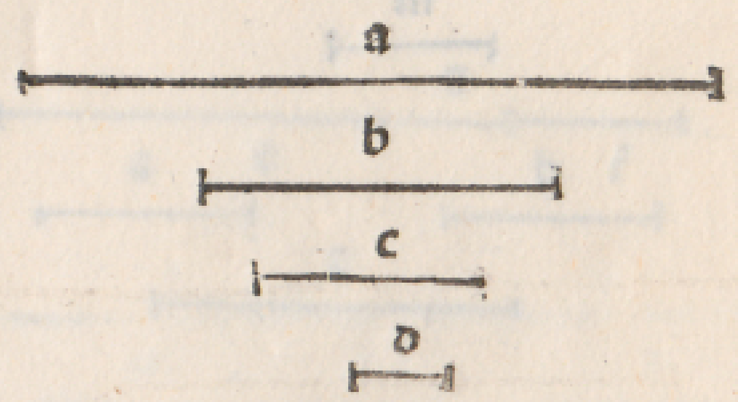
SI fuerint duo numeri contra se primi:qui ex ambobus coaceruatur ad vtrūq3 eoru3 erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrūq3 eorū fuerit prim⁹ duo quoq3 numeri adinuicem erunt primi.

¶ Sint .a.⁊.b.cōtra se primi:dico ꝙ ex eis cōpositus.a.b.ad vtrūq3 eorū erit prim⁹ ⁊ ecōuerso.nā si.d.numerat totū.a.b.⁊ alteꝝ eoꝝ numerabit p cōe3 sciā3 ⁊ reliquū.q̄re nō erūt ꝯ se p̄mi:s3 hoc positū fuerat:p3 ergo p̄mū. Scđm sic:sit.a.b .prim⁹ ad vtrūq3 suoꝝ componentium qui sunt. a. ⁊.b. dico ꝙ.a.⁊.b.

sunt ꝯtra se primi: posito eni ꝙ.d.numeret vtrūq₃ duorum numeroꝝ.a. ⁊. b. se/
quitur per cōem sciam ꝙ etiā numeret.a.b.ex eis cōpositum: quare ad neutrum
duoꝝ numeroꝝ.a.⁊.b.erit.a.b.primus: sed positum erat ꝙ esset ad vtrūq₃. Acci/
dit igitur impossibile. Eodē quoq₃ mō si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad
alterum: primus quoq₃ erit ad reliquū. ideoq₃ ⁊ coaceruati inter se: sit eni cōposi/
tus ex.a.⁊.b.primus ad.a.dico ꝙ erit etiā primus ad.b.alioquin numeret eos.d
qui per cōceptionē numerabit ⁊.a.cum numeret totum ⁊ detractum: hoc autē in/
conueniens erat enim compositus ex.a.⁊.b.primus ad.a.

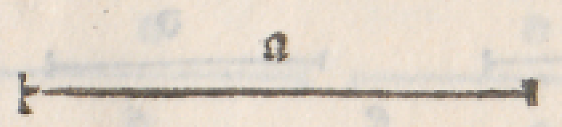
Propositio .30.

OMnis numerus cōpositus ab aliquo primo numeratur.
¶ Sit.a.quilibet numerus cōpositus: dico ꝙ aliquis prim⁹ numerat
ipsū: qꝛ eni est cōpositus numerabit̃ ab aliquo numero qui sit.b. qui
si fuerit primus verū erit qḋ dicit̃. si aūt cōpositus sit.c.qui numerat
eum: qui etiā per cōem sciam numerabit.a.si ergo vel ipse fuerit pri/
mus constat qḋ dicit̃. At si cōpositus necessario numerabit eū.alius qui sit. d. qui
etiā per cōem sciam numerabit.a.de quo rōcinare vt prius: qꝛ ergo quotiens oc/
currit cōpositus necesse est minorem assumere qui cōpositum occurrentē numeret
sequitur ut tandē deueniatur ad aliquē primū: alioquin accidet impossibile ⁊ con/
trarium petitioni numerum in infinitum decrescere.



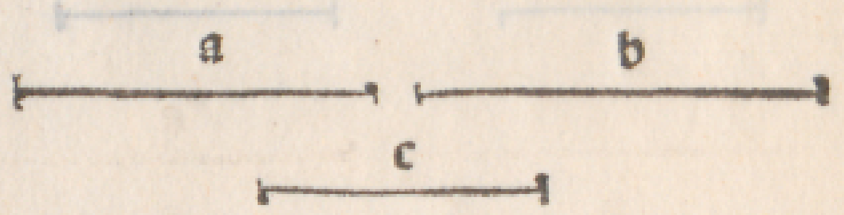
Propositio .31.

OMnis numerus aut ē primus aut a primo numeratur.
¶ Sit.a.quilibet numerus: dico ipsum esse primū vel numerari a pri
mo. quia si non est primus erit cōpositus: quilibet autē talis ab ali/
quo primo numeratur per premissam.a.igitur vel primus est vel a
primo numeratur: quod proponitur.



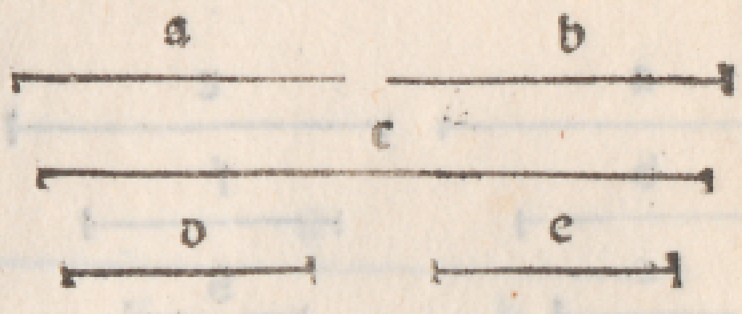
Propositio .32.

OMnis numer⁹ primus ad omnē quē nō numerat ē prim⁹.
¶ Sit.a.numerus primus non numerās.b.dico ꝙ.a.⁊.b. sūt cōtra
se primi. si eni.c.numerat eos nō est verū ꝙ.a.sit primus.



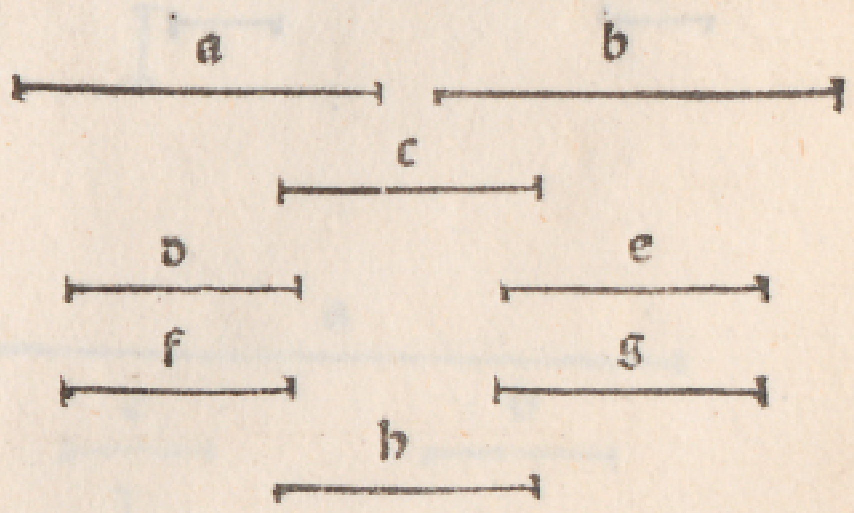
Propositio .33.

SI numer⁹ ex duob⁹ ꝓduct⁹ ab aliquo primo numeretur
necesse est eundem primū alteꝝ illoꝝ duoꝝ numerare.
¶ Sit.c.productus ex.a.in.b.⁊ sit.d.numerus primus qui ponatur
numerare.c.dico ꝙ.d.numerat.a.vel.b.numeret eni.c. ꝭm.e.si er/
go nō numerat.a.erit primus ad ipsū ꝑ premissam: ⁊ iō erūt ꝭm suā
ꝓportionē mimi ꝑ.23.⁊ qꝛ.a.ad.d.sicut.e.ad.b.ꝑ scḋam ptē.20.sequit̃ ut.d. nu/
meret.b.ꝑ.21.qḋ est propositū. Vñ manifestū ē ꝙ si aliquis numerus nu/
merat ꝓductū ex duobus vel si eidē fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabi
lis quoq₃ erit alteri eoꝝ.



Propositio .34.

NUmerus ꝭm ꝓportionē nūeroꝝ assignatoꝝ minimos in/
uenire. ¶ Unde manifestū ē maximū numeꝝ duos cōiter
numerantē ꝭm minimos illius ꝓportionis eos numerare
¶ Sint.a.⁊.b.numeri propositi ꝭm quorum proportionē volumus
inuenire mimos. si ḡ fuerit ꝯ se ꝑmi sūt q̃les inq̄rim⁹ ꝑ.23. si aūt cō/
positi sumat̃: vt docet scḋa maxim⁹ eos cōiter numerās q̃ sit.c.numeretq₃ eos ꝭm



d.⁊.e.erūtqȝ in cadē ꝓportione p.18.quos dico ēe q̄les q̄rimꝰ.Sint autē sint.f.⁊ g.q̄ p.21.numerabūt.a.⁊.b.eq̄liter:sit igiť ut bm.h.eritqȝ p scḋam ptē.20.c.ad.h sicut.f.ad.d.vel sicut.g.ad.e.quare.c.ē minor.h.itaqȝ cū.h.numeret.a.⁊.b.non fuit.c.maximꝰ eos numerās sed erat positū q sic.ergo ⁊c.Siľiter quoqȝ possumꝰ.

¶ Numeros bm continuitatem proportionum numeroꝝ assignatoꝝ minimos repire. Unde etiā manifestū ē maximū numeꝝ quotlibet cōmuniter numerātē bm minimos proportionū eorum eos numerare.

¶ Ut si sint.a.b.c.bm quoꝝ proportiones volumus minimos inuenire siue fuerit in eadem ꝓportione siue in diuersis: siue nullus numerus numerat eos oīs: ipsi sunt quos querimus per.23.hoc enim ibi demonstratū est. Si autem vnus numerat oīs:sumať ut docet tertia:maximus eos cōiter numerans qui sit. d.numeret qȝ eos bm.e.f.g.qui erunt in cadē ꝓportione per.18.dico eos esse quos querimus alioquin sint.h.k.l.qui per.21.numerabunt.a.b.c.equaliter:sit ut bm.m.eritqȝ p scḋam ptem.20.d.ad.m.ut.h.ad.e.vel.k.ad.f.vel.l.ad.g.Minor est igitur.d.q̄ȝ m.quare cū.m.numeret.a.b.c.nō fuit.d.maximus eos numerans:quare sequitur impossibile:fuit eni.d.maximus numerans.a.b.c.

Propositio .35.

QUilibet duo numeri minimos numeros sue ꝓportionis maior minorē ⁊ minor maiorē multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producūt. Unde manifestum ē minimū quē duo numerāt quēlibȝ ab eis numeratū numerare

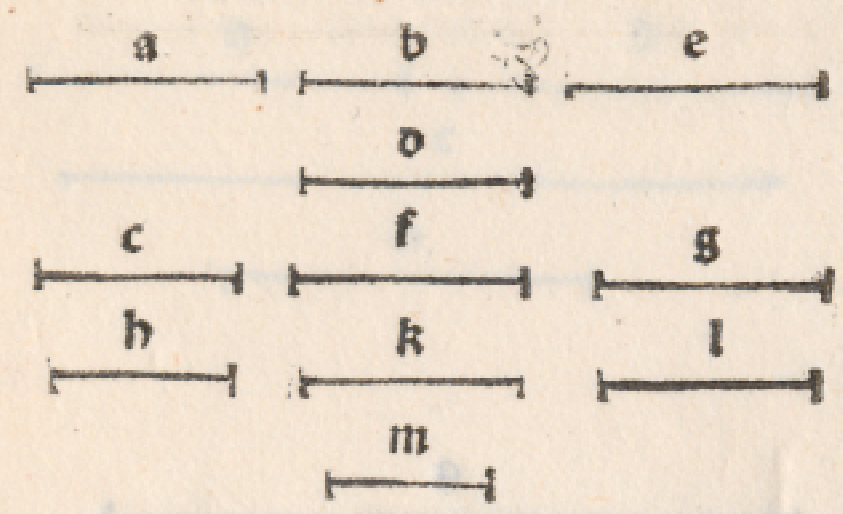
¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.minimiqȝ in eoꝝ ꝓportiōe.c.⁊.d.eritqȝ per primā ptē.20.vt ex.a.in.d.⁊.b.in.c.fiat idem numerus.qui sit.e.quē dico esse minimū numeratū ab.a.⁊.b.aliter eni sit.f.quē numeret.a.⁊.b.bm.g.⁊.h.eritqȝ p scḋam partē.20.h.ad.g.sicut.a.ad.b.⁊ sicut.c.ad.d.⁊ per.18.crit.c.ad.h.sicut.e.ad.f.cū itaqȝ p.21.c.nūeret.h.e.nūerabit.f.maior minorē:q2 ergo hoc ē īpossibile cōstat veꝝ eē qḋ dicit.

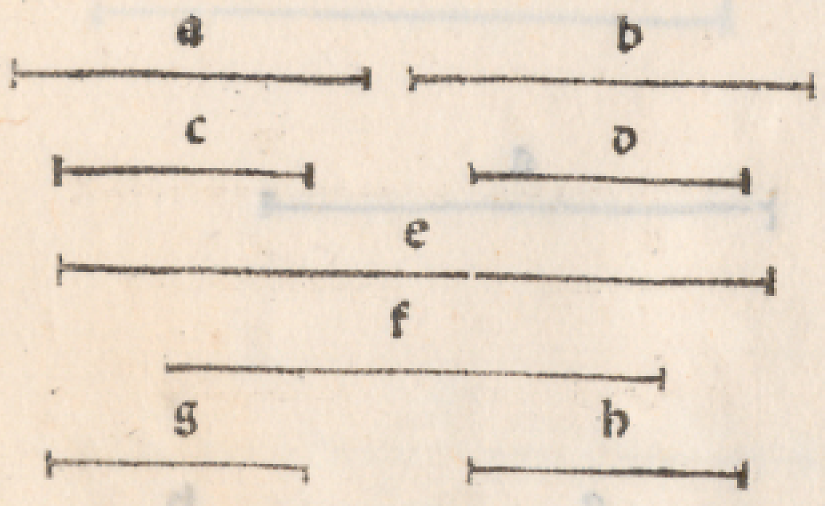
Propositio .36.

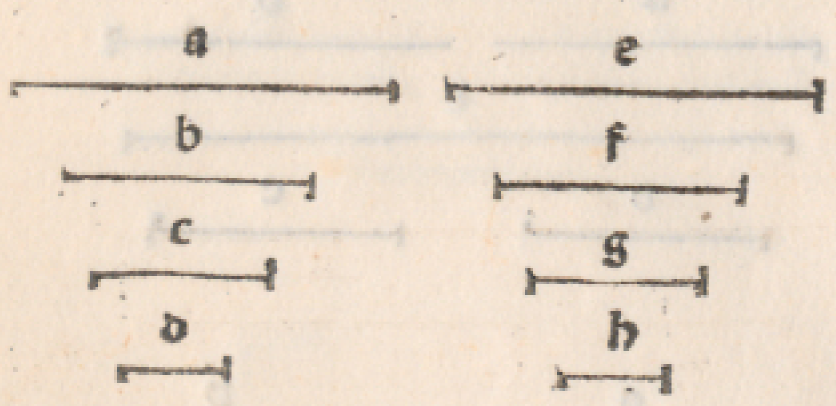
PRopositis quotlibet numeris minimū ab eis numeratū repire. Manifestū etiā ex hoc ē minimum numeꝝ quem quotlibet numerāt quēlibet ab eis numeratū numerare.

¶ Sint ꝓpositi numeri.a.b.c.d.volo iuenire mimū numeꝝ numeratū ab eis. Inuenio itaqȝ primo minimū numeratū ab.a.⁊.b.q si.a numerat.b.nō erit aliꝰ q̄ȝ.b.si autē nō numerat eū nec ecōuerso:si ipsi sunt ꝯtra se ꝑmi qui ex vno in alterū ꝓuenit erit minimus per.23.⁊ ꝑmissam.Qḋ si sunt cōicantes:sumanť minimi in eoꝝ ꝓportione:vt docet.34.⁊ maior in minorē eorum multiplicato ꝓueniat.e.qui erit minimus numeratus ab eis per ꝑmissam.Simili quoqȝ modo inueniať minimus numeratꝰ ab.e.⁊.c.qui sit.f.eritqȝ.f.minimus numeratus ab.a.b.c.sed ⁊ minimus quē numerant.f.⁊.d.sit.g.eritqȝ.g.minimus quē numerant numeri ꝓpositi:qḋ eni omnes ipsū numerent:patet per cōceptionē sed si nō ē minimus ponať ergo.h.quē q2 numerat.a.⁊.b.numerabit etiā ipsū p correľ.ꝑmisse.c.p idē quoqȝ correľ.numerabit ipsū.f.sed ⁊.g.maior itaqȝ nūerat minorē qḋ est impossibile.Hec ⁊ ꝑmissa ꝓponunť ī alio loco sub tribꝰ conclusiōibꝰ quaꝝ prima equiualet ꝑmisse:secūda componiť ex correlarijs ambobus:tertia ꝓponit de tribus qḋ hec de quotlibet numeris.Est itaqȝ prima.

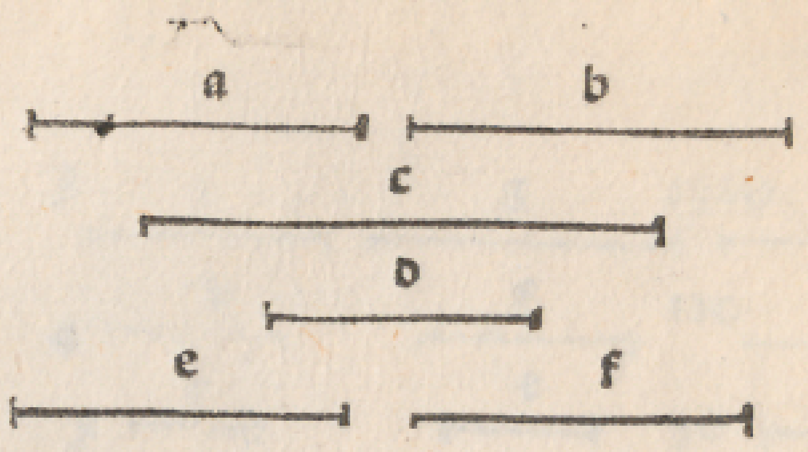
¶ Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.





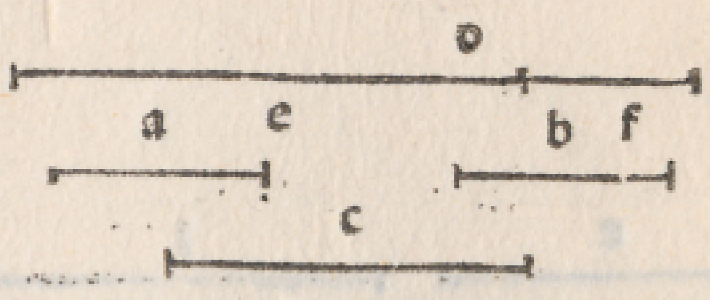


¶ Dati numeri sint.a.⁊.b.quoꝝ minor si numerat maiorem est maior quē queri/ mus. alioquin maior eoꝝ numeraret minorem se. Si autē neuter neutrū numeret si ipsi sunt contra se primi.erit qui ex.a.in.b.ꝓuenit qui sit.c. minimus omnium quē numerat.a.⁊.b. Nam si minorem eo numerauerint esto.d. quē numerent ꝑm e.⁊.f.eritqꝫ per scđam partem.20.a.ad.b.sicut.f.ad.e.⁊ quia.a.⁊.b. sunt sue pro/ portionis minimi per.23.numerabit.a.f.per.21.⁊ quia per.18.est.c.ad.d. sicut.a. ad.f. Nam ex.b.in.a.⁊.f.fiunt.c.⁊.d.sequitur.c.numerare.d.sed erat.d. minor.c quare impossibile. Si autem.a.⁊.b.sint cōicantes: negociare propositū ut in.35. secunda trium conclusionum ex ambobus correl.est confecta.



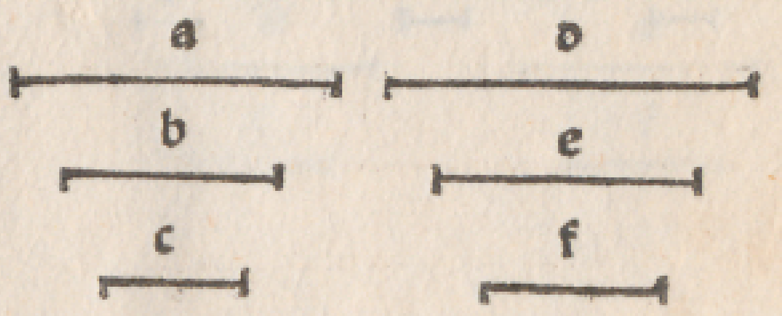
¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt minimus quē numerant eundē numerum numeret.

¶ Ut si sit quilibet numerus quē numerat.a.⁊.b.d.minimusqꝫ ab eisdem nume/ ratus.c.erit ut.c.numeret.d.cū eni sit.d. maior.c. si.c.nō numerat ipsū. numera bit tamē aliquid eius: sitqꝫ plurimū qđ numerat.c.⁊ residuū sit.f. eritqꝫ.f.minus c.quia igitur.a.⁊.b.numerant.c.numerabunt per cōem scientiā ⁊.e. sed numera bunt.d.itaqꝫ per aliā cōmunem sciam numerabunt.f. incōueniens ergo sequit̄ ꝙ c.nō fuit minimus quē numerant.a.⁊.b. ¶ Idem cōuinces ⁊ eodē mō de quolibet numerato a quotlibet pluribus.s. ꝙ minimꝰ ab illis quotlibet pluribus numera/ tus eundem numeret: vltima triū cōclusionū ē.



¶ Propositis tribus numeris: minimū numeroꝝ ab eis numerato/ rum inuenire:

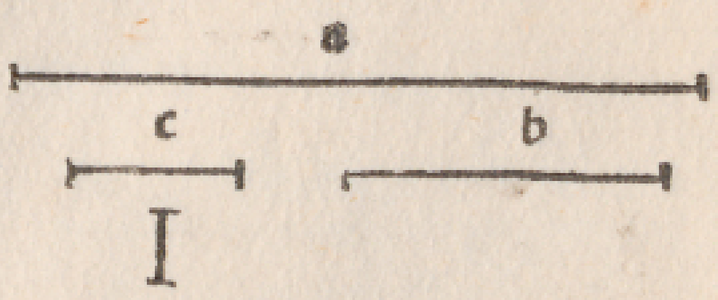
¶ Tres numeri ꝓpositi sint.a.b.c.minimusqꝫ quē numerant.a.⁊.b.sit. d. qui su/ metur ut prima trium conclusionū docet. Si igitur.c.numerat.d.scito .d. esse quē querimꝰ. Si eni.a.b.c.minorem eo numerant: sit eni.e.quē per p̄missam conclusio nē numerabit.d.qđ est impossibile. Si autem.d.non numerat.c.sumatur.e.mini/ mus numeratus ab eis.ꝙ autem.e.numeret̄ ab.a.b.c.patet qr.c. numerat ipsum ⁊.d.similiter: ergo ⁊.a.b.qui numerant.d.quare.e.numerabitur ab.a.b.c.eritqꝫ.e minimus quē numerāt.a.b.c. Sin autem sit.f.quē per premissam conclusionē nu/ merabit.d.sed.c.numerat.f. quia. a.b.c. numerant eum: quare. c.d. numerabut eum: quare per premissam.e.numerabit eum ⁊ est maior eo sed ⁊.e.maior minorē qđ nō esse potest. Idem inuenies ⁊ eodē modo quotlibet propositis.



Propositio .37.

Si numerus aliquis aliū numerum numeret: erit in nume/ rato pars a numerante denominata.

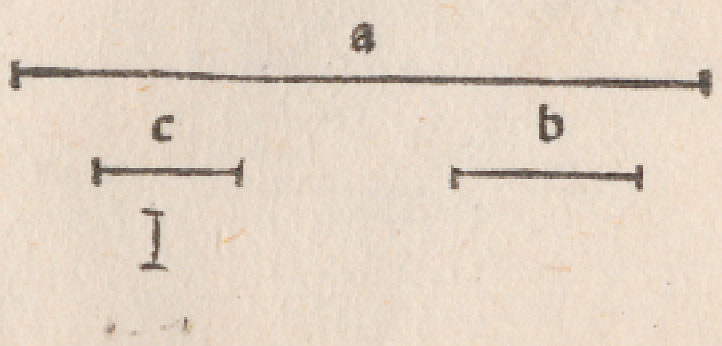
¶ Huius sensus est ꝙ oīs numerꝰ numeratꝰ a ternariō habet tertiā ⁊ numeratꝰ a quinario hꝫ quintā. sicqꝫ de ceteris: vt si.b.numeret.a. erit in.a.ps denominata a.b.numeret eniꝫ ipsū quotiens vnitas in c.eritqꝫ per.16.vt.c.quoqꝫ totiens numeret.a.quotiens vnitas i.b.quare tota ps est.c.a.quotta vnitas.b.⁊ qr vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per cōmunem sciam: erit.c.pars.a.denominata a.b.quod est propositum.



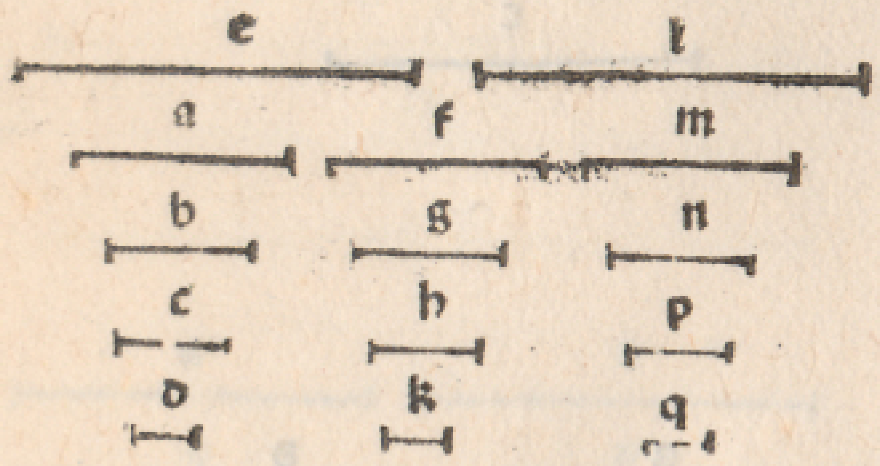
Propositio .38.

Si numerus aliquis partē quotācunqꝫ habeat numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

¶ Hec est cōuersa premisse cuius est intentio: ꝙ oīs nūerus hn̄s ter/ tiā numerat̄ a ternario: ⁊ hn̄s quītā a q̄nario: sicqꝫ de ceteris vt si.b sit ps.a.denoīata a.c.seq̄t ut.c.nūerꝫ.a.qr ei.b.ē ps.a.denoīata a.c



sed & vnitas est pars.c.denominata ab ipso p cōcep.sequitur ut quotiens vnitas numerat.c.totiens.b.numerat.a.itaqȝ per.16.quotiens vnitas.b.totiens.c.numerat.a.q̄re cōstat ꝓpositū. ¶ Aliter idē: cū sit.b.pars.a.si tota vnitas.c.eritqȝ per hanc cōmunem sciam vnitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam.c.denoīans.b.in.a.& quia est.b.in.a.quotiens vnitas in.c.euidēter sequitur propositum p.16.



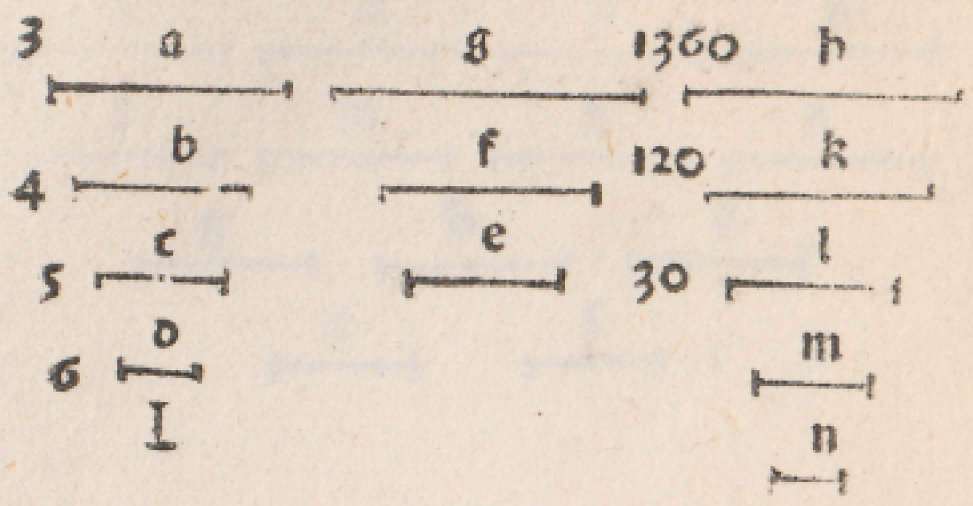
Propositio 139.

NUmerum minimum propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestum ē ꝙ minim⁹ numerus numeratus a quotlibet ē minimus habens partes denominatas ab ipsis.

¶ Sint.a.b.c.d.denominantes partes ꝓpositas.&.e.minimus numeratus ab eis sūptū ꝑm.36.:ipsū.e.dico esse quē querimus. Sint eni ꝑm quos numerant ipsum.f.g.h.k.eritqȝ per.16.& hanc comunem scientiam: vnitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: vt viceuersa.f.g.h.k.numerent.e.ꝑm.a.b.c.d.quare sunt partes eius ab illis dicte.est igitur.e.habens partes propositarum denominationū. Minimus etiā qm̄ si alter fuerit vt.l.sint ptes.l.dicte ab eis.m.n.p.q.eruntqȝ per.16.& predictam cōem scientiam.a b.c.d.viceuersa ptes.l.dicte ab.m.n.p.q.quare nō erat.e.minim⁹ quē numerāt.a.b.c.d.qđ est incōueniēs. ¶ Habito minimo: si cura est habere scōm.aut quotūcūqȝ libet: si scōm qđ sume duplū minimi: si tertium triplum: & ad hunc modū in alijs. Cum enim omnis multiplex e.numeretur ab.a.b.c.d.per hanc cōem scientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratū ab illo necesse est per.37.vt omnis multiplex.e.habeat partes denominatas ab.a.b.c.d.si itaqȝ duplus.e.nō fuerit scōs habens ptes ꝓpositarū denoīationū: erit ali⁹ quē sicut sequit̃ eē maiorē.e.sic sequit̃ ēe minorē duplo: & q̄ illum numerant.a.b.c.d.per.38.sequitur per correl.36.ꝙ.e.numeret eundē qđ est impossibile.cum enim numeret se.numeraret p hanc cōmunem sciaȝ omnis numerus numerās totū & detractum: numerat residuū: differentiam illius ad se.que cum sit minor se: maior numerus numeraret minorem qđ esse non potest sequitur itaqȝ duplum.e.esse ꝑm numerū habentē propositarum denominationū partes. ¶ Similit̃ quoqȝ argues triplū.e.esse tertiū probato duplo esse scōm.alioquin quia esset triplo minor.& duplo maior.sequeretur.e.numerare aliq̄ȝ iter ipsius duplum & triplum.qđ ut prius patȝ esse impossibile: probato aūt triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: & sic in ceteris.

¶ Minimū numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

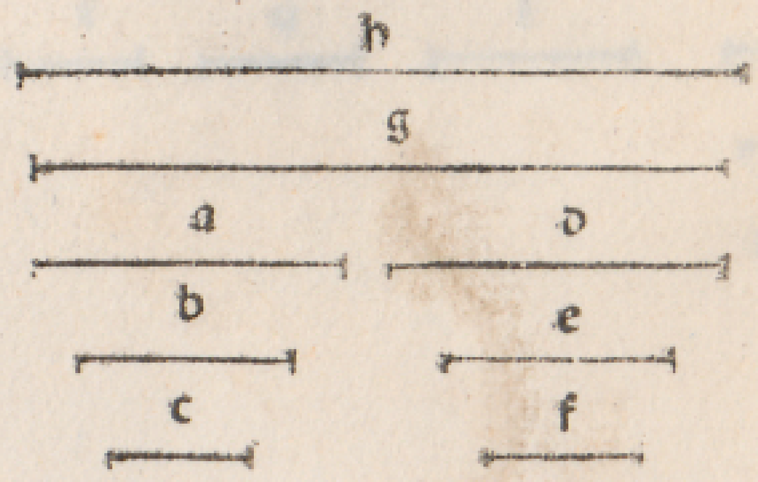
¶ Ut minimum numeꝝ habentē tertiā que tertia habeat quartam: que etiā quarta habeat quintā: aut septimā: aut qualitercūqȝ contingat eas ab eisdem vel diuersis denominari. Multiplicari oportet denominatorē prime partis in denominatorē scōe: & ex eis ꝓductum in denominatorē tertie: ꝓductum quoqȝ i denominatorē quarte.sicqȝ de ceteris vsqȝ ad vltimam. a prima vel vsqȝ ad primā ab vltima & qui puenerit erit qui inquirit̃ vt in ꝓposito.60.vel.84. ¶ Hoc autē ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri ptes ꝓpositas denoīantes.a.b.c.d.volum⁹ inuenire minimū numerum qui habeat partem denominatam ab.a. ita ꝙ illa ps habeat partē denominatā a.b.& illa aliā denominatā a.c. sed & hec aliā dictā a.d



ducatur itaqȝ.d.in.c.ꝛ proueniat.e.ꝛ.e.in.b.ꝛ proueniat.f.f.quoqȝ ducatur in.a ꝛ proueniat.g.quē dico esse quē inquirimus.cum eni ipse.g.ꝓueniat etiam ex.a.ī f.p.17.erit.f.pars.g.dicta ab.a.At qꝛ.f.ꝓuenit ꝑ eādē ex.b.i.e.erit.e.pars.f.dcā a.b.sed ꝛ propter hoc erit.d.pars e.dicta a.c.ꝛ quia vnitas est ps.d.dicta ab ipo d.pȝ.g.habere ptes ut ꝓponiᷣ.Si ergo nō fuerit minimus sit.h.sitqȝ.k.ps eiꝰ dicta ab.a.ꝛ.l.ps.k.dicta a.b.ꝛ.m ps.l.dicta a.c.n.quoqȝ pars.m.dicta a.d.erit qȝ per.18.g.ad.f.vt.h.ad.k.ꝛ.f.ad.e.vt.k.ad.l.ꝛ.e.ad.d.ut.l.ad.m.sed ꝛ.d.ad vnitatem vt.m.ad.n.ergo per.15.erit in proportione equalitatis.g.ad vnitatē vt h.ad.n.ergo ꝑmutatim erit.g.ad.h.vt vnitas ad.n.quare cum.h.sit minor.g.erit n.minor vnitate.sequitur igitur impossibile partē numeri minorē esse vnitate.erit itaqȝ.g.minimus habens ptes vt ꝓponiᷣ Quo inuēto si cura fuerit habere scōm aut quotūquelibet ꝑ minimū multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc autem.39.proponitur in alio ᵬm hunc modum.

¶ Propositis partibus quotiscū q̄libet: minimū numerum eas continentium inuenire.

¶ Ut si ptes proposite sint.a.b.c.sintqȝ eas denominātes.d.e.f.ꝛ sumaᷣ minimꝰ quē numerant.d.e.f.qui sit.g.hunc dico esse quē querimus: erunt eni in eo proposite partes per.37.qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo.h.quē numerabunt.d.e.f.per.38.igitur nō erit.g.minimus numeratus ab eis qḋ est incōueniēs qꝛ erat. Intelligo vero ptes.a.b.c.indeterminate poni ꝛ nō sub quātitate certa: aliter eni nō esset necessarium vt minimus numerus quē numerant.d.e.f.esset minimus continens partes ꝓpositas: plurimas eni contingit partes reperire q̄s numerus numeratus ab coꝝ denoiatoribus non continet: verbi gr̄a. Tres numeri q̄ sūt 120.90.ꝛ.72.sunt eiusdem numeri ptes.primus quidē tertia.secūdꝰ vero quarta.ꝛ tertius quinta.nec tamē minimus quē numerāt denoiatores coꝝ qui est.60.ptes istas continet. Instandū igitur est si ptes sub certa quantitate ponanᷣ prime consequentie huius demōstratiōis: nō enim sequiᷣ ut arguit p.37.si ternariꝰ hunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia: sȝ ergo habet tertiā: qua ꝓpter idē est quod ꝓponiᷣ ᵬm vtrūqȝ modū: sed scōm primuȝ conuenientius videᷣ qḋ intēdiᷣ proponi. Attēdere aūt oportet ꝙ cū oīs ps habeat quātitatē i eo ꝯtingit ponere quotlibet ꝛ quaslibet ptes scōm quātitatē: ꝛ inquirere quis minimus eas cōtinet ꝛ sub quibus denominationibus. Minimū aūt eas cōtinentē cōstat esse minimū numeratū ab eis.ᵬm quos vero numerāt sunt qui illas in illo denoiant. Contingit iterū ponere quotlibet ꝛ quaslibet denominatiōes: ꝛ inquirere in quo minimo hee denominationes reperiunᷣ ꝛ ᵬm quas quātitates. Minimū quoqȝ cōstat esse minimū numeratū ab illis: ᵬm quos vero numerant sunt qui quātitates determināt: vtrobiqȝ autē idcirco inquiriᷣ minimꝰ: qꝛ infiniti sunt hinc quidē qui has ptes continent. Inde vero in quibus hee denoiationes reperiunᷣ. Contingit rursus ponere quotlibet partes ꝛ totidē denoiationes vel quotlibet denoiatiōes ꝛ totidē partes. nō aūt quaslibet cū quibuslibȝ: sed certas cū certis. Si eni ponā ptes tres quatuor quinqȝ ꝛ denoiationes earū.6.7.8.ꝛ inquirā quis numerus continet has ptes sub istis denoiationibus.filis ero inquisitori vano querenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis ꝛ nō ut contingit ꝛ inquirere quis numerus positas partes sub positis denoiationibꝰ cōtinet: nō aūt quos minimus vnicus eni est: nā siue ꝓposita fuerit vna ps ꝛ vna denoiatio siue plures ꝛ plures:



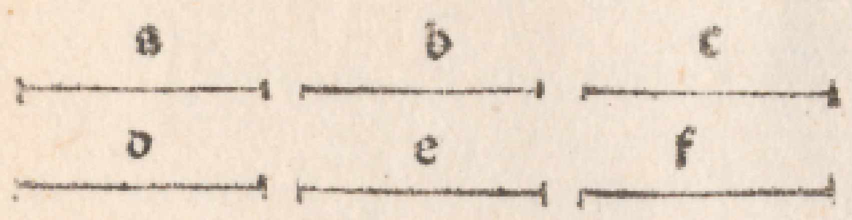
non erit sumere plures numeros qđ ꝓpositū erit cōtinentes. Solus eni ē cui⁹ ternarius ē quinta: nō plures. Solus quoq; cuius ternarius octaua: ⁊ senarius quarta: nō plures. ideoq; ꝓponentem ptes ⁊ denoiationes ipsaꝝ in toto nō est querere quis minimus cōtinet has ptes sub istis denoiationibus: sed quis vnus continet: proponentē aūt partes tantū. Contingit querere quis mininas continet ⁊ a quibus in eo denominanť: solas quoq; ꝓponentē denoiationes conuenit querere que partes ab illis dicte ⁊ in quo minimo reperiunť. Conuenientius autē videť partes p denominationes inquirere: q̄; denominationes p ptes: diuersitatē quidem denominationū non partiū comitať ꝓportionū diuersitas. Explicit liber septimus incipit liber Octauus.

Latera numeroꝝ dicunť quoꝝ multiplicatōe numeri ꝑducunť. ¶ Supficies appellať numer⁹ qui ex duob⁹ laterib⁹ cōtineť. ¶ Solidus vero qui sub tribus ex quoꝝ cōtinua multiplicatione h; procreari. ¶ Quadratus ē numerus supficialis equalib⁹ lateribus cōsistēs. ¶ Cubus est solidus equalib⁹ cōsistēs lateribus. ¶ Similes dicuntur numeri supficiales siue solidi quoꝝ latera sūt proportionalia.

Propositio .1.

Si numeroꝝ quotlibet cōtinue ꝓportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

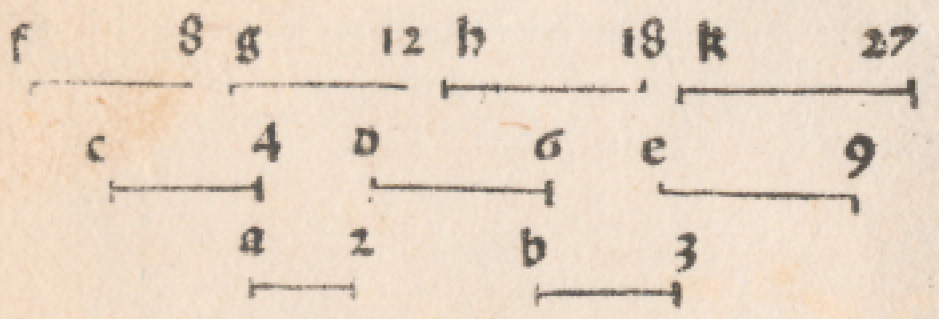
¶ Sint cōtinue ꝓportionales. a. b. c. duoq; extremi qui sunt. a. c. sint ꝯ se primi. dico ꝙ in eadē ꝓportione nō repienť totidē minores. Si aūt contingit sint. d. e. f. eritq; p. 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ⁊ q2. a. ⁊. c. sunt mini i sua ꝓportione p. 23. eiusdē sequiť p. 21. ut. a. numeret. d. ⁊. c. f. miores scilic; maiores qđ esse non potes.



Propositio .2.

Numeros quotlibet cōtinue ꝓportiōalitatis ꝑm ꝓportionē datā mimos inuenire. vn̄ manifestum erit: ꝙ si fuerint tres numeri cōtinue ꝓportionalitatis ꝑm eā mimi duo extremi erūt quadrati. ꝙ si fuerint q̄tuor erūt extremi cubi:

¶ Sint date ꝓportionis minimi. a. ⁊. b. ducatq; a. in se ⁊ fiat. c. ⁊ in b. ⁊ fiat. d. b. quoq; in se. ⁊ ꝓueniat. e. eruntq;. c. d. e. cōtinue ꝓportionales i proportione. a. ad. b. p. 18. ⁊. 19. septimi: ⁊ q2. c. ⁊. e. sūt ꝯtra se primi p. 28. eiusdē erunt c. d. e. ꝑm datā ꝓportionē minimi p p̄missam: ducať iterū. a. i oēs illos. ⁊ ꝓueniāt f. g. h. ⁊. b. i. c. ⁊ ꝓueniat. k. ⁊ erūt etiā. f. g. h. k. cōtinue ꝓportionales i ꝓportione a. ad. b. p. 18. ⁊. 19. septimi: mimi quoq; p. 28. eiusdē ⁊ p̄missā hac via ⁊ rōne inueni enť. 5. vel. 6. vel quotlibet.

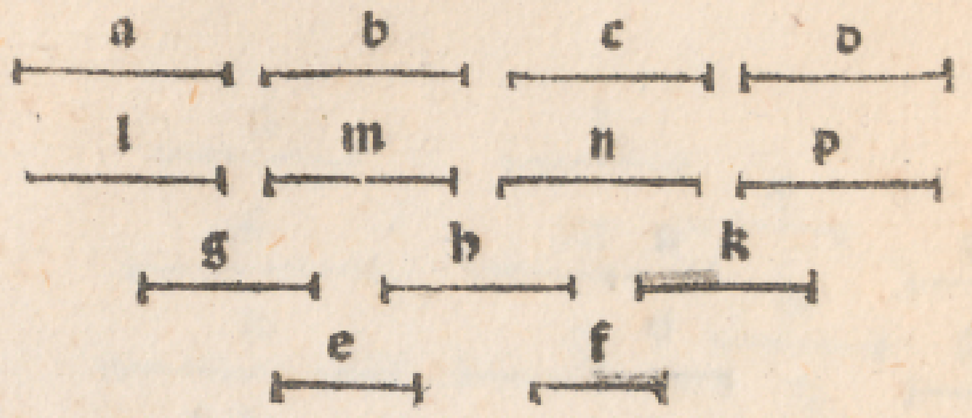


Propositio .3.

Si numeri quotlibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint mimi: duos eorum extremos contra se primos esse necessario comprobatur.

¶ Hec tertia ē cōuersa prime. Sint eni. a. b. c. d. cōtinue ꝓportiōales

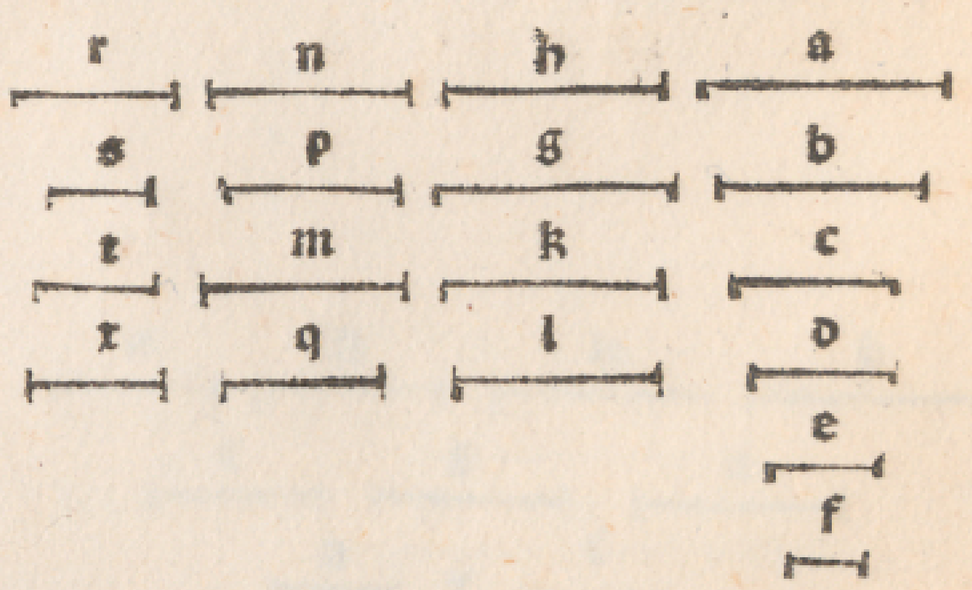
⁊ ſm ſuā ꝓportioné minimi. dico ꝙ. a. ⁊. d. extremi erūt adinuicē primi: mīni enī in ꝓportione. a. ad. b. ſint. e. ⁊. f. eruntqꝫ ꝑ. 22. ſeptimi contra ſe primi. ꝑ hos ergo duos ſm doctrinā ꝑmiſſe inueniant̃ totidē cōtinue ꝓportionales ⁊ mīmi quot ſūt numeri ꝓpoſiti: primo quidē tres qui ſunt. g. h. k. deinde q̃tuor qui ſunt. l. m. n. p. ⁊ ad hunc modū cōtinue ꝑ additionē vnius quouſqꝫ fiāt tot quot ſunt numeri ꝓ/poſiti vt ſunt hic. l. m. n. p. ſequit̃ ergo. l. m. n. p. equales eſſe. a. b. c. d. eo ꝙ in ea/dem proportione ſunt vtriqꝫ minimi ⁊ q² . l. ⁊. p. ſunt cōtra ſe primi ꝑ. 28. ſeptimi: erunt quoqꝫ. a. ⁊. d. illis equales contra ſe primi: quod eſt propoſitum.



Propoſitio .4.

Similitudinē aſſignatarꝫ ꝓportionū ī mīmis numeris ſm ipſas ꝓportiōes cōtinuatim proportionalibus inuenire.

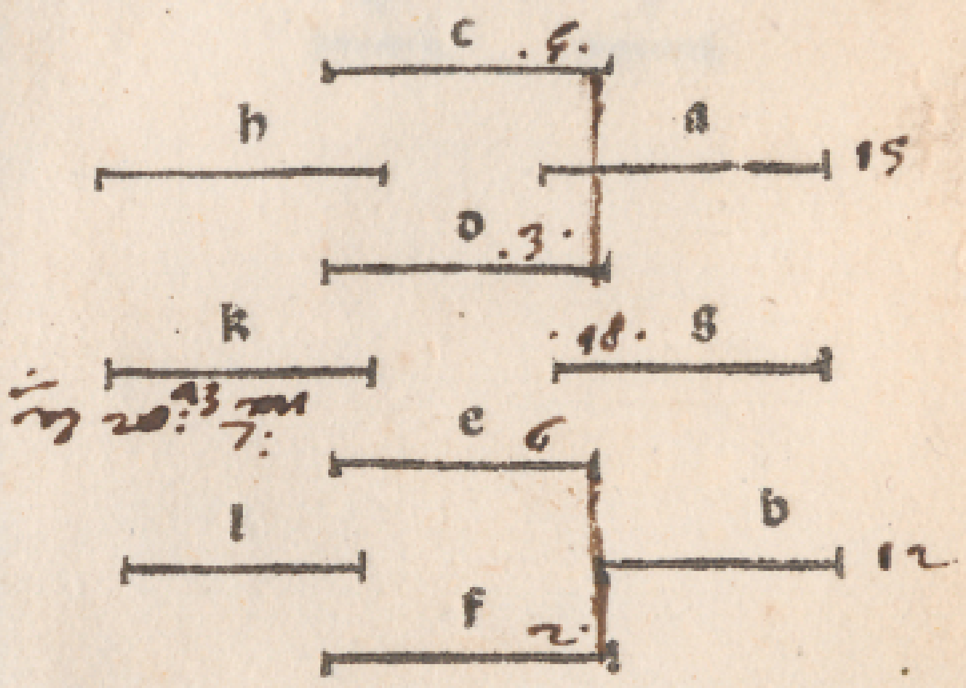
¶ Aſſignate ꝓportiones ī mīmis termis inueniant̃ ut docet. 34. ſeptimi Sintqꝫ prima inter. a. ⁊. b. ſcđa inter. c. ⁊. d. tertia inter. e. ⁊. f. ſit quoqꝫ de pluribus ſi fuerint plures. volo has ꝓportiōes in quatuor minimis numeris cōtinuare. Sumo ergo. g. minimū quē numerāt. b. ⁊. c. ⁊ quotiens. b. numerat ipſū. g. totiēs. a. numerat. h. d. quoqꝫ totiēs numeret. k. quotiēs. c. g. itaqꝫ ſi. e. numerat. k. ſit vt. f. totiēs numeret. l. erūtqꝫ. h. g. k. l. quos querimꝰ: cōſtat enī ꝑ. 18. ſeptimi ꝙ ſit. h. ad. g. ſicut. a. ad. b. ⁊. g. ad. k. ſicut. c. ad. d. at. k. ad. l. ſicut. e. ad. f. Minimi quoqꝫ: nā ſi alij ſint minimi vt. m. n. p. q. oportebit ꝑ. 21. ſe/ptimi bis aſſumptā ut vterqꝫ duorꝫ. b. ⁊. c. numeret. p. q̃re ⁊. g. nūerabit eūdē. ⁊ ꝑ conel̃. 35. ſep. qđ ē incōueniēs. Sunt igit̃. h. g. k. l. minimi. at vero ſi. e. non nume/rat. k. ſit. m. minimus numeratꝰ ab eis ſcꝫ. e. ⁊. k. quē. m. quotiēs nūat. k. totiēs. h numeret. n. ⁊. g. totiēs. p. erūtqꝫ ꝑ. 18. ſeptimi. n. p. m. in ꝓportione. h. g. k. q̃re. n. ad. p. vt. a. ad. b. ⁊. p. ad. m. vt. c. ad. d. ſed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. nu/meret. q. ⁊ erit ꝑ eandē. m. ad. q. ſicut. e. ad. f. Manifeſtū ē igit̃ ꝙ aſſignate ꝓpor tiones cōtinuate ſūt in quatuor numeris qui ſunt. n. p. m. q. Qui ſi nō fuerint mini mi. ſint ſi poſſibile eſt alij qui ſint. r. ſ. t. x. q² itaqꝫ ꝑ. 21. ſeptimi bis aſſumptā vter/qꝫ duorꝫ numerorꝫ. b. ⁊. c. numerat. ſ. ſequit̃ per conel̃. 35. ſep. vt. g. numeret eundē quare etiā. k. numerabit. t. at q² ꝑ. 21. ſeptimi. e. numerat eundē. t. nō erit. m. mini/mus quē numerāt. k. ⁊. e. hac rōne quartā illis ⁊ quotlibet alias ſine omni offendi/culo cōtinuare poteris.



Propoſitio .5.

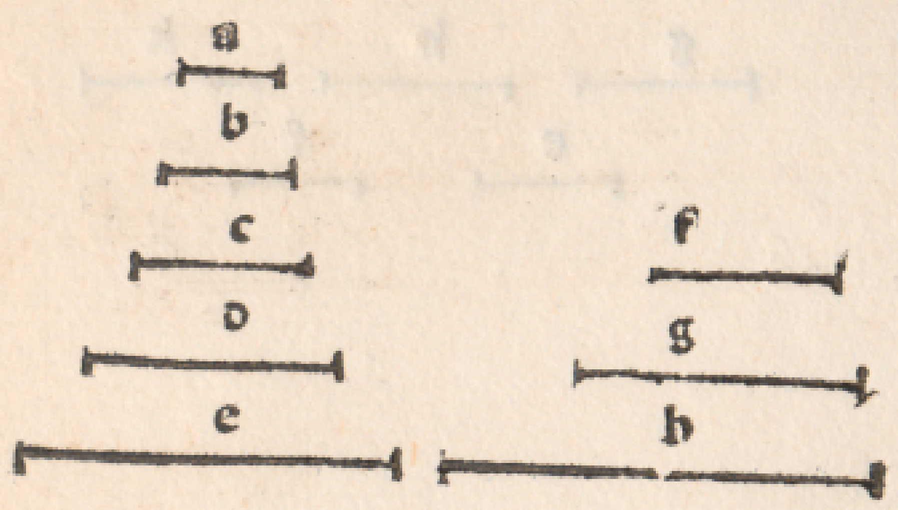
Omnium duorū numerorū cōpoſitorū ꝓportio vnius ad alterum eſt ex laterū ſuorū producta proportionibus.

¶ Qđ proponit. 24. ſexti de ſuperficiebus equidiſtantiū laterū: ꝓponit hic de numeris cōpoſitis. Sit duo numeri cōpoſiti. a. b. latera. a ſint. c. ⁊. d. latera. b. ſint. e. ⁊. f. dico itaqꝫ ꝙ ꝓportio. a. ad. b. con/ſtat ex ea que eſt. c. ad. e. ⁊ ea que eſt. d. ad. f. ſit enī ut ex. d. ī. e. fiat. g. q² ergo ex. d in. c. ſit. a. ⁊ ex. f. in. e. ſit. b. ꝑ cōuerſionē diffinitiōis laterꝫ erit ꝑ. 18. ſeptimi. a. ad g. ſicut. c. ad. e. ⁊ ꝑ. 19. eiuſdē. g. ad. b. ſicut. d. ad. f. quare per diffinitionē ꝓportio a. ad. b. cōpoſita ē ex ea que ē. c. ad. e. ⁊ ea que eſt. d. ad. f. qđ eſt ꝓpoſitum. Nec eſt neceſſariū vt cōtinuemus ꝓportiones laterꝫ videlicet eā que ē. c. ad. e. ⁊ eā que eſt d. ad. f. in minimis numeris reptis ſm doctrinā ꝑcedentis vt docent quidam: hoc enim eſt propoſito ꝑter neceſſarium. Arguū. enī poſito ꝙ illi minimi ſint. h. k. l. ita ꝙ ſit. h. ad. k. ſicut. c. ad. e. ⁊. k. ad. l. ſicut. d. ad. f. ꝓportionē. h. ad. l. eſſe cōpo/ſitā ex ꝓpoſitorꝫ laterꝫ ꝓportionibus. ſumptoqꝫ. g. fieri ex. d. in. c. arguūt. a. ad. g.



vt.b.ad.k.q̄ꝛ ut.c.ad.e.⁊.g.ad.h.vt.k.ad.l.q̄ꝛ vt.d.ad.f. ideoq̄ꝫ ẜm equã ꝓpor⸗ ⁊.a.ad.b.vt.h.ad.l.cõcludunt igitur.a.ad.b.cõponi ex quibus.h.⁊.l.verũ quidẽ sed non necessario assumpto.

Propositio .6.



Si numerorum quotlibet continue proportionalium pri/mus scđm non numeret: nullus eoꝝ numerabit vltimum.

Sint.a.b.c.d.e.continue ꝓportionales.dico ꝙ si.a. nõ numerẽ. b.nullus eoꝝ numerabit.e. Manifestũ aũt est ꝙ si ipsum numeret omnes numerabunt.e.⁊ simpliciter quilibet p̄cedens quẽlibet sequẽtem. Si autẽ non numerat ipsum patet ꝙ.d.nõ numerabit.e. nec simplr̄ aliq̄s eorum ꝓximo sequentẽ: q̄ꝛ sunt positi continue ꝓportionales: sed ꝙ nullus aliꝰ ut.e. numeret ipsum sic constat: sumanẗ ẜm doctrinã scđe huius totidẽ minimi cõtinue proportionales in ꝓportione eadẽ quot sũt ipse.e.⁊ oẽs sequẽtes qui sunt .f.g.h: eruntq̄ꝫ p.3.huiꝰ ⁊.f.⁊.h.ꝯ se primi: ⁊ q̄ꝛ p equã ꝓportionẽ.c.ad.e.vt. f.ad. h cũ f.non numeret.h.nec.c.numerabit.e.eodem modo nec aliquis alioꝝ: quare liquet quod propositum est.

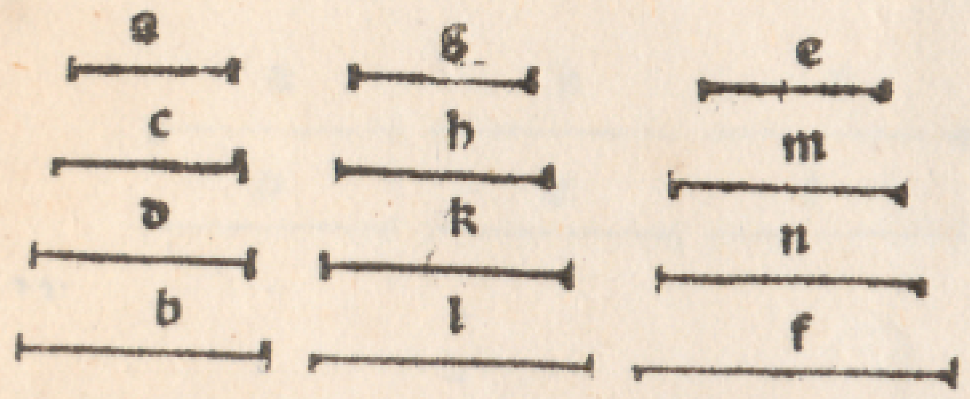
Propositio .7.

Si numeroꝝ cõtinue proportionalium primus vltimũ numeret: idem ipse ⁊ secundum numerabit.

Sint qui priꝰ continue ꝓportionales.dico si.a.numerat.e.ipse numerabit.b.alioquin ex premissa non numeraret.e. qđ ẽ contrariũ et impossibile. Nõ solum autẽ numerabit.b. sed ⁊ oẽs ⁊ quisq̄ꝫ eorum quẽlibet ipsum sequentem.

Propositio .8.

Si inter duos numeros numeri quotlibet in cõtinua pro/portionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.



Sint.a.⁊.b.inter quos cadunt.c.⁊.d.in cõtinua ꝓportione habẽ/tes se in proportione.e.ad.f.dico ꝙ totidẽ cadunt inter.e.⁊.f.⁊ i ea/dem proportione quot inter.a.⁊.b.Sint eni.g.h.k.l.totidẽ minimi quot sunt.a. ⁊.b.qui inter eos cadunt sumpti.quẽadmodũ docet secũda huius cõtinue ꝓpor/tionales in eadẽ ꝓportione: eruntq̄ꝫ p.3.g. ⁊.l.cõtra se primi: ⁊ per equã ꝓpor. erit.g.ad.l.sicut.a.ad.b.ideoq̄ꝫ ⁊ sicut.e.ad.f.⁊ q̄ꝛ ipsi sunt in sua ꝓportione mi/nimi p.23.septimi.sequiẗ per.21.eiusdẽ ut.g.numeret.e.⁊.l.f.equaliter: totiens igitur numeret.h .m.⁊.k.n.positisq̄ꝫ.m.⁊.n.inter .e.⁊.f. constat p.18.septimi. e.m. n.f.esse cõtinue ꝓportionales: quẽadmodũ sunt.g.h.k.l.⁊ ideo quẽadmodũ.a.c. d.b.quare patet quod dictũ ẽ. Ex hac constat nullã supticularẽ posse per eq̄lia diuidi: si eni hoc esset oporteret inter duos numeros sola vnitate distantes numerum cadere medium quod esse nõ p̄ot: ideoq̄ꝫ tonus in musica quẽ sexquioctã continet ꝓportio: in duo vera semitonia diuidi non potest: sed necessario diuidiẗ in minus semitonium et maius.

Propositio 9.

Si inter duos numeros ꝯtra se primos numeri quotlibet cõtinua ꝓportionalitate ceciderint: inter vtrũq̄ꝫ eorum ⁊ vnitatẽ totidem cõtinua ꝓportionalitate cadere necesse ẽ.

Sint.a.et.b.ꝯtra se primi.inter quos cadat incõtinua propor.c.⁊ d.dico ꝙ totidẽ erunt continue ꝓportionales inter.a.⁊ vnitatẽ: itẽq̄ꝫ totidem inter.b.⁊ vnitatẽ. Sint eni in illa proportione minimi.e.⁊.f.sumpti ut docet.34.septimi: ex quibus sumanẗ tres cõtinue proportionales et minimi i eorũ

ꝓportione ꝑut docet scḋa huius qui sint.g.h.k.deinde q̃tuor qui sint.l.m.n.p.⁊ hoc totiens fiat vsquequo sic sumpti fiãt totidẽ quot sunt numeri ꝓpositi:vt sunt hic.l.m.n.p.Cõstat itaqꝫ cũ sint.a.c.d.b.in sua ꝓportione minimi ꝑ primã huius. sintqꝫ.l.m.n.p.totidẽ ⁊ minimi in eadẽ.Nõ sit aũt possibile eẽ aliquid minus min/ mo ꝙ numeri.l.m.n.p.equales erũt nũeris.a.c.d.b.qui vsqꝫ suo relatiuo ẽ igit̃:l. equalis.a.⁊.p.b.Manifestũ aũt ex scḋa huius ꝙ ex.f.in se fit.k.⁊ ex eodẽ.m.k.ꝑ ꝑ diffinitionẽ igit̃ eius qḋ ẽ m̃ltiplicari:erit.f.in.k.k.quoqꝫ in.p.quotiẽs vnitas ẽ in.f.itaqꝫ vnitas.f.k.p.sunt cõtinue ꝓportionales.Silr̃ aũt ⁊ vnitas.e.g.l.sũptis ergo.a.⁊.b.loco.l.⁊.p.sibi equaliũ erunt inter.a.⁊ vnitatẽ.g.⁊.e.⁊ inter.b.⁊ vni/ tatem.k.⁊.f.cõtinue proportionales:totidem quot sunt inter.a.⁊.b.quod est pro positum.

Propositio 10.

Si inter vtrũqꝫ eoꝝ ⁊ vnitatem quotlibet numeri cõtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.sintqꝫ.c.⁊.d.inter.a.⁊ vnitatẽ.e.quoqꝫ ⁊ f.inter.b.⁊ vnitatẽ continue proportionales.dico totidẽ esse inter.a ⁊.b.cõtinue proportiõales:hec ẽ cõuersa prioris excepto ꝙ ad subiectum p̃misse appositũ erat.a.⁊.b.esse contra se primos qḋ nõ apponit̃ hic ad passionẽ:quaꝓ/ pter vl̃ior est passio huius subiecto illius.Quia igit̃ quotiens vnitas in.d.totiẽs ẽ d.in.c.⁊ totiẽs.c.in.a.cõstat qḋ ex.d.in se fit.c.⁊ ex eodẽ.d.i.c.a.Silr̃ quoqꝫ ex.f. in se ⁊ in.e.fient.e.⁊.b.ducat̃ itaqꝫ.d.in.f.⁊ ꝓductus sit.g.itẽqꝫ idẽ.d.ducat̃.i.g. ⁊.e.⁊ sint producti.h.⁊.k.Constat igitur ex.18.septimi ꝙ.c.ad.g.vt.d.ad.f.⁊ ex 19.ꝙ.g.ad.e.vt.d.ad.f.quare.c.g.e.sunt continue proportionales i proportione d.ad.f.itẽ ꝑ.18.iteꝝ sunt.a.ad.h.sicut.c.ad.g.⁊.h.ad.k.sicut.g.ad.e.⁊ ꝑ.19.k.ad b.sicut.d.ad.f.igitur sunt.a.h.k.b.continue proportionales:quare cõstat propo/ situm.

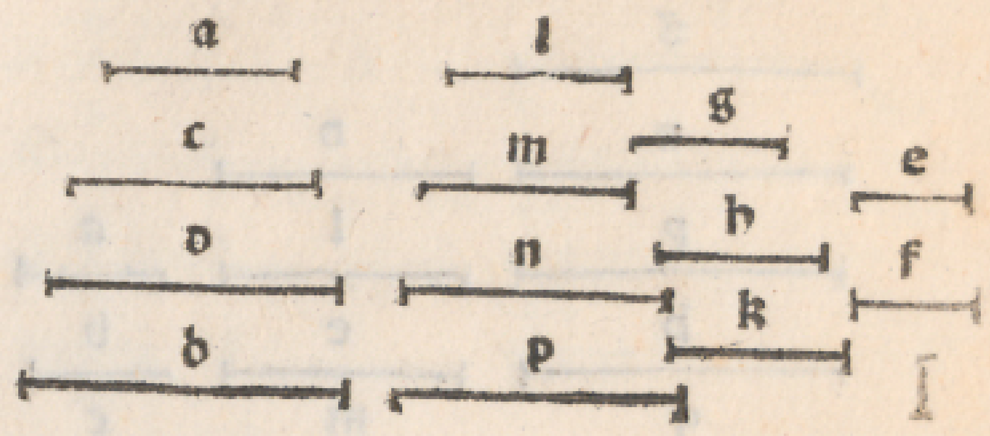
Propositio 11.

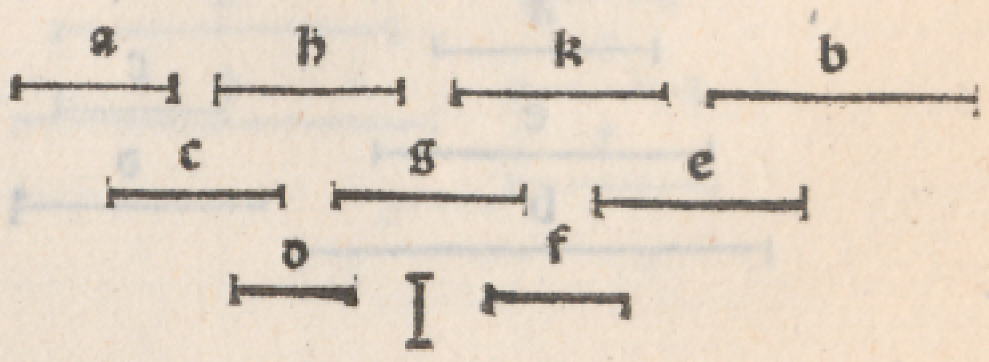
Si fuerint ambo quadrati erit ꝓportio vnius ad alterũ tã quã sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si ve ro ambo fuerint cubi:erit proportio alterius ad alterum tãquã sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

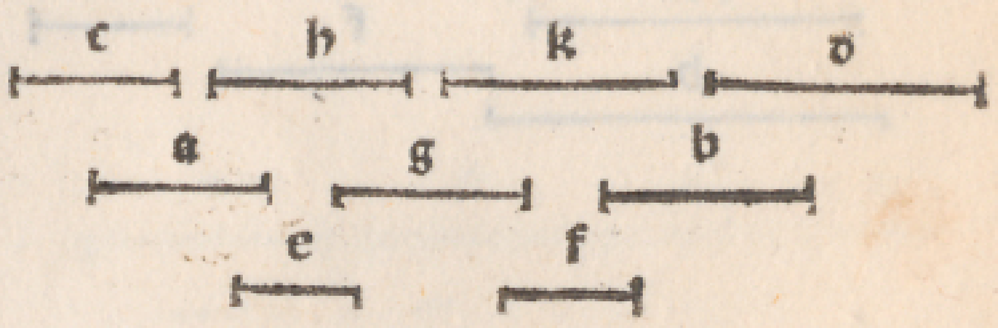
¶ Sint duo quadrati.a.⁊.b.⁊ duo cubi.c.⁊.d.latera tã quadratorũ qꝫ cuboꝝ sint.e.quidẽ.a.⁊.c.f.vero b.⁊.d.dico ꝙ proportio.a.ad.b.erit sicut.e. ad.f.duplicata.c.vero ad.d.sicut eadẽ triplicata.Manifestũ eni est ꝙ ex.e.in se fit.a.⁊ ex ipso.e.i.a.c.sic quoqꝫ ex.f.in se fit.b.⁊ ex ipo in.b.d.ducat̃ igit̃.e.in.f.⁊ ꝓuenit.g.⁊ in.g.⁊.h.⁊ proueniant.h.⁊.k.eritqꝫ ꝑ.18.septimi.a.ad.g.sicut.e.ad.f ⁊ per.19.g.ad.b.sicut.e.ad.f.igitur ex diffinitione.a.ad.b.sicut.e.ad.f.duplicata qḋ est primũ.Scḋm eodeꝫ modo cõstat.sunt eni ꝑ.18.iteꝝ.c.ad.h.sicut.a.ad.g.⁊ h.ad.k.sicut.g.ad.b.⁊ per.19.k.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.c.h.k.d.sunt etiã con/ tinue proportionales in ꝓportione.e.ad.f.ꝑ diffinitionẽ igitur erit.c.ad.d.sicut e.ad.f.triplicata:quod est secũdũ.

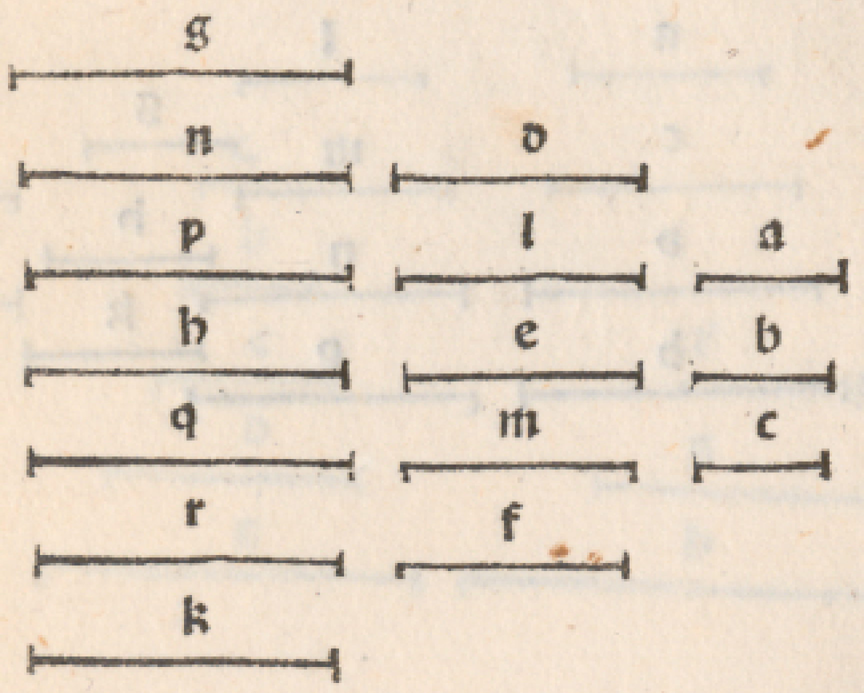
Propositio 12

Si numeroꝝ cõtinue ꝓportionalitatis quisqꝫ in seipsũ du catur:qui inde ꝓducent sub cõtinua ꝓportionalitate esse. Qḋ si itẽ in ipsos ꝓductos pricipia sua ducant̃:inde quo qꝫ ꝓductos cõtinue ꝓportionalitatis eẽ necesse est.idẽqꝫ in omnibus hoc modo productis extremitatibus.







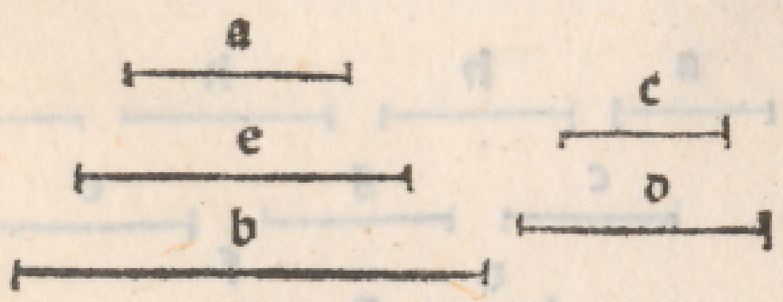


¶ Sint.a.b.c.ꝯtinue proportionales quoꝝ quisq; in se ducatur ⁊ proueniãt ex.a. quidē.d.ex.b.vero.e.⁊ ex.c.f.dico ꝙ.d.e.f.sūt ꝯtinue ꝓportionales: ꝙ si item.a ducat̄ in.d.⁊ ꝓueniat.g.b.quoq; in.e.⁊ proueniat.h.⁊.c. in. f.⁊ ꝓueniat.k. dico etiā ꝙ.g.h.k.erunt cōtinue ꝓportionales.sit eni ex.a.in.b.l.⁊ ex.c.i eundem. m. eruntq; p.18.⁊.19.septimi.d.l.e.m.f.ꝯtinue ꝓportionales i proportione.a.b.c: itaq; per equā proportionalitatem argue.d.ad.e.sicut.e.ad.f.qḋ est primū. Reli/quū sic.ducat̄.a.in.l.⁊.e.⁊ proueniãt.n.⁊.p.c.quoq; ducat̄ in.e.⁊.m.⁊ proueniãt q.⁊.r.eruntq; per easdem.g.n.p.h.q.r.k.continue quoq; proportionales in pro/portione primoꝝ:p equā igit̄ ꝓportionalitatē cōclude.g.ad.h.sicut.h.ad.k.qḋ est reliquum.Eadem erit rō quotienscunq; primi in productos ducantur.

Propositio .13.

Si quis quadratus numerus alium quadratum numeret la tus quoq; suū latus illi⁹ numerare ꝓbatur. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratū.

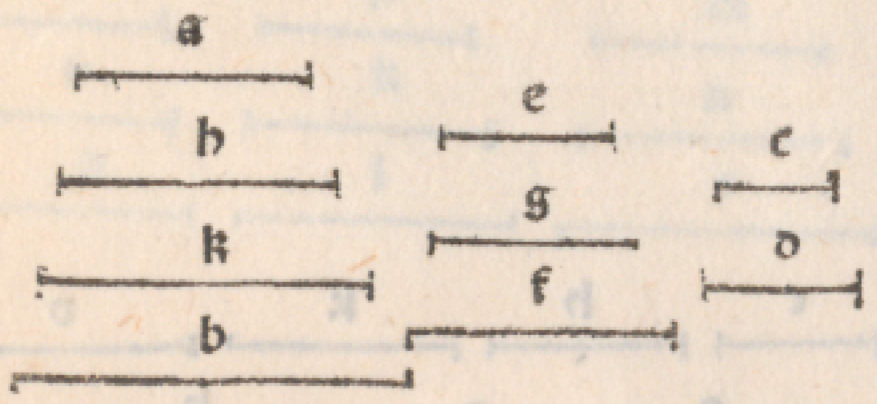
¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.quadrati:lateraq; coꝝ.c.⁊.d.dico ꝙ si.a numerat.b.c.quoq; numerabit.d.⁊ ecōuerso:cōstat eni ꝙ ex.c.in se fit.a.ex.d.quoq; in se.b.fiat igitur.e.ex.c.in.d.eruntq; per.18.⁊ 19.septimi. a.e.b ꝯtinue proportionales in ꝓportione.c.ad.d.si igit̄.a.numerat.b.idem ipse per.7 huius numerabit.e.quare ⁊.c.d.qḋ est primū.Conuersa sic patet.si.c.numerat.d. a.numerabit.e.ꝓpter id qḋ ꝓportio.a.ad.e.sicut.c.ad.d.⁊ si numerat.e.ipse nu/merabit.b.propter hoc ꝙ sunt continue proportionales.



Propositio .14.

Si cubus alium cubum numeret:latus quoq; suū latus al/terius numerabit. Si vero latus suum latus alterius nu/meret:cubum numerabit cubum.

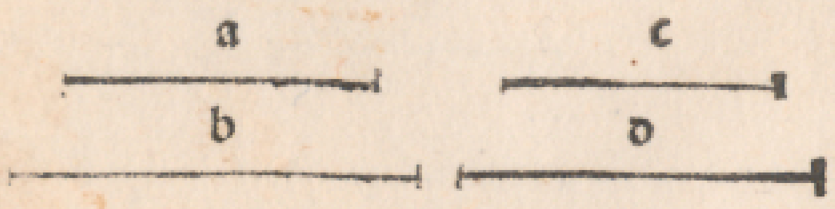
¶ Sit duo numeri.a.⁊.b.cubi lateraq; coꝝ.c.⁊.d.dico ꝙ si.a.nume rat.b.c.quoq; numerabit.d.⁊ ecōuerso:ducatur eni.c.in se.⁊ fiat.e. d.quoq; in se.⁊ fiat.f.ꝯstat igit̄ ꝙ ex.c.in.e.fit.a.⁊ ex.d.in.f.b.fiat itaq;.g.ex.c. in.d.eruntq; per. 12.⁊.19.septimi.e.g.f.ꝯtinue proportionales in proportione.c ad.d.sed ⁊.h.⁊.k.proueniant ex.c.in.g. ⁊.f.per easdem igitur erunt.a .h.k.b. cō tinue quoq; proportionales in eadem proportione.itaq; si.a.numerat.b. idem p 7.huius numerabit.h.quare ⁊.c.d.est enim.c.ad.d.sicut.a.ad.h.constat igit̄ pri ma pars.Conuersa patet:sicut conuersa prioris. Nam si.c. numerat. d.a. quoq; numerabit.h.quē si numerat necesse est vt numeret.b.



Propositio .15.

Si numerus quadratus quendā alium quadratū nō nume ret:nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

¶ hec.15.proponit negationes cōuerti:que affirmationib⁹ quas.13. huius conuerti proposuit opponuntur:vt si sint duo numeri quadrati.a.⁊. b.quo rum latera.c.⁊.d.si.a.non numerat.b.c.quoq; non numerabit. d. econuerso etiā si.c.non numerat.d.nec.a.b.sit enim primo vt. a. non numeret.b. si itaq;.c. nu/merat.d.per secundā partem.13.huius ⁊.a.numerabit.b. qḋ ē cōtrariū positioni sicq; patet primum.secūdū quoq; sic:sit ut.c.nō numeret.d.itaq; si.a. numeret.b

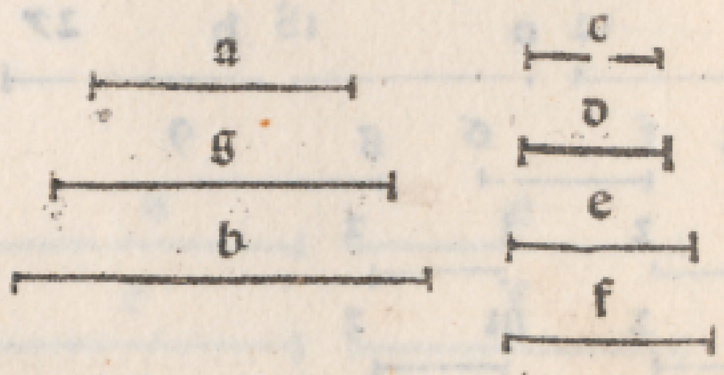


per primā ptem.13.necesse est vt.c.numeret.d.necesse est igitur vt numeret ipsum cū non numerat ipsū:qd̄ est impossibile. Quēadmodū autē necesse est cōuerti negationes oppositas affirmatiōibus quas.13.demōstrauit ꝯuerti:sic quoqꝫ necesse ē eas negatiōes que opponūt̄ illis affirmationibus quas p̄missa cōuerti demōstrauit cōuertant̄.vnde si cubus nō numerat cubū nec latus eius numerabit latus illi⁹ ecōuerso quoqꝫ si latus vnius nō numerat latus alterius:nec ipse cubus numerabit alterū cubū.demōstrat̄ aūt hoc p p̄missam a destructione ꝯsequētis:sicut qd̄ ppositum est per.13.ideoqꝫ hoc auctor nō proposuit:sed per id qd̄ propositū ē ipsū dedit intelligi.

Propositio .16.

Si duo numeri supficiales fuerint sil'es necesse ē tertiū numerū ſm pportionalitatē cōtinuā eis īteresse:eritqꝫ proportio vnius numeri ad alteꝝ sibi similē velut vni⁹ lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

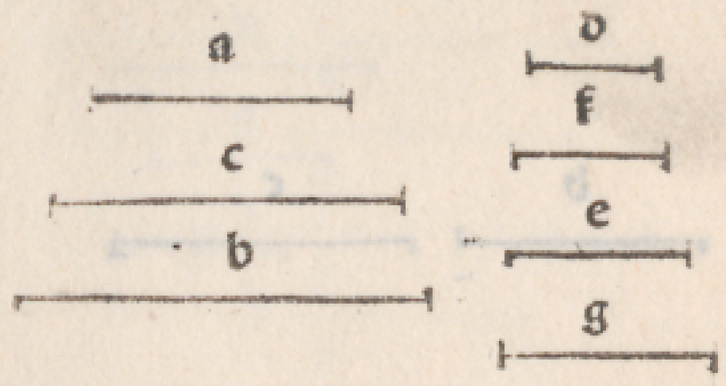
¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.superficiales ⁊ similes:dico ꝙ inter ipsos cadet vnus numerus in cōtinua pportione:latera eni.a.sint.c.⁊.d.b. vero latera sint.e.⁊.f.eruntqꝫ ex cōuersione diffinitionis numeroꝝ similiū.c.ad.e.sicut.d. ad f.constat aūt ꝙ ex.c.in.d.fiat.a.⁊ ex.e.in.f.b.fiat itaqꝫ.g.ex. e.in. d.eritqꝫ p. 19. septimi.a.ad.g.sicut.c.ad.e.⁊ per.18.eiusdē.g.ad.b.sicut.d.ad.f. quare.a. ad.g. sicut.g.ad.b.est itaqꝫ.g.cōtinua pportionalitate medius inter.a.⁊.b.qd̄ est propositum. Correl'.aūt patet.cū sit.a.ad.b.per diffinitionē sicut.a.ad.g. duplicata. que eadem est illi que est.c.ad.e.



Propositio 17.

Si secūdū cōtinuam pportionalitatē terti⁹ numer⁹ duob⁹ numeris intersit:illi duo numeri supficiales sunt ⁊ similes.

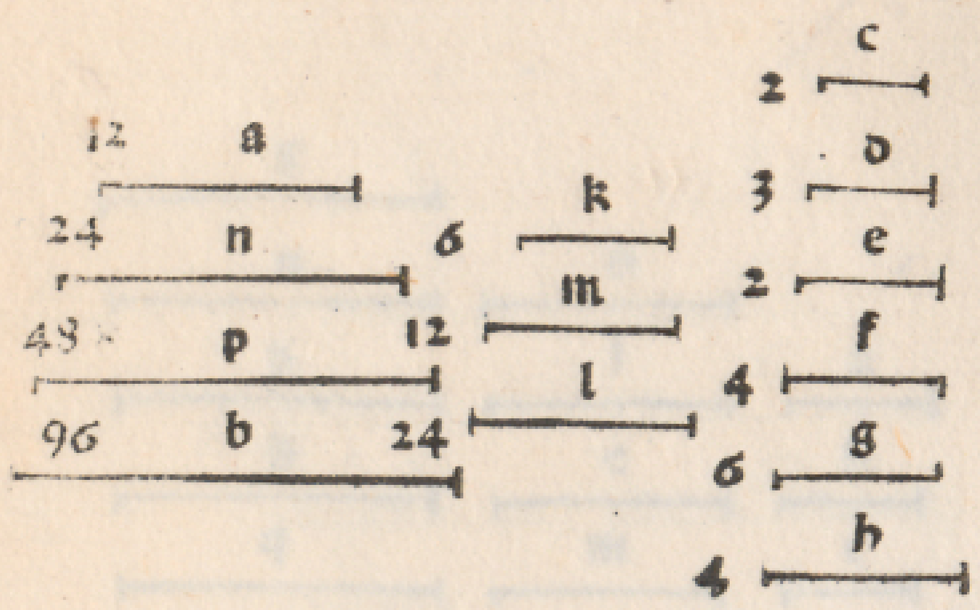
¶ Hec est cōuersa p̄misse:ut si inter.a.⁊.b.sit.c.sub cōtinua pportionalitate cōstitutus.a.⁊.b.erunt supficiales ⁊ similes.sint eni. d.⁊ e.minimi in proportione qua continuantur.a.b. c.qui per.21.septimi numerabunt.a.⁊.c.equaliter:sitqꝫ vt ſm.f.⁊ per eandem.c.⁊.b.equaliter :⁊ sit vt ſm.g.erunt igitur per diffinitionem.a.⁊.b.superficiales:⁊ erunt etiam per diffinitionem.d.⁊.f.latera numeri.a.e.quoqꝫ ⁊.g.latera numeri.b. Qd̄ autē ipsi sint similes sic habeto:cum enim ex.d.in.g.sit.c.⁊ ex.e.in.f.sit idē.c.erit p scd̄am partem.20.septimi.d.ad.e.sicut.f.ad.g.per diffinitionē igitur.a.⁊.b.sunt similes qd̄ est propositum:hoc autem vltimum qd̄ est.a ⁊.b.esse similes potest etiam haberi per.19.⁊.18.septimi ⁊ per has ypoth.ꝙ.a.c.b. sunt ꝯtinue pportionales in pportione.d.ad.e.minimoꝝ numerantiū.a.⁊.c.ſm.f.⁊.c.⁊.b.scd̄m.g.



Propositio 18.

Si fuerint duo numeri solidi sil'es:necesse est eis duos numeros ſm continuam proportionalitatem interesse.eritqꝫ proportio vnius solidi ad alterum sibi similem.velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se pportionaliter proportio triplicata.

¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.solidi similes:dico ꝙ inter ipsos cadent duo numeri in cōtinua pportione. Sunt eni latera numeri.a.c.d.e.latera vero.b.sint.f.g.h.eruntqꝫ ex cōuersione diffinitionis numeroꝝ similiū.c.ad.f.⁊.d.ad.g.sicut. e.ad.h. Sic igitur ex.c.in.d.k.⁊ ex.f.in.g.l.eruntqꝫ ex diffinitione.k.⁊.l.supficiales ⁊ similes.

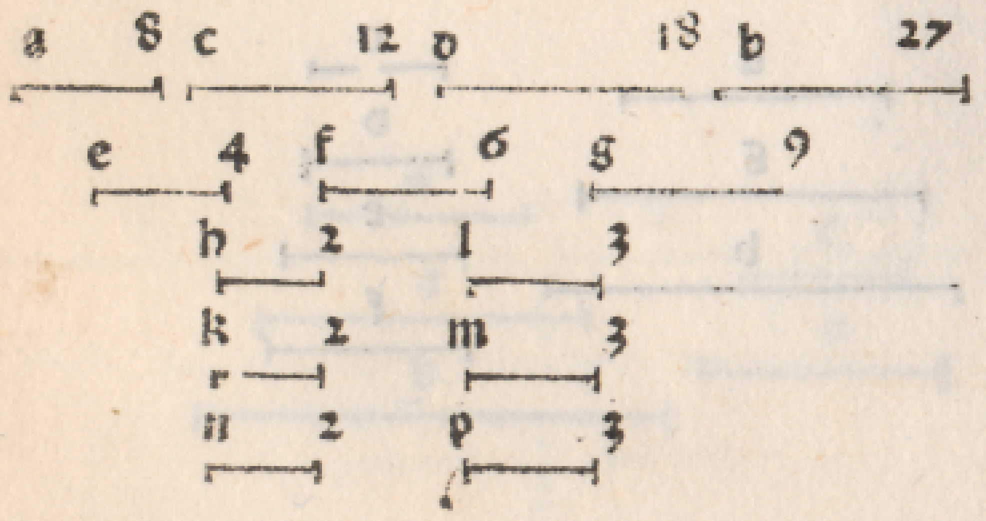


quare per.16.huius vnus numerus cadet inter eos medius ẜm ꝓportionē.c.ad.f. qui sit.m. Manifestū aūt ē ꝙ ex.e.in.k.fit.a.⁊ ex.h.in.l.b.si igit̃ ex.e.in.m.⁊.l. fiant.n.⁊.p.erūt ꝑ.18.septimi.a.ad.n.sicut.k.ad.m.⁊.n.ad.p.sicut.m.ad.l.q̄re a.n.p.sunt ꝯtinue ꝓportionales in ꝓportione.c.ad.f.⁊ qꝛ per.19.eiusdē.p.ad.b. sicut.e.ad.h.⁊ ideo sicut.c.ad.f.sequit̃ ut quatuor numeri.a.n.p.b.sint continue ꝓportionales ẜm ꝓportionē.c.ad.f.sunt itaqꝫ inter.a.⁊.b.duo numeri.n.⁊.p.medij incōtinu.ꝓportionalitate suoꝝ laterum interpositi:q̄d ē ꝓpositū. Correl̃.autē pꝫ cū ꝓportio.a.ad.b.sit ꝑ diffinitionē sicut.a.ad.n.triplicata que est eadem illi. que est.c.ad.l.

Propositio 19

SI eis scd̄m cōtinuā ꝓportionalitatē duo numeri interiacent quilibet duo numeri solidi sunt atqꝫ similes.

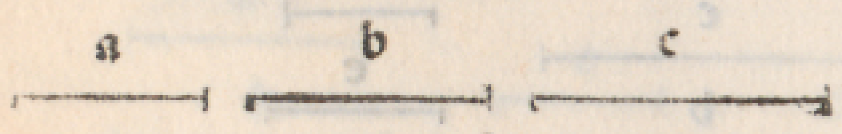
¶ Hec est ꝯuersa p̄misse vt si inter.a.⁊.b.sint duo numeri.c.⁊.d.medij in cōtinua ꝓportione:erūt.a.⁊.b.solidi ⁊ similes:Sumant̃ enim tres minimi in eadē proportione ꝯtinue ꝓportionales qui sunt.c.f. g.erūtqꝫ per.17.e.⁊.g.superficiales ⁊ similes.sint ergo.h.⁊.k.latera.e.at.l.⁊.m.latera.g.eritqꝫ per correl̃.16.huius.e.ad.f.sicut.h.ad.l.aut sicut.k.ad.m. manifestū autē est ex tertia ꝙ.e.⁊.g.sunt ꝯtra se primi: ideoqꝫ per.23.septimi in sua ꝓportione minimi.⁊ qꝛ ꝑ equā ꝓportionalitatē sunt.a.ad.d.⁊.c.ad.b.sicut.e.ad.g sequit̃ per.21.septimi:ut ipsi numerent.a.⁊.d.equaliter q̄d sit ẜm.n.⁊ item.c.⁊.b. eq̄lit̃ q̄d sit ẜm.p.Quia igit̃ ex.h.in.k.fit.e.⁊ ex.e.in.n.fit.a.sequit̃ ꝑ diffinitionē vt.a.sit solidus eiusqꝫ latera.h.k.n.silr̃ qꝛ ex.l.in.m.fit.g.⁊ ex.g.in.p.b. sequitur etiam ut.b.sit solidus ⁊ eius latera.l.m.p.ipsos aūt esse siles sic constabit cū ex.g. in.n.fiat.d.⁊ ex eodē in.p.b.erit ꝑ.18.septimi.n.ad.p.sicut.d.ad.b.⁊ qꝛ sic erant h.ad.l.⁊.k.ad.m.ꝑ diffinitionē manifestū est.a.⁊.b.esse similes:q̄d est propositū.



Propositio 20.

SI trium numerorū continue ꝓportionaliū primus fuerit quadratus tertium quoqꝫ quadratum esse.

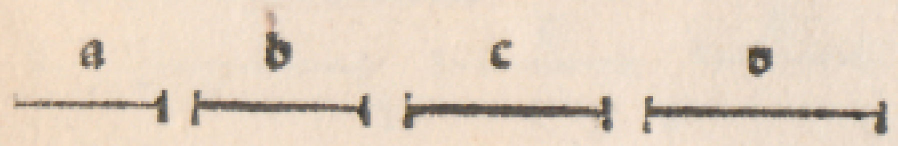
¶ Sint tres numeri continue ꝓportionales.a.b.c.sitqꝫ.a.quadrat⁹ dico ꝙ.c.est etiā quadratus sunt eni ꝑ.17.a.⁊.c.sup̄ficiales ⁊ similes cum igitur.a.sit quadratus ꝑ ypothe.erit.c.quadratus.



Propositio 21

SI quatuor numerorum continue proportionalium. primus fuit cubus:quartum cubum esse necesse est.

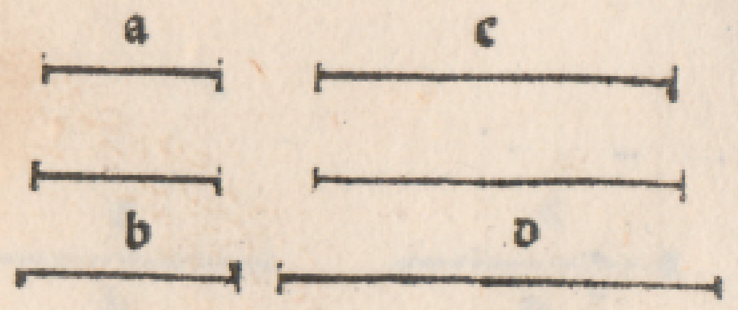
¶ Sint quatuor numeri cōtinue proportionales.a.b.c.d. sitqꝫ.a.cubus:dico ꝙ.d.est etiam cubus:cōstat enim per.19.ꝙ.a.⁊.d. sunt solidi similes:⁊ qꝛ.a.est cubus per ypothe.erit etiam.d.cubus.



Propositio 22.

SI duoꝝ numeroꝝ quoꝝ proportio sicut quadrati ad quadratū fuerit vn⁹ quadrat⁹:alterū quoqꝫ quadratum esse.

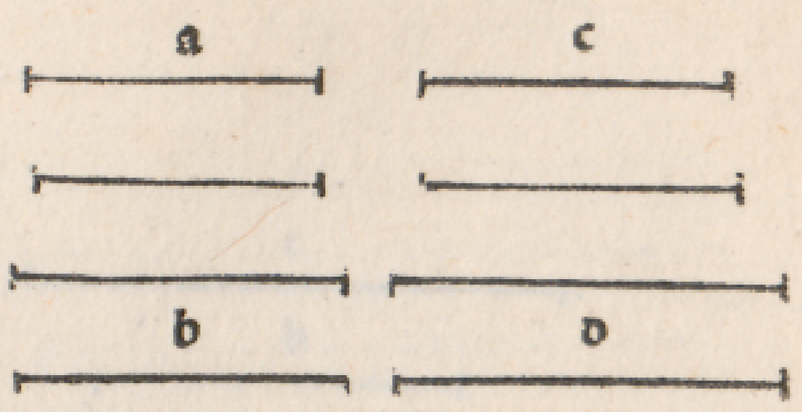
¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.in proportione duoꝝ quadratoꝝ qui sūt c.⁊.d.sitqꝫ.a.vel.b.quadratus:dico reliquū esse quadratū: cū enim c.⁊.d.sint quadrati:sequitur eos esse superficiales similes.ideoqꝫ per 16.cadet vnus medius inter eos in continua proportione:quare per.8.⁊ inter.a.⁊ b.per.20. igitur cōstat propositum.



Propositio 23.

SI duoꝝ numeroꝝ quoꝝ proportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alteꝝ cubicum esse.

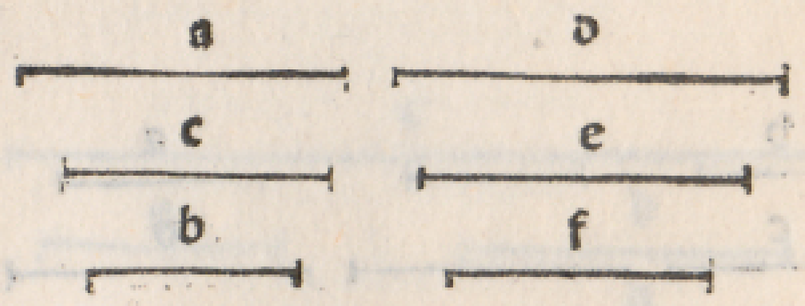
❡Sint duo numeri.a.⁊.b.in ꝓportione duoꝝ cuboꝝ qui sunt.c.⁊.d sitq̃z.a.vel.b.cubus:dico reliquū esse cubum. necesse est enim ꝙ.c.⁊ d.sint solidi similes:quippe omnes cubi sunt similes ⁊ solidi :itaq̃z ꝑ 18.inter ipsos cadent duo medij in continua proportione totidem igitur per.8.cadent inter.a.⁊.b.itaq̃z per.21.manifestum est quod dicitur.



Propositio .24

NUmerorum superficialium similium est proportio vnius ad alterum sicut proportio quadrati ad quadratum.

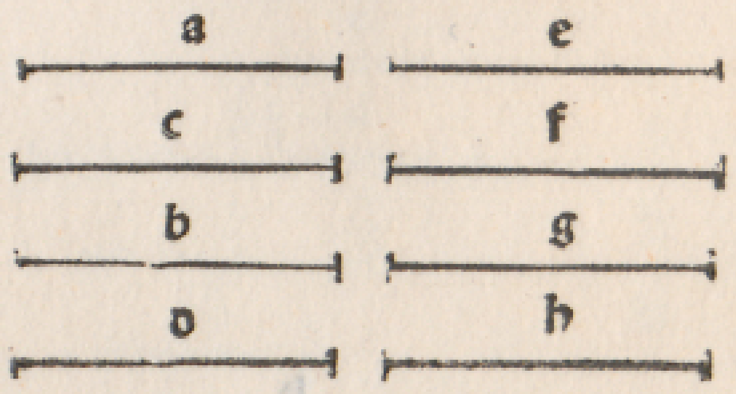
❡Sint.a.⁊.b.superficiales similes.dico ꝙ vnus ad alterū est ꝓportio sicut quadrati ad quadratū:erit eni per.16.inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui sit.c.sumptis itaq̃z tribus minimis in ꝓportione eorū:qui sunt.d.e.f.erunt per correl'.2.d.ad.f.quadrati: et qꝛ ꝑ equā proportionalitatē est.a.ad.b.sicut.d.ad.f.cōstat veꝝ esse qđ ꝓponitur.



Propositio 25

OMnium duorum solidorum similium est proportio vnius ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

❡ Sint.a.⁊.b.solidi similes:dico ꝙ ꝓportio vnius eoꝝ ad alterum est sicut alicuius cubi ad aliquē alium cubum.Sūt quidem ꝑ.18.inter eos duo numeri medij ꝯm continuā proportionē qui sit.c.⁊.d.i eoꝝ proportione sint minimi:quatuor.e.f.g.h.quoꝝ.e.⁊.h.erunt cubi per correlarium scđe.qꝛ igitur per equā proportionalitatem est.a.ad.b.sicut.e.ad.h.liquet propositum. *Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.*

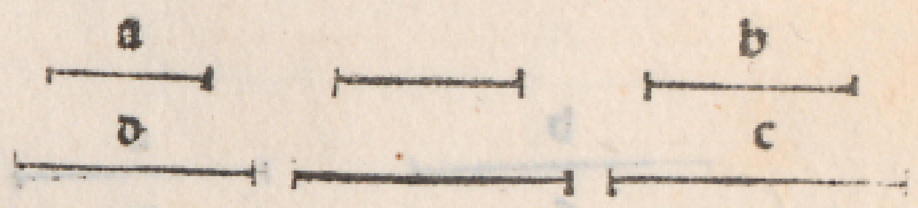


PAr numerus est qui potest in duo equalia diuidi.❡Impar numerus ē qui ī duo equalia diuidi nō pōt:additq̃z supra parē vnitatē ❡Pariter par ē quē cūcti pares eū numerantes paribus vicibus numerant:❡Pariter impar est quē cuncti pares eū numerātes īparib⁹ vicib⁹ numerāt.❡Pariter par ⁊ impariter ē quē pares eū numerātes quidā parib⁹ quidā im parib⁹vicib⁹numerāt.❡Impariter īpar quē cūcti īpares eū numerantes imparibus vicibus numerāt.❡Perfectus numerus appellat᷑ qui oībus ꝑtib⁹ suis quib⁹ numerat᷑ ē equalis.❡Habundans dicitur qui oībus suis ꝑtibus minor est.❡Diminutus vero qui maior.

Propositio. .1.

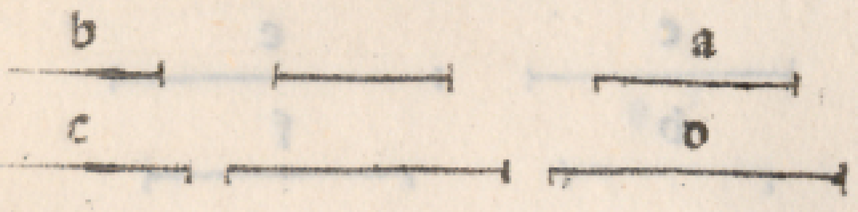
SI fuerint duo numeri sup̄ficiales silēs qui ex ductu alterius in alterum producetur numerū quadratū eē necesse ē.

❡Sint.a.⁊.b.superficiales similes ex quoꝝ multiplicatione prouéniat.c.dico.c.esse quadratū.fiat eni.d.ex.a.in se.eritq̃z per.18.septimi.d.ad.c.sicut.a.ad.b. ⁊ qꝛ inter.a.⁊. b.cadit vnus medius scđm cōtinuā ꝓportionalitatē ꝑ.17.octaui.sequit᷑ ꝑ.8.eiusdē vt vn⁹ quoq̃z cadat inter.d ⁊.c.itaq̃z cū.d.sit quadratus erit per.20.eiusdē.c.quoq̃z quadratus qđ ē ꝓpositū.



Propositio 2

SI ex ductu alterius in alterum tetragonus pducatur. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaqȝ patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producetur tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ tetragonus producatur illũ numerum aliquẽ esse tetragonũ. Itẽqȝ si ex ductu tetragoni in numeꝝ aliquẽ non tetragonus producatur eũ numerum aliquẽ non tetragonũ esse. Si vero tetragonus in numeꝝ aliquẽ non tetragonum ducatur: qui inde producetur non tetragonum esse necesse est.

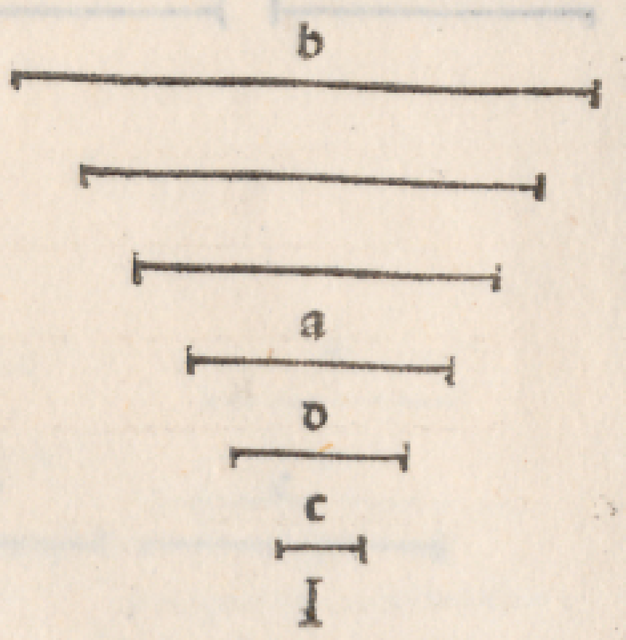


¶ Hec est ꝯversa prioris vt si ex.a.in.b.fiat.c.fueritqȝ.c.quadratus: erunt.a.ꝛ.b. sꝑficiales similes. sit enĩ.d.ex.a.in se. eritqȝ per.18.septimi.d.ad.c. sicut.a.ad.b. per.16.aut.8.cum.d.ꝛ.c.sint sꝑficiales similes: eo ꝙ sũt ambo quadrati. erit inter eos vnus numerus medi⁹ ꝺm cõtinuã propor.p.8.itaqȝ eiusdẽ erit etiam vnus inter.a.ꝛ.b.igitur p.17.eiusdẽ.a.ꝛ.b.sunt superficiales siles: quod est propositum. Prima ps conel'.patet p premissam: sunt enĩ omnes tetragoni sꝑficiales similes. scda patet ex hac cũ sit solus tetragonus silis tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius conel'.pte a destructione ꝯsequẽtis. quarta vero pȝ ex eiusdẽ pte scda a destructione etiã ꝯsequẽtis.

Propositio .3.

SI numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde producetur erit cubus.

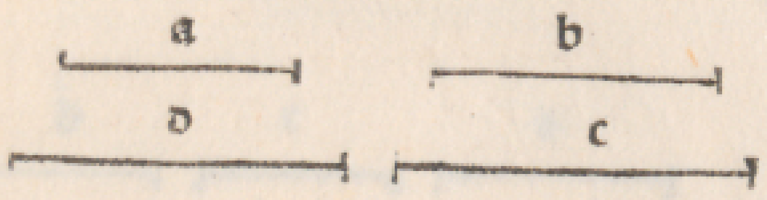
¶ Sit.a.cubus ex quo in se ducto fiat.b.dico.b.esse cubũ. sit enĩ.c. latus cubicũ.a.ex.c.vero in se fiat.d.patet itaqȝ ꝙ ex.c.in.d.fit.a. sunt igitur vnitas.c.d.a.ꝯtinue ꝓportionales: qꝺ ex.18.septimi ꝛ ꝑsentibus ypothesibus manifestũ est: ꝛ quia est.a.ad.b.sicut vnitas ad.a.eo ꝙ quotiens vnitas ẽ i.a.totiẽs.a.in.b.erũt iter.a.ꝛ.b.duo numeri medij ꝺm ꝓportionalitatẽ ꝯtinuã per.8.octaui: cum igit' ex ypothesi sit.a.cubus erit per.21.eiusdem.b. quoqȝ cubus: qꝺ oportebat demõstrare.



Propositio .4.

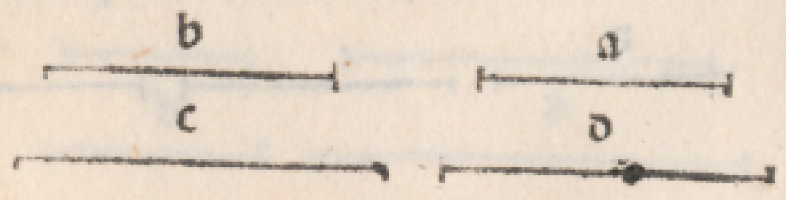
SI cubus ĩ alium cubum ducatur. qui inde producetur erit cubus.

¶ Sint.a.ꝛ.b.cubi: fiatqȝ.c.ex.a.in.b.dico.c.esse cubum. fiat enim d.ex.a.in se. eritqȝ per premissã.d.cubus ꝛ qꝛ per.18.septimi ẽ.a.ad b.sicut.d.ad.c.constat ex.23.octaui.c.eẽ cubum: qꝺ est propositum.



Propositio .5.

SI numerus cubus in numeꝝ alium ducatur: fueritqȝ productus cubus in quẽ ductus ẽ numerum cubum esse necesse est. vnde ꝛ manifestũ est: quia ex ductu cubi in nõ cubũ producitur non cubus. Ductoqȝ cubo in numeꝝ aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus in quẽ ille ductus fuerit necesse est esse non cubum.

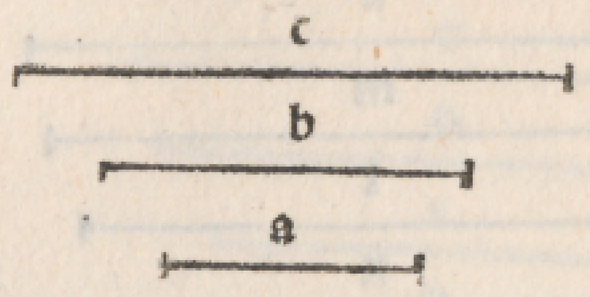


¶ Sit enĩ ex.a.cubo in.b.numeꝝ ꝓduct⁹.c.cub⁹ dico.b.eẽ cubũ: fiat enĩ.d.ex.a.ĩ se qui p antepmissã erit cub⁹: qꝛ igit' ẽ p.18.sep.a.ad.b.sicut.d.ad.c.estqȝ.a.cubus sȝ ꝛ.d.ꝛ.c.cubi erit p.23.octaui.b.cub⁹ qꝺ ẽ ꝓpositũ: pma ps conel'.patet ex hac quinta a destructione ꝯñtis. scda per pmissam silr a destructione cõsequentis.

Propoſitio .6.

SI ex ductu cuiuſdā numeri in ſe ipſum cubus producat̄ eū eſſe cubuꝫ neceſſario comprobatur.

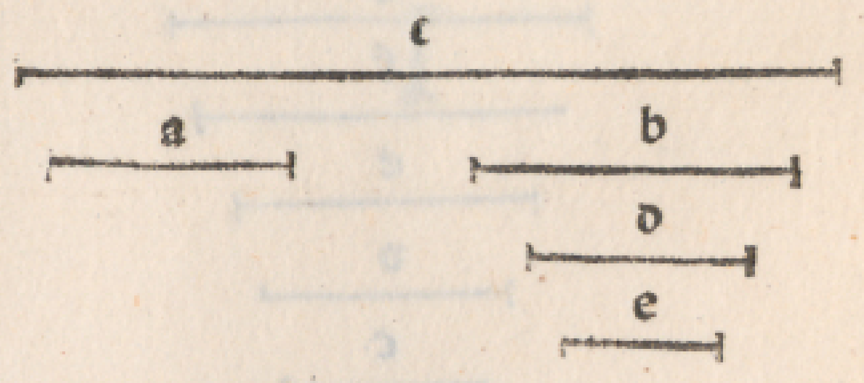
¶ Sit vt ex.a.in ſe fiat.b.ſitqꝫ.b.cubus: dico ergo.a. eſſe cubū:fiat eni.c.ex.a.in.b.eritqꝫ ex diffinitione.c.cubus. et qm̄ conſtat ex.18. ſeptimi ꝙ ſit.a.ad.b.ſicut.b.ad.c. cū ſint.b. et.c.cubi: ſequit̄ ex.23 octaui.a.eſſe cubū:qđ ē ꝓpoſitū.



Propoſitio .7.

SI numerus cōpoſitus in numerum quēlibet ducatur :qui inde producetur erit ſolidus.

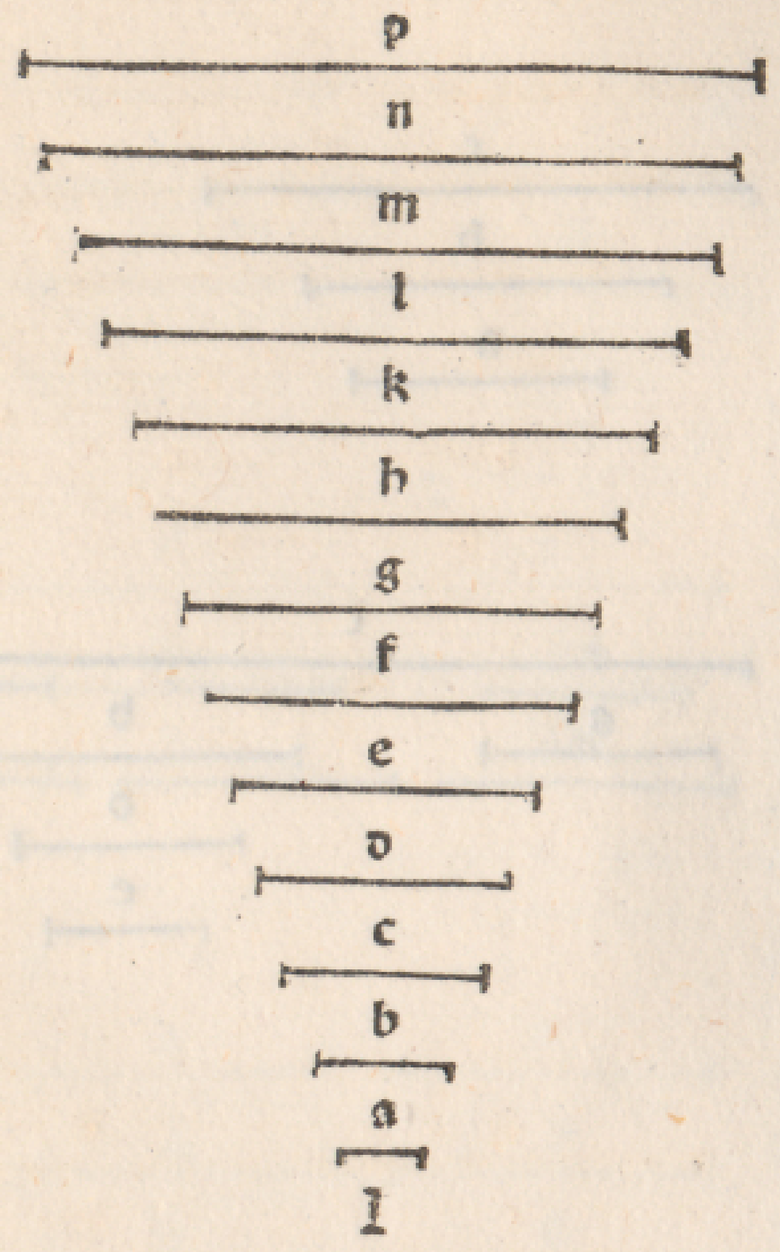
¶ Sit.a.numerus cōpoſitus:qui ducatur in.b.et ꝓueniat.c.dico.c eſſe numerū ſolidū:cū eni.a.ſit cōpoſitus numeratur ab aliquo nu/mero qui ſit.d.numeretqꝫ eum ſcđm.e.quia igitur ex.e.in.d.fit.a.⁊ ex.a.in.b.c.erit ex diffinitiōe ſolidoꝝ.c.ſolidus eiuſqꝫ latera.e.d.b.qđ ē ꝓpoſitū.



Propoſitio .8.

SI fuerint nūmeri ab vnitate cōtinue proportionales :tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno ſemper intermiſſo. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus ſemper intermiſſis. Itēqꝫ ſeptimus ab vnitate ē quadratus cubicus.ac deinceps:quinqꝫ ſemper intermiſſis quadratus cubicus continuo ſequitur.

¶ Sint cōtinue proportionales vnitas.a.b.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico.b.eſſe quadratū ⁊.d.obmiſſo.c.⁊ ſic alios vno ſemꝑ obmiſſo.vnde ſimplr̄ oms̄ exiſtētes in in locis iparibus ſunt quadrati:vt ſunt tertius quintus et ſeptimus: dico item.c. eſſe cubū ⁊.f.duobus obmiſſis:et ſic in ceteris.Omniſqꝫ ſimplr̄ eſt cubus cuiꝰ ab vnitate locus addit ſuꝑ ternariū:vel quēlibet multiplicē ipſius ternarij vnitatē:vt ſūt quartus ſeptimus decimꝰ tertiuſdecimus ⁊ ſextuſdecimus. in hs eni ꝯueniunt omnes qui duos tranſmittunt.Itēqꝫ dico.f.ab vnitate ſeptimū eſſe quadratū cu/bicū:⁊ ſilr̄.n.quinqꝫ numeris intermiſſis : idēqꝫ in ceteris. Simplr̄ autē dico cuiꝰ locus ab vnitate addit ſuper ſenariū vel quēlibet multiplicē ipſius vnitatē: vt ſunt ſeptimus tertiuſdecimus decimuſnonus ⁊ viceſimuſquintus:illū eē quadratū cu/bicum: quadratū quidē qm̄ eius locus impar : cubū aūt qm̄ ſuꝑ multiplicem ter/narij addit vnitatem quippe ſenarij multiplices cūctos ternarij neceſſe eſt eē mul/tiplices.Que aūt ꝓpoſita ſunt ſic conſtāt.Eſt eni ex ypotheſi.a.in.b. quotiēs vnitas in.a.itaqꝫ.b.ex diffinitione quadratus:qr igit̄.b.c.d.ſūt cōtinue proportionales cū.b.ſit quadratus pꝫ ex. 17.vel.20.octaui.d.eſſe quadratum. Eadem rōne et f.qr.d.e.f.ſunt ꝯtinue ꝓportionales:et.d.eſt quadratus:idem in ceteris vno iter/miſſo:ꝯſtat itaqꝫ primū. Scđm ſic cū ſit.b.in.c.quotiēs.a.in.b.ex ypothe.ſequit̄ a diffinitione vt ex.a.in.b.ſuū quadratum fiat.c.igit̄ ex diffinitiōe cubi .c.eſt cubꝰ At qr.c.d.e.f.ſūt ꝯtinue ꝓportionales ſed ⁊.f.g.h.k.eſt aūt.c. cubus : neceſſe eſt per. 19.vel.21 .octaui vt.f.quoqꝫ ſit cubus.ideoqꝫ ⁊.k.idemqꝫ i ceteris duobꝰ trāſmiſſis:q̄re liquet ſcđm.Qm̄ aūt.m.f.ſeptimo ⁊ in.n.tertiodecimo:ceteriſqꝫ quinqꝫ medios obmittētibꝰ.ſimplr̄ vero ⁊ in oibus quoꝝ locꝰ ſemꝑ quēlibet multiplicē ſenarij addit vnitateꝫ:terminant̄ quadratoꝝ ⁊ cuboꝝ cōputatiōes:in his quidem vniꝰ:in illis aūt duoꝝ obmiſſione ſequit̄ ipſos eſſe q̄dratos: ex huius prima ꝑte ⁊ cubicos ex ſcđa:quare quadrati cubici:conſtat ergo totum quod dicitur



Propositio. 9

SI numeris quotlibet ab vnitate cōtinua ꝓportionalitate
dispositis vnitatē sequēs quadrat⁹ fuerit: ceteri quoqꝫ oēs
erunt quadrati. Si vero qui vnitatē sequitur fuerit cubus
ceteri quoqꝫ omnes erunt cubi.

¶ Sint qui prius continue proportionales ab vnitate. sitqꝫ. a. qua/
dratus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoqꝫ dico omnes eē
cubos. b. enī constat esse quadratū p premissā: q2 ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex 27.
octaui sequit̄. c. esse quadratū. idē quoqꝫ ex eiusdē. 17. vel. 20. potes arguere: de se/
quentibus autē idē eodēqꝫ modo ꝓbabis: quare patet primū. Scōm autē sic. cū. b
fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoqꝫ cubus. c. vero constat esse cu
bum per premissam. itaqꝫ per. 23. octaui. d. omnesqꝫ sequentes cubicos esse proba
bis: est enī. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoqꝫ arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem
sunt enī. a. b. c. d. sed et. b. c. d. e. singuliqꝫ quatuor continue sumpti continue pro/
portionales.

Propositio 10.

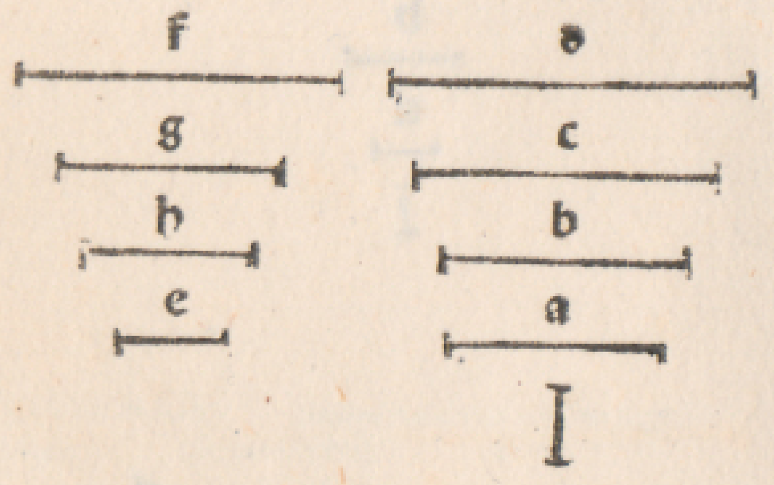
SI numeris quotlibet ab vnitate continua ꝓportionalita
te dispositis vnitatē sequēs non quadratus fuerit. non erit
alioꝝ quisq̄ꝫ quadratus exceptis ab vnitate: tertio ex his
qui deinceps vno semꝑ itermisso reperiunt̄ tetragoni. Si
vero secūdus ab vnitate nō fuerit cubus: nullus ceteroꝝ
erit cubus exceptis ab vnitate quarto: ⁊ deinceps his qui duoꝝ semꝑ
itermissione formantur cubicis.

¶ Hec ex opposito subiecti premisse infert ꝑtem oppositi passionis. dico aūt partē
qm̄ ex. 8. ꝯstat oīs impares esse quadratos. omnesqꝫ quoꝝ locus suꝑ ternarium
vel quēlibet ipsius multiplicē addit vnitatē esse cubos. sint itaqꝫ qui prius ab vni/
tate ꝯtinue proportionales nō sit autē. a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex
oibus esse quadratum: aut cubicū nisi quos octaua proponit. si enī quis alius po/
natur quadratus sequit̄ p. 22. octaui. a. esse quadratū. Qḋ si cubus sequit̄ per. 23.
eiusdem. a. esse cubum quoꝝ vtrūqꝫ contrarium est ypothe. Constat ergo ꝓpositū:

Propositio. 11.

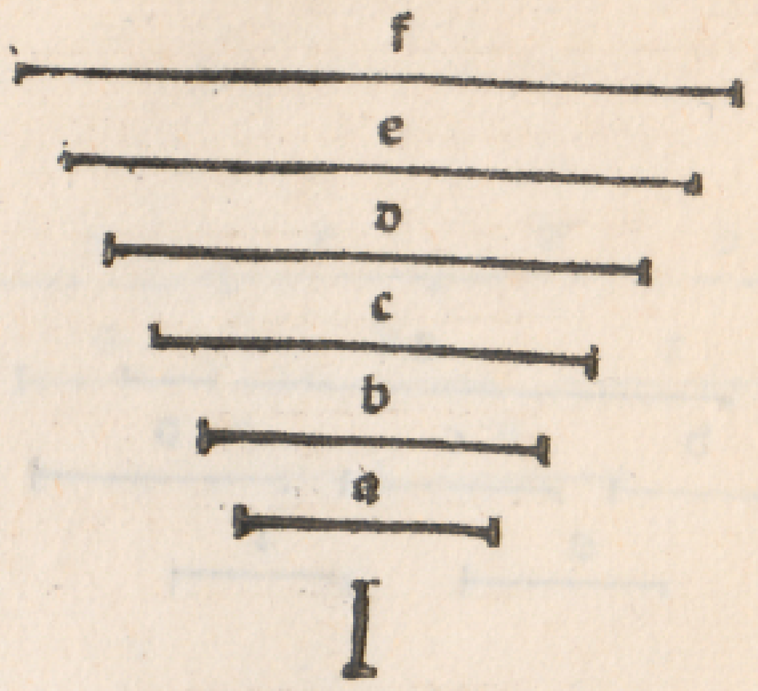
SI numeris quotlibet ab vnitate cōtinua ꝓportionalitate
dispositis aliquis numer⁹ primus vltimum numeret: eum
quoqꝫ qui vnitatē sequitur numerare necesse est.

¶ Sint vsqꝫ ad. d. ꝯtinue proportionales ab vnitate: sitqꝫ. e. numer⁹
primus de quo ponat̄ ipsū numerare. d. dico ꝙ idem numerabit. a.
Nā si nō erit ad ipm prim⁹ p. 32. sep. ⁊ q2 ex. a. i se fit. b. sequit̄ ex. 26. eiusdē ut ipe
quoqꝫ sit prim⁹ ad. b. sed ⁊ ad. c. ⁊ ad. d. sequit̄ ipm eē p̄mū. p. 25. eiusdē: eo ꝙ ex. a
i. b. fit. c. ⁊ ex eodē in. c. d. nō ergo numerat. d. cū sit primus ad ipm: q̄re accidit ꝯ/
riū ypoth. Idē aliter cū sit. e. prim⁹ si nō numerat. a. p̄mus erit ad ipm p. 32. sep.
itaqꝫ p. 32. eiusdē erūt minimi i sua ꝓportione: q2 aūt. e. ex ypoth. numerat. d. sit
vt ꝑm. f. ꝯstat vero ꝙ ex. a. in. c. fiat. d. ergo p secūdā ꝑtē. 20. sep. erit. a. ad. e. sicut
f. ad. c. q̄re p. 21. eiusdē. e. numerabit. c. ⁊ sit ut ꝑm. g. ⁊ q2 ex. a. i. b. fit. c. sequit̄ quo
qꝫ per easdem ⁊ eodē mō ut. e. numeret. b. esto ergo ꝙ ꝑm. h. ⁊ qm̄ rursus ex. a. in
se fit. b. necesse est iterū per easdē ut. e. numeret. a. sed positū erat non numerare q̄
accidit impossibile.



Propositio. 12.

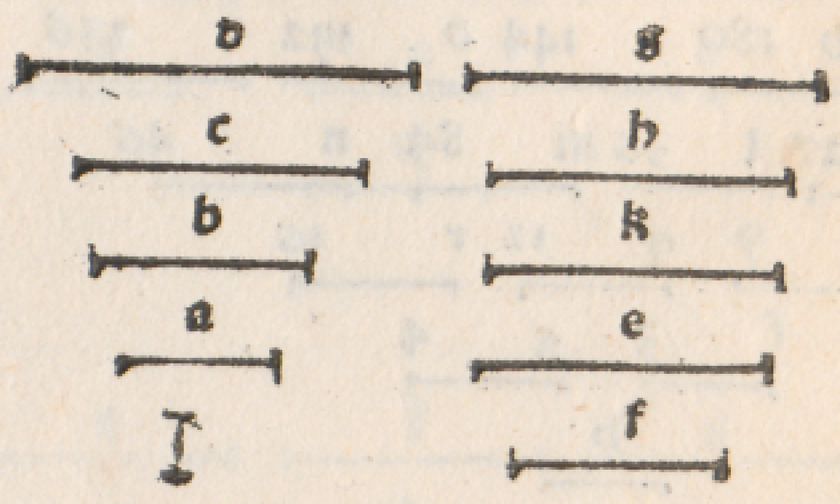
IN numeris ab vnitate ꝯtinue ꝓportiōalib⁹ minor maio/
rē numerat ſm aliquē ī illa ꝓportionalitate diſpoſitum.
❡Sint ab vnitate vſq₃ ad.f.cōtinue ꝓportionales.dico nullū ipſoꝝ
numerare.f.niſi ſm aliquē alioꝝ:cōſtat eni ꝙ.e.numerat ipſū.f.ſm
a.eſt eni.e.ad.f.vt vnitas ad.a.ſed ⁊.d.numerat eūdē.f.ſm.b.ē nā
q₃ ꝑ equā ꝓportionalitatē.d.ad.f.vt vnitas ad.b. De.c.quoq₃ patet eodē mō ꝙ
ſecūdū ſe ipſū numeret eum.Econuerſo quoq₃.a.numerat eū ſm.e. eo ꝙ ſicut vni
tas ad.e.ita.a.ad.f.b.vero ſm.d.eſt eni vt vnitas ad.d.ita.b.ad.f. veꝝ igit̄ eſt ꝙ
ꝓponitur.Quippe quotus quiſq₃ qui proponit̄ vltimū numerare fuerit ſub vlti/
mo ſm totum ſupra vnitatem:numerare ipſum conuincit̄ ꝑ equā proportionalita/
tem ⁊ diffinitionem.

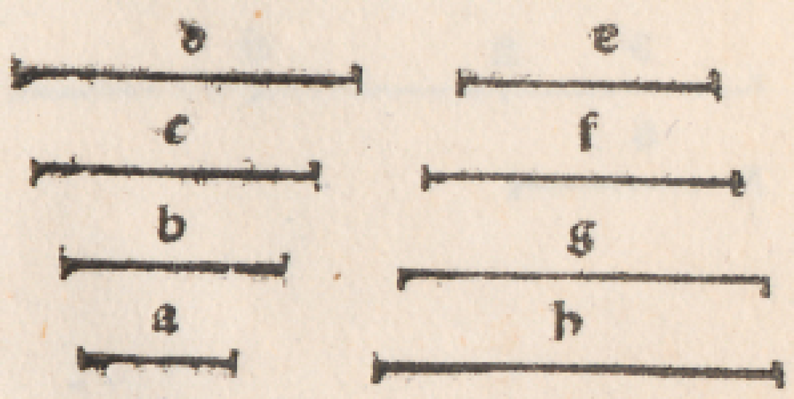


Propoſitio 13

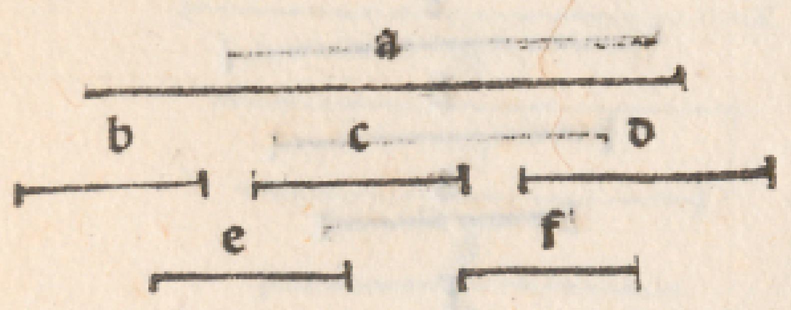
QUotlibet numeris ab vnitate cōtinue ꝓportionalibus ſi
qui vnitatem ſequitur fuerit numerus primus maximum
eorum niſi de numeris in illa proportionalitate diſpoſitis
nullus numerabit.

❡Sint vt prius vſq₃ ad .d.continue proportiōales ab vnitate .ſitq₃
a.numer⁹ prim⁹:dico ꝙ nullus numerabit vltimū nec ſimplr̄ aliquē coꝝ niſi aliqs
coꝝ qui antecedit vltimū vel eū qui ponit̄ numerari.Sit eni ſi poſſibile ē.e.diuer/
ſus ab eis qui numeret.d.qui ſi fuerit primus ꝑ.11.numerabit.a.non igit̄ ē.a.ꝓm⁹
quod ē ꝯ ypoth.Si aūt ipſe fuerit cōpoſitus neceſſe ē per.30.ſeptimi:vt aliqs pri/
mus nūeret eū qui nō erit niſi.a.Nā ſi ē alius ab.a.vt.f.cū neceſſe ſit ipſū nūerare
d.arguet̄ etiā eūdē numerare.a.ꝑ.11.ſic quoq₃.a.nō erit ꝓmus.Eſt igit̄.a.primus
numerās.e.qm̄ aūt.c.nūerat.d.ſit vt ſm.g.eritq₃ ꝑ ſcdā₃ ptē.20.ſep.a.ad.e.ſicut
g.ad.c.ſit eni.d.ex.a.i.c.q̄re cū.a.numeret.e.⁊.g.numerabit.c.ſitq₃ ut ſm.b. ſe/
quit̄q₃ ut.a.numeret.g.ſicut ſeq̄bat̄ vt numeraret.c.alioquin ſi.g. quidē ē ꝓm⁹ cū
numeret.c.ſequit̄ ꝑ.11.ipſū numerare.a.Si aūt cōpoſitus ꝑ eādem ſequit̄ numerū
primū numerantē.g.numerare.a.quod ē incōueniēs.itaq₃.a. numerat eū. ſequit̄
ergo ꝑ ſecundā ptē.20.ſeptimi vt.b.numeret quoq₃.b.eo ꝙ tā ex.a.in.b.q̄₃ ex. g.
in.b.ꝯſtat ꝓduci.c.numeret.b.itaq₃ ipm ſm.k.Conſtat aūt vt pri⁹ de.g.ꝙ.a.nu
meret.b.Nā ſi nō nō erit.a.prim⁹ itaq₃ ꝑ ſecūdā ptē.20.ſep.ſeq̄t ut.k.numeret.a
ſit eni tā ex.a in ſe q̄₃ ex.b.i.k.b.Manifeſtū ē autē.k.nō eſſe.a.nullus eni nume
roꝝ.g.b.k.ē aliquis ex.a.b.c.d.ſi eni.g.eſſet aliquis ex eis cū ipe numeret. d.ſe/
cundū.e.eēt ꝑ ꝓmiſſā.e.quoq₃ aliquis ex eis.ſ₃ nō erat: nec igit̄.g.ſilr cū.b.nume
ret.c.ſm.g.nō erit.b.aliquis ex.a.b.c.Nam eſſet.ꝑ ꝓmiſſā ⁊.g.oſtēſum ē autez ꝙ
non :nec igit̄.b.eadē rōne nec.k.cū eni ipſe numeret.b.ſecundū.b.ſi ipſe eēt.a.cō
uinceret̄ ꝑ ꝓmiſſā.b.quoq₃ eē.a.At nō erat:nec igit̄.k.erit.a.numerat autē ipſum
Nō ē itaq₃.a.prim⁹ qd̄ ē īpoſſibile.❡Aliter idē ſi.e.diuerſus ab.a.b.c.d.numerat
d.ſit vt ſecundū.f.⁊ q2.a.numerus primus numerat .d. ꝓductū ex.c.in.f.ſequit̄ ex
33.ſep.ꝙ ipſe numeret.e.vel.f.numeret.ergo.e.q2 igit̄ tā ex.a.i.c.q̄₃ ex.e. in.f.ſit
d.erit per ſecundā partē.20.ſeptimi.a.ad.e.ſicut.f.ad.c. numerat itaq₃.f.c. ſit vt
ſecundū.g.eritq₃ per.33.ſeptimi ut.a.quoq₃ numeret. f.vel. g.ſitq₃ ut. f.ſequit̄q₃
per ſecundam partem.20.eiuſdem vt .g.numeret .b.ſitq₃ ut ſecundum.b.ut pri/
us igitur.a.numerabit.g.vel.b.⁊ ſit vt numeret.g.b. ergo per ſecundam ptē.20.
numerabit.a.ſi itaq₃.b.non ē equalis.a.non erit.a.primus :quod ē ꝯtra ypoth.
Si autē equalis erit vnuſquiſq₃ numeroꝝ.g.f.e.aliquis ex.a.b.c.d.ꝑ ꝓmiſſā quo



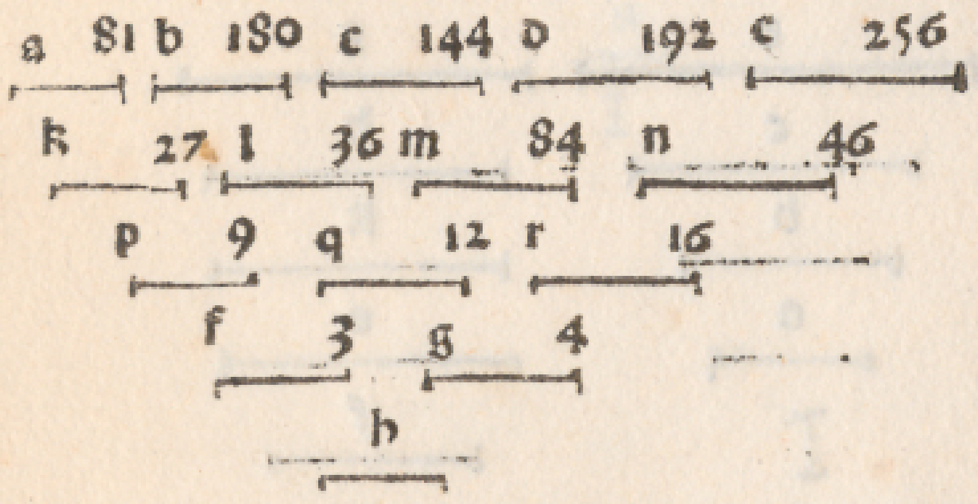


tiens oportet assumptam. Non est igit̃.e.diuersus ab eis:qđ est etiã cõtra ypothe. itaq; constat verũ esse qđ proponit̃. **Propositio .4.**



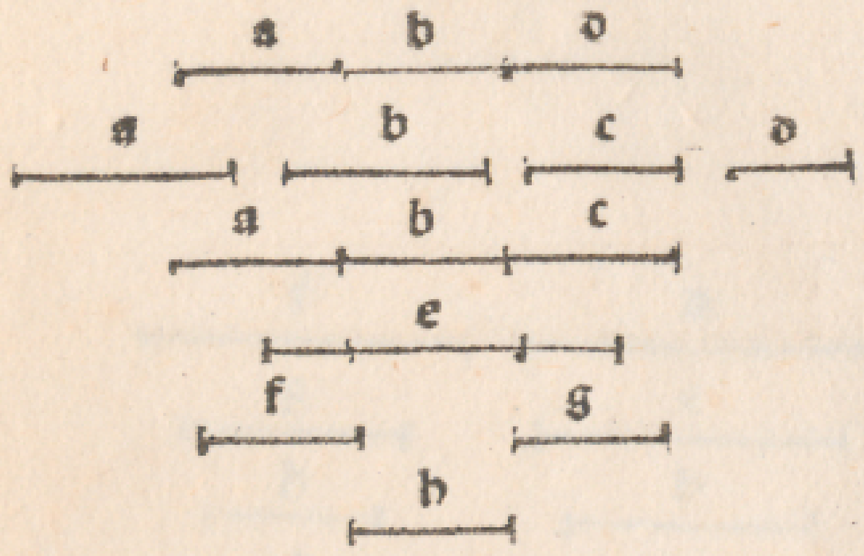
Si ꝓpositus fuerit numer⁹ minimus quẽ numerãt primi assignati nõ numerabit eũ aliquis numerus primus preter illos assignatos.

¶Sit.a.minimus numerus numerat⁹ a numeris primis qui sũt.b.c.d.dico ꝙ alius primus p̃ter eos nõ numerabit.a. Sin autem sit.e primus numerãs eũ ſm.f.qꝛ ergo quilibet numeroꝝ.b.c.d.numerat .a. ꝓductũ ex e.in.f.ẽ autẽ quilibet eorum primus sequitur ex.33.septimi:vt quilibet eoꝝ numeret.e.vel.f.sed.e.nullus numerat cũ sit primus:quilibet ergo eoꝝ numerat.f.cum itaq; sit.f.minor.a.vtpote qui numerat eũ ſm.e.nõ erit.a. minimus numeratus ab illis qđ est inconueniens. **Propositio .15.**



Si quotlibet numeri continue proportionales ſm suã proportionẽ fuerint minimi: quicũq; aliquẽ illorũ numerat alteri terminorũ illius ꝓportionis erit cõmensurabilis

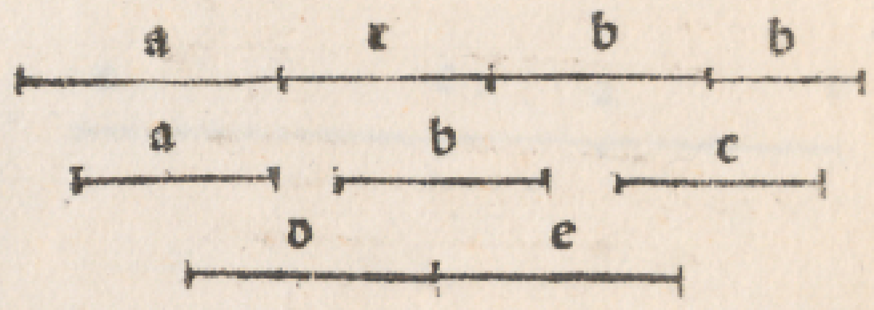
¶Sint.a.b.c.d.e. cõtinue ꝓportionales ⁊ minimi ſm ꝓportionẽ f.ad.g.qui sint in sua ꝓportione minimi:⁊ ponatur.h.numerare.c. dico ꝙ.h.est cõmensurabilis.f.vel.g.sumant̃ eni in eadẽ ꝓportione quatuor minimi qui sunt.k.l.m.n.cõstat aũt ex scđa octaui ꝙ ex.f.in.m.fit.c.alioquin cõtingeret esse minus minimo qđ esse nõ potest.itaq; per corel̃.33.septimi erit.h.cõmensurabilis.f.vel.m.ꝙ si.f.cõstat ꝓpositum:si aũt.m.sumant̃ in eadẽ ꝓportione tres minimi qui sint.p .q.r.eritq; ex scđa octaui vt. m.fiat ex.f.in.r. ne minus mimo aliqđ eẽ cogamur cõcedere :q̃re per predictũ corel̃ .h.ẽ cõmensurabilis.f.vl̃ r.sed nõ erat.f.sic eni constabat propositũ :cõmensurabilis igitur ẽ. r. qui cum ex secũda octaui fiat ex.g.in se sequitur ex dicto corel̃.ut.h.sit cõmensurabilis.g. qđ est propositum. **Propositio .16.**



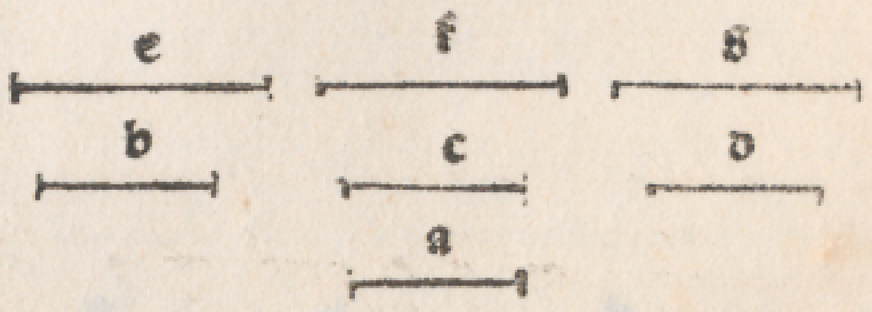
Si fuerint numeri quotlibet cõtinue proportionales ĩ sua proportione minimi quilibet eorũ ad compositum ex reliquis primis esse necessario comprobatur.

¶Sint.a.b.c.d.cõtinue ꝓportionales ⁊ minimi.dico cõpositũ ex.a b.c.primũ esse ad.d.Si eni nõ numerabit aliquis numerus qui sit.e cõpositũ ex.a.b.c.⁊.d.p p̃missã igit̃ erit.e.cõicans alteri terminoꝝ illius ꝓportionis qui sunt.f.⁊.g.erit itaq; numer⁹ aliq̃s numerãs.c.⁊ alterum duorum.f.g. qui sit.h.quia ergo.h.numerat.e.numerabit.d.⁊ cõpositum ex.a. b.c. ⁊ quia numerat.f.vel.g.quorũ vterq; numerat vtrũq; mediorum ⁊ simpliciter oẽs si plẽs duobus sint:ex secũda octaui sequit̃ ut ipse numeret.b.⁊.c.ergo ⁊.a.qꝛ numerat totum a.b.c.nõ sunt igit̃.a.⁊.d.ꝯ se p̃mi qđ ẽ incõueniẽs p.3.octaui:sil̃r quoq; constabit ꝓpositũ ex.a.b.d.p̃mũ eẽ ad.c.si eni vt prius.e.numerat ãbos sequit̃ p p̃missam ut aliquis numerus qui etiã sit.h.numeret.e.⁊ alterũ duorũ.f.g.itaq;.h.numerat c.⁊ totũ.a.b.d.sed ⁊.h.cũ vtraq; radicũ numeret omnes medios :igit̃ ⁊ cõpositũ ex.a.⁊.d.⁊ qꝛ necessario numerat alterũ duorũ.a.d.cũ numeret alterũ duorũ.f.g. numerabit ⁊ reliquũ.Nõ sũt igitur .a.⁊.d.cõtra se primi:⁊ ita idẽ ut pri⁹.¶Demõstrãt aũt idẽ aliter de trib⁹ cõtinue ꝓportiõalib⁹ ⁊ mimis sine aminiculo p̃misse.ꝓbãt eni ex quibusq; duob⁹ cõpositũ p̃mũ eẽ ad reliquũ.sint itaq;.3.cõtinue ꝓportionales ⁊ mimi.a.b.c.quoꝝ termini.d.⁊.e.dico tũc compositum ex.a.⁊.b.primũ

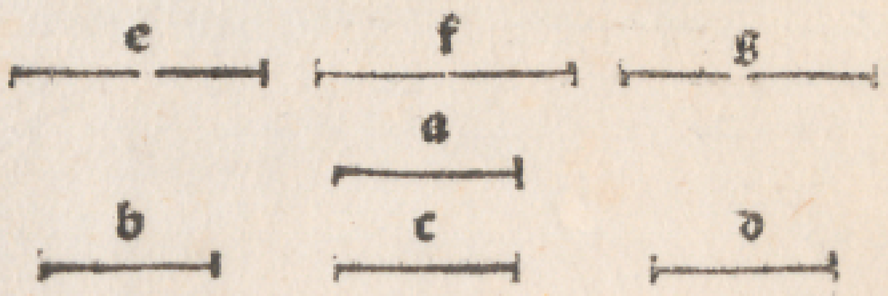
esse ad.c.⁊ cōpositū ex.b.⁊.c.ad.a.iteq̃z ex.a .⁊.c. ad.b. manifestū enim est ex se/
cunda octaui qḋ ex.d.in se fit.a.⁊ in.e.fit.b. ⁊ ex.e. in se. c.⁊ ex.22.septimi.qḋ.d.
⁊.e.sūt cōtra se primi:itaq̃z ex p̃ma pte.29.eiusdē erit tot9.d.e.p̃m9 ad vtrūq̃z coꝝ
q̃r igit vterq̃z duoꝝ numeroꝝ.d.⁊.d.e.prim9 ē ad.e.erit p.25.eiusdē qui ex.d.in.d
e.pducitur ⁊ ipse ē cōpositus ex.a.⁊.b.p̃mus ad.e.sequit ergo p.26.eiusdē.ut etiā
cōpositus ex.a.⁊.b.sit p̃m9 ad.c.fit eni.c.ex.e.i se ¶ Simili quoq̃z demōstratōe p/
babis cōpositū ex.b.⁊.c.p̃mū esse ad.a.At vero cōpositū ex.a.⁊.c.p̃mū esse ad.b:
sic babeto:cū sit eni vterq̃z duoꝝ.d.⁊.e.p̃mus ad totum.d.e.erit p.25.septimi qui
ex.d.in.e.pducit:⁊ ipse est.b.p̃mus ad.d.e.itaq̃z p.26.eiusdē qui ex. d. e.in se p/
uenit:⁊ ipse est qui cōponit ex.a.⁊.c.⁊ duplo.b.primus erit ad.b.sequit ergo com
positū ex.a.⁊.c.p̃mū esse ad.b.necesse eni ē ut ex duobus cōpositus cū primus fue
rit ad vnū eoꝝ ex quib9 componit:sit primus ad reliquū:demōnstratum aūt ē hoc
supra.29.septimi.Oportet aūt stabilire ad robur istius demonstratiōis compositū
ex.a.⁊.b.pduci ex.d.in cōpositū ex.d.⁊.e.supposito q̄ ex.d.in se fit.a. ⁊ ex codez
in.e.b.iteq̃z q̄ ex.d.e.i se pducat cōpositū ex.a.⁊.c.⁊ duplo.b.supposito eo quod
prius ⁊ q̄ ex.e.in se sit.c.huius itaq̃z gr̃a pponim9 hec demonstrāda.



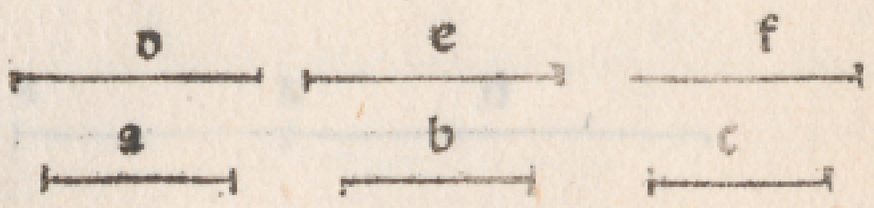
¶ Qḋ fit ex ductu vni9 numeri i quotlibet tantū ē:quantū qḋ ex ductu
eiusdē i cōpositū ex illis. ¶ Idē pponit p̃ma scḋi de lineis.Sit eni ut ex.a.i.b
⁊ in.c.⁊ in.d.pueniant.e.⁊.f.⁊.g.dico q̄ ex.a.in cōpositū ex. b.⁊. c.⁊. d.puenit
cōpositū ex.e.⁊.f.⁊.g.sequit eni ex cōuersione diffinitionis eius qḋ multiplicat ut
tota pars sit.b.e.⁊ tota.c.f.sed ⁊.d.tota.g.quota ē vnitas.a. per quintā itaq̃z se/
ptimi:tota quoq̃z ps erit cōpositus ex.b.⁊.c.⁊.d.compositi ex.e.⁊.f.⁊.g.quota est
vnitas.a.ergo per diffinitionē ex.a.in cōpositū ex.b.⁊.c.⁊.d.fit cōpositus ex.e.⁊
f.⁊.g.qḋ est propositū.



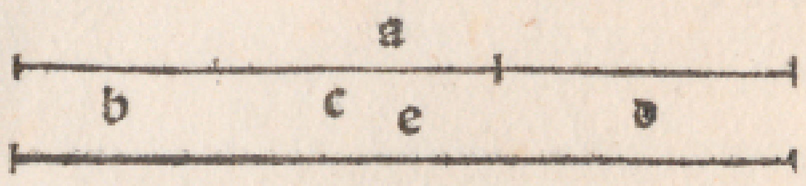
¶ Qḋ fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum
equū ē ei qḋ fit ex cōposito eorū in eundē. ¶ hoc ē cōuersū eius qḋ modo
demonstratū ē:vt si ex.b.⁊.c.⁊.d.in.a.fiant.e.⁊.f.⁊.g.fiet quoq̃z cōpositus ex cō
posito i eundē:qḋ ex.17.septimi ⁊ p̄demonstrato facile cōcludit.



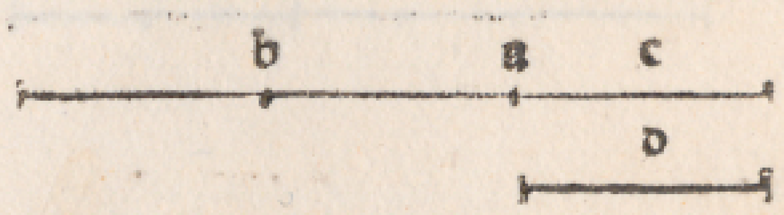
¶ Qḋ fit ex du
ctu quotlibet numeroꝝ in quotlibet alios:equū est ei qḋ fit ex cōposi
to horum in compositū illoꝝ. ¶ Ut si.a.b.c.multiplicēt.d.e.f. quilibet quē/
libet:iunganẗq̃z pducta.dico aggregatū ex productis esse equale pducto ex cōpo/
sito ex.a.⁊.b.⁊.c.in cōpositū ex.d.⁊.e.⁊.f. est eni p premissam qḋ fit ex cōposito
ex.a.b.c.in.d.quātū qḋ ex singulis in illū.d.sic ⁊ in.e.⁊ in.f.ex cōposito aūt horū
a.b.c.in quēlibet illoꝝ.d.e.f.p ante p̄missā fit quātū ex cōposito in cōpositū.itaq̃z
constat ppositū.



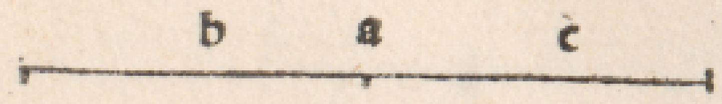
¶ Numero in quotlibet ptes diuiso: tantū est qḋ fit ex
toto eo in se:quantū qḋ ex eo in omnes suas ptes. ¶ Idē pponit scḋa se/
cundi de lineis.vt si.a.diuidat in.b.⁊.c.⁊.d.dico qḋ tantum fit ex.a.in se quantū
in oēs illos.b.c.d.posito eni.e.equali.a.constat ex prima haꝝ incidentiū tm̃ fieri
ex.e.in.a.quātū in oēs ptes.a.sed p cōcept.ex.e.in.a.fit quātum ex.a.in se.⁊ ex.e
in ptes.a.quātū ex.a.in easdē.Manifestū ergo ē veꝝ esse qḋ dicit.



¶ Numero
in duo diuiso qḋ fit ex toto in alterum diuidentium:tm̃ est quantū qḋ
ex eodem in se ⁊ in alterum. ¶ Idem proponit tertia scḋi de lineis. Sit eni.a
diuisus in.b.⁊.c.dico tm̃ fieri ex.a.in.c.quātū ex.c.in se.⁊ in.b.Nam qḋ ex.a.i.c.
ē quātū qḋ ex.c.in.a.p.17.septimi.sumpto itaq̃z.d.equali.c.erit.a.in.c. quantum
d.in.a.At per primā harū.d.in.a.ē quantū in.b.⁊.c.q̃r ergo.d.in.a.⁊ i.b.⁊.i.c.ē
quantum.c.in.a.⁊ in.b.⁊ in se propter equalitatem.c.⁊.d.constat propositum.

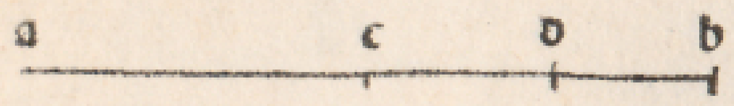


¶ Numero in duo diuiso qꝺ ex ductu totius in se: est quantum qꝺ ex ductu vtriusqꝫ diuidentium in se ꝛ alterius eorum bis in alterum.



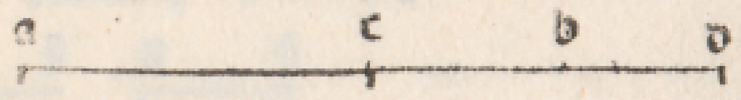
¶ Idem ꝓponit quarta scꝺi de lineis vt si .a. diuidatur in .b. ꝛ .c. dico tm̃ fieri ex .a i se. quãtũ ex .b. in se. ꝛ .c. i se ꝛ ex .b. bis in .c. est eni per quartam harum ꝙ ex. a. in se quantũ qꝺ ex eo in .b. ꝛ in .c. ex eo autẽ in .b. per premissã est quantũ ex .b. in se. ꝛ in .c. at ex .a. in .c. per eandem est quantum ex .c. in se. ꝛ in .b. ꝛ qꝛ ex .c. in .b. tã tum est quantum ex .b. in .c. per .17. septimi. liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duoqꝫ inequalia diuiso quod fit ex maiori inequalium in minorem cum quadrato intermedij equum ẽ quadrato medietatis totius.



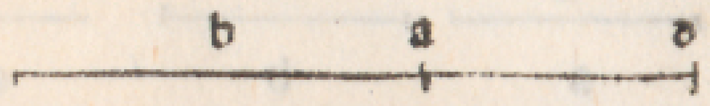
¶ Idem proponit de lineis quinta secundi: vt si .a. b. diuidatur in duos numeros equales qui sint .a. c. ꝛ .c. b. itemqꝫ in duos inequales quoꝝ sit maior .a. d. ꝛ minor d. b. dico ꝙ illud qꝺ fit ex toto .a. d. in .d. b. cũ quadrato .c. d. equale est q̃drato .c. b per premissam enim quadratũ .c. b. est equale quadrato .c. d. ꝛ quadrato. d. b. ꝛ ei qꝺ fit ex .b. d. in .c. d. bis: sed ex .b. d. i se ꝛ i .c. d. tm̃ fit quãtũ i .c. b. ꝑ p̃mã haꝝ: ꝛ iõ quãtũ i .a. c. itaqꝫ ex .b. d. in se ꝛ in .c. d. bis quãtũ ex ipso .b. d. i .a. d. ꝑ eãdẽ igitur quadratũ .c. b. supat id qꝺ fit ex .b. d. in .a. d. in q̃drato .c. d. cõstat ergo propositũ.

¶ Cum fuerit numerus in duo eq̃lia diuisus eiqꝫ alius numerus adiũctus: qꝺ fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio ꝛ adiuncto.



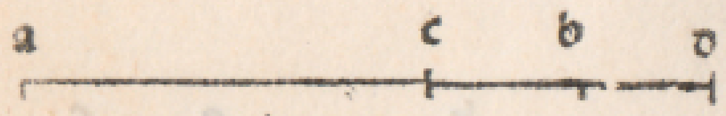
¶ Idem proponit sexta secundi de lineis: Sit eni .a. b. diuisus in duos equales numeroꝫ qui sint .a. c. ꝛ .c. b. addaturqꝫ ei numerus .b. d. dico illud qꝺ fit ex toto .a. d in .d. b. c. cũ quadrato .b. esse equale quadrato .c. d. est enim ex sexta harũ quadratũ .c. d. equale quadrato .d. b. ꝛ q̃drato .b. c. ꝛ ei qꝺ fit ex .d. b. in .b. c. bis: sꝫ per primã haꝝ ex .b. d. in se ꝛ in .b. c. bis est q̃ntũ ex: b. d. in .d. a. Sũt eni .a. c. ꝛ .c. b. eq̃les. itaqꝫ q̃dratũ .c. d. supat id qꝺ fit ex .b. d. in .d. a. in q̃drato .c. b: qꝺ ẽ ꝓpositum

¶ Cũ numerus in duo diuidit̃ qꝺ fit ex toto in se cũ eo qꝺ ex altero diuidẽtiũ in se: ẽ equũ ei qꝺ ex toto in eundẽ bis cũ eo qꝺ ex altero ĩ se.



¶ Idem proponit septima scꝺi de lineis. Sit eni numerus .a. diuisus in .b. ꝛ .d. dico quadratũ .a. cũ quadrato .d. tm̃ esse quãtum qꝺ fit ex .a. in d. bis cum quadrato b. constat quidẽ ex sexta haꝝ ꝙ quadratum .a. tantũ ẽ quantũ quadratũ .d. ꝛ quadratum .b. ꝛ qꝺ fit ex .d. in .b. bis: itaqꝫ quadratum .a. cum quadrato .d. tm̃ ẽ quantum qꝺ ex .d. bis in se. ꝛ bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se ꝛ bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per primam harum: ergo quod fit ex .d. bis ĩ .a. cũ quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet propositum.

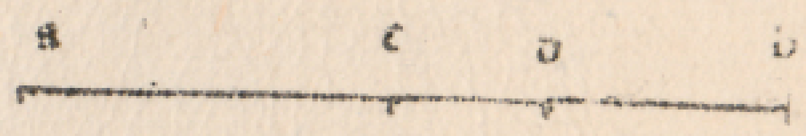
¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiqꝫ equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compositi equum est quadruplo eius qꝺ fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

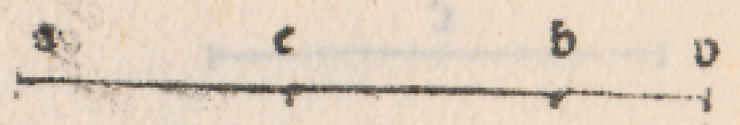


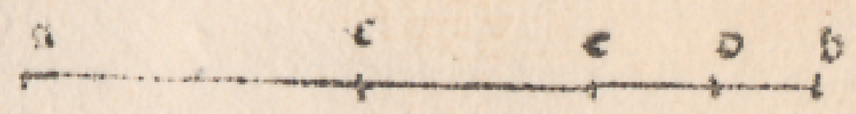
¶ Idem proponit octaua scꝺi de lineis. Sit numerus .a. b. diuisus in. a. c. ꝛ .c. b. cui addatur .b. d. qui ponatur equalis .c. b. dico quadratum .a. d. tantum esse quãtum est id quod fit ex .a. b. in .b. d. quater cum quadrato .a .c. est nanqꝫ per sextam haꝝ quadratum .a. d. equum quadrato .a. b. ꝛ quadrato .b. d. ꝛ ei qꝺ fit ex .a. b. in b. d. bis: ꝛ quia quadratum .b. d. est equale quadrato .c. b. erit quadratũ .a. d. equale quadrato .a. b. ꝛ quadrato .c. b. ꝛ ei qꝺ fit ex .a. b. in .b. d. bis: per p̃missam autẽ est quadratum .a. b. cum quadrato .c. b. quantum quadratum. a. c. cũ eo quod fit

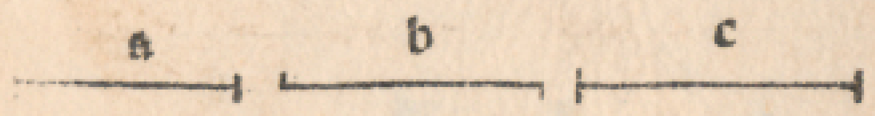
ex.a.b.in.b.c.bis:itaqꝫ quadratum.a.d.tantũ ē quãtũ qđ ex.a.b.in.b.d.bis ⁊ ex a.b.in.b.c.bis cũ quadrato.a.c.⁊ qꝛ ex.a.b.in.b.c.tm̃ fit quantũ in. b.d. constat verꝫ eē quod ꝓpositum est. ¶ **Cum fuerit numerus in duo equalia duoqꝫ inequalia diuisus: quadrata amborũ inequalium pariter accepta duplum sunt quadrato medietatis ⁊ quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.** ¶ Idem proponit nona scđi de lineis Sit enim.a.b.diuisus ꝑ duos equales qui sint.a.c.⁊.c.b.⁊ ꝑ duos inequales qui sint.a.d.⁊.d.b.dico ꝙ quadrata duoꝝ numeroꝝ.a.d.⁊.d.b.pariter accepta sunt duplũ duobus quadratis duoꝝ numeroꝝ.a.c.⁊.c. d.pariter acceptis. Est eni per sextam haꝝ quadratum.a.d.quantũ quadratũ.a.c. ⁊ quadratũ.c.d.⁊ duplũ eius qđ fit ex.a.c.in.c.d.qꝛ aũt.a.c.ē equalis.c.b. erit quadratũ.a.d.quantũ quadratũ b.c.⁊ quadratũ.c.d. ⁊ duplũ eius qđ fit ex.b.c.in.c.d.itaqꝫ quadratũ.a.d. cũ quadrato.b.d.sunt quãtũ quadratũ.b.c.⁊ quadratũ.c.d.⁊ duplũ eius qđ fit ex.b.c.in c.d. ⁊ quadratũ.b.d.duplũ aũt eius qđ fit ex.b.c.in.c.d.cũ quadrato.b.d. ē equale quadrato.b c.⁊ quadrato.c.d.ꝑ.9.haꝝ ergo quadrata duoꝝ numeroꝝ.a. d.et d.b.sunt quantũ quadrata duoꝝ numeroꝝ.b.c.⁊.c.d.duplicata:⁊ quia.b.c.⁊.c.a sunt equales:pꝫ ꝓpositũ. ¶ **Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliusqꝫ adiunctus: quadratum totius cõpositi cum quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compositi ex medietate ⁊ adiuncto.** ¶ Idē proponit.10.scđi de lineis.Sit enĩ numerus.a.b.diuisus in duos equales.a.c.⁊.c.b.sitqꝫ sibi adiunctus numerus.b.d. dico quadratũ.a.d.cũ quadrato.b.d.duplũ eē ad quadratũ.a.c.cũ quadrato .c.d cũ sit eni numerus.c.d.in duo diuisus sibiqꝫ sit.a.c.equalis vni diuidentiũ additus erit per.10.haꝝ quadratũ.a.d.quantũ qđ fit ex.c.d.in.c.a.quater cũ quadrato.b. d.qꝛ vero.a.c.ē equalis.c.b.erit quadratũ.a.d.quãtũ qđ fit ex.d.c.i.c.b.q̃ter cũ q̃drato.b.d.itaqꝫ quadratũ.a.d.cũ quadrato.d.b.erit quantũ qđ fit ex.d.c. in.c.b quater cũ duplo quadrati.b.d.hoc aũt ꝑ.19.haꝝ duplũ ē ad q̃dratũ .c.d.cũ q̃drato.c.b .cũ igiť sit q̃dratũ.c.b.equale quadrato.a. c.cõstat ꝓpositum. ¶ **Numerum aliquem ita diuidere ut qđ ex toto ⁊ vna eius portione cõtinetur equum sit quadrato alterius est impossibile.** ¶ Qđ.11.secundi proponit faciendum in lineis.demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus.a.b.dico impossibile esse ipsũ sic diuidi ut proponitur:sic eni diuideretꝰ ꝺm proportionē habẽtem medium ⁊ duo extrema:ut patet ex diffinitiōe ⁊.20.septimi.Si autem potest diuidatur in.c.sitqꝫ.a.b.ad.b.c. sicut. b.c.ad .c.a. erit itaqꝫ.a.c.minor.c.b.detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c.d qꝛ igitur est proportio totius.a.b.ad totum.b.c.sicut.b.c detracti ab.a.b. ad.c. d. detractum ab.b.c.erit eadem .a.c .residui.a.b.ad.b.d.residuum.b.c.quare .b.c. ad.c. d.sicut.c.d.ad.d.b.erit igitur.c.d.maior.d.b.detracto itaqꝫ.d.e.de.c.d.ut sit.d. e.eq̃lis.d.b.erit etiã ꝓportio.b.c.ad.c.d.sic.c.d.ad.d.e. q̃re sic.d.b.residui.c.b. ad.c.e.residuũ.c.d.pōt igiť.c.e.detrahi ab.e.d.nō erit itaqꝫ finis istiꝰ detractiōis qđ ē ipossibile. Nũc ad ꝓpositũ reuertamur. **Propositio .17.**

Si fuerint duo numeri ɔtra se primi quãtus ē primus eoꝝ ad scđm:tantũ esse scđm ad tertium quẽq̃ꝫ impossibile est. ¶ Sint.a.⁊.b.contra se primi:dico impossibile esse aliquē eis in continua ꝓportionalitate adiungi.Si enĩ pōt sit.c.qꝛ igiť.a.ad.b.sicut









b.ad.c.sunt aũt.a.ꝛ.b.in sua proportione minimi per .23.septimi: sequitur p.21. einsdem ut.a.numeret.b.qui cum etiaꝫ numeret se: non erunt.a.ꝛ.b.contra se primi:quod est contrarium poni.

Propositio .18.

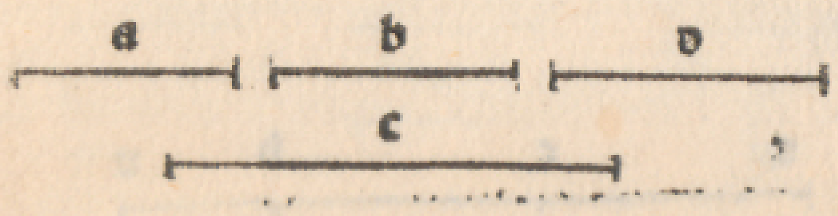
SI quotlibet numeroꝝ cõtinue ꝓportionalium duo extrema fuerint cõtra se primi quantꝰ est primus ad scdm tantũ esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

¶ Sint.a.b.c.cõtinue proportionales.sintqꝫ.a.ꝛ.c.contra se primi dico ꝙ in eadẽ proportione non potest eis adiũgi alius. si eni potest sit.d.quia igitur ẽ.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit permutati.a.ad.c.sicut. b. ad.d. sunt autẽ.a.ꝛ.c.in sua ꝓportione minimi per.23.septimi itaqꝫ p.21.eiusdem.a. numerat.b.quare etiam numerat.c.numeroꝝ enim continue proportionalium:si primꝰ numerat scdm: ipse numerat omnes ꝛ simpliciter quilibet precedẽs quẽlibet sequẽtem.at qꝛ etiam numerat se:non erunt.a.ꝛ.c.cõtra se primi: qd est inconueniens.

Propositio .19.

PRopositis duobus numeris an sit eis tertius cõtinue proportionalis perscrutari.

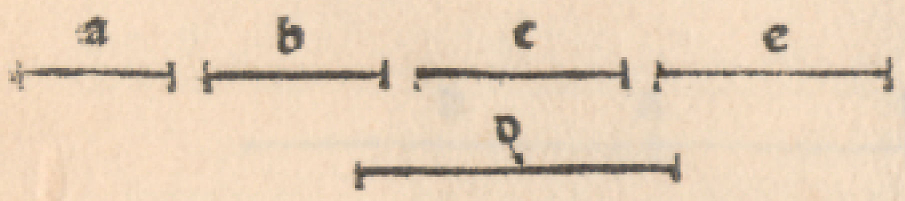
¶ Sint.a.ꝛ.b.duo numeri propositi:volo inquirere an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiũgi. Igitur si ipsi sunt cõtra se primi impossibile est per.17.si vero cõpositi ducatur.b.i se.ꝛ proueniat.c.quẽ si.a.numerat erit.si vero nõ numerat non erit. Numeret enim eũ ꝫm d.qui erit quẽ querimus per.2.partem.20.septimi. sit ergo ut no ꝫ numeret eum est tamen ut.a.ad.b.sicut.b.ad.d.itaqꝫ qꝛ ex.b.in se fit.c.sequitur per primã partem.20.septimi.ut ex.a.in.d.sit idẽ.igit̃.a.numerat.c.ꝫm.d. sed erat positũ ꝙ nõ quare sequit̃ impossibile.



Propositio .20.

DAtis tribus numeris cõtinue proportionalibus an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

¶ Sint cõtinue proportiõales.a.b.c.volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi.igitur si.a.ꝛ.c.sunt ꝯtra se primi impossibile est per.18.si aũt cõpositus.sit.d.qui prouenit ex b.in.c.quẽ si numerat.a.erit.si vero nõ numerat nõ erit.numeret enim eum ꝫm.e qui erit quẽ querimus:per scdam partem.20.septimi.sit ergo ut nõ n meret eum: est tamen ut.a.ad.b.sicut.c.ad.e.itaqꝫ qꝛ ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primã ptem 20.septimi.vt ex.a.in.e.sit idem.ergo.a.numerat.d:ꝫm.e.sed positũ erat ꝙ non: Idẽ potes perscrutari quotlibet cõtinue proportionalibus propositis.si enim duo extremi sint cõtra se primi finem habet intentio per.18.si autem compositi: ducto scdo in vltimũ si productum numeret primus:is scdm quẽ eũ numerat est quẽ querimus per scdam ptẽ.20.sep.si aũt primꝰ ꝓductũ nõ numerat nullꝰ erit: quotlibet eni posito p primã ptẽ eiusdẽ ꝫm ipsũ positũ.numerabit primꝰ ꝓductũ: qd positũ erat nõ numerare.

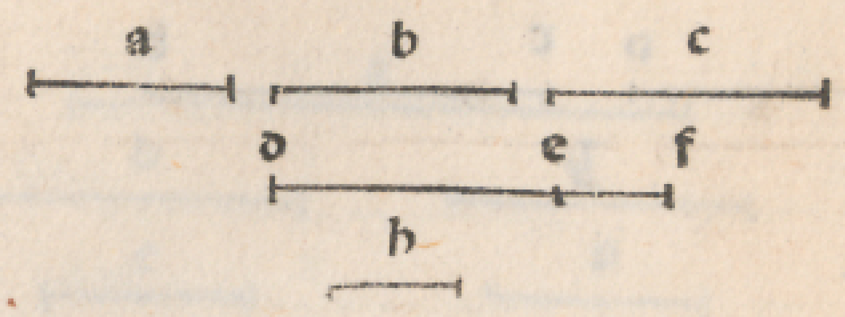


Propositio .21.

DAtis quotlibet numeris primus aliquẽ primũ ab eis diuersum esse necesse est.

¶ Nihil aliud intendit̃ nisi ꝙ numeri primi sint infiniti demonstrare Sint eni.a.b.c.numeri primi.dico esse aliquẽ primũ diuersuꝫ ab eis sit quidẽ.d.f.minimus quẽ numerãt cui addita vnitate fiat.d.g.qui

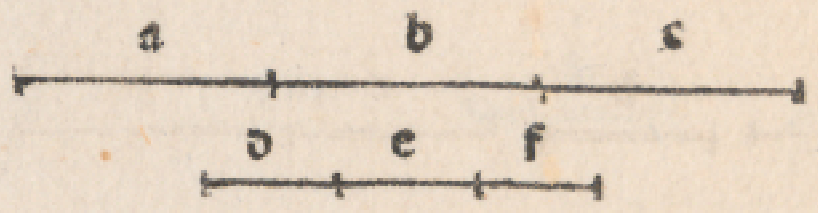
est primus aut compositus .si primus constat ꝓpositum.si compositus numerat cū aliquis primus qui sit.h.quē non est possibile esse aliquē ex primis ꝓpositis.si enī esset aliquis coꝝ cū quilibet ipsoꝝ numeret.d.f.ipse quoqȝ numeraret eundē: at qꝛ numerat.d.g.oporteret ipsuȝ numerare.f.g.qui est vnitas qd᷑ est impossibile Idē sequitur posito.d.f.quolibet numero quē numerant.a.b.c.q̄re ꝯstat ꝓpositū



Propositio .22.

SI coaceruentur quotlibet numeri pares:totus quoqȝ ab eis coaceruatus erit par.

¶Sit quisqȝ numeroꝝ.a.b.c.par:dico ex eis cōpositū eē parem. habet enī ex cōuersione diffinitionis quisqȝ coꝝ medietatē.sint ergo eorum medietates.d.e.f.qꝛ igitur sicut.a.ad.d.sic.b.ad.e.ꝛ.c.ad.f.erit ex.13.septimi sicut.a.ad.d.itaqȝ tot⁹.a.b.c.ad totum.d.e.f.itaqȝ.d.e.f.est medietas.a.b.c.ergo per diffinitionem.a.b.c.est par:quod est propositum.



Propositio .23.

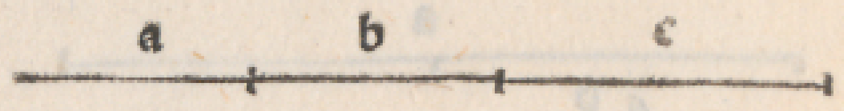
SI numeri impares numero pares coaceruent̄:totus quoqȝ ex eis coaceruatus erit par.

¶Sit quilibet numeroꝝ.a.b.c.d.impar:dico ex eis compositum esse parem:dempta enim a quolibet vnitate cōstat residuos esse pares:ꝛ qꝛ ille vnitates dempte cōponūt parē.cū sint numero pares:constat propositum per premissam.

Propositio .24.

SI numeri impares numero impares coaceruentur:totum quoqȝ ex eis coaceruatum imparem esse.

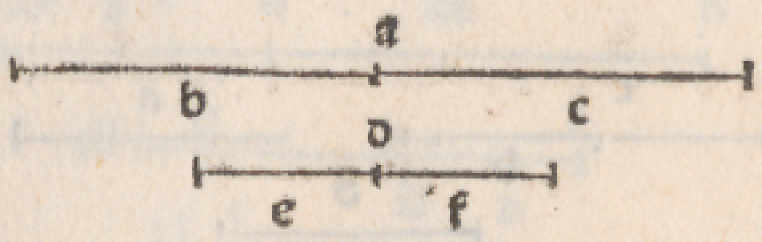
¶Sit quilibet numeroꝝ.a.b.c.impar:dico totū ex eis cōpositū esse imparem.erit enī per p̄missam cōpositus ex.a.ꝛ.b.par:ꝛ qꝛ.c.dempta vnitate est par erit per ante premissā totus.a.b.c.dempta vnitate par:per diffinitionem itaqȝ constat totum esse imparem.



Propositio .25.

SI a numero pari numerus par detrahat̄ reliquus erit par

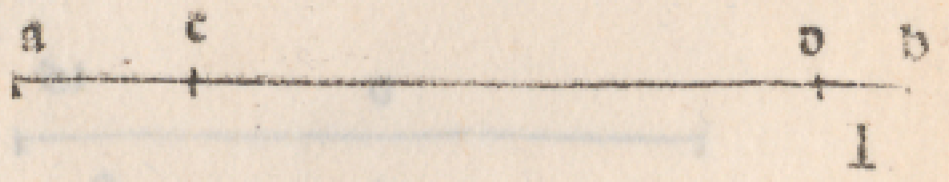
¶Sit totus.a.par a quo detrahat̄.b.qui quoqȝ sit par :ꝛ residu⁹ sit.c.dico.c.esse parē.sit enī.d.medietas.a.e.quoqȝ sit medietas.b.detractoqȝ.e.de.d.sit reliquus.f.erit p.13.septimi.c.ad.f.sicut.a.ad.d.quare.f.ē medietas.itaqȝ.c.est par:qd̄ est propositum.



Propositio .26.

SI a numero impari detrahat̄ impar reliquus erit par.

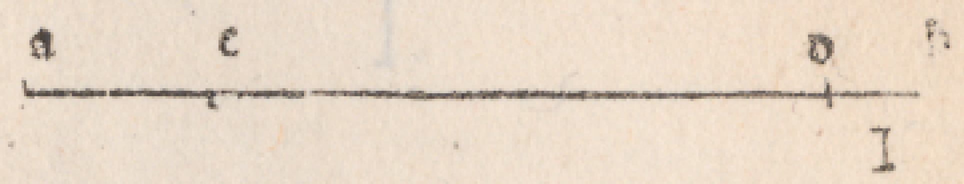
¶Sit.a.b.numer⁹ impar a quo detrahat̄ .b.c.qui etiā sit impar:dico reliquum qui est.a.c.esse parē:detrabatur enī ab vtroqȝ duorum numeroꝝ.a.b.ꝛ.b.c.vnitas q̄ sit.b.d.eritqȝ vterqȝ duoꝝ residuoꝝ q̄ sūt.a.d.ꝛ.d.c.par.ꝑ p̄missā itaqȝ constat.a.c.eē parē:qd̄ ē ꝓpositū.



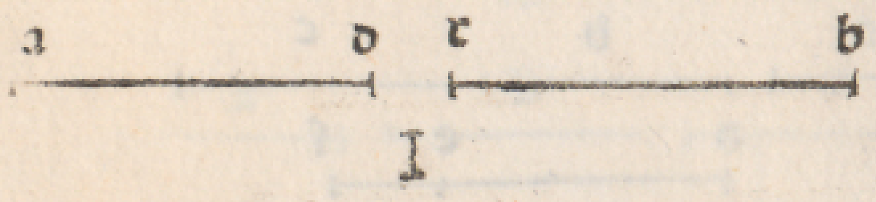
Propositio .27.

SI a numero impari numerū parē subtrahas qui relinquitur impar est.

¶Sit.a.b.impar:a quo detrabatur.a.c.qui sit par:dico.c.b.residuū eē imparē.sit enī.b.d.vnitas:eritqȝ.a.d.par ꝛ qꝛ.a.c.ē par erit p.25 c.d.par cū itaqȝ sit.d.b.vnitas erit.c.b.impar : qd̄ est propositum.



Propositio .28.



Si de numero pari imparẽ tollas qui relinquitur impar est.

¶ Sit.a.b.par a quo tollat̃.a.c.qui sit impar: dico.c.b.residuuʒ esse imparẽ: subtrahatur enim ab.a.c. vnitas que sit.c.d.eritqʒ.a.d.par itaqʒ per.25.d.b.quoqʒ erit par.q2 igit̃.d.c.est vnitas sequit̃.c.b.esse imparẽ: qd̃ ẽ ꝓpositũ. **Propositio .29.**

Si numerus impar in numerũ parem ducatur qui inde producetur erit par.

¶ Ex.23.manifestum est quod dicitur.

Propositio .30.

Si in imparem ducatur impar qui producetur erit impar.

¶ Hec quoqʒ ex.24.manifesta est.

Propositio .31.

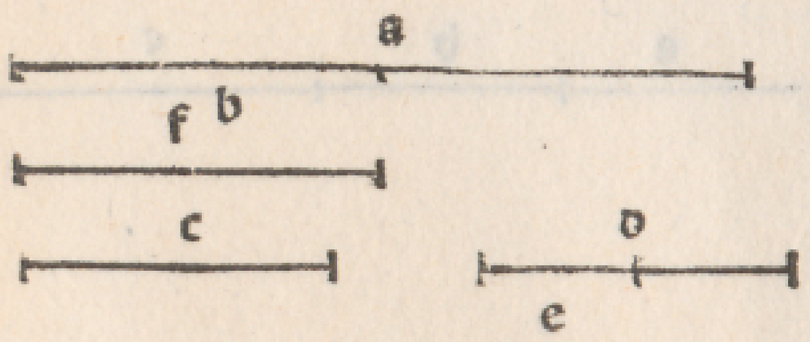
Si numerꝰ impar numerum parem numeret: numero pari eum numerabit.

¶ Si eñi numero ipari eũ numeraret ex ipari ĩ imparẽ fieret par: qd̃ ẽ incõueniẽs p̃ p̃missã. **Propositio .32.**

Si impar imparẽ numeret impariter eum numerat.

¶ Si eni pariter eũ numeraret ex numero impari ĩ numeꝝ parẽ fieret impar qd̃ ẽ incõueniẽs p.29. **Propositio .33.**

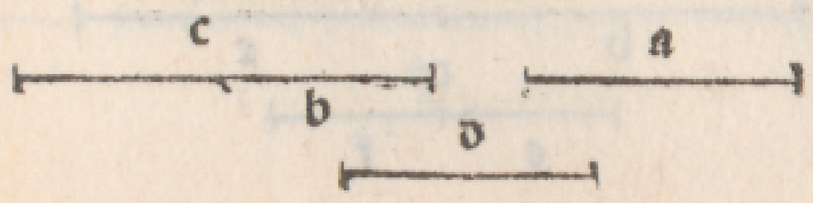
Si numerus impar numerum parem metiatur eiusdẽ quoqʒ dimidium ipsum metiri necesse est.



¶ Sit.a.numerꝰ par cuius dimidiũ.b.sitqʒ.c.numerꝰ impar qui numeret.a.dico q̃.c.numerabit.b.numeret eni.a.ſm.d.eritqʒ p.31.d. numerus par. Esto igit̃ eius dimidiũ.e.ducaturqʒ.c.in.e.⁊ ꝓueniat f.eritqʒ p.18.sep.a.ad.f.sicut.d.ad.e.⁊ q2 etiã est a.ad.b.sicut.d.ad.e. sequit̃.b.⁊ f.esse equales.cũ itaqʒ.c.numeret.f.idẽ numerabit.b.quod est propositum.

Propositio .34.

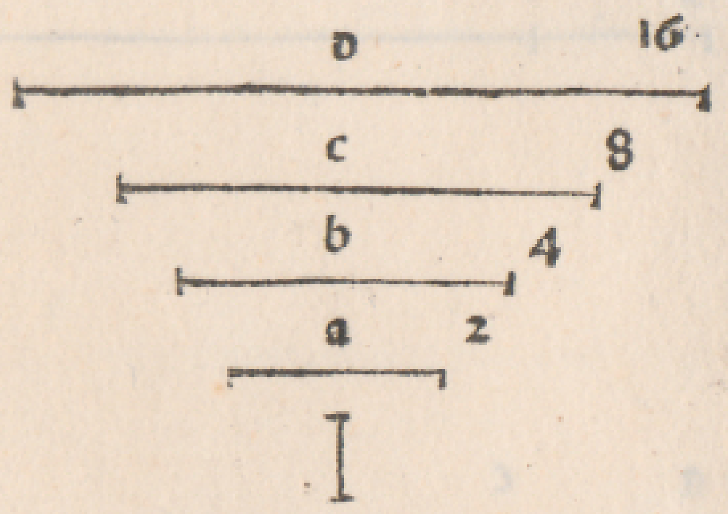
Si numerus impar ad aliquẽ fuerit primus: idem ad eiusdẽ duplum erit primus.



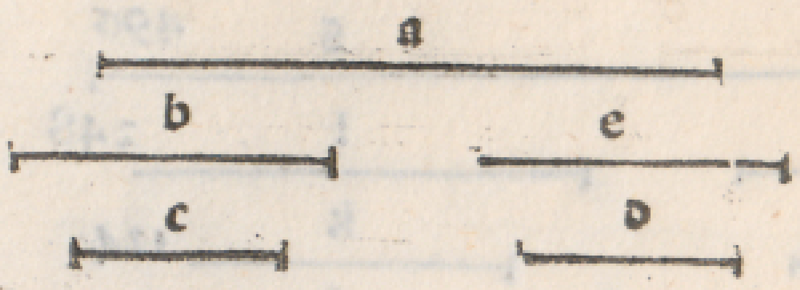
¶ Sit.a.numerus impar primus ad.b.cuius duplũ sit.c. dico q̃.a. ẽ primus ad.c.sin autem numeret eos.d.cũqʒ.a.sit impar sequit̃.d. esse imparẽ: quicũqʒ eni iparẽ numerat impar est p̃ premissam itaqʒ d.numerabit.b.non sunt igitur.a.⁊.b.contra se primi: qd̃ est contra ypothesi.

Propositio .35.

Numeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum.



¶ Sint vnitas.a.b.c.d.cõtinue ꝓportiõales.sitqʒ.a.binarius: dico oẽs eos eẽ pariter pares eisqʒ ſm hanc ꝓportionẽ in infinitũ auctis nullũ aliũ eẽ parit̃ parẽ: de his quidẽ constat p̃ diffinitionẽ cũ p.12. quilibet p̃cedens numeret quẽlibet sequẽtẽ p̃ aliquẽ eoꝝ.quos omnes oportet esse pares: ⁊ nullus alius numeret aliquẽ eoꝝ per.13.eo q̃.a.qui ẽ binariꝰ vnitatẽ sequẽs ẽ primꝰ. Qd̃ aũt nullꝰ aliꝰ ab his sit pariter par ꝯstat: sic posito eñi aliquo diuidat̃ ĩ duas medietates eiusqʒ medietas ĩ duas: ⁊ hoc totiẽs fiat quousqʒ numerꝰ aut vnitas diuisionẽ ipediat qd̃ necesse ẽ euenire p̃ vltimã petitionẽ. si vero numerꝰ hãc ꝓhibeat ipse erit ipar q̃ cũ numeret p̃iter parẽ positũ nõ erat p̃it̃ par q̃ positꝰ ẽ p̃iter par. si aũt vnitas nõ erit.15. aliꝰ a cõtinue duplis ab vnitate.



Propositio .36.

Numerus cuiusmedietas est impar est pariter impar.

¶ Sit.a.numerus cuius medietas que sit .b .sit impar dico. a.esse pariter imparē.sit eni.c.binariꝰ manifestū itaqꝫ qm̄ ex.c.in.b.fit.a. sit aūt.d.quilibet numerus par numerās.a. qui numeret eū scdm̄.e eritqꝫ ꝑ scdam ptē.20.septimi.e.ad.b .sicut.c.ad.d.igiť.e .numerat b.nā qꝛ.c.numerat.d.erit itaqꝫ.e.numerus impar.erat eni ⁊.b.ꝑ diffinitionē igiť a.est pariter impar.

Propositio .37.

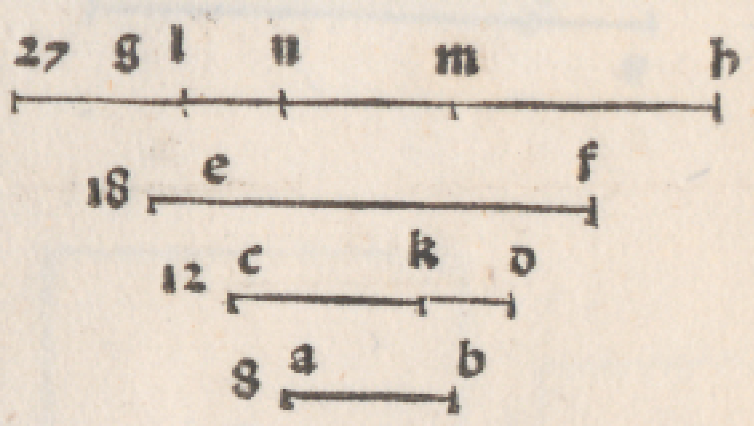
Omnis numerus a duobus nō duplus cuius medietas est par est pariter par ⁊ impariter.

¶ Sit numerꝰ.a. nō duplus a duobus cuius medietas que sit .b.ponatur par.dico ipsū esse pariter parē ⁊ ipariter.sit eni.c.binarius de quo manifestū ē ꝙ ipse numerat.a.ſm.b.qꝛ vero.a.nō est duplus a duobus:necesse ē si eius medietas que ē.b.in alias duas medietates diuidať:medietatisqꝫ medietas in alias duas vt tandē occurrat numerus impediēs diuisionē qui ꝓpter hoc ꝙ diuisionē nō recipit erit impar.sitqꝫ is in quo sistit diuisio.d. in numero q̄ppe necesse ē stari qꝛ siusqꝫ ad vnitatē ꝑueniret diuisio eēt.a de numeris duplis a binario de quibus nō ē:de.d.vero manifestū ē ꝙ ipse numerat.a.ꝑ hanc cōem sciam:ōis numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo. Numeret ergo eū ſm.c.eritqꝫ.e.par.Alioquin.cū.d.sit maior impar sequereť ꝑ.30.a.eē imparē:qꝛ igiť.b.numerus par numerat.a.ſm.c.qui quoqꝫ ē par est eni binarius At vero.e.numerꝰ par numerat eādē ſm.d.q̄ ē impar.ꝯstat ex diffinitiōe numerꝝ a.eē ꝑiter parē ⁊ impiter:qđ ē ꝓpositū.

Propositio .38.

Si de scdo atqꝫ vltimo numerorꝝ cōtinue ꝓportionalium equale primi dematur quantū ē reliquuꝫ scdi ad primum tm̄ eē reliquū vltimi ad coaceruatum ex cūctis precedentibus necessario comprobatur.

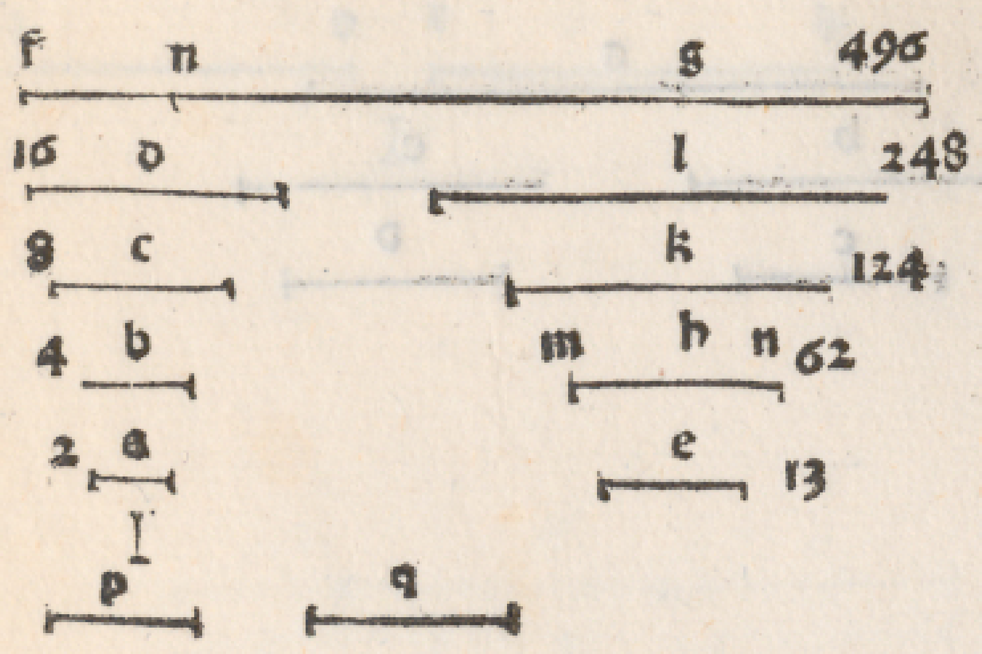
¶ Sint ꝯtinue ꝓportiōnales.a.b.c.d.e.f.g.h.demaťqꝫ.de.c.d.eq̄lis.a.b.qui sit.c.k.⁊ de.g.h.qui sit.g.l.dico tūc ꝙ ꝓportio.k.d.ad.a.b. ē sicut.l.h ad cōpositū ex.e.f.c.d.⁊.a.b.sumať ex.g.h.equalis.e.f.qui sit.g.m. ⁊ eq̄lis.c.d.q̄ sit.g.a.eritqꝫ.l.n.eq̄lis.k.d.manifestū aūt ē ꝑ.12.sep.ꝙ cū sit.g.h.ad. g.m. sicut g.n.ad.g.n.erit.h.m. residuū ad .m.n.residuū sint.g.h.ad.g.m.ideoqꝫ sicut.e.f. ad.c.d.sili quoqꝫ mō erit.m.n.ad.l.n.sicut.c.d.ad.a.b.ꝑmutatim igiť erit. h.m. ad.e.f.⁊.m.n.ad.c.d.sicut.n.l.ad.a.b.itaqꝫ cōiuncti ꝑ.13.sep.erit.l.h. cōpositus ex.h.m.m.n.⁊.l.n.ad cōpositū ex.e.f.c.d.⁊.a.b.sicut.l.n.ad.a.b. ideoqꝫ sicut.k. d.ad.a.b.qđ est propositum.



Propositio .39.

Cum coaptati fuerint numeri ab vnitate cōtinue dupli qui cōiuncti faciāt numerū primū extremus eorꝝ in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

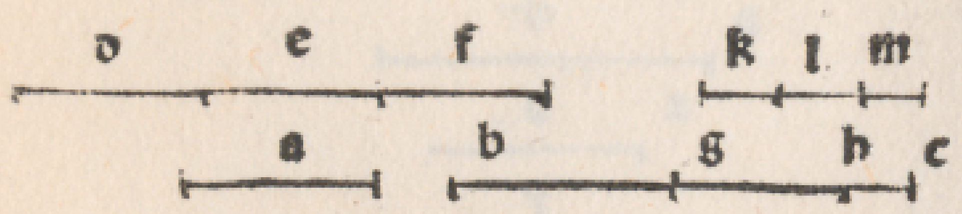
¶ Sint ab vnitate ꝯtinue dupli.a.b.c.d.ex eis aūt ⁊ vnitate coaceruatus sit.e.qui ponať eē numerꝰ primꝰ in quē.c.multipliceť.d.⁊ prouenat.f.g.dico.f.g.eē numerꝝ ꝑfectū. Sumāť igiť.h.k.l.ꝯtinue dupli ad.e.ut tot sint.e.h.k.l.quot sint cōtinue dupli ad vnitatē sumpti.eritqꝫ ꝑ equā ꝓportionalitatē.l.ad.e.sicut.d.ad.a.quare ꝑ primā ptē.20.sep.ex.a. in.l.ꝓuenit.f.g. Nā ipse f.g.ꝓuenit ex.d.in.e.⁊ qꝛ.a.ē binariꝰ ē.f.g.duplus ad.l.sunt igiť. e.h.k. l.⁊.f.g.

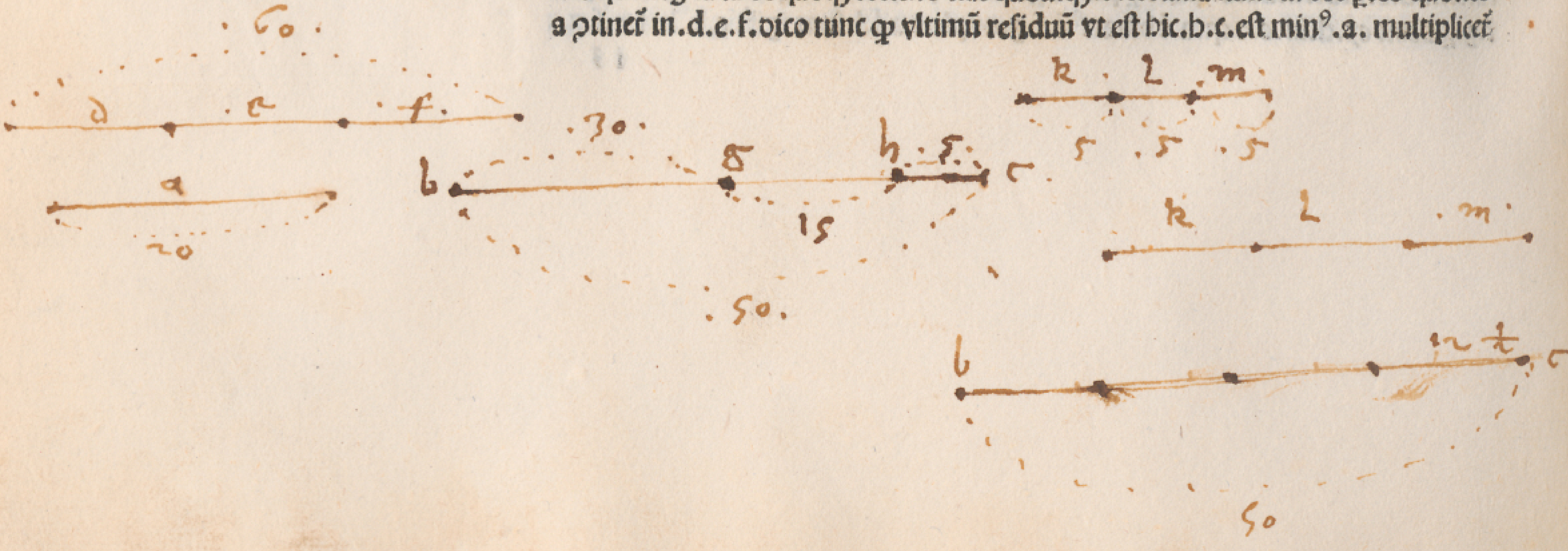


cõtinue ꝓportionales: demat̃ igit̃ ex.b. equalis.e.qui sit .m.b.⁊ residuus.b. n.q̃ erit etiã eq̃lis.e.itẽq̃ȝ ex.f.g.demat̃ eidẽ equalis qui sit.f.n.eritq̃ȝ ꝑ p̃missam.n.g. q̃tũ aggregatũ ex.e.⁊.b.⁊.k.⁊.l.sed ⁊.f.n.cũ sit equalis.e.ẽ q̃tũ aggregatum ex.a.⁊.b.⁊.c.⁊.d.⁊ vnitate.itẽq̃ȝ totus.f.g.ẽ quantus aggregat⁹ ex oibus bis scȝ a.b.c.d.⁊ vnitate ⁊ illis.e.b.k.l.de quibus oibus manifestũ ẽ ꝙ numerãt eũ scȝ.f. g.c.quidẽ ꝑm.b.⁊.b.ꝑm.k.qḋ ex p̃ma pte.20.sep.ↄuincit̃ adiuuãte equa ꝓportio/tionalitate sicubi opus fuerit.Est enim ut.d.ad.c.sic.b.ad.e.⁊ ut.d.ad.b.sic.k.ad .e.ꝑ equam ꝓportionalitatẽ:quare ⁊ ex.c.in.b.⁊ ex.b.in.k.necesse ẽ ꝓuenire.f.g. quẽ dudũ ꝓduxerat.d.in.e.si igit̃ nullus alius ab his numerat.f.g.i pse erit ꝑ dif/finitionẽȝ numerus ꝑfectus. ¶ Quod autem nullus alius eum numeret sic patet si eni hoc possibile ẽ sit.p.qui numeret eũ ꝑm.q.eritq̃ȝ ꝑ.33.sep.ut.e. numeret alteꝝ eoꝝ ponat̃q̃ȝ ꝙ numeret.p.⁊ qꝛ ꝑ scḋam ptẽ.20.sep.ẽ.q.ad.d.sicut e.ad.p.sequit̃ ut.q.numeret.d.quare cũ.a.qui sequit̃ vnitatẽ sit primus ẽ eni binari⁹ erit.q.ꝑ.13 huius aut.a.aut .b.aut.c.quicunq̃ȝ aũt hoꝝ fuerit erit.p.aut.l.aut.k.aut.h.si eni q.fuerit.a. constat ꝙ p.erit.l.qḋ sit fuerit.b.p.erit.k.si aũt.c.p.quoq̃ȝ erit.h.non ẽ igit̃.p.diuersus ab illis vt fuerat positũ:relinquitur ergo ꝙ.f.g.sit numerus per/fectus quod erat demonstrandum. Explicit liber Nonus Incipit liber Decimus

Quantitates quib⁹ fuerit vna quantitas cõis eas numerãs:dicẽt̃ cõicãtes.quib⁹ vero nõ fuerit vna cõis q̃ntitas eas numerãs dicẽt̃ i/cõmẽsurabiles.Linee i potẽtia cõicãtes di/cunt̃ quaꝝ sup̃ficies q̃dratas vna cõis sup̃fici es nũerat.Linee icõmẽsurabiles i potẽtia di cunt̃ quaꝝ sup̃ficies q̃dratas nõ numerat vna cõis sup̃ficies:q̃ cũ ita sint manifestũ ẽ qꝛ oi linee posite multe alie sũt incõmẽsurabiles. q̃dã i longitudie tm̃.q̃dã i lõgitudine ⁊ potẽ tia.Ois aũt linea cũ q̃ rõcinamur posita vo cet̃ rõnalis.Lineeq̃ȝ ei cõicãtes dicũt̃ rõnales:Eidẽ aũt icõicãtes di cũt̃ irrõnales siue surde.Ois vero q̃drata sup̃ficies de q̃ ꝑ ypotesi rõci namur dicit̃ rõnalis.Sup̃ficies vero ei cõicãtes dicũt̃ rõnales.Eidẽ autem icommensurabiles superficies dicũtur irrationales siue surde Latera vero q̃ in illas q̃dratas possũt dicũt̃ rõnalia. ¶ Quãlibȝ quã/titatẽ totiẽs posse multiplicari vt quãlibet eiusdẽ generis quãtitatem positam excedat. Propositio .1.

Si a duabus quãtitatibus inequalibus ꝓpositis maius di midio a maiori detrahat̃.itẽq̃ȝ de reliquo maius dimidio demat̃ deinceps quoq̃ȝ eodẽ mõ:necesse ẽ vt tandẽ mino re positaꝝ minor quãtitas relinquat̃. ¶ Sint due quan/titates inequales.a.⁊.b.c.b.c.maior.dico ꝙ totiẽs põt maius dimi dio detrahi a.b.c.vel eius residuo ꝙ necesse erit relinqui quantitatẽ minorem.a. multiplicet̃ eni.a.quotiẽs excedat.b.c.sitq̃ȝ eius multiplex.d.e.f.maius.b.c.detra hatur itaq̃ȝ.a.b.c.maius dimidio ꝙ sit.b.g.itẽq̃ȝ ex residuo qḋ est.g. c.mai⁹ dimi dio qḋ sit.g .h.hoc quoq̃ȝ totiens fiat quousq̃ȝ.b.c.diuisa fiunt in tot ꝑtes quotiẽs a ↄtinet̃ in.d.e.f.dico tunc ꝙ vltimũ residuũ vt est hic.h.c.est min⁹.a. multiplicet̃

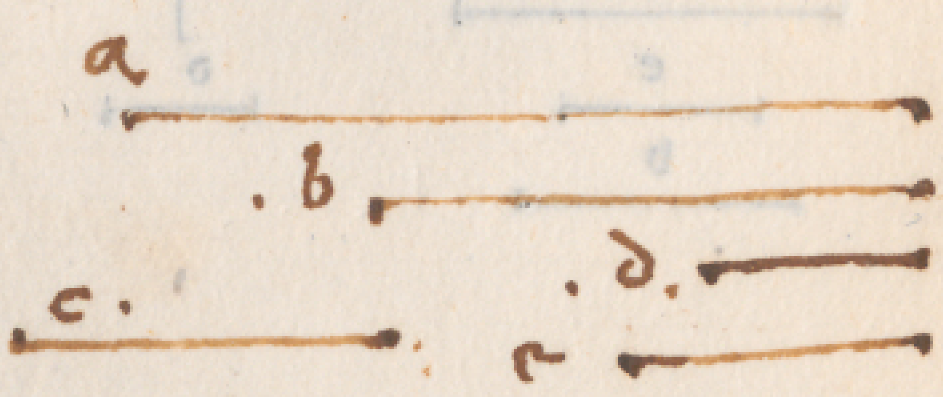


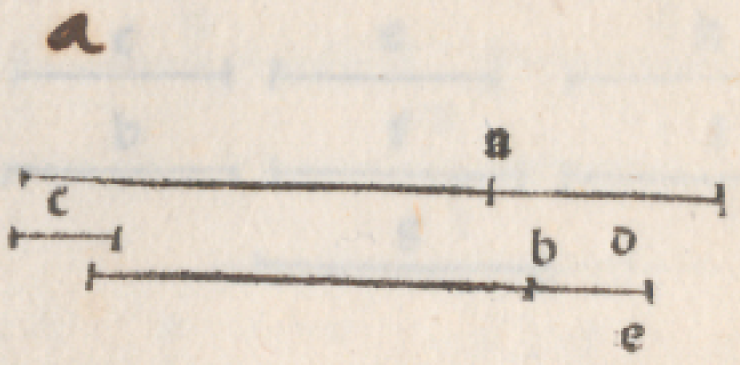


namq3.b.c.quotiens ē multiplicata.a.i.d.e.f.sitq3 eius multiplex.k.l.m.q2 igitur vnaqueq3 quātitatū.k.l.m.ē equalis.b.c.sequit̄ ut ꝛ.k.sit minoꝛ.b.g.sed ꝛ.l.mioꝛ g.b.at q2.m.ē equalis.b.c.erit ꝑ cōceptionē.k.l.m.minoꝛ.b.c.quare minoꝛ. d.c.f cū sit ergo.d.e.f.ad .a.sicut.k .l.m.ad.b. c.sitq3.d.e.f.maioꝛ.k.l.m. sequit̄ p.14. quinti ꝙ.a.sit maioꝛ.b.e.qð ē ꝓpositū. Ideq3 sequit̄ si de.a.maiori dimidiū de mat̄.iteq3 de reliquo dimidiū: sitq3 totiens quousq3 maioꝛ diuidat̄ in tot partes quotiens cōtinet̄ minoꝛ in quolibet suo multiplice:maiorē positaꝝ quātūlibet excedente. ¶Attendere aūt opoꝛtet ꝙ huic videt̄.15.tertij ꝯdicere ꝑponēs angulū contingentie minoꝛē foꝛe quolibet angulo a duabus lineis rectis cōtento : posito eniʒ angulo quolibʒ rectilineo:si ab ipso maius dimidio demat̄.iteq3 de residuo maius dimidio : necesse videt̄ hoc totiens posse fieri quousq3 angulus rectilineus minoꝛ angulo cōtingentie relinquat̄:cuius oppositū.15.tertij syllogizat:sed hi nō sūt vniuoce anguli:nō eni eiusdē sunt generis simplr̄ curuū ꝛ rectū. At vero nec angulum contingentie totiens cōtingit sumi ut qualēcūq3 rectilineū excedat: qð necessariū ē ut ex prehabita demōstratione pȝ:ad hoc ut ꝯñs ex antecedente sequat̄:planū ꝰ ē etiā quēlibet angulū rectilineū infinitis angulis contingētie esse maioꝛem.

Pꝛopositio .2.

Si fuerint due quantitates inequales detrahat̄ q3 maiori equale minori donec minus eo supsit: ac deinde minori ipsius reliqui equale demat̄ donec minus eo relinquatur denuo quoq3 reliquo primo eq̄le reliqui scd̄i donec minus eo supsit auferat̄:ꝛ in huiusmodi cōtinua detractione nullū reliquū qð ante relictū numeret:inueniat̄:eas duas quātitates incōmensurabiles esse necesse est. ¶Simile huic ꝑposuit prima septimi ī numeris. Sint due quātitates inequales.a.ꝛ.b.maioꝛ.a.quibus si fiat reciproca quoad pōt detractio:nō occurrat etiā si infinities fiat aliq̄ q̄ntitas detractiōeʒ ipediēs sine ante relictū numerās dico eas incōmēsurabiles esse. Sin aūt sit cōis eaꝝ mensura.c.detrahat̄ igit̄.b.ex a.quotiēs pōt.sitq3 residuū.d.qð residuū detrahat̄ ex.b.quotiens pōt ꝛ sit residuū.e. Fiatq3 totiens ista detractio quousq3 ex alterutra duaꝝ quantitatū.a.ꝛ.b.remaneat minus.c.hoc eni necesse est esse possibile ꝑ ꝑcedentē. Siq3 hic.e.minus.c.cū igit̄.c.mēsuret.b.detractā ab.a.ꝛ etiā.a.mensurabit per cōceptionē.d.residuū.ideoq3 cū mensuret.d.detractū.a.b.ꝛ etiā ipsū.b. mensurabit.e.residuū.sed erat.e.minus.c.maioꝛ:ergo quantitas mensurat minorem.qð est impossibile.





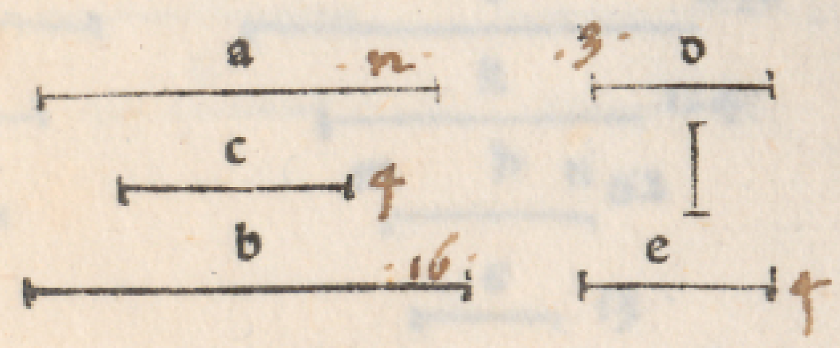
Pꝛopositio .3.

Propositis duabus quantitatibus inequalibꝰ cōicantibus maximā quantitatē cōiter eas numerantē inuenire. Ex hoc itaq3 manifestum est :que duas metitur quantitates maximam quoq3 cōmuniter ambas metientem metiri. ¶Huius demonstrationem si scd̄am septimi non ignoꝛas nō potes ignoꝛare:ꝑcessus eni vtrobiq3 idem.

Pꝛopositio .4.

Propositis tribus quantitatibus communicantibus maximam eas cōmuniter numerantem inuenire. ¶Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Pꝛopositio .5.

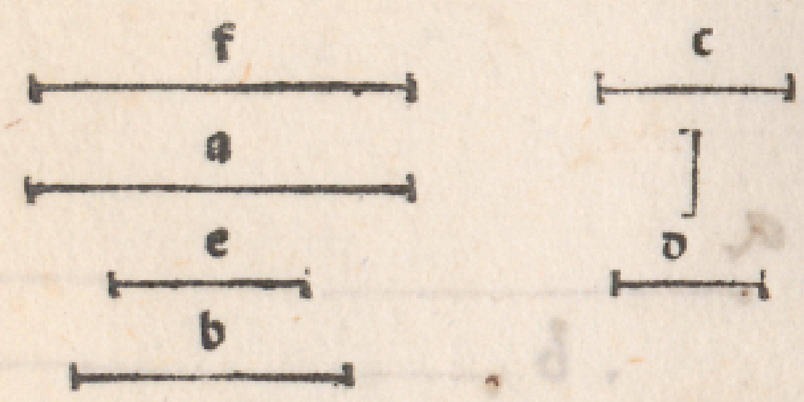


Omnium duarum quantitatum cōmunicantium est ꝓpor/
tio tanq̄ȝ numeri ad numerum.

¶Sint due quātitates.a.⁊.b.cōmunicantes:dico ꝙ earum ꝓportio est sicut alicuius numeri ad aliū numeꝝ.sit eni.c.maxima quantitas cōmuniter mensurans.a.⁊.b.reperta ut docet scđa huius:que men/suret.a.ꝫm numeꝝ.d.⁊.b.ꝫm numerū.c.eritq̄ȝ.a.ad.c.vt.d.ad vnitatē:eo ꝙ sicut a.est multiplex.c.ita.d.ē multiplex vnitatis.ac.c.ad.b.vt vnitas ad.e.qm̄ sicut.c.ē submultiplex.b.ita vnitas ē sub multiplex.e.igitur per equā ꝓportionalitatem.a.ad.b.ut.d.ad.e.quod est propositum.

Propositio .6.

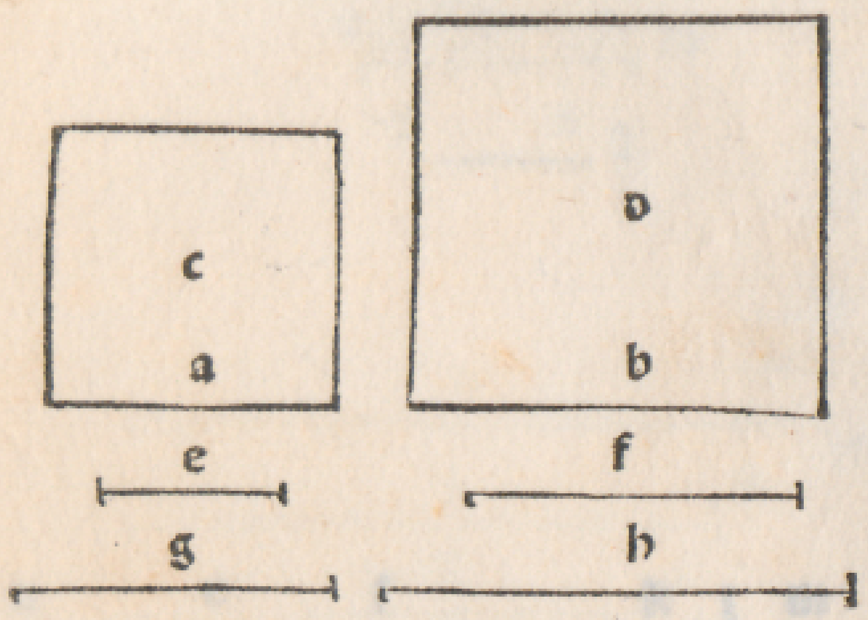
Si fuerint due quantitates quaꝝ sit proportio vnius ad alterā tanq̄ȝ numeri ad numeꝝ:eas duas cōmunicantes esse necesse est.



¶Hec est conuersa prioris ut si sit.a.ad.b.sicut numerus.c.ad numerum.d.erunt due quantitates.a:⁊.b.ꝯmunicantes.sit eni.c.totiens mensurans.b.quotiēs est vnitas in.d.⁊ totiens mensurans.f.quotiens vnitas in c. Cum sit igitur.f.ad.e.ut.c.ad vnitatē.ac.e.ad.b.vt vnitas ad.d. erit ꝑ equam ꝓportionalitatē.f.ad.b.ut.c.ad.d.quare etiā ut.a.ad.b.igit̄ per primā partem.9.quinti.f.est equalis.a.cū itaq̄ȝ.c.mensuret.f.per conceptionē mensurabit.a.igitur a.⁊.b.cōicantes:mēsurabat eni ⁊.b.quod est propositum.

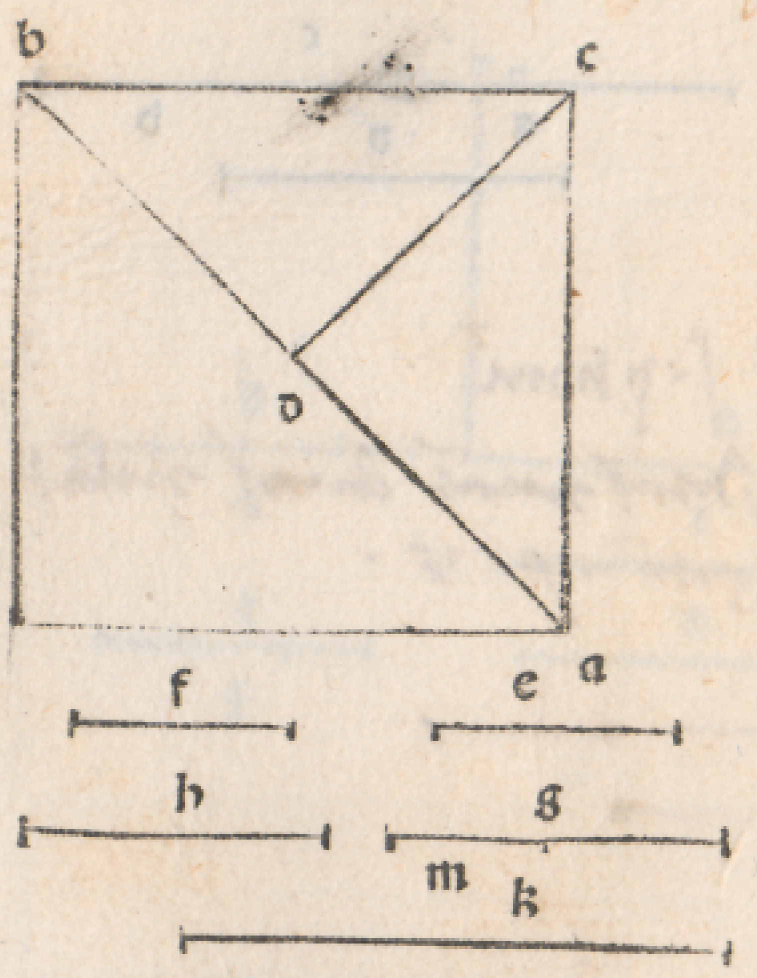
Propositio .7.

Omnium duarum superficierū quadrataꝝ quaꝝ latera in longitudine cōmunicant est proportio vnius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerū quadratum.Si vero fuerit proportio sup̄ficiei quadrate ad superficiem quadratam:tanquā proportio numeri quadrati ad numerū quadratū: erunt latera earū in longitudine communicantia .Nō si fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratā:non velut numeri quadrati ad numerum quadratum:latera earum erunt in longitudine incōmensurabilia.



¶Sint.a.⁊.b.due linee quadrate quaꝝ quadrata sint.c.⁊.d.dico ꝙ si.a.⁊. b.communicant in longitudine erit ꝓportio.c.ad.d.sicut numeri quadrati ad numerum quadratū ⁊ ecōuerso:si aūt ꝓportio.c.ad.d.nō sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratū.a.⁊.b.erūt incōmēsurabiles in longitudine ⁊ ecōuerso.Verūtñ istud argumētū quartū nō proponit: Primū pȝ sic.si.a.⁊.b.cōmunicant i longitudine ipse per.5.erunt in proportione duoꝝ numeroꝝ qui sint.e.⁊.f.quoꝝ quadrati sint g.⁊.h.qꝛ ergo ē.c.ad.d.sicut.a.ad.b.duplicata per.18.sexti :sequit̄ ut sit etiam.c.ad.d.sicut.e.ad.f.duplicata.sed etiā ē per. 11.octaui.g.ad.h.ut.e.ad.f. duplicata ergo.c.ad.d.sicut.g.ad.h.qđ ē primū.Scđm sic:sit.c.ad.d.sicut.g.numerus quadratus ad.h.numeꝝ quadratū:dico ꝙ.a.⁊.b.erunt in longitudine cōicantes. Cū enim sit.c.ad.d.ut.a.ad.b.duplicata ꝑ.18.sexti.⁊.g.ad.h.ꝑ.11. octaui ut.c. ad.f. duplicata:quare ⁊ simpla.a.ad.b.sicut simpla.e.ad.f.ꝑ.6.igitur sunt .a.⁊.b.cōicātes qđ est scđm. Tertiū vero pȝ ex primo a destructione cōsequentis. Sil'r quartū patet ex scđo a destructione ꝯn̄tis. ¶Ex tertia p̄te hui⁹ nota diameꝝ ēe incōmensurabilē coste.Cū eni sit q̄dratū diameꝝ duplū q̄drato coste:dupla vero ꝓportio

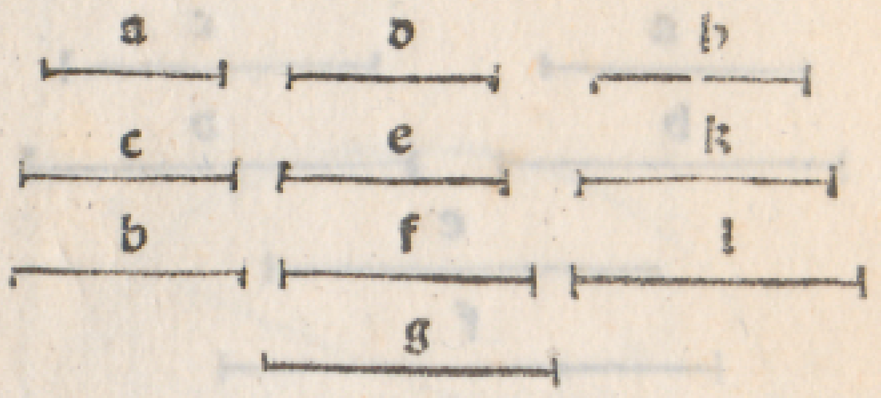
nō sit sicut numeroꝝ q̄dratoꝝ: seq̄t diametꝝ ēē incōmensurabilē coste i lōgitudine Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus essent oēs pariter pares q̄drati ⁊ etiā alij infiniti qui nō sunt quadrati. Ducit aūt Arꝝ. ad istud inconueniens si diameter ponatur cōmensurabilis coste ꝙ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter.a.b.commensurabilis lateri.a.c. eritq̄ per.5.a.b.ad a.c.sicut aliquis numerus ad aliū. Sint ergo hij numeri.e.⁊.f.qui sint minimi in sua proportione: eritq̄ ob hoc alter eoꝝ impar. Si eni vterq̄ par: nō erūt minimi: quadrati quoq̄ eoꝝ sint.g.⁊.h. si ergo.e.ē ipar: erit quoq̄ ex.30.noni.g.ipar sit itaq̄.k.duplus ad.h.eritq̄.k.ex diffinitione par.q2 igitur.a.b.ad.a.c.ut.e.ad f.erit per.8.sexti ⁊.11.octaui quadratū.a.b.ad quadratū.a.c.ut.g.ad.h.ē itaq̄.g. duplus ad.h.sic enim est quadratū.a.b.ad quadratū.a.c.p penultimā primi: ⁊ q2 etiam.k.est duplus ad.h. sequitur per.9.quinti ut.g.numerus impar sit eq̄lis.k. numero pari. Qđ si.e.sit par ⁊.f.impar: erit ꝓportio.f.ad dimidiū.e.qđ sit.l.sicut.a.c.ad dimidiū.a.b.qđ sit.a.d.⁊ ideo erit proportio quadrati.a.c. ad quadratum.a.d.sicut proportio numeri.h.qui est impar per.30. noni ad quadratum numeri.l.qui sit.m.cui.k. ponatur ēē duplus: eritq̄.k.per diffinitionem par. At q2 quadratū.a.c.ē duplū ad quadratū.a.d.per penultimā primi erit.h. dupl9 ad m.cūq̄.k.sit etiā duplus ad.m.erit per.9. quinti numerus impar.h. equalis.k. numero pari qđ ē propositū.



Propositio .8.

Si fuerint due quantitates vni quantitati cōicantes: ipsas quoq̄ inuicem cōmensurabiles esse necesse est.

¶ Sit vtraq̄ duaꝝ quantitatū.a.⁊.b.cōicans quantitati.c.dico.a.⁊ b.esse cōmensurabiles: est enim per.5.a.ad.c. sicut numerus ad numeꝝ: similiter quoq̄ per eandē.c.ad.b.sicut numerus ad numerum Sit itaq̄ numerus.d.ad numerū.c.sicut.a.ad.c.numerusq̄.f. ad numerum.g.sicut.c.ad.b. At proportiones que sunt.d.ad.e.⁊.f.ad.g.continentur in tribus terminis qui sunt.h.k.l.ut docet.4.octaui: eritq̄ per equā proportionalitatē. a.ad.b sicut.h.numerus ad.l.numeꝝ: per.6.igitur sunt.a.⁊. b.cōicantes qđ est ꝓpositū.



¶ Ex hac quoq̄ sequitur ꝙ si fuerint due quātitates sibi inuicē cōicantes: cuicūq̄ vna earum communicat ⁊ reliqua: ⁊ cuicunq̄ vna nō cōmunicat nec reliqua. Sint enim due quantitates.a.⁊.b.cōmunicantes: ponaturq̄ quelibet quantitas que sit c.cum qua cōmunicet.a.dico ꝙ.b.cōmunicabit cum eadē: qđ ex hac octaua patet cum vtraq̄ earum cōmunicet cum.a.ex ypothesi. Qđ si iteꝝ.a.⁊.b.sint cōmunicātes ut prius: ponatur.c.quelibet quātitas cum qua non cōmunicet.a.dico ꝙ.b.nō communicabit cum eadem.si enim.c.cōmunicaret cum.b.cum. a.quoq̄ p ypoth. communicet cum eodem.b. essent per hanc octauam. a.⁊.c. communicantes.sed positum erant ꝙ non essent: quare constat quod diximus.

Propositio .9.

Si fuerint due quantitates cōicantes: totum quoq̄ ex eis confectum vtriq̄ eaꝝ: erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriq̄ cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

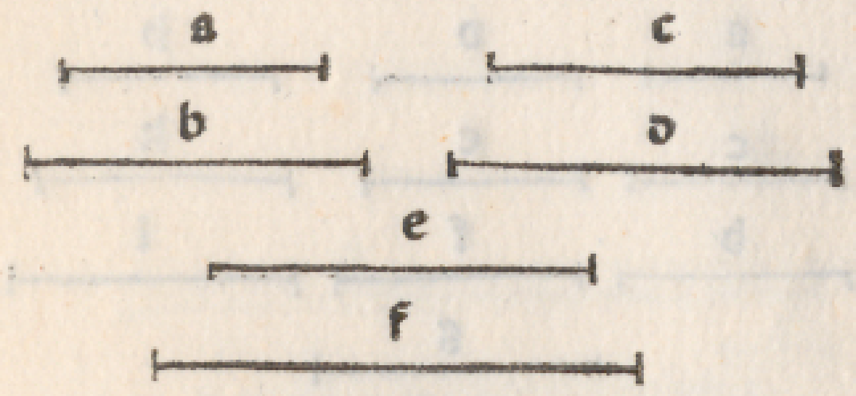
¶ Sint due quātitates.a.⁊.b.cōmensurabiles: dico totum ex eis cōpositum quod sit.c. vtriq̄ earum esse commensurabile ⁊ econuerso. Adhuc quoq̄ si totum ex eis compositum vni earum communicet.dico ꝙ communicabit alteri: ⁊ ipse similiter inter se. Idem quoq̄ in contrario.si enim.a.⁊

b.sint incõicantes: dico q c. vtriq3 earum erit incõmunicans z ecõuerso: ac si.c.alteri earum sit incõmunicans: erit quoq3 incõmunicans z alteri: z ipse etiã inter se. Sint itaq3 primum.a.z.b.cõmunicantes: sitq3 earum cõmunis mensura.d.qui cũ vtrãq3 earum numeret per cõceptionẽ similẽ antepenultime numerabit.z.c.quare p diffinitionẽ.c.cõicabit vtriq3 earum.sc3.a.z.b.Ecõuerso quoq3 si.c.cõmunicet vtriq3 earum.sit oĩm cõis mensura.d.cõstat itaq3 per diffinitionẽ.a.z.b. cõmunicantes esse sed cõmunicet.c.cũ altera earum que sit.a.dico q cõmunicabit cũ.b.z.a .etiã z.b.communicabunt adinuicem.sit enim.d.communiter mensurans.c.z.a. quia igitur.d.mensurat totum z detractum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet.b.per diffinitionem ergo z .c.communicat cum. b.z.a.communicat quoq3 cum.b. Si autẽ a. z.b.sint incommunicantes erit .c.incommunicans vtriq3 earum: si enim cum vtraq3 seu etiam cum altera earum communicaret z ipse cõmunicarẽt adinuicem: quod est contra ypothesi3 Similiter quoq3 econuerso si.c.ẽ incommunicans vtriq3 earum seu etiam alteri earum: erit quoq3 incommunicans relique: z ipse inter se: qd palam est ex predemonstratis a destructiõe consequẽtis.

Propositio .10.

Omnium quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima communicãs secunde: tertia quoq3 erit communicans quarte. Si vero prima incõmensurabilis fuerit secũde: tertia quoq3 incõmensurabilis erit quarte.

¶ Sint quatuor quantitates proportionales.a.b.c.d.dico q si.a.cõmunicat cũ.b.c.quoq3 cõmunicabit cũ.d.q si.a.est incõmensurabilis.b.c. quoq3 erit incõmensurabilis.d.z si.a.cõicat cũ.b.in potentia tm̃. c.quoq3 cõmunicabit cum.d.in potentia tantum. Verũtamẽ illud non pponit auctor q2 facile patet ex demonstratione priorũ. Si eni.a.cõicat cũ.b.erit per.5.a.ad.b.sicut numerus ad numerum.sit ergo sicut.e.ad.f.at q2 est per ypothesim.a.ad.b.sicut.c.ad. d.erit.c ad.d.sicut numerus.e.ad numerum.f.per.6.igit est.c.communicans cũ.d.qd est primum. Scdm patet ex primo a destructione consequentis.si enim.a. est incõmensurabilis.b.oportet.c.esse incõmensurabilẽ.d. nam si esset ei cõmẽsurabilis cũ sit ut c.ad.d.sic.a.ad.b.per ypothesim: esset per primam partẽ. a. cõmunicans cum.b. sed non erat: quare constat totũ qd proponit auctor. Qd autẽ adiunxim9 videlicet q si.a.cõicat cum.b.in potentia tm̃.c.cõmunicat cum.d.i potentia tm̃. sic patet. Eu3 enim.a.non cõmunicet cũ.b.in longitudine: nec.c.quoq3 ex parte secũda huius cõmunicabit cum.d.in longitudine. At vero cum quadratum.a.communicet cum quadrato.b.ex ypothesi erit per.5.quadratum linee.a. ad quadratũ linee b.sicut numerus ad numerum qui sint.e.z.f.z quia quadratum.c. ad quadratum d.sicut quadratũ.a.ad quadratũ.b.erit etiã quadratũ.c.ad quadratũ.d.sicut numerus.e.ad numerũ.f.per.6.igitur.c.z.d.cõicant in potentia: z q2 non cõmunicãt in longitudine: cõstat ppositũ.



Propositio .11.

Proposita qualibet recta linea duas ei incõmensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

¶ Sit linea.a.pposita: volo duas lineas reperire quarum vna cõicet cũ a.i potẽtia tm̃: altera vero sit icõmẽsurabilis ei i lõgitudie z i potẽtia

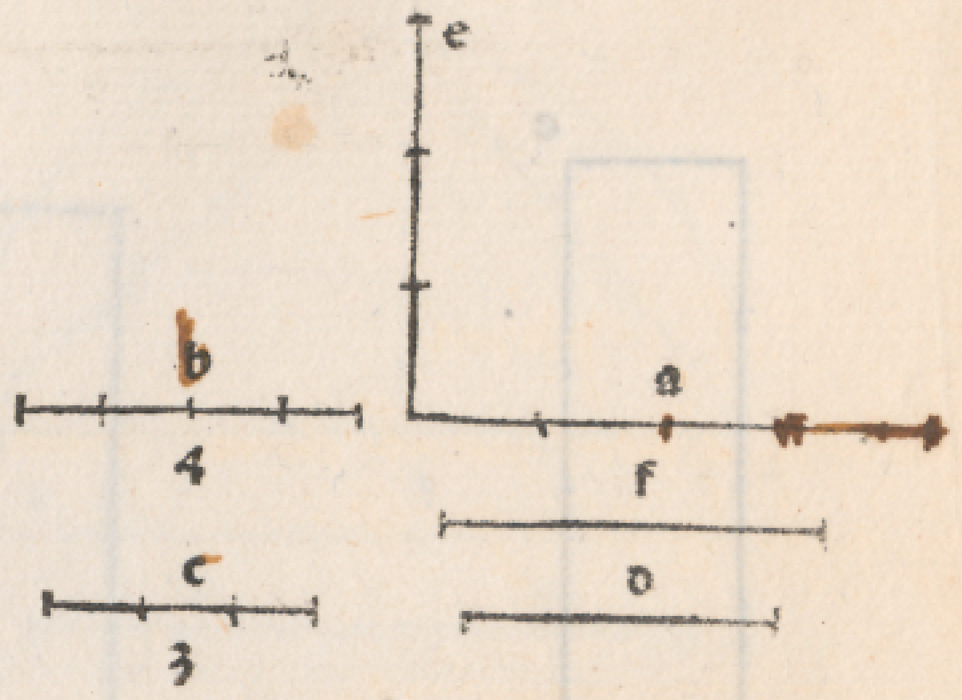
Sumo itaq3 duos numeros nequaq3 se habentes in ꝓportione aliquoꝝ numeroꝝ quadratoꝝ. sintq3 hij. b. ꝛ. c. quos facile est sumere cũ quilibet quadrat⁹ numer⁹ ad quẽlibet nõ quadratũ eã habeat ꝓportionẽ quã nequaq3 habent aliqui numeri q̃/drati cõfirmãte hec. 22. octaui: duob⁹ talib⁹ numeris sũptis inenio lineã. d. ad cui⁹ q̃dratũ se habeat q̃dratũ linee. a. sicut numerus. b. ad numeꝝ. c. hanc aũt lineã ita reperio diuido lineã. a. in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero. b. qḋ fa/cile facio adiuuãte. 11. vel. 12. sexti: dehinc sup̲ extremitatẽ linee. a. erigo lineã. e. perpendicilariter in qua totiens ꝯtineatur vna ex ptibus. a. quotiens vnitas est in. c. Quia igit̃ ex p̃ma sexti ꝓportio quadrati linee. a. ad superficiẽ que fit ex. a. i. e. est sicut. a. ad. e. ꝛ iḋ sicut numeri. b. ad numeꝝ. c. si ponat̃. d. in medio loco ꝓportio/nalis inter. a. ꝛ. e. sicut docet. 9. sexti q2 tũc per primã partẽ. 16. eiusdẽ quadratũ. d. erit equale superficiei ꝓducte ex. a. in. e. ꝛ erit ꝓportio quadrati linee. a. ad q̃dratũ linee. d. sicut numeri. b. ad numeꝝ. c. quare. a. ꝛ. d. sunt cõmensurabiles in potẽtia ex diffinitione ꝛ per vltimã ptẽ. 7. ipse sũt incõmensurabiles in lõgitudine. repta est itaq3. d. prima linea quã ꝓpositũ erat inquirere. ¶ Alterã sic rep̃rio interpono ut docet. 9. sexti lineã. f. medio loco ꝓportionalẽ inter. a. ꝛ. d. eritq3 per correl'. 17. sexti quadratũ. a. ad quadratũ. f. sicut. a. ad. d. itaq3 per scḋam partẽ. 10. quadratum. a. est incõmensurabile quadrato. f. igit̃ linea. f. ẽ incõmensurabilis linee. a. i potentia quare ꝛ in longitudine. ẽ itaq3. f. scḋa linea quã ꝓpositũ erat reperire. Et sic p3 propositum.

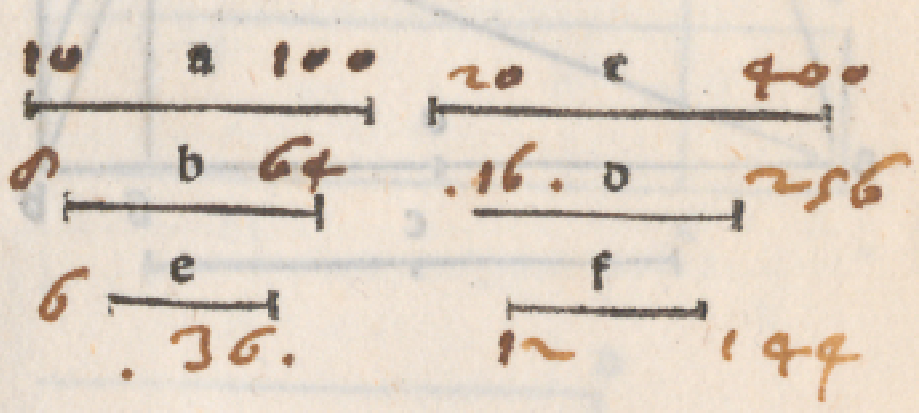
Propositio .12.

Omniũ quatuor lineaꝝ ꝓportionaliũ si prima tanto amplius possit scḋa quãtũ ẽ quadratũ alicuius linee cõicãtis sibi in longitudine. necesse ẽ tertiã quoq3 tanto amplius posse quarta quãtũ est quadratũ alicuius linee cõicantis sibi in longitudine: ꝙ si fuerit prima potentior scḋa q̃drato alicuius linee incõmensurabilis sibi in longitudine. erit quoq3 tertia potentior q̃rta q̃drato alicui⁹ linee sibi icõmẽsurabilis i lõgitudine ¶ Sint q̃tuor linee ꝓportiõales. a. b. c. d. sitq3. a. maior. b. ꝛ. c. maior. d sit quoq3 a. potẽtior. b. q̃drato linee. e. ꝛ. c. potẽtior. d. q̃drato linee. f. dico ꝙ si. a. cõicet. e. in lõgitudĩe. c. quoq3 cõicabit. f. i lõgitudĩe ꝙ si. a. nõ cõicat. e. i lõgitudĩe nec. c. cõicabit. f. i lõgitudine. Qḋ ꝛ si. a. cõicat. e. i potẽtia tm̃. c. quoq3 cõicabit. f. i potẽtia tm̃ Veꝝ tamen illud vltimũ nõ ꝓponit auctor q2 facile patet ex prioꝝ demõstratione cũ sit eni ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit quadrati. a. ad quadratũ. b. sicut quadrati. c. ad quadratũ d. ꝛ q2 quadratum. a. est equale quadratis duaꝝ lineaꝝ. d. ꝛ f. b. ꝛ. e. silr quadratũ. c. quadratis duarum lineaꝝ. d. ꝛ. f. erit ꝓportio quadratoꝝ duaꝝ lineaꝝ. b. ꝛ. e. et quadratũ. e. sicut q̃dratoꝝ. d. ꝛ. f. ċ. ad q̃dratũ. f. ergo disiũtim erit quadratũ. b. ad quadratũ. e. sicut quadratũ. d. ad quadratũ. f. ergo. b. ad e. sicut. d. ad. f. item per equam proportionalitatem erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo per primam partem de ĩme constat prima pars huius: ꝛ per secundam scḋa: ꝛ per tertiam ibi adiunctam tertia: hic adiuncta.

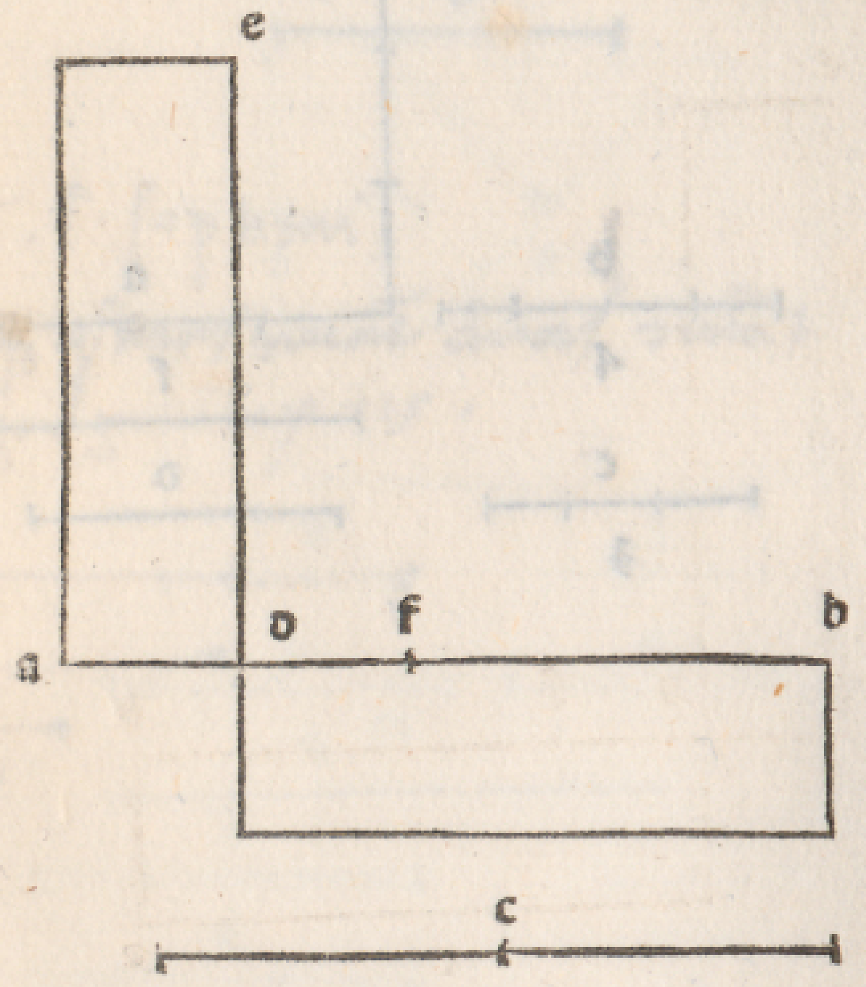
Propositio .13.

Si fuerint due linee inequales quorum longiorem in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte superficiei desit ad complendam totam lineam superficies

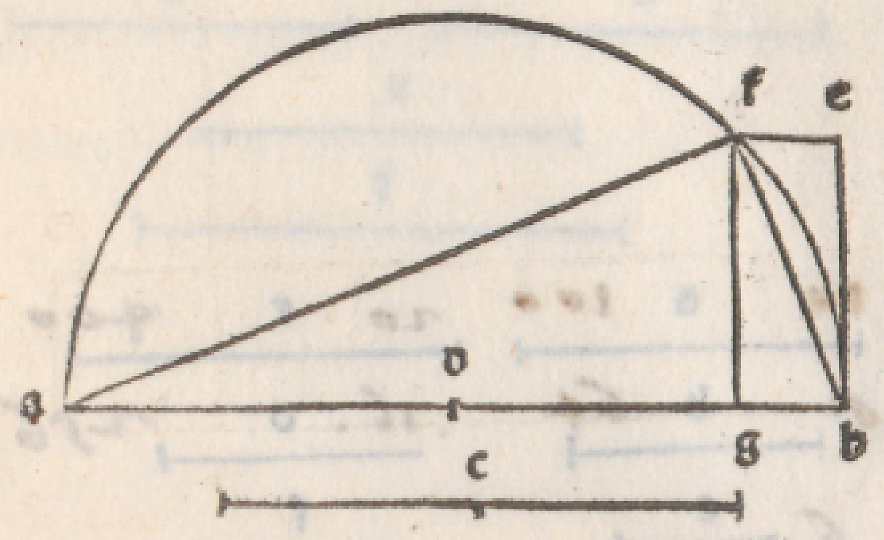




quadrata necesse ē ipsā lineā longiorē linea breuiori tāto āpliꝰ posse quātū ē q̄dratū alicuiꝰ linee cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit lōgior potētior breuiori augmēto q̄drati linee cōicantis sibi ī lōgitudine adiūgaťq; ei sup̱ficies eq̄lis quarte p̱ti q̄drati breuioris linee cui desit q̄drata sup̱ficies sup̱ficiē sibi adiunctā eādē lineā lōgiorē in duas portiones cōmēsurabiles diuidere necesse est.



¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.maior.a.b.⁊ adiūgať ad lineā.a.b.q̄rta p̱s q̄drati linee c.ita ꝙ desit ad ꝯplendā lineā.a.b.sup̱ficies q̄drata.hoc eni ē possibile p̱.27.sexti qđ facile fiet hoc mō.diuidať.a.b. ī duas lineas.a.d.⁊.d.b.ita ꝙ inter eas cadat medietas linee.c.ꝯtinue ꝓportionalis:hoc aūt qualiter fiat in fine demōstratiōis huiꝰ docebiť:eritq; ex.16.sexti sup̱ficies.a.d.in.d.b.q̄ sit.d.c.eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.q̄re ex.4.scđi erit eadē sub quadrupla q̄drati linee.c. deest quoq; ad ꝯplendā lineā.a.b.sup̱ficies q̄drata:cū ⁊.a.d.sit equalis.d.g.⁊.d.b.eq̄lis.g.e.dico itaq; ꝙ si sup̱ficies.d.e.diuidat lineā.a.b.in duo cōicātia erit linea.a.b.potētior linea.c.in q̄drato alicuiꝰ linee secū cōicantis in longitudine ⁊ econuerso. Cum aūt sit linea.a.b.maior linea.c.nō erit.a.d.eq̄lis.d.b.sic eni eēt sup̱ficies.d.e.quadrata ⁊ q2 ipsa ē eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.esset.a.d.eq̄lis medietati.c.⁊ tota.a.b.toti.c.qđ ē ꝯ ypoth.nō est igiť.a.d.equalis.d.b.itaq; de maiori eaꝝ que sit d.b.abscindať.d.f.equalis.a.d.eritq; p̱.8.scđi q̄dratū totius.a.b.eq̄le his q̄ sunt ex.d.b.in.d.a.q̄ter et q̄drato.f.b.quare linea.a.b.erit potentior linea.c.in q̄drato linee.f.b.quā necesse ē cōicari toti.a.b.si linea.a.d.est cōicās linee.d.b. si enim hoc fuerit erit.d.b.cōicans.d.f.sue eq̄li quare p̱.9.b.f.cōicat cū.f.d.⁊ iđ toti.a.d. ⁊ ppť hoc cū tota.a.f.igiť ⁊ cū tota.a.b.sicq; p3 p̄mū. ¶ Cōuersū huiꝰ sic p3 sit.a.b potētior.c.in linea.f.b.q̄.cōicet secum in longitudine.dico tūc ꝙ quarta p̱s quadrati linee.c.addita ad lineā.a.b.ita ꝙ desit sup̱ficies q̄drata diuidet lineā.a.b.ī duo cōicātia:diuidať eni3.f.a.p̱ eq̄lia in.d.⁊ fiat sup̱ficies.d.e.ex.d.b.in.d.a.⁊ deerit ad ꝯplēdā lineā.a.b.sup̱ficies q̄drata eritq; p̱.8.scđi:q̄dratū.a.b.eq̄le q̄druplo sup̱ficiei.d.e.ē equale q̄drato.f.b. igiť q̄druplū sup̱ficiei.d.e. ē eq̄le q̄drato.c. q̄re sup̱ficies.d.e.sit eq̄lis quarte p̱ti q̄drati.c.dico igiť ꝙ.d.b.ē cōicās cū.a.d.cū sit.f.b.cōicans cū.a.b.si eni hoc fuerit ut ꝙ.a.d.sit cōicans cū.a.b.erit etiā cōmunicās cū.a.f.p̱.9.quare ⁊ cū.a.d.s3 ⁊ cū.d.f.itaq; ⁊.d.b.ē cōicās cū.a.d.qđ ē scđm



¶ Nūc aūt mōstrādū est qualř linea.a.b.cū ipa posita fuerit maior linea.c.possit sic diuidi ut inter p̱tes eius cadat medietas linee.c.ꝯtinue ꝓportionalis. ¶ Cum eni sic fuerit diuisa: superficies q̄ fiet ex vna in alterā erit equalis q̄drato medietatis linee.c.⁊ ipsa erit sup̱ficies eq̄lis quarte p̱ti q̄drati linee.c.adiuncta ad lineā.a b.ita ꝙ desit superficies q̄drata.hoc eni sic fiet diuisa.a.b.p̱ eq̄lia in.d. lineeť sup eā semicirculus.a.f.b.⁊ siťr.b.e.p̱pendicularis ad.a.b.que ponať eq̄lis medietati linee.c.⁊ ducať.e.f.equidistans ad.a.b.vsq; quo secet circūferentiā semicirculi in puncto.f.necesse est eni vt secet eā:cū linea.a.b.sit maior linea.c.⁊ ducať.f.g.perpendicularis ad.a.b.q̄ cū p̱.34.p̄mi sit equalis linee.e.b.erit quoq; eq̄lis medietati linee.c.ducāť itaq; linee.f.a.f.b.eritq; p̱ p̄mā p̱tē.30.tertij angulus.a.f.b.rectus:⁊ iđ per primā partē correľ.8.sexti erit linea.f.g.medio loco ꝓportiōalis iter a.g.⁊.g.b.q̄re medietas linee.c.q̄ ē sibi equalis erit etiā ꝓportiōalis iter easdē qđ est nostrum ꝓpositum:

Propositio .14.

SI fuerint due linee inequales quarum longiorem diuidat in duas partes incõmensurabiles supficies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi adiuncta ita q desit ad ei⁹ cõpletionẽ: superficies quadrata erit lõgior potẽtior breuiori augmẽto q̃drati linee icõmensurabilis ipsi longiori i longitudine. Si vero lõgior potẽtior fuerit breuiori quadrato linee incõmensurabilis sibi longiori in longitudine adiungat̃q3 ei supficies equalis pti quarte q̃drati breuioris defueritq3 longiori supficies quadrata necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta eundem longiorem lineam in duas portiones incõmensurabiles diuidat.

¶ hec.14.ex 9̃rio añtis p̃misse infert 9̃riũ 9ñtis p̃misse ⁊ non differt eius dispõ a dispõne illius. sed ⁊ mod⁹ argumẽtandi vtrobiq3 idẽ. Si eni.a.d.nõ cõicet cũ.d.b nec.d.f.sibi adequalis cõicabit cũ eadẽ.d.b.itaq3 p.9.d.f.nõ cõicabit cũ .f.b. q̃re neq3.a.f.sunt eni.a.f.⁊.e.f.cõicantes tanq̃3 numerans ⁊ numeratũ.iõ neq3. a.b. cõicabit cũ linea.f.b. Qđ si hoc fuerit videlicet si a.b.nõ cõicet cũ.f.b.nõ cõicabit cũ.a.f.q̃re neq3 cũ.a.d.aut.d.f.neq3 igit̃.a.b.cũ.d.a. Põt quoq3 hec.14.demõstrari p p̃missã.p̃ma ps huius ex scđa illi⁹ ⁊ scđa ex p̃ma a destructiõe 9ñtis.si eni.a.d ⁊.d.b.nõ cõicent nec etiã.a.b.⁊.f.b.cõicabunt: nã si.a.b.⁊. b.f.cõicarent oporteret p scđam ptẽ p̃misse ut.a.d.cõicaret cũ.d.b.sed positum ẽ q non. Eodẽ mõ de scđa pte.si eni.b.a.⁊.b.f.nõ cõicant nec.a.d.⁊.d.b.cõmunicabunt. nã si sic sequitur per primã ptẽ p̃misse ut. a .b.⁊.b.f.cõicẽt q̃ nõ cõicant: quare patet propositũ.

Propositio. .15.

OMnis superficies rectãgula quã continent due linee i lõgitudine rationales rõnalis esse probatur.

¶ Sint due linee .a.b.⁊.b.c.9tinẽtes supficiẽ rectãgulã.a.c.rõnales in longitudine: dico supficiẽ.a c.esse rõnalẽ: descripto eni quadrato cuius vis ea⁊.ut.c.d.linee.b.c.erit p primã sexti.c.d.ad.a.c.sicut.b d.ad.a.b.q2 igit̃.b.d.cõicat in longitudine cũ.a.b.ex ypothesi eo q.b.c.sua equalis erit p primã ptẽ.10.c.d.cõicans.a.c.cũ sit itaq3.c.d.rõnalis p diffinitionẽ erit ⁊.a.c.rõnalis qđ est ppositũ.

Propositio .16.

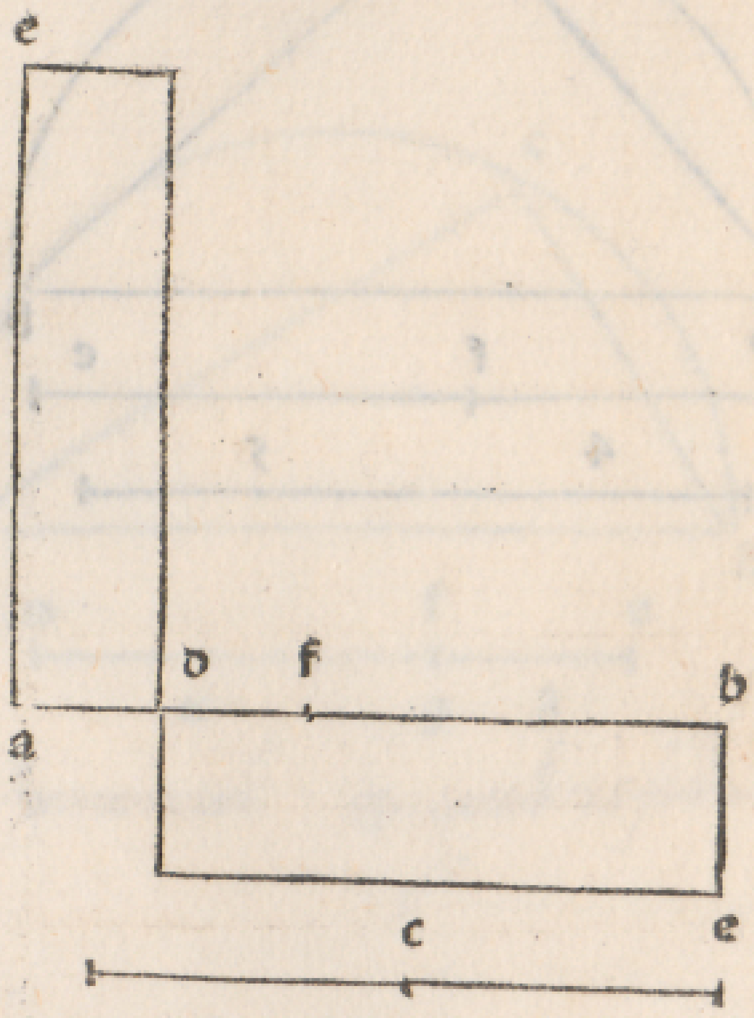
CUm adiuncta fuerit linee in longitudine vel cõicata rõnali supficies rõnalis rectãgula latus eius scđm erit in longitudine rõnale lateriq3 primo i longitudine cõmẽsurabile

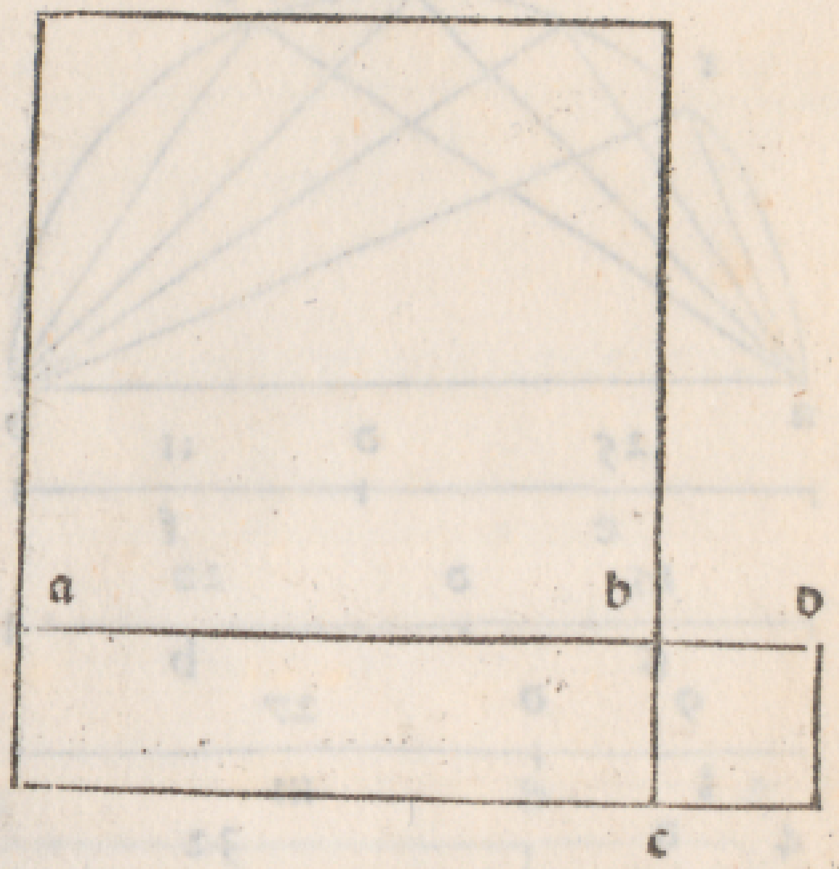
¶ hec ẽ quasi 9uersa prioris ut si supficies.a.c.adiuncta ad lineã.a.b.rõnalẽ in longitudine fuerit rõnalis: dico q latus eius scđi qđ ẽ.b c.erit etiã rõnale in longitudine ⁊ cõicans lateri primo.sit eni.a.d.quadratũ .a.b. eritq3 rõnale ex diffinitione ⁊ ppter hoc erit cõicans cũ supficie.a.c.rõnali: q2 igit̃ p primã sexti sicut.a.d.ad.a.c.ita ẽ etiã.d.b.ad.b.c.cõicat aũt.d.a .cum.a.c. erit p p̃mã ptẽ.10.b.d.cõicãs cũ.b.c.ergo cũ.b.a.sua eq̃li sed.b.a.rõnalis ẽ q̃re p diffinitionẽ ⁊.b.c.9stat itaq3 ppositũ.

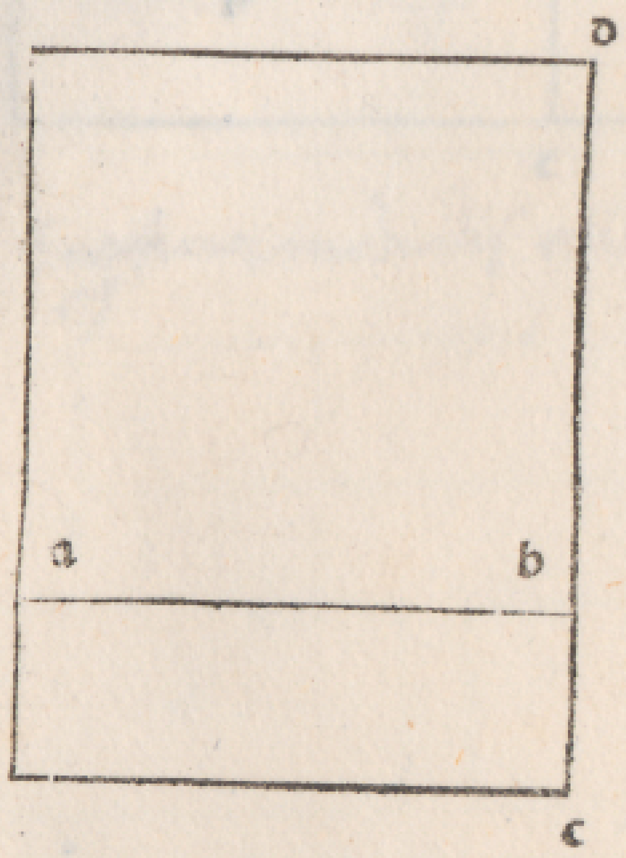
Propositio .17.

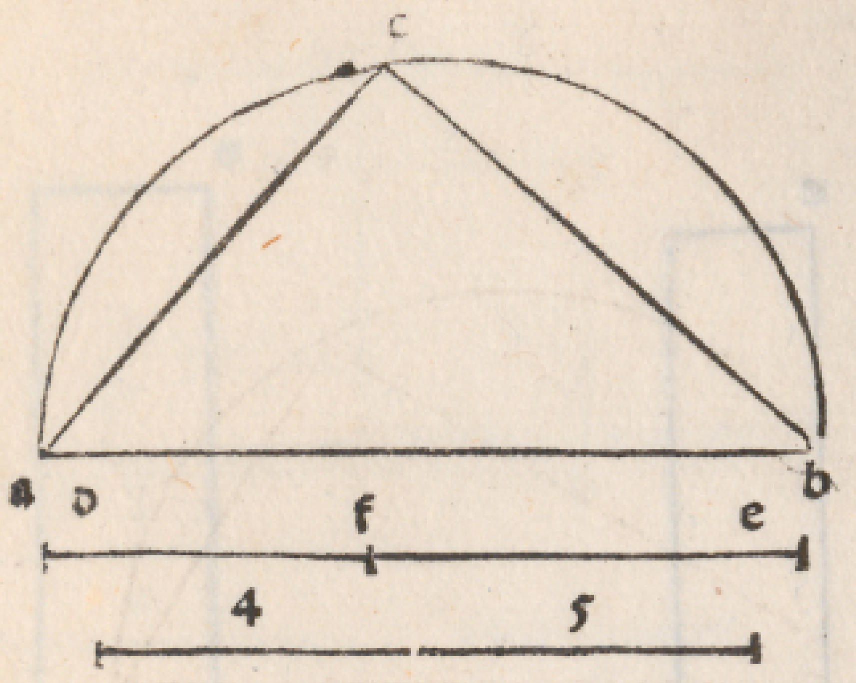
DUas lineas inuenire potentia tantum rõnales cõmensurabiles quarum lõgior plus possit breuiori quadrato linee sibi cõmensurabilis in longitudine.

¶ Propositũ ẽ inuenire duas lineas rõnales potẽtia tm̃ cõicãtes q̃rũ longior sit potẽtior breuiori q̃drato linee sibi cõicãs in longitudine

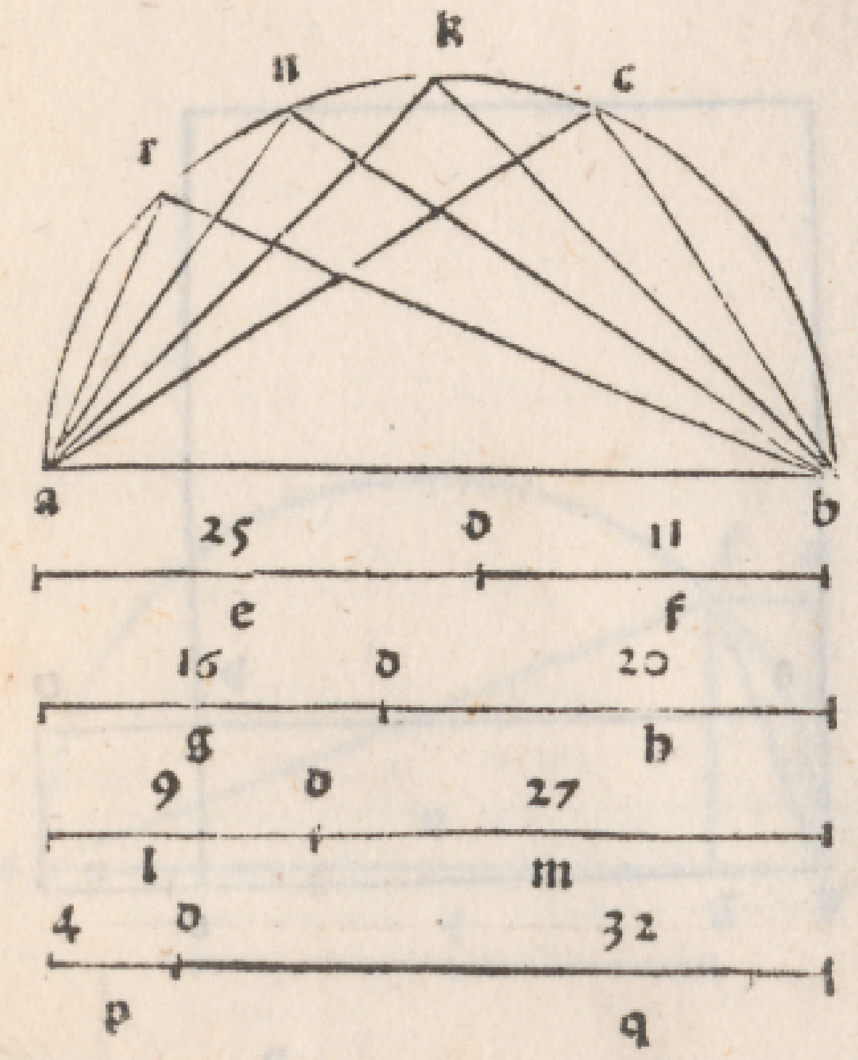








Sumo itaqꝫ aliquã lineã rõnalẽ que sit. a. b. sup quã describo semicirculũ. a. c. b. ⁊
sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsũ in duos numeros. d. f. ⁊. f. e. ita ꝙ sit
ꝓportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri q̃drati ad numerũ q̃dratũ nõ sit aũt ꝓportio. d
e. ad. f. e. ut numeri q̃drati ad numeꝝ q̃dratũ: talis aũt numerꝰ ẽ quilibꝫ q̃dratꝰ di/
uisibilis in quadratũ ⁊ nõ quadratũ. ut. 9. qui diuiditur in. 4. ⁊. 5. ⁊ oẽs hoꝝ eque
multiplices: ⁊ inuenio lineã ad cuius q̃dratũ se habeat q̃dratũ linee. a. b. sicut nu/
merus. d. e. ad numeꝝ. d. f. qualiter aũt ipsa reperiat̃ in demonstratione. 5. dictuꝫ
ẽ: hanc lineã inuentã que necessario ẽ minor. a. b. coapto ꝑ primã quarti intra se/
micirculum. a. c. b. sitqꝫ. a. c. ⁊ subtrahã lineã. c. b. dico duas lineas. a. b. ⁊. c. b. esse
quas querimꝰ. erit igit̃ ꝑ primã ptẽ. 30. tertij angulus. c. rectus: ⁊ iõ ꝑ penultimam
primi quadratũ. a. b. equale est q̃dratis duaꝝ lineaꝝ. a. c. ⁊. c. b. ⁊ qꝛ ꝓportio qua/
drati linee. a. b. ad quadratũ linee. a. c. ẽ sicut. d. e. ad. d. f. ꝑ ypothe. erit ꝑ euersam
ꝓportionalitatẽ ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratũ linee. c. b. sicut. d. e. ad. f
e. ergo quadratũ. c. b. cõicat cũ quadrato. a. b. per. 6. huiꝰ erit igit̃ quadratum. c. b.
rõnale per diffinitionem cũ cõicet rõnali supficiei: ⁊ qꝛ. c. b. ⁊. a. b. sunt incõmensu
rabiles ꝑ vltimã partem. 7. constat duas lineas. a. b. ⁊. c. b esse rõnales potẽtia tm̃
cõicantes. At qꝛ linea. a. b. ẽ potentior linea. c. b. in quadrato linee. a. c. que ꝑ scdaꝫ
partem. 7. cõicat secũ in longitudine cõstat habitũ esse ꝓpositũ. ¶ Si auteꝫ libeat
plures duabꝰ potentia tm̃ rõnales cõicantes quaꝝ vna potentior longior sit qua/
libet aliaꝝ in quadrato alicuius linee secũ cõicantis in lõgitudine repire. sit ut priꝰ
linea. a. b. rõnalis in longitudine super quã describatur semicirculus. a. c. b. suma/
turqꝫ numerus. d. quadratus qui sit diuisibilis in multos quadratos ⁊ nõ quadra
tos quoꝝ nõ quadratoꝝ mime sit ꝓportio sicut aliquoꝝ numeroꝝ q̃dratoꝝ: tales
aũt numeri vltro se offerũt vt. 36. qui ẽ diuisibilis i. 25. ⁊. 5. itẽqꝫ i. 16. ⁊. 20. rursus/
qꝫ in: 9. ⁊. 27. ac iteꝝ in. 4. ⁊. 32. istoꝝ vero nõ quadratoꝝ qui sunt. 11. 20. 27. 32. ad
inuicẽ nõ est ꝓportio sicut alicuius numeri q̃drati ad aliũ. Esto igitur ut numerus
d. quadratus diuidat̃ in. e. q̃dratũ ⁊. f. non quadratũ: sitqꝫ quadratũ linee. a. b. ad
q̃dratũ linee. a. c. sicut numerus. d. ad numeꝝ. e. ⁊ ducat̃ linea. c. b. ⁊ ꝯstat ꝓpo/
situm ut prius demonstratũ ẽ. a. b. ⁊. b. c. esse duas tales lineas quas inquirimus.
Silr quoqꝫ diuidã. d. i. g. q̃dratũ ⁊. h. nõ q̃dratũ sitqꝫ q̃dratũ linee. a. b. ad q̃dra/
tũ linee. a. k. sicut. d. ad. g. ⁊ ducat̃ linea. k. b. eruntqꝫ vt prius due linee. a. b. ⁊. b. k
quales inquirimꝰ. Eodẽ mõ si rursus diuidat̃. d. m. l. q̃dratũ ⁊ in nõ q̃dratũ ⁊ po/
natur ꝓportio q̃drati linee. a. b. ad quadratũ linee. a. n. sicut. d. ad. l. ⁊ ꝓducatur
n. b. erunt due linee. a. b. ⁊. b. n. quales inquirimꝰ. Qđ si rursus diuidat̃. d. in. p.
quadratũ ⁊ in. q. nõ quadratũ ⁊ fuerit ꝓportio q̃drati linee. a. b. ad quadratum
linee. a. r. sicut. d. ad. p. ⁊ protracta fuerit linea. r. b. erũt etiã due linee. a. b. ⁊. b. r.
quales inquirimus. Sunt itaqꝫ linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potentia tm̃ rationa/
les ⁊ in ea cõicãtes q̃rũ vna videlicet. a. b. ẽ potẽtior qualibet aliaꝝ i q̃drato linee
secũ cõicãtis in lõgitudine. si igit̃ quatuor lineaꝝ. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cõicant
alij in longitudine ꝯstat ꝓpositũ. Istud aũt sic ꝓbat̃ pꝫ eni ex p̃missis ꝙ quadra
tum linee. b. c. ad quadratum linee. a. b. est sicut numerus. f. ad numerum. d. et
quadratum linee. a. b. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerus. d. ad nume/
rum. h. ergo per equam proportionalitatem quadratum linee. b. c. ad quadra/
tum linee. b. k. est sicut numerꝰ. f. ad numerũ. h. sed nullꝰ q̃tuor numeroꝝ. f. h. i. q
se habet ex ypothesi ad aliũ sicut numerꝰ q̃dratus ad numeꝝ q̃dratũ. q̃re ꝑ. 3. ptẽ



7.due linee.b.c.b.k.sunt incõmensurabiles in longitudine. Eadem rõne quelibet due ex illis quatuor sint incõmensurabiles i longitudine: liquet ergo qđ volumus.

Propositio .18.

Duas lineas in potentia tantum rõnales cõicantes quorũ longior plus possit breuiori, quantum est quadratũ linee sibi incõmensurabilis in longitudine inuenire.

¶ In hac quoqȝ remaneat eadẽ dispositio eedẽqȝ ypotheses que in premissa hoc solũ mutato ꝙ ꝓportio numeri.d.e. ad neutrũ duorũ numeroꝝ.d.f.⁊.f.e.sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ: hoc aũt facile fiet: posito.d.e.quotlibet numero quadrato diuiso in duos numeros nõ quadratos vt si.d.e.sit.9.⁊.d.f.6.⁊.f.e.3.argumentando ut prius hoc duntaxat excepto ꝙ.a.b.⁊.a.c.sint incõmensurabiles in longitudine ꝑ vltimã partẽ.7. ¶ Et sciendũ ꝙ due linee quales hec et premissa docent inuenire cõponunt binomium: ⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum. Nota etiã ꝙ linee tm̃ potentia rõnales cõicantes possũt esse vna rõnalis ⁊ alia irrõnalis sicut latera tetragonica duaꝝ supficieꝝ quaꝝ vna sit.25.pedũ ⁊ alia.24.sunt rõnalia potẽtia tm̃ cõicantia: latus enim prime superficiei est.5.latus vero scđe nõ numeratꝰ ⁊ possũt esse ambe irrõnales ut latera tetragonica duaꝝ supficieꝝ quarũ vna sit.24.pedũ ⁊ alia.23.neutrius enĩ numeratꝰ latus.suntqȝ i longitudine incõmensurabilia ex vltima pte septime. ¶ Qđ si libeat etiã inuenire plures lineas duabus potentia tm̃ rõnales cõicantes quaꝝ vna sit potentior qualibet aliaꝝ in quadrato linee secum nõ cõicantis in longitudine: sumatꝰ talis numerꝰ qui possit pluries sic diuidi ꝙ ipsius ad nullã suaꝝ partiũ nec alicuiꝰ ad aliquã aliaꝝ sit ꝓportio ut numeri quadrati ad numerũ quadratũ ut.25.põt diuidi in.2.⁊.23.item in.5.⁊.20.⁊ rursus in.7.⁊.18.Et sic ꝓcessus idẽ q̃ fuit in ꝑmissa.

Propositio .19.

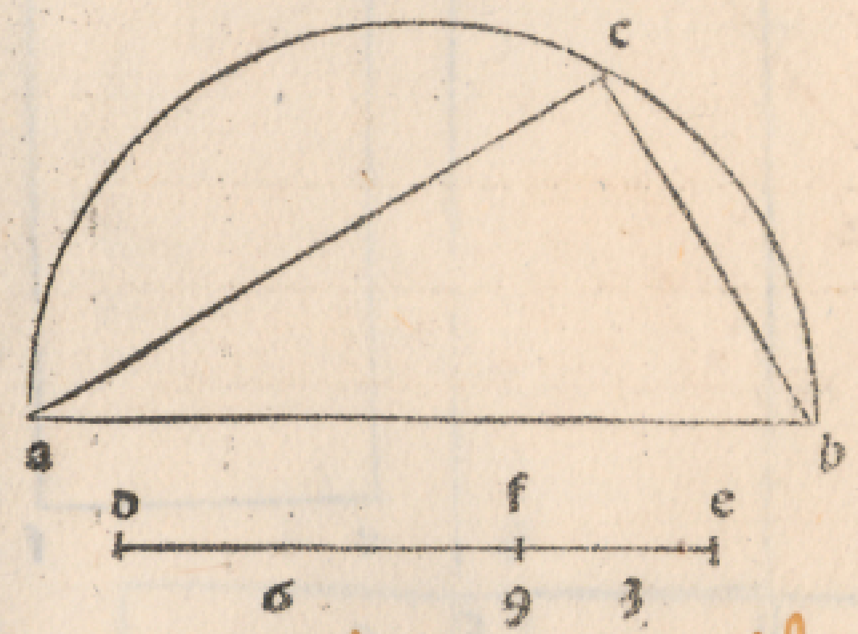
Omnis superficies quã cõtinẽt due linee potẽtialiter tãtũ rõnales cõicantes ẽ irrõnalis dicitqȝ supficies medialis eiusqȝ latus tetragonicum scȝ qđ i eam potest est irrõnale diciturqȝ linea medialis.

¶ Sint due linee.a.b.b.c.ꝯtinẽtes supficiẽ.a.c. rõnales potẽtia tm̃ cõicãtes: q̃ qualr reperiantꝰ ex ꝑmissa ⁊ añꝑmissa.manifestum ẽ: dico supficiẽ.a.c. esse irrõnalem. Sit enĩ.c.d.quadratũ.b.c.eritqȝ rõnale ꝑ ypothesim eo ꝙ linea.b c.ẽ rõnalis ĩ potẽtia: ⁊ qꝛ ex prima sexti.a.c.ad.c.d.sicut.a.b. ad.b.d.non cõicat aũt a.b.cũ.b.d.qꝛ ex ypothesi nõ cõicat cũ sua equali q̃ ẽ.b.c. sequitꝰ ꝑ scđam ptẽ 10.ut etiã.a.c.nõ cõicet cũ.c.d.q̃re ꝑ diffinitionẽ supficies.a.c.ẽ.irrõnalis.ideoqȝ ⁊ suũ latus tetragonicũ ẽ etiã irrõnale.dicitꝰ aũt hec supficies medialis qm̃ ipsa ẽ medio loco ꝓportiõalis inter duas superficies rõnales videlicet inter q̃drata duarũ lineaꝝ ipsã ꝯtinẽtiũ ⁊ lineã potẽs in ipsã dicitꝰ medialis.qm̃ ipsa quoqȝ ẽ medio loco ꝓportiõalis inter duas lineas potẽtia tm̃ rõnales cõicantes ⁊ hec due linee sunt latera dicte supficiei. Et hoc est quod volumus.

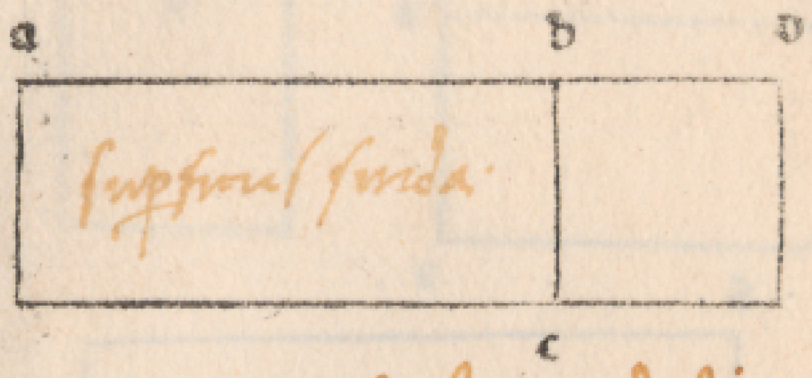
Propositio .20.

Cum adiuncta fuerit linee in lõgitudine rõnali superficies equalis quadrato linee medialis latꝰ eius scđm potentialiter tãtũ erit rõnale laterique primo ĩ lõgitudine ĩcõmẽsurabile

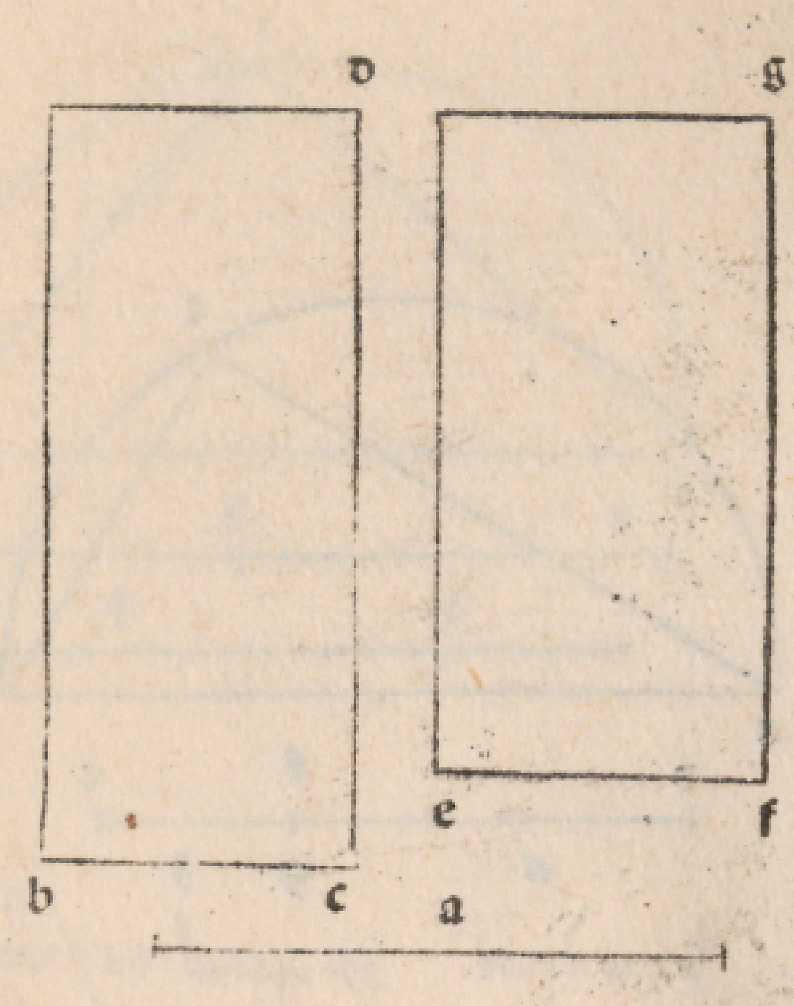
¶ hec est quasi conuersa premisse. Sit .a. linea medialis. sitqȝ



binomium et quid residuum



Superficies medialis quid sit

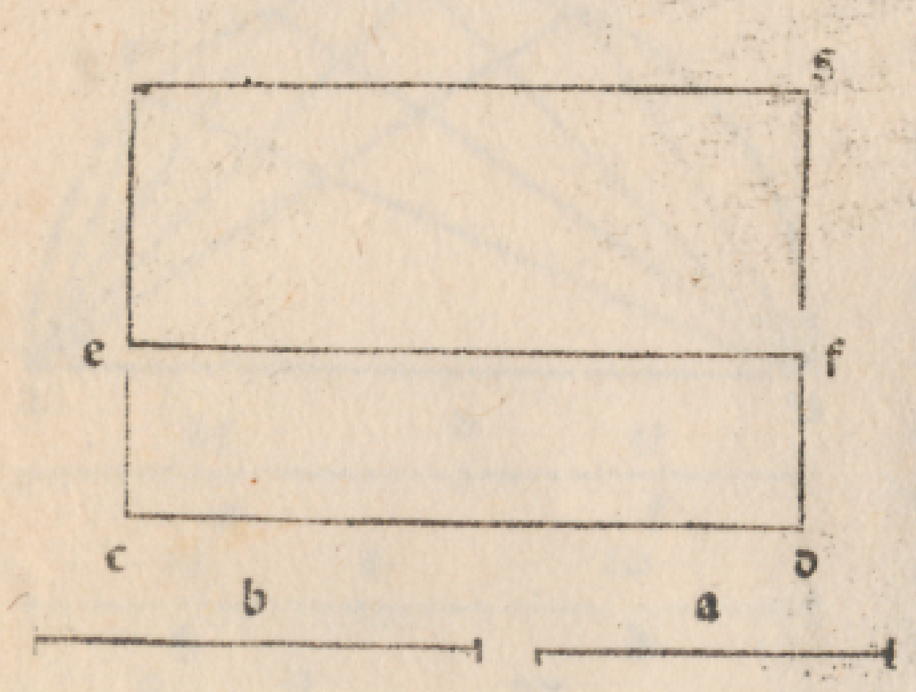


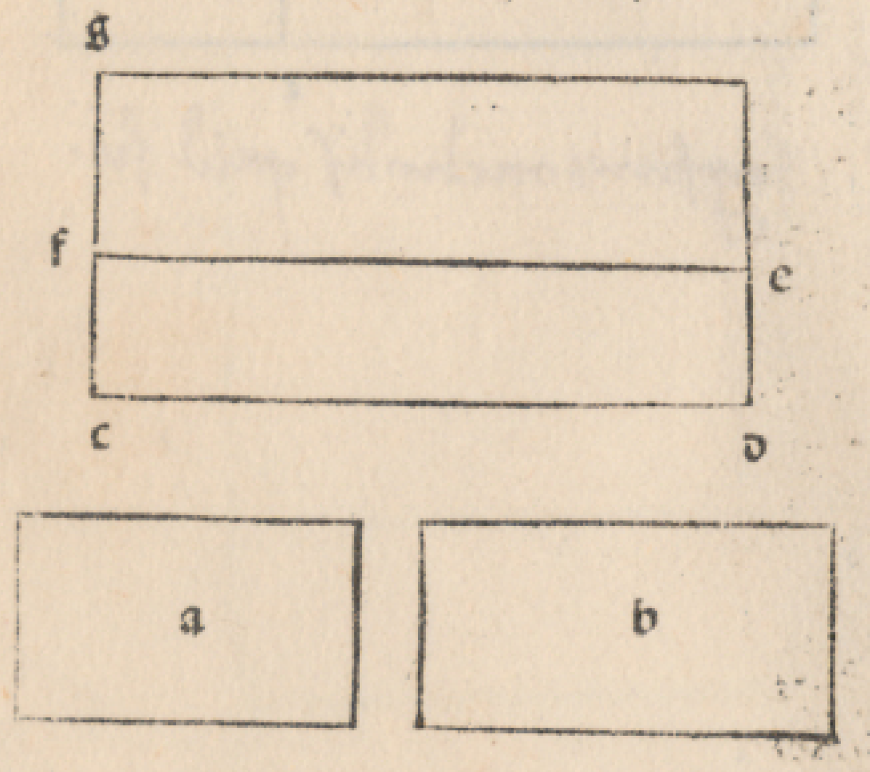
linea.b.c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b.d. equalis qua/drato linee.a.ꝙ hoc modo fiet:subiungatur duabus lineis.b.c.⁊.a.linea.c. d.i cõtinua proportionalitate:ut docet.10.sexti:eritqꝫ superficies ex.b.c.in.c.d. equalis quadrato linee.a.per.16.eiusdẽ:dico latus eius ƀm quod est.d.c.esse rõnale in po/tentia tm̄ ⁊ incõmensurabile in longitudine lateri.b.c.Eritqꝫ ex premissa ꝑ diffi/nitionẽ linee medialis ut linea.a.possit in aliquẽ superficiẽ contentam a duabus lineis potentia tm̄ rõnalibus cõmunicantibus que sit superficies.e.g.cuius latera e.f.⁊.f.g.eruntqꝫ due superficies.b.d.⁊.e.g.per primam partem.13.sexti:laterum mutuorum propter hoc ꝙ ipsi sunt equales ⁊ rectangule: ꝓportio ergo.b.c.ad .e. f.est sicut.f.g.ad.c.d.quare ꝑ.10.cũ.b.c.cõicet i potentia cũ.e.f.eo ꝙ q̃drata vtriusqꝫ earuꝫ sunt rõnalia ex ypothesi.f.g.cõicabit in potentia cum.c.d. cũ igit̃ qua/dratum.f.g.sit rõnale per ypothesim:erit quoqꝫ quadratũ.c.d.rõnale per diffini/tionem : at qꝛ superficies.b.d.est irrõnalis sicut sua equalis.e.g. per premissã.se/quitur vt quadratum linee.c.d.nõ cõicet cũ superficie. b.d. ⁊ quia quadratũ linee c.d.ad superficiem.b.d.est per primam sexti:sicut.c.d.ad. c.b. erit per secundam partem.10.ut.c.d.non cõmunicet cum.b.c.quare cum.b.c.sit rõnalis in longitudine ex ypothesi:erit.c.d.irrõnalis in longitudine ⁊ potentia tm̄ rationalis:patet ergo proposita conclusio.

Propositio .21.

Omnis linea communicans mediali est medialis.

¶Sit linea.a.medialis cui ponatur linea.b.esse cõmunicans siue in longitudine siue in potentia tm̄:dico ꝙ etiam linea.b.est medialis. Sit enim linea.c.d. rationalis i longitudine cui adiungatur superficies.c.f.equalis quadrato linee.a.⁊ item superficies.e.g.equalis quadrato linee.b.hoc autem qualiter fiat in premisse demonstratione dictũ ẽ. Eritqꝫ per premissam linea .d.f. rõnalis in potentia tm̄ ⁊ incõmensurabilis linee.c.d.et quia per primam sexti.e.g.ad.c.f.sicut.f.g.ad.d.f.cõicat autem. e.g.cum. c.f.eo ꝙ quadratum.b .communicat cum quadrato. a.per ypothesim: quibus quadratis dicte superficies posite sunt equales:sequitur per primaꝫ partem.10.ut linea.f. g.cõmunicet cum linea.d.f.quare.f.g.est rõnalis i potentia tm̄ sicut est.d.f.⁊ in/cõmensurabilis in longitudine linee.c.f.cũ linea.d.f.sibi cõmunicans sit incõmẽ/surabilis eidem.c.f.eo ꝙ sue equali:hoc enim probatum est in.8.qd si fuerint due quantitates cõicantes cuicũqꝫ vna earuꝫ non cõicat nec reliqua: itaqꝫ per.19.erit superficies.e.g.medialis ⁊ eius latus tetragonicum quod est.b. mediale quod est propositũ.¶Silr̃ quoqꝫ omnes superficies cõicans superficiei mediali medialis eẽ conuincitur.Sit eni superficies.a.medialis cui ponatur superficies.b.esse cõicans dico superficiem.b.esse medialem quod sic constabit.sit linea.c.d.rõnalis in longitudine : adiungaturqꝫ ei superficies.c.e.que sit equalis superfiiciei.a.qd hoc mo/do fiet.Inueniatur linea.c.f.ad quã sic se habeat vnum ex lateribus superficiei.a. sicut linea.c.d.se habet ad reliquum.hec autem linea qualiter reperiatur in. 10.se/xti dictum est.Eritqꝫ ex.15.eiusdem superficies.d.f.equalis.a.itẽqꝫ eodem modo ad lineam.e.f.adiũgatur superficies.e.g.que sit equalis.b. erit itaqꝫ per.20.linea c.f.potentia tm̄ rõnalis:erit quoqꝫ linee.c.d.in longitudine incõmensurabilis. Et quia.a.⁊.b.erant cõicantes ex ypothesi:erunt quoqꝫ.c.e.⁊.e.g.eis equales cõicantes:itaqꝫ per primam partem sexti ⁊ per primaꝫ partem.10.huius erunt due linee c.f.⁊.f.g.cõicantes in longitudine.¶Est igitur linea.f.g.rõnalis in potentia tm̄ ⁊



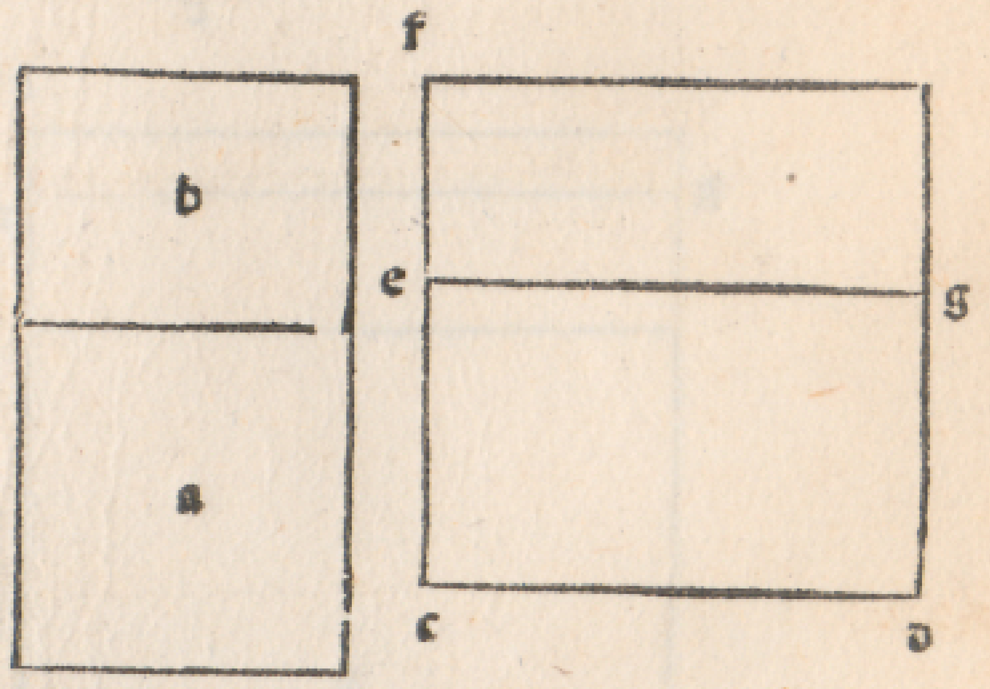


linee.e.f.incõmensurabilis in longitudine:quare per.19.superficies.e.g.erit medi
alis:cum linea.e.f.sit rõnalis i longitudine sicut.c.d.sibi equalis:cũ sit ergo.b.eq̃/
lis.e.g.erit quoq3.b.medialis qđ ẽ propositũ.¶Et nota ꝙ omnes superficies me
diales cõicantes cõponunt superficiem medialẽ.Unde tota .d.g.ẽ medialis:q2 cũ
due linee.c.f.⁊.f.g.sint rõnales in potẽtia tm̃ ⁊ nõ cõmunicantes in longitudine
sequitur ut tota.c.g.sit rõnalis in potẽtia tm̃ ⁊ nõ cõicãs.c.d,i longitudine.itaq3
p.19.d. g.ẽ medialis Eodẽq3 mõ si sint plẽs.

Propositio .22.

Omnis differentia qua habundat mediale a mediali:irra
tionalis esse probatur.

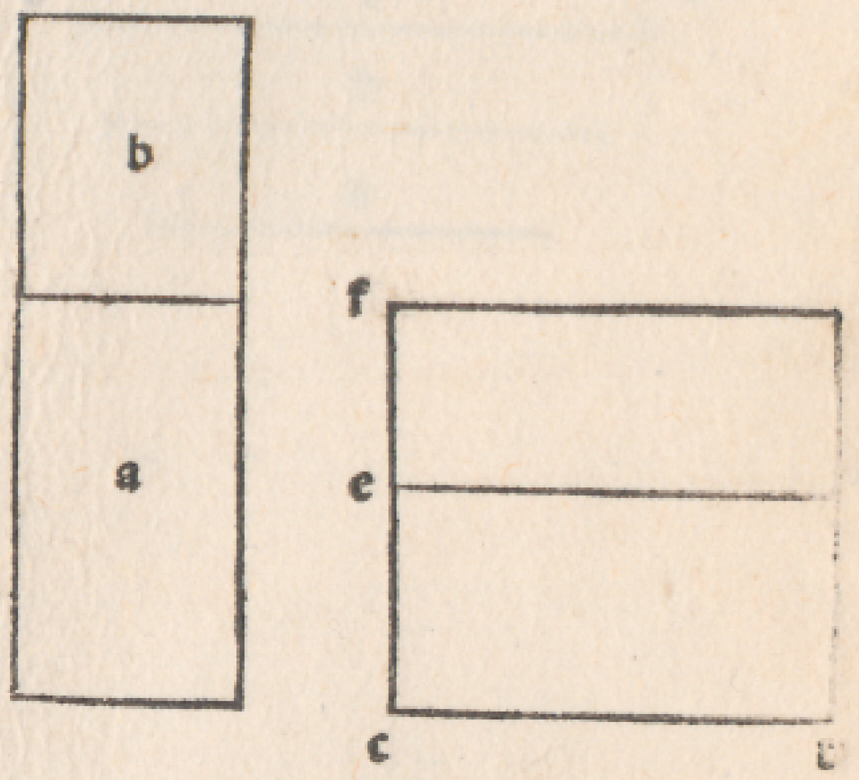
¶Sit vtraq3 duaꝝ superficierũ.a.b. ⁊.a. medialis:dico ꝙ supficies
b.que est eaꝝ differentia ẽ irrõnalis.Sit eni linea.c.d.rõnalis i lon/
gitudine cui adiungat̃ superficies.d.e.equalis supficiei.a.⁊ superfici/
es.d.f.equalis totali superficiei.a.b. hoc aũt qualiter fiat in premissa docuim⁹:q2
ergo.d.f.est equalis.a.b.⁊.d.e.equalis.a.erit p cõceptionẽ.g.f.equalis.b. Si ita/
q3 supficies.b.nõ est irrõnalis sed rõnalis:erit ⁊.f.g.sua equalis rõnalis. At cum
linea.e.g.sit rõnalis in longitudine sicut sua equalis.c.d.erit per.16.linea. e.f. ra/
tionalis in longitudine ⁊ cõmunicãs linee.e.g. p.20.aũt est vtraq3 duaꝝ linearuz
c.e.⁊.c.f.potentialiter tm̃ rõnalis ⁊ linee.c.d.incõmensurabilis i longitudine: ita
q3.e.f.linea est incõmensurabilis linee.c.e.in longitudine.Et quia per primã sexti
quadratum linee.e.f.ad superficiem que fit ex.e.f.in.c.e.ẽ sicut.e.f.ad. c.e.sequit̃
per scđam partem. 10.ut quadratũ linee.c.f. sit incõmensurabile supficiei facte ex
e.f.in.c.e. quare ⁊ ipsũ quadratũ erit incõmensurabile duplo supficiei ex.e.f.i.c.e
quadratũ vero.c.e.cum sit rõnale est cõicans quadrato e.f.totum igitur ex ambo
bus compositũ erit per.9. cõicans quadrato e.f.⁊ ideo incõmensurabile duplo su/
perficiei ex.e.f.in.c.e.Et q2 per quartã scđi quadratũ linee.c.f.ẽ.equale duob⁹ qua
dratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.⁊.c.f.⁊ duplo supficiei ex.c.e.in. e.f. et duplũ superficiei
c.e.i.e.f.ẽ incõmensurabile aggregato ex duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.⁊.e.f.
sequitur per ea que addita sunt in.9.ut quadratũ.c.f.sit incõmensurabile aggre/
gato ex duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.⁊.e.f.at cũ aggregatũ ex his quadra/
tis sit rõnale:sequit̃ quadratũ linee.c.f.nõ esse rõnale: ⁊ ideo linea.c.f.nõ ẽ ratio/
nalis in potentia: ⁊ idcirco nõ erit superficies.d.f.medialis neq3.a.b.sibi equalis
quod est inconueniens cum sit contrarium positis:relinquitur igitur ꝙ superficies
b.est irrationalis:quod est propositum.

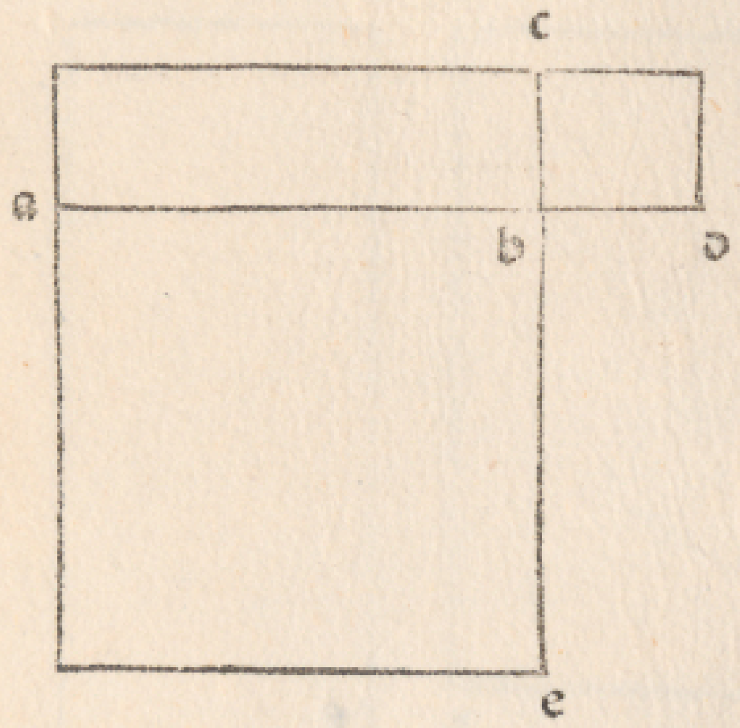


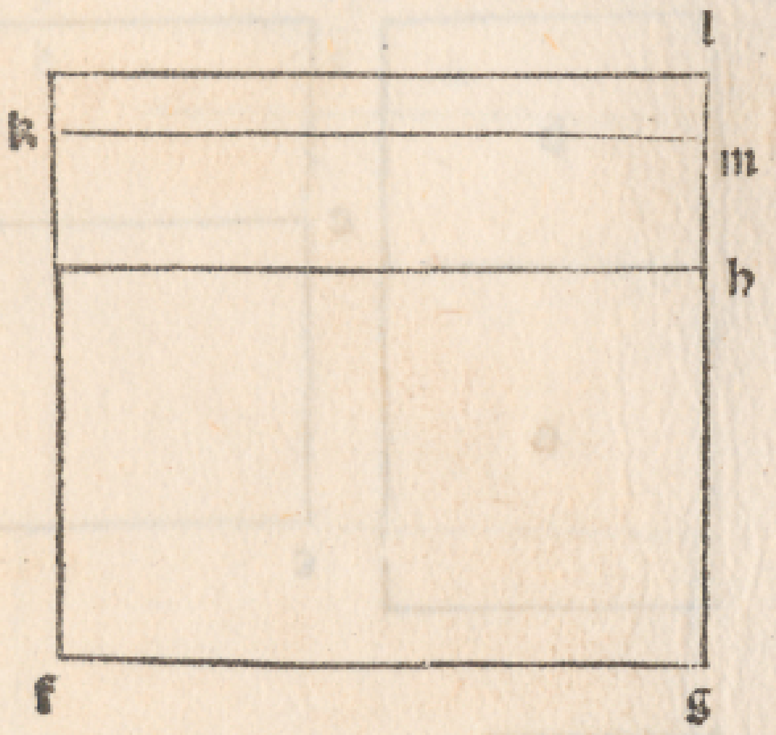
Propositio .23.

Omnis superficies quã cõtinẽt due linee mediales poten
tialiter tantũ cõicantes:aut rõnalis est aut medialis.

¶Sint due linee.a.b.⁊.b.c.mediales potentia tm̃ cõmunicãtes:di/
co ꝙ superficies.a.c.ab eis contenta aut est rõnalis aut medialis
Sint enim.c.d.quadratũ linee.b.c.⁊.a.e.quadratũ linee.a.b. erunt
q3 ex ypothesi hec duo quadrata communicantia ⁊ erit per primam sexti superfi/
cies.a.c.medialis medio loco proportionalis iter ipsa quadrata. Sumatur igitur
linea.f.g. que sit rationalis in longitudine:cui adiungatur superfices. f.h. equa/
lis quadrato.a.e.⁊.h.k.equalis superficiei.a.c.⁊.k.l.equalis quadrato.d.c.erunt
q3 hec tres superficies.f.h.h.k.⁊.k.l.continue proportionales sicut sunt sue eq̃les







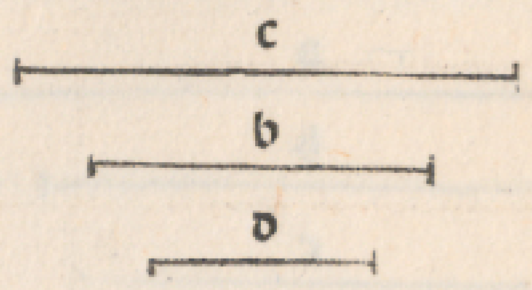
a.c.a.c.z.d.c.quare per primā sexti erunt etiam tres linee.g.b.b.m. z.m.l.q̄ sunt bases earum continue proportionales: z cū superficies.f.b.z.k.l.sint cōmunicā/tes sicut duo quadrata.a.e.z.c.d.eis equalia: sequitur per primā sexti z.10.hui⁹ vt linea.g.b.sit cōmunicans cum.m.l. vtraqȝ autem earum est rōnalis in potētia per 20.huius:igitur supficies vnius eaꝝ in alteram est rōnalis: omnis enī superficies quam continent due linee rōnales in potentia : cōmunicantes in longitudine ne/cessario est rationalis ut patet ex prima sexti z prima ptē.10.huius z ex diffinitiōe superficierum rōnalium: z quia ex prima ptē.16.quadratum linee.b.m. est equale superficiei ex.g.b.in.m.l.erit quadratuȝ linee.b.m.rōnale. Si ergo linea.b.m.est rationalis in longitudine siue cōicans linee.k.m.que est equalis linee. f.g. erit per 15.superficies.b.k.rōnalis:ideoqȝ z sua equalis.a.c.si autē linea.b.m. sit irrōna/lis in longitudine siue incōmensurabilis linee.k.m.que ē equalis linee.f.g. cū ipsa sit rationalis saltem in potentia: eo ꝙ suū quadratū est rōnale:erit ex.19.superfi/cies.b.k.medialis:quare z sua equalis.a.c.constat ergo propositū. ¶Et nota ꝙ si due linee.a.b.z.b.c.essent mediales in longitudine cōmunicantes: esset supficies a.c.medialis tm̄:esset enim superficies.a.c. cōmunicans vtriqȝ duoꝝ quadratorū a.e.z.c.d.per primā sexti z per presentē ypothesim z per.10.huius:z ideo superfi/cies.b.k.sibi equalis.a.c.esset cōmunicās vtriqȝ superficiei.f.b.z.k.l.igiť per pmā sexti z.10.huius linea.b.m. esset cōmunicans vtriqȝ duaꝝ lineaꝝ. g.b.z.l.m.z qꝛ hee ambe sint rōnales in potentia tm̄:non cōicantes in longitudine linee.f.g. eēt quoqȝ.b.m.rōnalis in potētia tm̄: nō cōmunicantes in longitudine linee.f.g .z iō nec cōmunicans linee.b.d.quare per.19. erit superficies.b.k.medialis tm̄. z ideo etiam.a.c.sibi equalis:Si autē due linee.a.b.z.b.c.essent mediales neqȝ in longi/tudine neqȝ in potentia cōicantes:superficies.a.c.non esset rōnalis neqȝ medialis si enim sic esset scȝ ꝙ due linee.a.b.z.b.c.essent mediales neqȝ in longitudine in potentia cōicātes:eēnt duo quadrata.a.c.z.c.d.incōmunicantia.itaqȝ z due sup/ficies.f.b.z.k.l.eis equales quoqȝ: eēnt incōicātes:quare z due linee. g.b.z. m.l. essent incōmēsurabiles per primā sexti z per scđam ptē.10.z qꝛ vtraqȝ eaꝝ ē rōna/lis tm̄ in potentia p.20.esset supficies vnius eaꝝ ad alterā medialis per.19.cū er/go quadratū linee.b.m.sit equale dicte superficiei que fit ex.g.b.in.m.l.per primā partē.16.sexti eēt per.19.linea.b.m.linea medialis:per.15.ergo nō esset superficies b.k.rōnalis:nec etiā per.20.medialis:quare nec sua equalis.a.c.

Propositio .24.

Duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes sup/ficiemqȝ rationalem continentes quarum longior sit po/tentior breuiore:augmento quadrati linee cōmunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

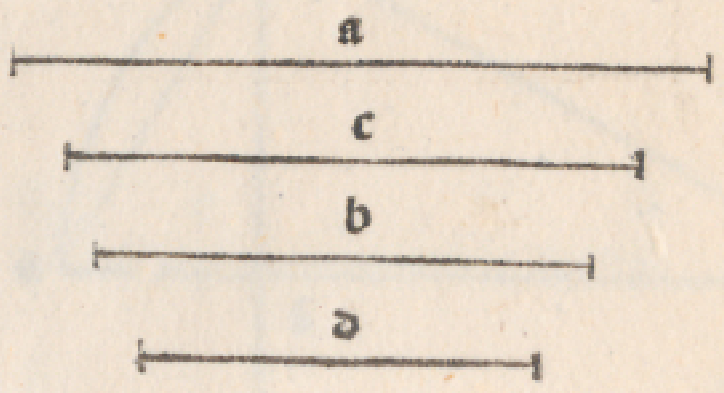
¶Cum omnes due linee mediales potentia tantū cōmunicantes cō tineant superficiem rōnalem aut medialeȝ ut ex premissa patet: docet inuenire eas duas que continent superficiem rōnalem z eas que medialem. Unde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes: quaruȝ lon/gior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi cōmunicantis in lon/gitudine que contineant superficiem rōnalem. ¶Ad hoc fm doctrinam.17. Sumo duas lineas.a.z.b.potentia tantū rōnales communicantes quarum longior que

sit.a.possit amplius breuiori que sit.b.in quadrato alicuius linee secum ꝯmuni/
cantis in longitudine: ⁊ ponam lineam.c.scḋm doctrinā.9.sexti medio loco ꝓpor/
tionalem inter.a.⁊.b. ⁊ ponam ut sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝙ qualiter
fiat in.10.sexti dictum est. Dico tunc duas lineas.c.⁊.d.esse quas querimus:patet
eni ex.19. ꝙ superficies quā cōtinent due linee.a.⁊.b.ē medialis:⁊ qꝛ ꝑ primā ptē
16.sexti quadratū linee.c.est dicte superficiei equale erit igitur per.19.linea.c.medi
alis. Cū autē sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.cōmunicat cū.a.in potentia tm̄ ex ypo/
thesi:qꝛ tam.a.q̄ȝ.b.rōnalis est in potentia sequitur per.10.ꝙ.c.quoqȝ cōicet cum
d.in potentia tm̄.itaqȝ per.21.cuȝ.c.sit linea medialis: erit etiā.d.medialis : ⁊ per
primā ptē.12.erit linea.c.potentior linea.d.in quadrato linee sibi ꝯmunicātis in
lōgitudine. Si ergo due linee.c.⁊.d.contineant superficiem rationalē ipse sūt qua
les inquirimus. Eas aūt cōtinere supficiē rationalē sic habeto:cū sit.a. ad.b.sicut
c.ad.d.erit permutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.sed erat.a.ad.c.sicut.c. ad.b. igitur
est.c.ad.b.sicut.b .ad.d .itaqȝ per primā partē.16.sexti superficies quā continent
due linee.c.⁊.d.est equalis quadrato.b.est aūt quadratū.b.rationale per ypothe.
cum ipsa sit rationalis in potentia:superficies ergo quam continent due linee.c.⁊
d.est rationalis:quare constat propositum.



Propositio .25.

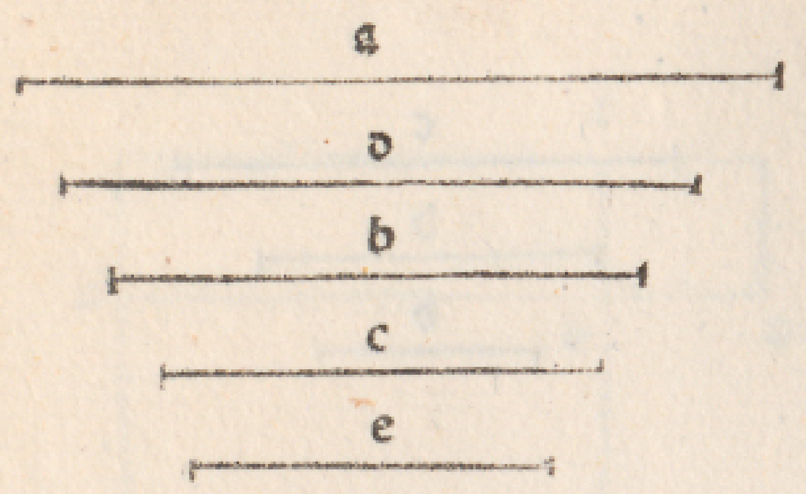
DUas lineas mediales potentia tantū cōmunicātes super/
ficiemqȝ rōnalem cōtinentes:quaꝝ longior sit potentior
breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine in
cōmensurabilis inuenire.



¶ Positis duabus lineis.a.⁊.b.rōnalibus potētia tm̄ cōicantibus
quarum longior possit amplius breuiori quadrato linee secum non cōmunicantis
in longitudine: que quidē reperiunť ƀm doctrinā .18.ceterisqȝ positionib[9] manen/
tibus sicut in p̄missa argumētando modo cōsimili:patebit duas lineas.c.⁊ .d.esse
quales querimus .Et nota ꝙ due linee quas hec ⁊ premissa docent inuenire com/
ponunt bimediale primū:⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est:dicitur
residuum mediale primum.

Propositio .26.

DUas lineas mediales potentia tantū cōmunicantes super
ficiemqȝ medialem continentes quarum longior breuio/
re tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius li/
nee incōmensurabilis ipsi longiori ī lōgitudine inuenire.
¶ Cū docuerit īuenire duas lineas mediales potentia tātū cōicantes
superficiēqȝ rationalē continentes:quaꝝ longior plus possit breuiori in quadrato
linee secum cōmunicantis in longitudine ⁊ secum incōmensurabilis in longitudine
Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantū cōicantes superficiem
qȝ medialem continentes quaꝝ longior sit potentior breuiori in q̄drato linee nō se
cum cōicantis in longitudine. sed solū sibi incōmensurabilis in longitudine. Illud
enim facile habetur ex isto. Sint itaqȝ tres linee sumpte ƀm ꝙ doctrinā.18.a.b.c.
potentia tm̄ rōnales ⁊ i ea solū cōicantes.sitqȝ.a.potentior.b.⁊.c.quadrato linee
sibi incōmensurabilis in longitudine:⁊ ponatur.d.medio loco ꝓportionalis inter
a.⁊.b.ut docet.9.sexti:⁊ sit.d.⁊.e.sicut.a.ad.c. dico duas lineas.d.⁊. e. esse q̄les
inquirimus.cum sit enim quadratū linee.d.equale superficiei que continetur sub.a

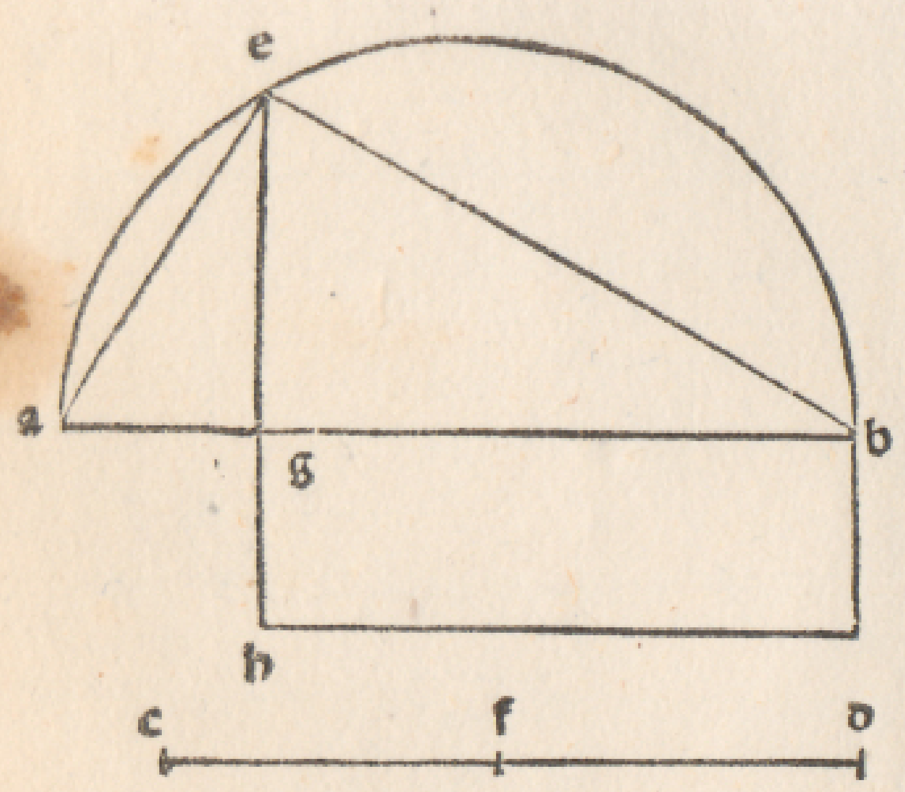


⁊.b.per primã partẽ.16.sexti. Sitqꝫ superficies contẽta sub.a.⁊.b.medialis: ex.19. cum.a.⁊.b.sint potentia tm̃ rõnales co͞icantes: erit ex eadem linea.d.mediali s. quia.a.ad.c.sicut.d.ad.c.cõmunicat autẽ.a.cũ.c.in potentia tantũ ex ypothesi sequitur ex.10.ut.c.quoqꝫ cõmunicet cũ.d.in potẽtia tm̃. Itaqꝫ per.21.erit.e. linea medialis.et etiã qr.a.est potentior.c.quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine erit quoqꝫ p.12.d.potẽtior.e.q̃drato linee sibi icõmẽsurabilis i lõgitudie Si igitur due linee.d.⁊.e.contineant supficiẽ medialẽ constat eas esse quales iquirimus: Eas autẽ continere superficiem medialẽ.sic habet̃: cum sit ex ypothesi.a.ad c.sicut.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d.sicut.c.ad.e.sed.a.ad.d.est sicut.d. ad.b. p ypothesim: itaqꝫ.d.ad.b.sicut.c.ad.e.igitur per primã partẽ.15.sexti: superficies quã continẽt.d.⁊.e.est equalis ei quã ꝯtinẽt.c.⁊.b.sed.b.⁊.c. continent superficiẽ medialem per.19.cum ipsi sint rationales i potentia tm̃ cõicantes ex ypothesi: itaqꝫ.d.⁊.e.continent superficiẽ medialẽ: qd̕ est propositũ. ¶ Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tm̃ cõmunicantes supficiẽqꝫ medialem continentes: quaꝝ longior esset potentior breuiori quadrato linee secum cõicantis i longitudine: Sumeremus tres lineas ſm doctrinã.17.a.b.c.potentia tm̃ rationales ⁊ in ea solum cõmunicantes: ⁊ poneremꝰ lineam.a.esse potentiorẽ linea.c.quadrato alicuius linee sibi cõmunicantis in longitudine: cetera vero manerent ut prius ⁊ argumentatione consimili concluderemus duas lineas. d.⁊.e.esse quales proponit̃ inquirere. Et nota ꝙ due linee quas hic.26.docet iuenire: cõponũt bimediale scd̕m ⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuũ mediale secundũ.

Propositio .27.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽqꝫ medialem continentes quarũ quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire:

¶ Propositum est inuenire duas lineas incõmensurabiles tam i potentia q̃ꝫ in longitudine que contineant superficiem medialem ⁊ quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem: ad hec autẽ sumo per.18.duas lineas.a.b.⁊.c.d.potẽtia tantũ rationales cõmunicãtes quaꝝ longior que sit.a.b.sit potentior.c.d.quadrato alicuius linee secũ incõmensurabilis in longitudine ⁊ super lineã.a.b.describo semicirculum.a.e.b. ⁊ diuido lineam.c:d. per equalia ad punctum.f.⁊ diuido lineam.a.b.ad punctum.g. itaqꝫ linea.c.f.cadat in medio loco proportionalis inter.a.g.⁊.g.b. et qualiter hoc fiat in.13.dictũ est: ⁊ pono ꝙ superficies.h.h.fiat ex.a.g.in.g.b.eritqꝫ ex prima pte.16.sexti quadratum.c.f.equale superficiei.b.h.⁊ quia quadratũ.c.f.est equale quarte pti quadrati.c.d.ex quarta scd̕i: ⁊ qr supficiei.b.h.deest ad cõplendũ lineam. a.b.superficies quadrata cuꝫ.a.g.sit equalis.g.b.⁊ quia linea.a.b.potentior est linea.c. d.q̃drato linee sibi incõmensurabilis in longitudine ex ypothesi: erit ex scd̕a parte.14.linea.a.g.incõmensurabilis linee.g.b.educo igitur a puncto.g.perpendicularem super lineam.a.b.vsqꝫ ad circũferentiam semicirculi que sit.g.e.⁊ protraho lineas.a e.⁊.e.b.quas dico esse quales querimus.erit enim.e.g.equalis.c.f. eo ꝙ vtraqꝫ cadit medio loco proportionalis inter.a.g:⁊.g.b.prima quidem per primam partẽ correl̕.8.sexti.scd̕a vero per ypothesim: propter qd̕ quadratum vtriusqꝫ earum per primam partem.16.sexti est equale superficiei.a.g.in.g.b.que est.b.h. ipsi igit̃ sũt



equales. At quia per quartā sexti ꝓportio.a.e.ad.e.b.ē sicut.a.g.ad.g.e. sunt aūt a.g.⁊.g.e.⁊.g.b.ꝯtinue ꝓportionales erit.a.e.ad.e.b.duplicata sicut.a.g. ad.g. b.quare p.18.sexti erit quadratū linee.a.e.ad quadratū linee.e.b.sicut.a.g.ad.g.b cum sit igitur.a.g. incōicans.g.b.erit per scōam ptem.10.quadratū.a.e.incōicans quadrato.e.b.quare due linee.a.e.⁊. e.b.sunt incōmēsurabiles in potentia. Et qꝛ p penultimā primi quadratū.a.b.ē eq̄le q̄dratis duaꝝ lineaꝝ.a.e.⁊.e.b. piter acceptis q̄dratū aūt.a.b.ē rōale:cū.a.b.sit rōnalis i potētia p ypothe.erūt quoqꝫ q̄drata duaꝝ lineaꝝ.a.e.⁊.e.b.piter accepta rōnale. Si vero hee due linee cōtinent superficiem medialem habitū ē ꝓpositū.erat aūt.c.d.rōnalis in potētia ⁊ in ea tm̄ cōicans linee.a.b.quare ⁊.c.f.⁊ iō etiā.g.e.sibi equalis erit potentia rōnalis ⁊ tm̄ in eadē cōicans cū.a.b.itaqꝫ p.19.supficies.a.b.in.g.e.est medialis:qꝛ igiť p quartā sexti ⁊ per primā ptē.15.eiusdē supficies.a.e.⁊.e.b.ē sibi.s.supficiei.a.b. in.g.e. equalis cōstat duas lineas.a.e.⁊.e.b.esse quales volumus. ¶ Et nota ꝙ due linee quas docet hec.27.inuenire cōponunt lineā maiorē ⁊ minori eaꝝ abscisa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio .28.

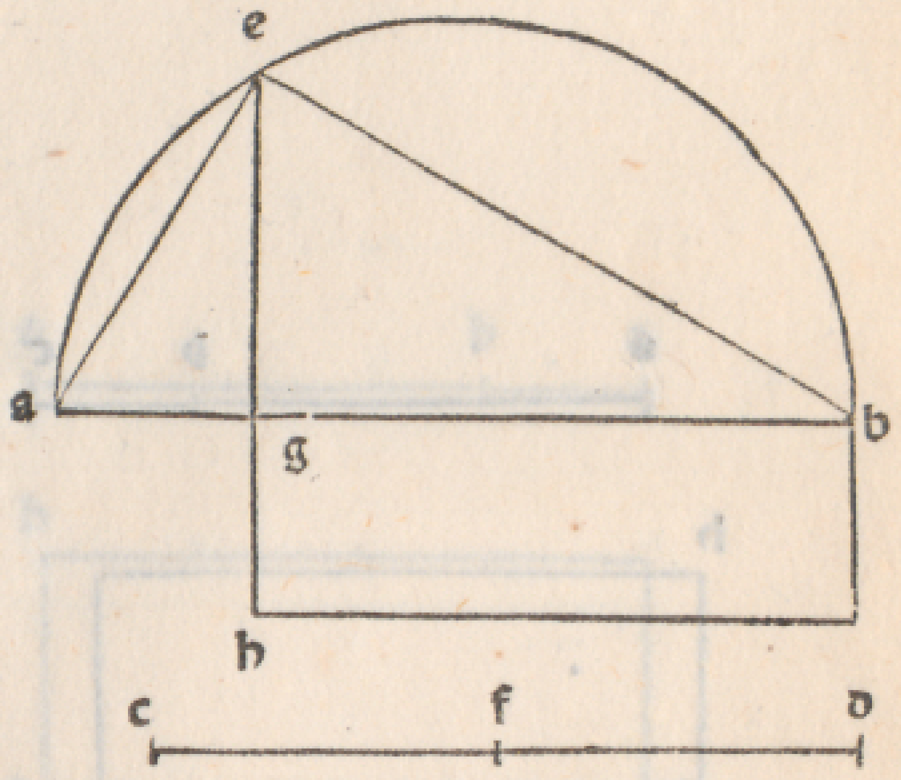
Duas lineas potentialiter incōmensurabiles superficieqꝫ rationalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter accepta sint mediale inuenire.

¶ Sit hic prorsus eadē dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee.a.b.⁊.c.d.quales ꝓponit.25.eruntqꝫ simili argumētatiōe premisse due linee.a.e.⁊.e.b.quales hec.18.proponit. Cum sit eni. a.b. linea medialis erit eius quadratū mediale per.19.⁊ iō quadrata duaꝝ lineaꝝ. a.e.⁊. e.b. sunt mediale per penulť.primi:⁊ quia.a.b.i.c.d.ꝯtinet supficiē rōnalem:sequitur etiā ut.a.b.in.c.f.⁊ ideo in.g.e.sibi equalē cōtineat superficiē rōnalem:itaqꝫ ⁊.a.e in.e.b.patꝫ ergo qđ queriť. ¶ Unde due linee quas hec.28.docet inenire cōponūt lineā potentē in rōnale ⁊ mediale ⁊ minori eaꝝ abscisa de maiori que reliqua ē dicitur linea que iuncta cum rationale componit totum mediale.

Propositio.29.

Duas lineas potentialiter incōmensurabiles superficieqꝫ medialē continentes quaꝝ quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superficiei vnius in alterā incōmēsurabile inuenire.

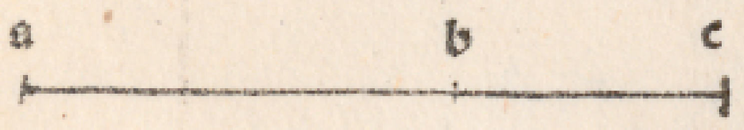
¶ Huius quoqꝫ dispositio a duaꝝ premissaꝝ dispositione non sit in quoquā diuersa. Sint aūt linee due.a.b.⁊.c.d.quales.26.ꝓponit eruntqꝫ p̄missa argumentatione due linee.a.e.⁊.e.b.quas inquirimus. Cū enim.a.b.sit linea medialis erunt quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.e.⁊.e.b.pariter accepta mediale.at cum.a.b ⁊.c.d.contineat superficiem medialē.sequiť ut.a.b.in.c.f.⁊ ideo in.e.g.sibi equalem contineat quoqꝫ superficiē medialē:omnis enī superficies mediali cōmunicās medialis esse conuinciť: queadmodū in.21.monstratū est : supficies igiť.a.e.i.e.b medialis est cū ipsa sit equalis supficiei .a.b.in.g.e. Quia vero linea.a.b. ē incōmensurabilis linee.c.d.erit etiā incōmensurabilis linee.c.f.quare ⁊ linee.e.g.quare per primā sexti ⁊ scōam ptē.10.huius :superficies.a.b.in.e.g.que est equalis superficiei.a.e.in.e.b.erit incōmensurabilis quadrato linee.a .b .itaqꝫ ⁊ quadratis duarum linearum.a.e.⁊.e.b.pariter acceptis: qđ cū ita sit sequitur quoqꝫ vt duplum superficiei.a.e.in.e.b.sit incōmensurabile quadratis predictis duaꝝ linearū



a.e.⁊.e.b.pariter acceptis ⁊ hoc erat mōſtrandū. ❡Due linee quas hec.29.docet inuenire cōponūt lineā potentē in duo medialia ⁊ minori eaꝝ abſciſa de maiori q̄ reliqua eſt dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Propoſitio 30.

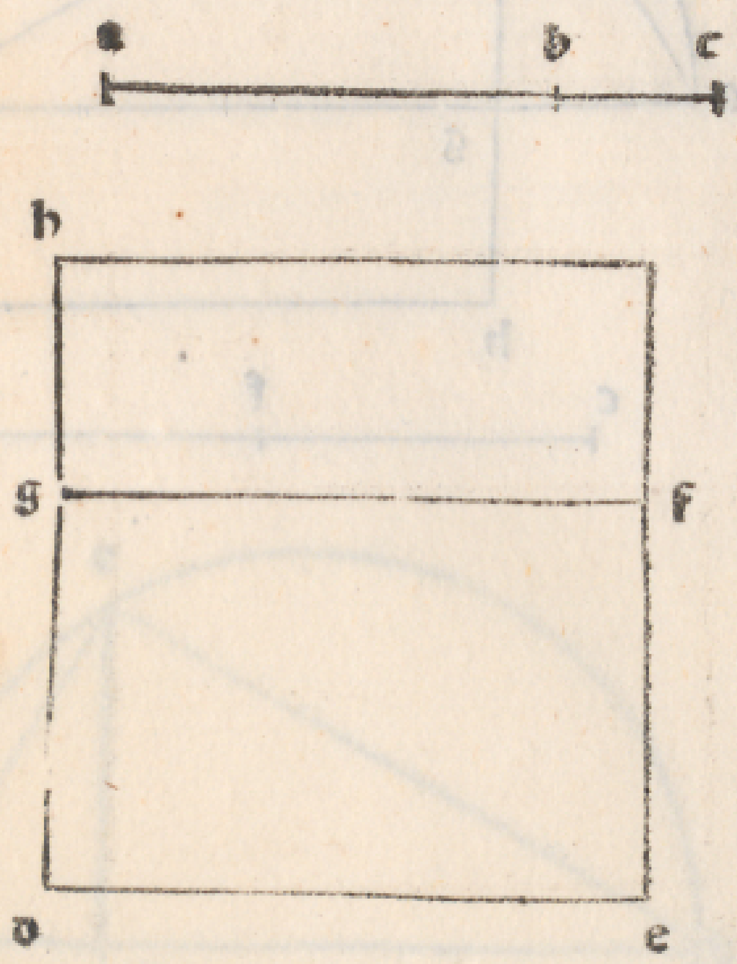
SI due linee potentialiter tantū rōnales cōmunicantes in longum directumqꝫ coniungantur: tota linea ex his compoſita erit irrationalis: diceturqꝫ binomium.



❡Sint due linee.a.b.⁊.b.c.in cōtinuū directūqꝫ cōiuncte rōnales in potentia tm̄ cōcantes: quas p.17.⁊.18.reperies: dico totā lineā.a.c ex eis cōpoſitā eſſe irrōnalem ⁊ ipſa vocatur binomiū. Eſt eni per quartā ſecundi quadratū.a.c.equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.⁊ duplo ſupficiei vni⁹ earum in alterā: quadrata aūt ambaꝝ faciunt ſupficiē rōnalem ex ypotheſi: duplū vero ſuperficiei vnius eaꝝ in alterā facit ſupficiē medialē ex.19.itaqꝫ quadrata ambarū pariter acceptaꝝ faciunt ſupficiē incōmenſurabilē duplo ſupficiei vnius earum in alterā.erit igiť ex.9.quadratū.a.c.incōmenſurabile duobus quadratis duarum lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.ꝑiter acceptis quare irrōnale ꝑ diffinitionē cū duo illa quadrata faciāt ſupficiē rōnalem.ideoqꝫ ſuum latus tetragonicū quod eſt.a.c. irrōnale quoqꝫ ꝑ diffinitionē: ꝯſtat ergo ꝓpoſitū.

Propoſitio .31.

SI due linee mediales potentia tantū cōicantes ſuperficiemqꝫ rationalē continentes directe coniunganť: tota linea ex his cōpoſita erit irrōalis diceťqꝫ bimediale p̄mū.



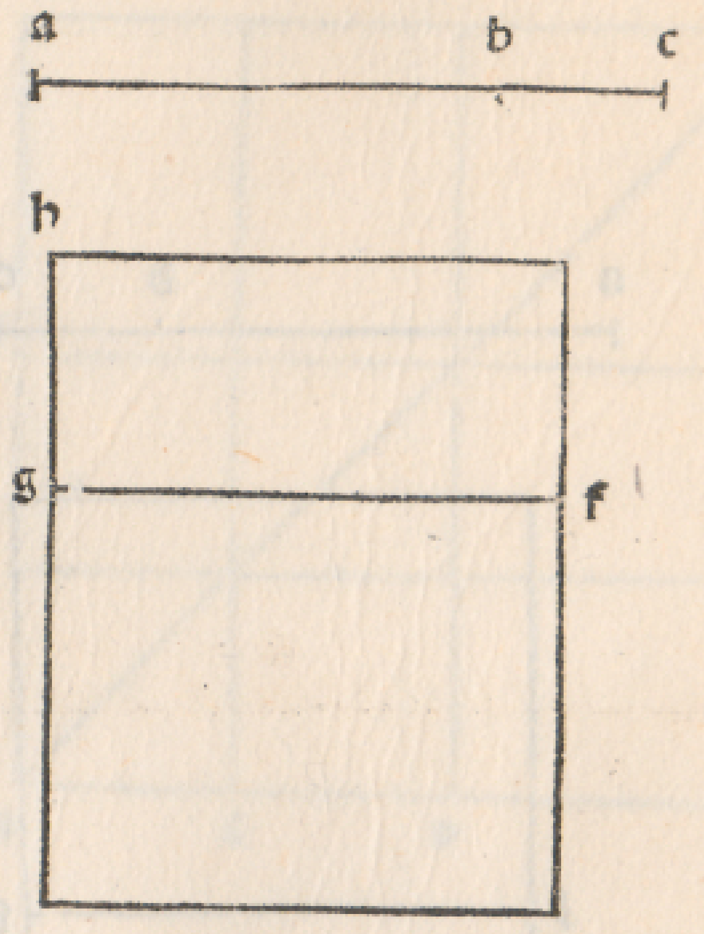
❡Sint due linee.a.b.⁊.b.c. i cōtinuū directūqꝫ ꝯiuncte quales proponuntur quas p.24.⁊.25.reperies: dico totam lineā.a.c.eſſe irrōnalem ⁊ ipſa vocatur bimediale primū.Eſt eni duplū ſupficiei.a.b. i.b.c. rōnale per ypothe.duoqꝫ quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.ꝑiter accepta faciunt mediale.cuꝫ vtrūqꝫ quadratū ſit mediale per ypotheſim ⁊ vnū coꝝ cōicans alij: duplū igitur ſuperficiei vnius eaꝝ in alterā eſt incōicans duob⁹ quadratis ꝑiter acceptis: totum ergo aggregatū ex duplo ſupficiei ⁊ duobus quadratis ⁊ ipſū ē quadratū toti⁹.a.c.per quartā ſcōi ē incōmenſurabile duplo ſupficiei vnius eaꝝ in alterā ꝑ.9.huius cū itaqꝫ duplū ſupficiei ſit rōnale erit quadratū.a.c. irrōnale. ideoqꝫ ⁊ linea .a.c. qḋ ē ꝓpoſitū. ❡Idē aliter: ſit linea.d.e.rōnalis in longitudine cui adiungať ſupficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a. b. ⁊.b.c. eritqꝫ ſupficies hec d.f.medialis cum vtrūqꝫ quadratū ſit mediale per ypothe.⁊ vnū coꝝ cōicans alij quare per.20.linea.d.g.eſt rōnalis in potentia tm̄: non cōicans in longitudine linee.d.e.rurſus ad lineā.f.g.que eſt equalis.d.e.adiūgať ſupficies.f.h.equalis duplo ſuperficiei. a.b.in.b.c.eritqꝫ.f.h.rōnalis per ypotheſim: quare per.16.linea.g h.erit rōnalis in longitudine: due itaqꝫ linee.d.g.⁊.g.h. ſunt potentialiter rōnales ⁊ in ea tm̄ cōicantes: ergo ꝑ.30.tota linea ex eis cōpoſita que eſt.d.h.eſt binomiū ⁊ irrōnalis: quare ꝑ.16.a deſtructione ꝯñtis ſupficies.e.h.ē irrōnalis. At quia ꝑ quartā ſcōi latus ei⁹ tetragonicū ē linea.a.c.ipſa erit irrōnalis ꝑ diffinitionē qḋ oportuit demōſtrari.

Propoſitio .32.

SI due linee mediales potentialiter tantum cōmunicantes ſuperficiemqꝫ medialē continentes directe coniungantur tota linea erit irrōnalis diceturqꝫ bimediale ſecundum.

❡Sint due linee.a.b.⁊.b.c.in cōtinuū directumqꝫ ꝯiūcte ut ꝓponiť

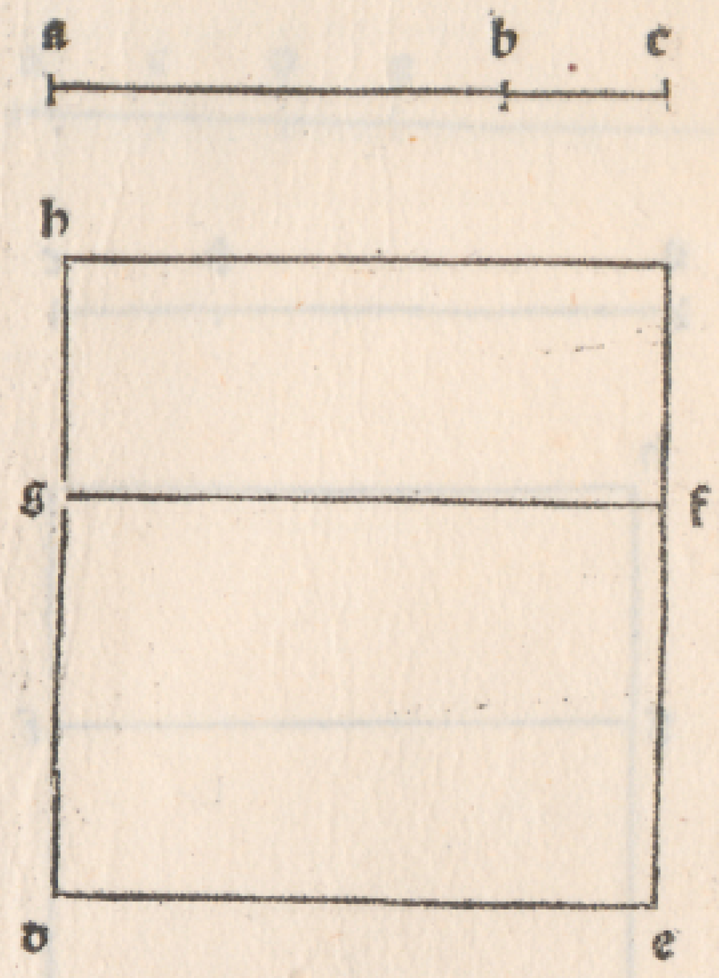
quas per.26.contingit reperiri: dico totã.a.c.ex eis cõpositã esse irrõnalem ⁊ ipsa
vocatur bimediale scđm. Esto enim linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiunga
tur supficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.ꝑiter acceptis
⁊ quia ex ypothesi duo illa quadrata sunt cõicantia: ⁊ vtrũqȝ mediale: erit superfi/
cies.d.f.medialis quare per.20.linea.d.g.que est eius latus scđm est rõnalis i po/
tentia tm̃: ⁊ linee.d.e.incõmensurabilis in longitudine: Rursus adiungat̃ ad lineã
g.f.que est equalis linee.d.e.supficies.f.h.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.erit
qȝ etiã supficies.f.h.medialis: erat enĩ per ypothesim supficies.a.b.i.b.c.media/
lis.ergo duplũ eius cui est equalis.f.h.erit mediale per.20.igitur est linea.g.h.ra/
tionalis in potentia tm̃ ⁊ incõmensurabilis in longitudine linee.g.f.qꝛ vero.a.b.
⁊.b.c.sunt potentialiter tm̃ cõicantes erit ꝑ primã sexti ⁊ per scđam ptem.10.huius
supficies vnius in alterã incõmensurabilis quadrato vtriusqȝ. At qꝛ quadrata eaꝝ
cõicant per ypothesim: erit dicta supficies quare ⁊ duplũ eius incõicans duobꝰ qua
dratis earũ pariter acceptis: due ergo supficies.d.f.⁊.f.h.sunt incõicantes: ꝑ pri/
mam itaqȝ sexti ⁊ scđam ptẽ.10.huius erit linea.d.g incõmensurabilis linee.g.h.
que cũ sint rõnales in potẽtia: erit per.30.tota linea.d.h.binomium ⁊ irrõnalis: er
go per.16.a destructione ꝯñtis erit supficies.e.h.irrõnalis. Et qꝛ latus eius tetra/
gonicũ per quartã scđi est linea.a.c. sequitur per diffinitionẽ ꝙ linea.a.c. sit irra/
tionalis: qđ ꝓpositũ erat ostendere.



Propositio .33.

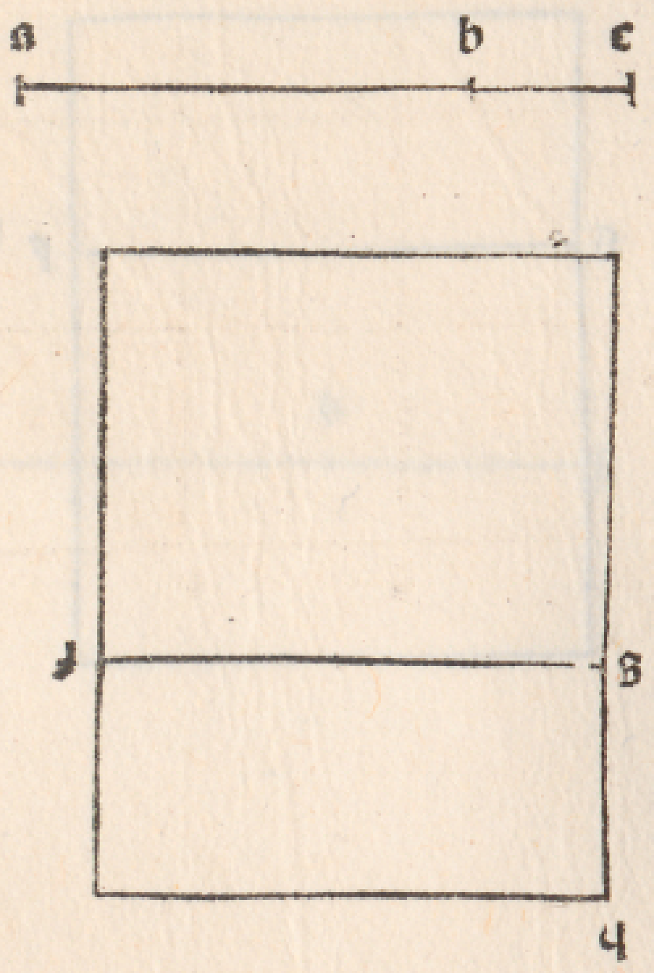
CUm coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmensu/
rabiles supficiẽqȝ medialẽ continẽtes quaꝝ ambo q̃drata
ꝑiter accepta sũt rõnale: tota linea erit irrõnalis diceturqȝ
linea maior.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c.sibi in continuum directumqȝ coniuncte
sicut ꝓponitur: quas cõtingit ex.27.repire: dico.a.c.ex eis cõpositã esse lineã irrati
onalẽ ⁊ ipsa vocat̃ linea maior. Cũ enĩ ambo quadrata ꝑiter accepta sint rõnale su
perficies vero alteriꝰ in alterã quare et eius duplũ medialis ꝑ ypothesim: erit totũ
ex duobus quadratis ꝑiter acceptis incõicans duplo supficiei vnius in alterã.itaqȝ
totũ aggregatũ ex duobus quadratis ⁊ duplo supficiei ⁊ ipsũ est equale quadrato
a.c.per quartã scđi: erit ꝑ.9.huiꝰ incõmensurabile duobus quadratis.a.b.⁊.b.c.ꝑi
ter acceptis: per diffinitionẽ ergo ẽ quadratũ linee.a.c.irrõnale ⁊ linea.a.c.irrõna
lis qđ ẽ propositũ. ¶ Idẽ aliter sicut i p̃missis ad lineã.d.e.que sit rõnalis in longi
tudine adiungat̃ supficies.d.f.que sit equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b
⁊.b.c.pariter acceptis eritqȝ rõnalis per ypothesim quare per.16.latus eius scđm
qđ est.d.g.erit etiã rõnale in longitudine ⁊ cõicans linee.d.e. Rursus ad lineã.f.g.
adiungatur superficies.f.h.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.eritqȝ medialis per
ypothesiȝ: quare per.20.linea.g.h.que est eius latꝰ scđm ẽ rõnalis in potentia tãtũ
per.30.igitur est linea.d.h.binomiũ ⁊ irrõnalis: ideoqȝ per.16.a destructione con/
sequentis superficies.e.h.est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per
quartaȝ secundi est.a.c.ẽ irrationale per diffinitionem: qđ volumus ostendere.



Propositio .34.

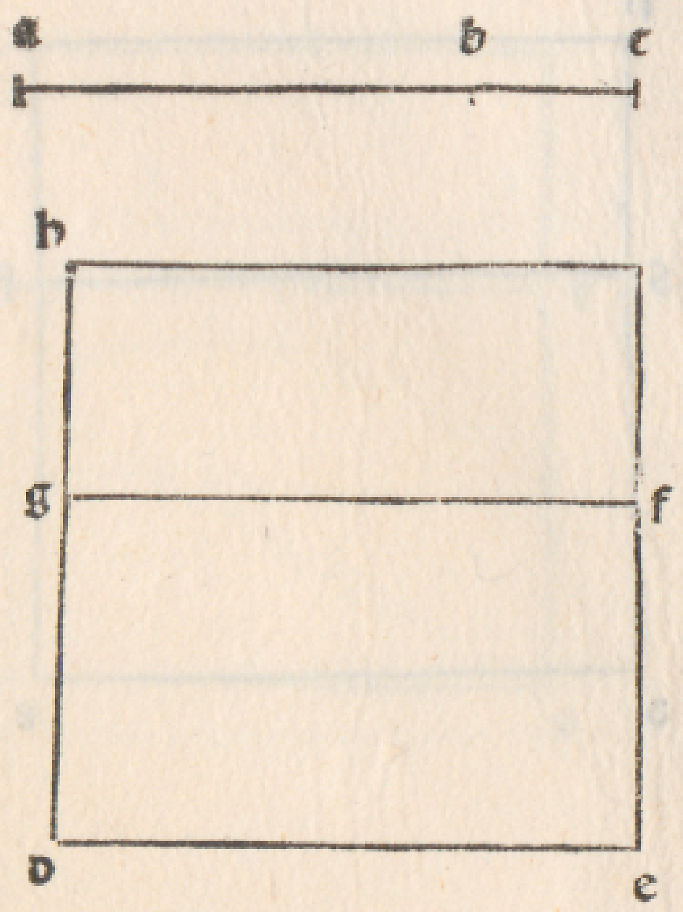
Cum cõiuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles superficiemq̃ rõnalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis diceturq̃ potens in rõnale ⁊ mediale.



¶ Sint ut in premissis due linee .a.b. ⁊ .b.c. in continuũ directumq̃ coniuncte quales ꝓponiť: ⁊ ipse sunt ex .28. sumende: dico ꝙ tota linea .a.c. ex eis cõposita erit irrõnalis ⁊ illa vocatur linea potẽs ĩ rõnale ⁊ mediale. Cũ sit enĩ superficies .a.b. in .b.c. rationalis per ypothesim. ideoq̃ ⁊ duplũ eius ac ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: sequitur per quartã secũdi ⁊ .9. huius quẽadmodũ in premissis ꝙ quadratũ totius .a.c. sit incõicans duplo superficiei .a.b. in .b.c. ꝑ diffinitionẽ igitur ipsũ est irrõnale ⁊ linea .a.c. irrationalis qḋ ẽ propositũ. ¶ Idẽ aliter: sit vt in premissis linea .d.e. rationalis in longitudine superficiesq̃ .d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duaꝝ lineaꝝ .a.b. ⁊ .b.c. eritq̃ medialis per ypothesim: ꝑ .20. igitur: erit linea .d.g. rõnalis in potentia tm̃ nõ cõmunicans in longitudine linee .d.e. Sitq̃ superficies .f.h. adiuncta ad lineã .g.f. equalis duplo superficiei .a.b. in .b.c. eritq̃ rõnalis per ypothe. ⁊ iḋ ꝑ .16. latus ei⁹ ſm quod ẽ .g.h. rõnale in longitudine quare per .30. linea .d.h. ẽ binomium ⁊ irrationalis: ⁊ superficies .e.h. per .16. a destructione ꝯñtis est irrõnalis. Cum itaq̃ linea .a.c. sit eius latus tetragonicũ: per quartã scḋi: sequiť ut .a.c. sit irrõnalis ꝑ diffinitionem: ꝯstat ergo propositũ.

Propositio .35.

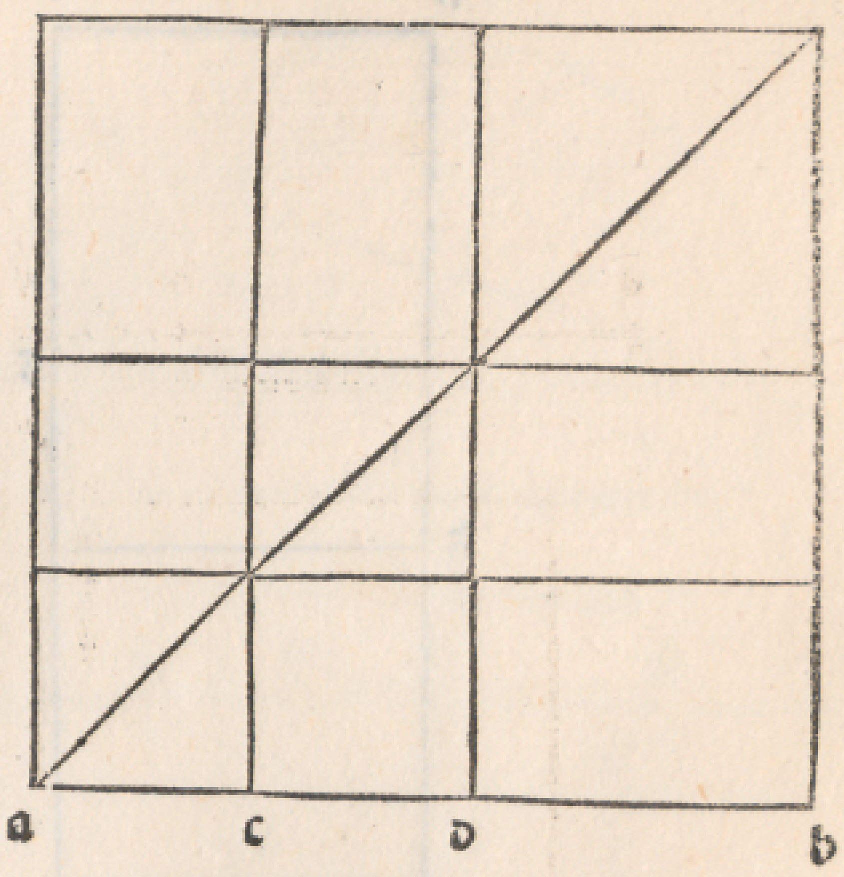
Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles superficiemq̃ medialẽ cõtinentes quaꝝ quadrata ambo ꝑiter accepta sit mediale duplo sup̃ficiei vni⁹ ĩ alteram incommensurabilem tota linea erit irrõnalis diceturq̃ potens in duo medialia.



¶ Sint quoq̃ due linee hic .a.b. ⁊ .b.c. in cõtinuũ directũq̃ cõiuncte ut proponiť que ex .29. sumende sunt: dico ꝙ linea .a.c. ex eis cõposita est irrõnalis ⁊ ipsa diciť potens in duo medialia. Adiungatur enĩ ad lineã .d.e. que sit rõnalis in longitudine superficies .d.f. equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ .a.b. ⁊ .b.c. pariter acceptis: eritq̃ medialis per ypothesiz quare per .20. linea .d.g. erit rõnalis in potẽtia tantũ ⁊ incõmensurabilis .d.e. linee rõnali in longitudine. Rursus ad lineã .g.f. que est equalis .d.e. adiungatur superficies .f.h. que sit equalis duplo sup̃ficiei vni⁹ in alterã erit etiã ex ypothesi medialis quare per .20. linea .g.h. erit rõnalis in potẽtia tm̃. at q̃ per ypotesim ambo quadrata pariter accepta sunt incommensurabile duplo superficiei vnius in alterã sequitur ut .d.f. sit incõmensurabilis .f.h. quare ꝑ primam sexti ⁊ secundam partẽ .10. huius linea .d.g. est incõmensurabilis .g.h. per .30. igitur est linea .d.h. binomiũ ⁊ irrõnalis. itaq̃ sup̃ficies .e.h. est irrõnalis ⁊ ei⁹ latus tetragonicum qḋ ẽ .a.c. ut in premissis: quare constat propositũ. Si aũt duplum superficiei .a.b. ⁊ .b.c. non esset incõmensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea .a.c. medialis. esset enĩ .d.f. cõicans .f.h. ideoq̃ linea .d.g. linee .g.h. tota igiť .d.h. esset rõnalis in potentia tm̃ ⁊ incõmensurabilis in longitudine linee .d.e. per .19. igiť esset sup̃ficies .e.h. medialis eiusq̃ latus tetragonicum qḋ ẽ .a.c. linea medialis. Ut aũt facilior fiat doctrina sequẽtiũ premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

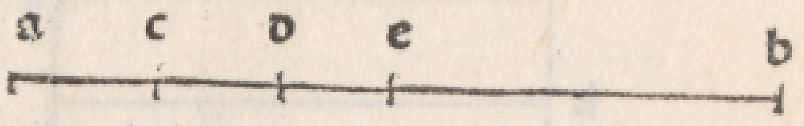
¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarũ se/ctionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vni⁹ earũ in alteram quantũ ẽ quadratum eius linee qua maior excedit minorẽ.

¶ Sit eni linea.a.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.sitqꝫ maior portio.c.b. de qua sumatur.c d.equalis.a.c.dico ꝙ quadrata duaꝝ linearum.a.c.⁊.c.b. sunt amplius duplo superficiei vnius i alteram in quadrato linee . d.b. nam quod fit ex.a.c.in.c.b.bis cum quadratis duarum linearũ.a.c.⁊.c.b. est equale ei quod fit ex.a.c.in.c.b.quater cum quadrato.d.b.eo ꝙ vtraqꝫ hec equalia sunt quadrato li/nee.a.b.primum quidem per quartam secundi scõm vero per.8.eiusdem. Dem/ptis itaqꝫ vtrũqꝫ equalibus videlicet eo qȯ fit ex.a.c.in.c.b.bis erũt residua q̃ sũt/ de primo quidẽ quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c.b.de secundo vero quod fit ex.a.c: in.c.b.bis cum quadrato.d.b.equalia: quare constat propositũ. Ex hoc ergo mani/festũ est ꝙ si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum partiũ pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc ẽ pro/pter quod istud premisimus.



¶ Si aliqua linea per duo inequalia.itemqꝫ alia duo inequalia diui/datur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt ampli⁹ quadratis minus inequalium pariter acceptis quantũ est duplũ qua/drati illius linee que inter vtrasqꝫ ẽ sectiones ⁊ quadruplum eius qȯ fit ex eadem linea in eam que est inter punctũ sectionis minus inequa/lium ⁊ punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

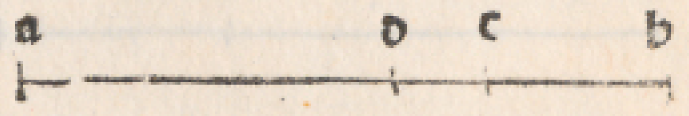
¶ Sit linea.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.itemqꝫ per alia minus inequa/lia in puncto.d.rursus per equalia i.e. dico ꝙ quadrata duaꝝ partium magis in/equalium que sunt.a.c.⁊.c.b.tantum sunt amplius duobus quadratis duarum li/nearum minus inequalium que sunt.a.d.⁊.d.b.quantum est duplum quadrati linee.c.d.⁊ quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.sunt enim per.9. secũdi qua/drata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.pariter accepta dupla quadratis duarum linea/rum.b.c.⁊.e.c.pariter acceptis.at per eandem.9.secundi quadrata duaꝝ linearuꝫ a.d.⁊.d.b.piter accepta dupla sũt quadratis duarũ linearum.b.c.⁊.e.d.piter ac/ceptis: itaqꝫ quadrata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.pariter accepta excedũt qua/drata duarum linearum.a.d.⁊.d.b.pariter accepta in eo quo duplũ quadrati li/nee.c.e. excedit duplum quadrati linee.d.e.hoc autẽ per quartam secundi est du/plum quadrati linee.c.d.⁊ quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.quare cõstat propositum. Ex hoc manifestum est ꝙ quanto fuerint sectiones alicuius linee ma/gis inequales tanto erunt earũ quadrata pariter accepta maiora: ⁊ hoc est ꝓpter quod istud premisimus.

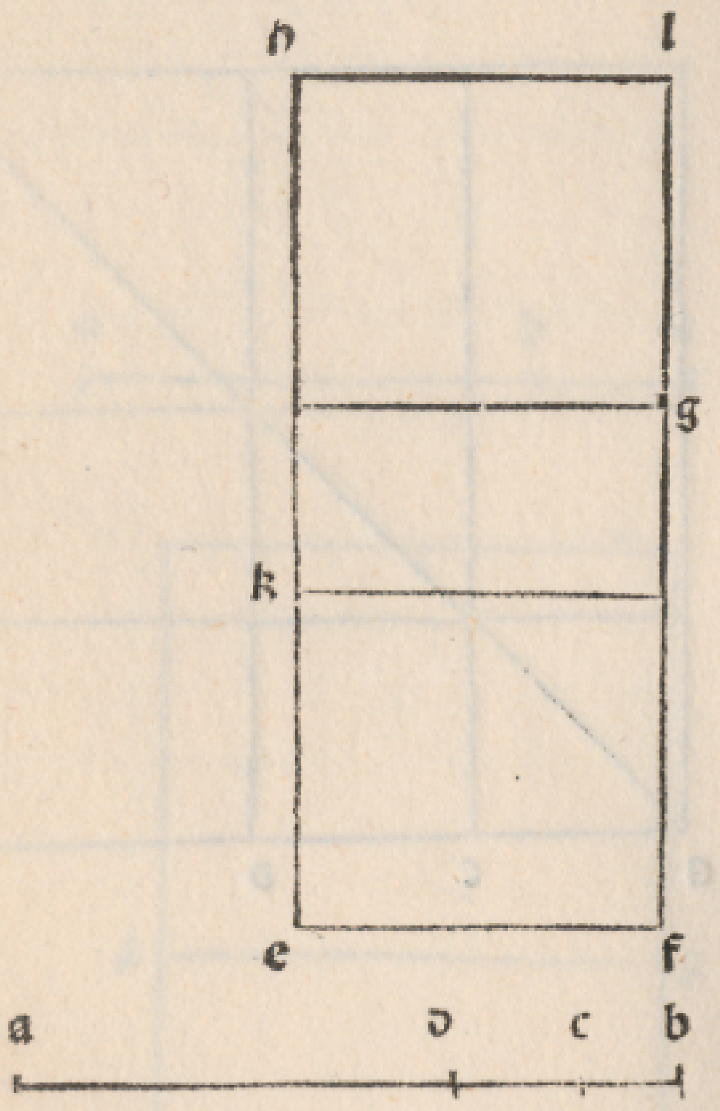


Propositio .36.

In alias duas lineas sub earum termino ex quibus cõiun/ctum ⁊ nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶ Sit linea.a.b.binomium eritqꝫ ex.30.composita ex duabus lineis in potẽtia tm̃ rõnalib⁹ cõicantib⁹ q̃ sint.a.c.⁊.c.b.dico ꝙ ipossibile ẽ eã diuidi i alias duas lineas sub hac dione videlicet ꝙ ipi sint potẽ/tia tm̃ rõales cõicãtes: si eni põt diuidat̃ i.a.d.⁊.d.b.q̃ sint potẽtia rõales tm̃ cõi/cãtes. Esto quoqꝫ linea.e.f: rõnalis in lõgitudine cui adiungat̃ superficies .c.g. que





sit equalis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c.b.pariter acceptis ⁊ sup̄ficies. f.b. que sit equalis quadrato linee.a.b.eritqꝫ superficies.e.g.rōnalis eo ꝙ vtrūqꝫ quadratoꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c.b.pariter acceptis est rōnale per ypothesim ⁊ superficies .g.b. medialis per.19.qm̄ ipsa est equalis duplo superficiei.a.c. ī.c.b.ꝑ quartā scōi.Sit igit̄ rursus sup̄ficies.f.k.eq̄lis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d ⁊.d.b.pariter acceptis que cū sint diuerse a duabus lineis.a.c.⁊.c.b.erit per scōm p̄demonstratoꝝ antecedentium superficies.f.k.diuersa a sup̄ficie.e.g.eaꝝ ergo differētia sit.k.g. eritqꝫ ꝑ q̄rtā scōi excessus sup̄ficiei.f.b.sup̄.f.k.qui sit.k.l.eq̄lis duplo ei⁹ qđ fit ex.a.d.ī.d b.⁊ ꝓpter hoc erit etiā sup̄ficies.f.k. rōalis.⁊ sup̄ficies.k.l.medial': itaqꝫ sup̄ficies k.g.cum ipsa sit differentia duarū superficieꝝ rōnalium que sunt.e.g:⁊.f.k.erit rationalis.Non enī differt rationale a rōnali nisi in rōnali.⁊ hoc dico diffinitione ⁊ 9. huius hoc ꝯfirmantibus. Eadē quoqꝫ cū ipsa sit differentia duaꝝ superficierum medialium que sunt.g.b.⁊.k.l.erit irrationalis per.22.quod est impossibile.

Propositio .37.

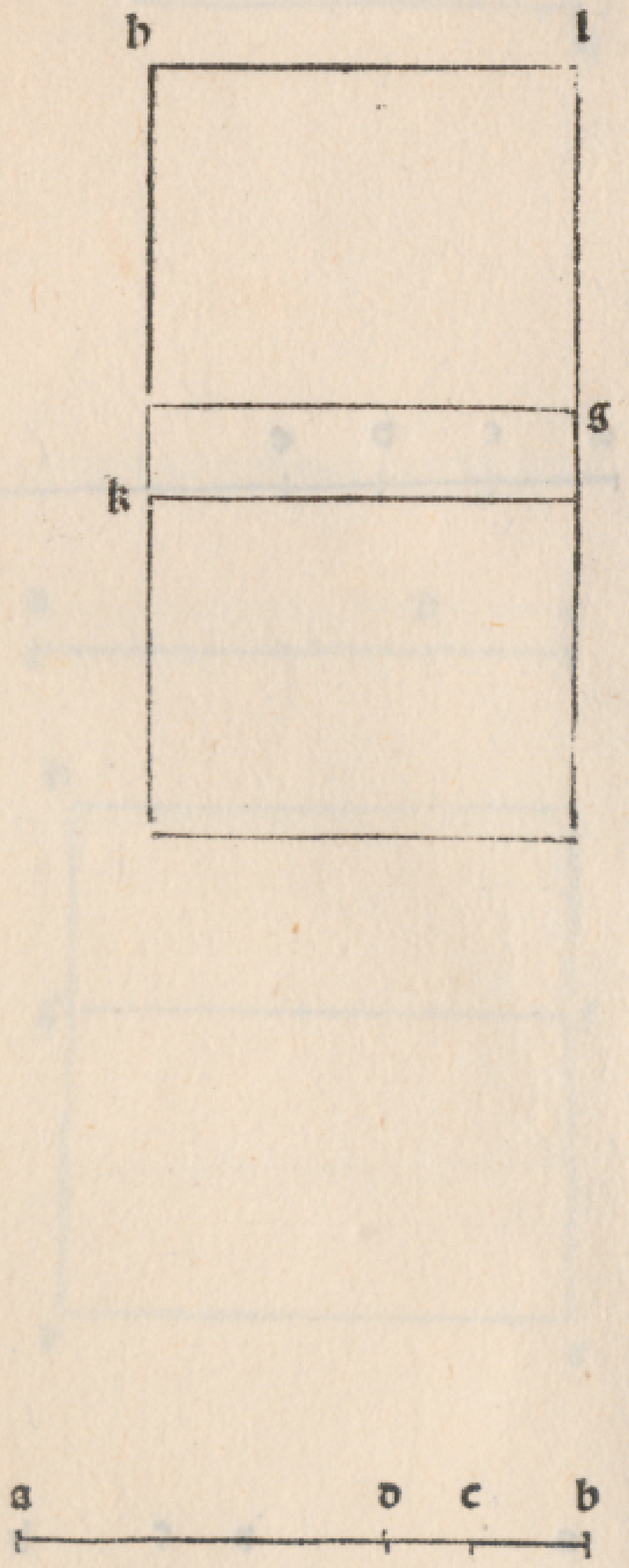
Bimediali primo ꝺm terminū suum in duas lineas mediales diuiso:sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

¶ Sit quoqꝫ hic linea.a.b.bimediale primū diuisa ī duas lineas mediales potentia tantum cōicantes superficiemqꝫ rōnalem continentes:ex quibus.31.asserit eā cōponi que sint. a.c.⁊.c.b.dico ꝙ impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub eaꝝ diffinitione.Qđ si possibile fuerit diuidam eā in puncto.d.assumptaqꝫ linea rōnali.e.f.adiungatur ei.e.g:equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c .b.et superficies.f.b.equalis quadrato.a.b.⁊ superficies.f.k.equalis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.⁊.d.b.eritqꝫ per quartā scōi.g.b.eq̄lis duplo superficiei.a.c.ī.c.b.⁊ per eandē erit.k.l.equalis duplo superficiei.a.d. in.d.b. propter ypothesim quoqꝫ erit vtraqꝫ duaꝝ superficieꝝ .e.g.⁊.k.f.medialis ⁊ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.g.b.⁊.k.l.rōnalis. hoc autē impossibile:esset enī per primum superficies.k.g.irrōnalis ex.22.per secundū autē eadē esset rōnalis ex diffinitione ⁊.9.qđ est incōueniens.

Propositio .38.

Bimediale secūdū nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

¶ Sit vt prius linea.a.b.bimediale scōm diuisa ī duas lineas.a.c.et c.b.mediales:potentia tantuꝫ communicantes superficiemqꝫ medialem continentes:ex quibus.32.proponit eam componi:dico ꝙ impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione ī alias duas:Sin autem diuidatur in.d.sintqꝫ vt prius superficies.e.g.f.b.⁊.f.k .adiuncte ad lineā rōnalem.e. f.erūt qꝫ per presentes ypotheses vtreqꝫ sup̄ficies.e.g.⁊.g.b.mediales quare ꝑ.20.vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.f.g.⁊.g.l.erit rationalis in potētia tantū nō cōicās ī longitudine linee.e.f.At q2 due linee.a.c.⁊.c.b.erūt incōmensurabiles in longitudine:sequitur per primā sexti ⁊ per scđam ptē.10.huius ꝙ vtrūqꝫ q̄dratoꝝ lineaꝝ.a. c.⁊.c. b:sit incōmensurabile sup̄ficiei vni⁹ ī alterā:cūqꝫ dicta q̄drata cōicent:ex ypothesi sequit̄ vt ambo q̄drata p̄iter accepta sint incōmēsurabile superficiei vni⁹ ī alterā. ideoqꝫ ⁊ ei⁹ duplo:quare superficies.e .g.incōmēsurabil' ē sup̄ficiei.g.b.⁊ linea .g.f. linee



g.l.per primā sexti ⁊ scđam ptē.10.huius:itaqꝫ per.30.linea.f.l.ē binomium diui/sa ſm suū terminū i pūcto.g.¶Eodēqꝫ mō ꝓbabiť ipsā binomiū esse mediantibꝰ supficiebus.e.m.⁊.m.h.diuisam scđm suū terminū in puncto.m.qđ est impossibile p.36.Nō eni pōt dici ꝙ linea.f.l.diuisa sit ad puncta.g.⁊.m.in partes consiles sic eni esset linea.f.m.equalis.g.l.sed ipsa ē maior linea.m.l.ut patet ex pmo premissoꝝ antecedentiū hꝰ⁊ pma sexti cū.e.m.supficies sit maior.h.m.superficie: huius aūt demōstrationis modus potest esse cōis.37.ceterisqꝫ eam sequentibus.

Propositio .39.

LInea maior nisi in duas lineas tantū ex quibꝰ constat sub earum termino diuidi non potest:

¶Sit quoqꝫ hec linea maior.a.b.diuisa ad punctū.c.ī duas lineas potentialiter incōmensurabiles supficiēqꝫ medialē cōtinentes quarū ambo quadrata pariter accepta sint rōnale:ex talibus eni cōponitur vt affirmat.33.dico ꝙ impossibile ē ad aliū punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsā diuidi ꝙ si pōt.sit hic ad.d.maneant sub his eadē figura eedemqꝫ ypotheses que prius ⁊ argue quēadmodū in.36.supficiē.g.k.esse rationalē ⁊ irrationalem:qđ est impossibile.

Propositio 40.

LInea potens in rōnale ⁊ mediale nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶hec quoqꝫ.40.manentibus prioribus figura ⁊ positionibus exceptoqꝫ ipsa linea.a.b.diuidatur in punctum.c.in illas duas lineas ex quibus.34.dicit eā cōponi probabiť:quēadmodū.37.Si autē aliter fuerit qꝫ proponat erit supficies.k.g.rōnalis ⁊ irrōnalis:qđ esse non potest.

Propositio .41.

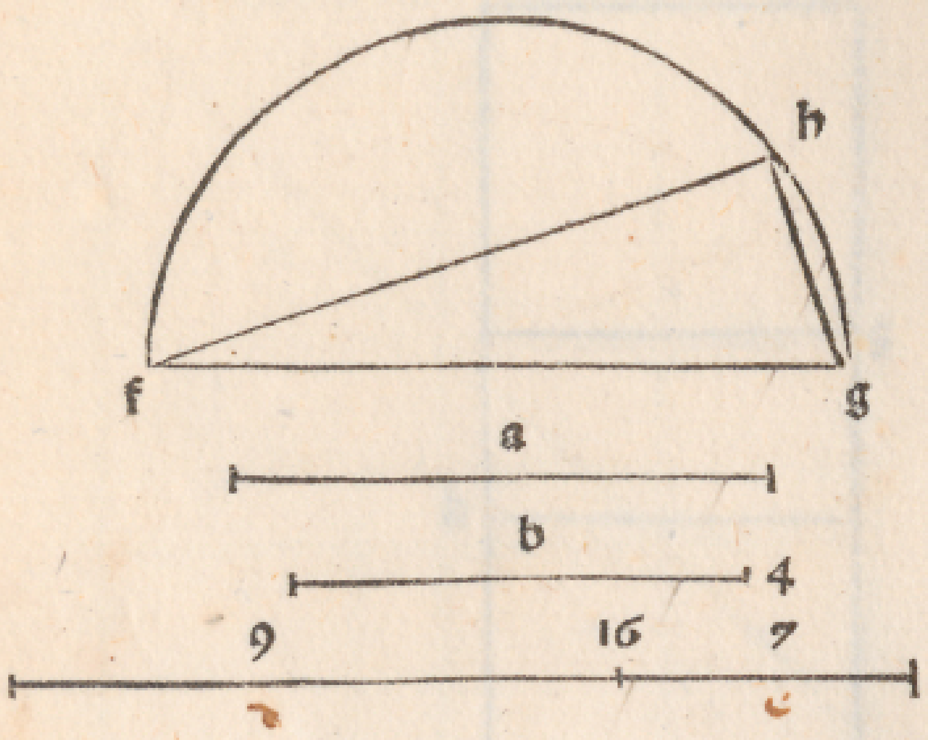
LInea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino eaꝝ ex quibus coniuncta est:sed in suas tantū duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶hec eni.41.diuisa linea.a.b.ad punctum.c.i eas ex quibus.35.asserit eam componi ceterisqꝫ ut supra tam figira qꝫ positionibus manētibꝰ ꝓbať sicut.38.nā dato opposito ꝓpositi.Seqť oppositū.36.qđ ē īpossibile

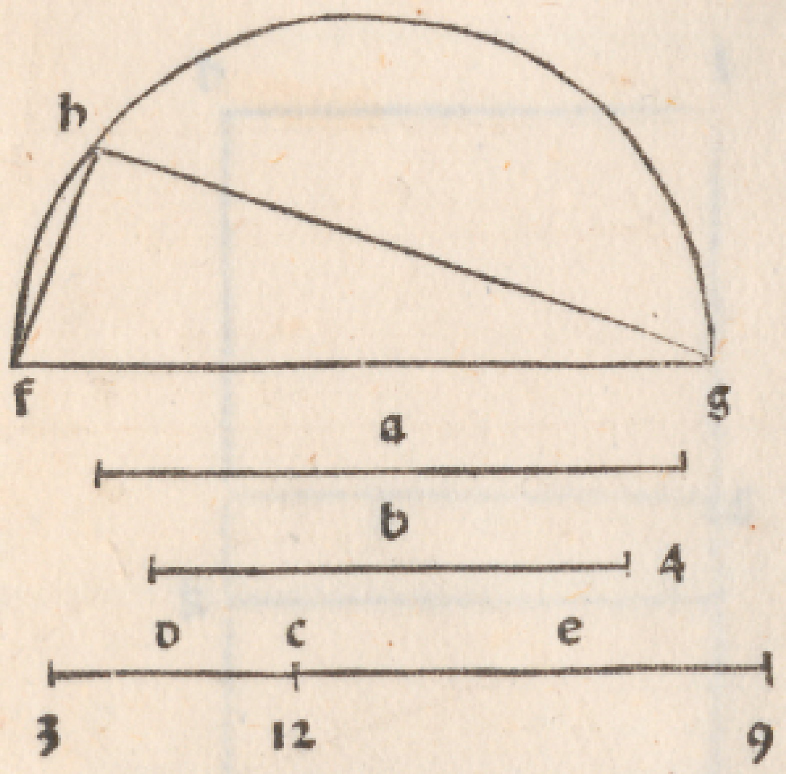
¶Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmēto quadrati linee cōicantis eidem longiori in longitudine fueritqꝫ eadē lōgior linee posite rōnali cōicans ipsiꝫ:vocabiť binomiū primū.Si vero breuior posite rōnali cōmunicet diceť binomiū scđm.Qđ si neutra portionū eiꝰ posite rōnali cōicet appellabiť binomiū tertiū.Itē si longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratū alicuius linee ipsi longiori icōmensurabilis i lōgitudie fueritqꝫ lōgior portionū posite linee rōnali cōicās i lōgitudie ipsū nūcupabiť binomiū binomiū quartū.Si vero breuior posite rōnali cōicet i longitudine quintū noiabiť.Si aūt neutra portionū eiꝰ posite rōnali cōicet i lōgitudine erit binomiū sextū.

Propositio .42.

BInomiū primū inuenire.¶Sit.a.linea rōalis posita:sumātqꝫ duo numeri qdrati.b.⁊.c.quoꝝ.c.sit diuisibiľ i qdratū qui sit.d.⁊ i nō quadratum qui sit.e.ponatqꝫ ꝓportio quadrati linee.a.ad qdratum linee.f g.sicut numeri.b.ad numeꝝ.c.eritqꝫ ex scđa pte.7.linea

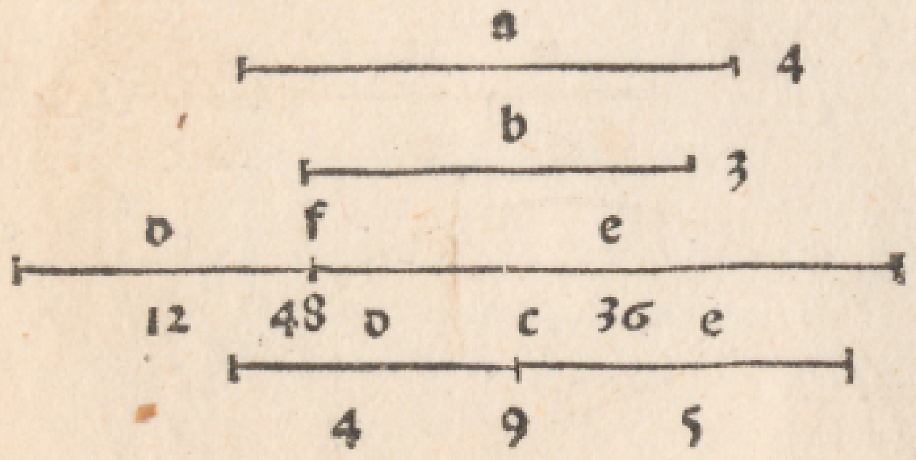


f.g.cõmunicans linee.a.rõnali posite i longitudine:super eã igitur linecetur.f.g.h. semicirculus: sitqȝ ꝓportio quadrati linee.f.g.ad quadratũ linee.f.h.sicut.c.ad.d ⁊ ducatur linea.g.h.dico ergo duas lineas.f.g.⁊.g.h.directe cõiunctas cõponere binomium primum. Est enim linea.f.g.que est longior potentior.linea.g.h.que est brevior in quadrato linee.f.h.per.30.tertij ⁊ penultimã primi:coicat autem linea.f.h.linee.f.g.in longitudine per scđam ptem.7. cum proportio quadratorum ipsaꝝ.f.g.⁊.f.h.sit sicut numeroꝝ quadratoꝝ qui sunt.c.⁊.d.linea vero.g.h.convincitur esse rõnalis in potentia tm̃:non cõicans linee.f.g.in longitudine. ideoqȝ neqȝ linee.a.rõnali posite:cum sit enim quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.f.h.sicut numerus.c.ad numeꝝ.d.erit per eversam ꝓportionalitaté quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.g.h.sicut numerus.c. ad numerum.e. cum itaqȝ.c.sit numerus quadratus.e.vero nõ q̃dratus: seq̃r per vlt̃.ptem.7.ut linea.g.h.sit incõmensurabilis linee.f.g.in longitudine:relinquit̃ igitur ipsam.g.h.esse rõnalé in potentia tm̃ ⁊ a dione lineas.f.g.⁊.g.h.ꝯponere binomiũ p̃mũ:qđ erat ĩveniédũ.



Binomium secundum reperire. Propositio .43.

¶Sit ut prius.a.rationalis linea posita.b.vero numerus quadrat⁹ c.vero sit numerus nõ quadratus divisibilis in.d.nõ quadratum et e.quadratũ.ita tñ ꝙ proportio totius.c.qui est nõ quadratus ad.d. qui est etiã non quadratus sit sicut numeroꝝ quadratoꝝ:talis autem numerus est. 12.⁊.48.divisibilis eni est.12.in.9.quadratũ numeꝝ ⁊.3. non q̃dratum:estqȝ ꝓportio.12.ad.3.sicut. 16.ad.4.quoꝝ vterqȝ quadratus eodé mõ.48. divisibilis est in.36.⁊.22.Tales aũt numeros sic reperies.Sit.a.numerus quadratus.b.quoqȝ sit vnitate minor ⁊cuius quadratũ sit.c.At vero.d.ꝓveniat ex.b.in.a eritqȝ ex prima incidentium noni.b.differétia.d.ad.c.ducatur idé.a.in.c.et ꝓveniat.e.eritqȝ.e.quadratus ex prima pte correl'.scđi noni eo ꝙ vterqȝ numerorum a.⁊.c.est quadratus per ypothesiȝ: fiat rursus.f.ex.a.in.d.eritqȝ.f.qualé querim⁹ est enim ex vltima parte predicti correl'.numerus.f.non quadrat⁹:eo ꝙ.d.numer⁹ sit nõ q̃drat⁹.Si eni.d.numer⁹ esset q̃drat⁹:esset quoqȝ.b.q̃drat⁹ ex.2. pte eiusdé correl'.2.noni ⁊ ex.22.octavi:⁊ qr.a.é quadrat⁹ esset p.16.eiusdé:tertius continue ꝓportionalis inter.a.⁊.b.qđ é ĩpossibile cũ sint sola vnitate distãtes:nõ est igit̃.d quadratus quare nec.f.est enim.f.equalis.d.⁊.e.qm̃ cum.b.sit differentia.d.ad.c vt patet ex premissis:erit per primam incidentium noni qđ fit ex.a.in.d.equũ his que fiunt ex.a.in.b.⁊ in.c.⁊ quia ex.a.in.b.fit.d.⁊ in.c.fit.e.sequitur ut.d.sit differentia.f.ad.e.⁊ quia per .18.septimi est.f.ad.e.sicut.d.ad.c.erit permutatim.f. ad.d.sicut.e.ad.c.Cũqȝ vterqȝ duoꝝ numerorum.e.⁊.c.sit quadratus manifestũ é numeꝝ.f.eé qualé volumus.é eni non q̃drat⁹ divisibilis ĩ.d.nõ q̃dratũ ⁊.e.quadratũ:cui⁹ ꝓportio ad.d.é sicut q̃drati ad q̃dratũ videlȝ.e.ad.c.cetera oĩa sint vt pri⁹:dico ꝙ linee.f.g.⁊.g.h.ꝯponũt binomiũ scđm.cũ eni sit q̃dratũ.a.ad q̃dratum.f.g.sicut.b.ad.c.rursusqȝ quadratum.f.g.ad quadratum. g.h. sicut.c.ad.e. erit per equã proportionalitatem quadratum.a. ad quadratũ. g.h. sicut.b. ad.e. cũ igit̃ vterqȝ duoꝝ numeroꝝ.b.⁊.e.sit q̃drat⁹ erit p scđam pté ⁊ linea.g.h.cõmũicãs in longitudine linee.a.rationali posite: de linea vero.f.g.constat ꝙ ipsa sit rationalis in potétia tm̃ nõ cõmunicans linee.a.rõnali posite in longitudine p vltimam partem.7.que cum sit potentior linea.g.h.in linea.f.h.per.30.tertij ⁊ penultimã primi:cõmunicet aũt linea.f.h.linee.f.g.in longitudine p scđam pté.7. eo ꝙ



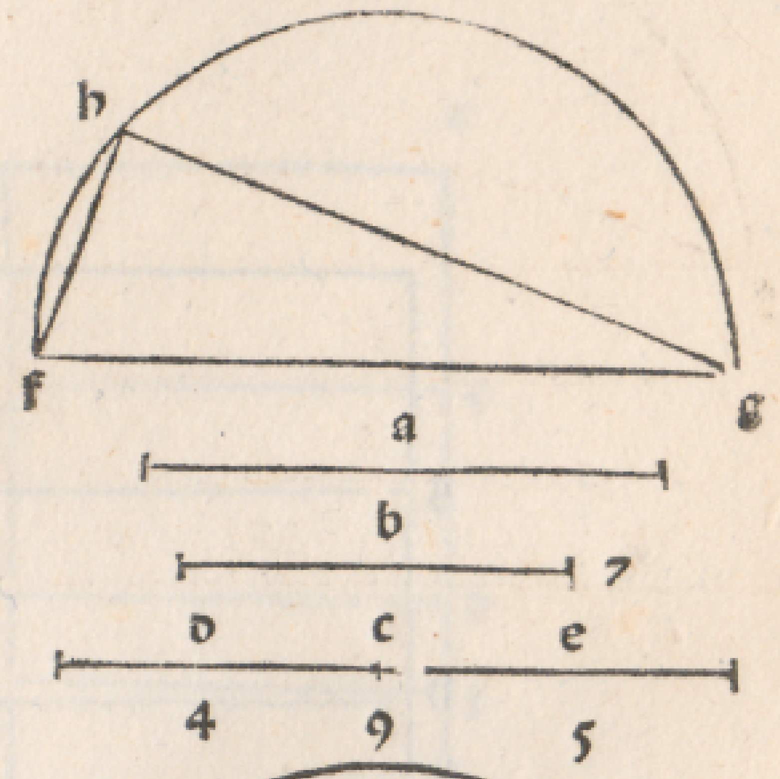
coꝝ quadrata sunt in ꝓportione numeroꝝ.c.⁊.d.quoꝝ est proportio sicut nume/
roꝝ quadratoꝝ per ypothesim: constat ꝓpositū. ¶Aliter quoqꝫ idem est linea.g.h
communicans a rationali posite in longitudine quā facile est inuenire sitqꝫ. c.nu/
merus quadratus diuisibilis in quadratū.d.⁊ non quadratū.e.sitqꝫ ꝓportio qua
drati linee.g.h.ad quadratū linee.f.g.sicut numerꝰ.e.ad numeꝝ.c. eritqꝫ.f.g. in/
cōmensurabilis linee.g.h.in longitudine per vltimā ptem.7.⁊ potentioꝛ ea i qua/
drato linee.f.h.cui cōicat in longitudine: primo per conuersā deinde per euersam
proportionalitatēm: ⁊ per scd̄am pte.7.ex diffinitione igitur linee.f.g.⁊.g.h. cōpo
nunt binomium scd̄m. Propositio .44.

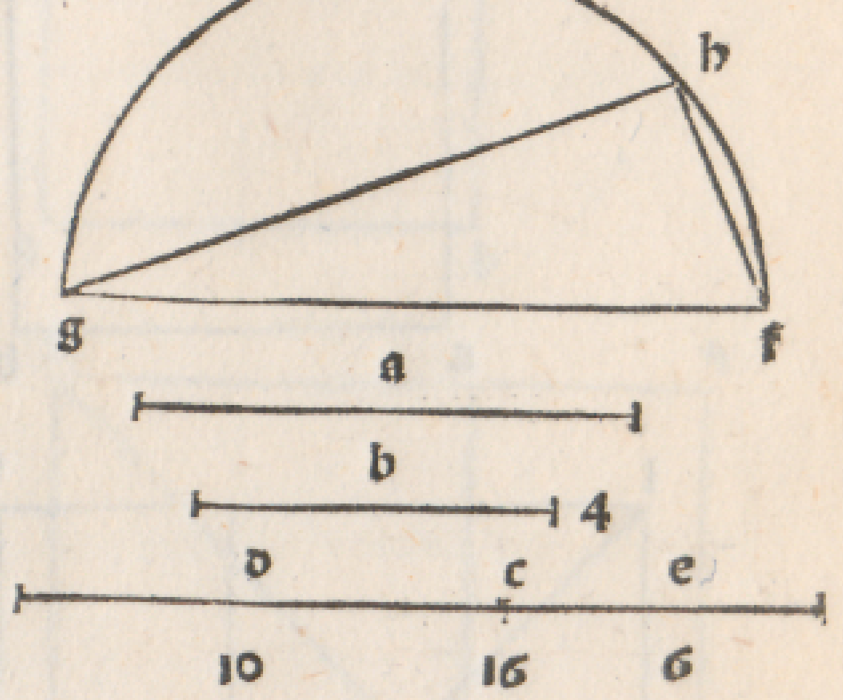
Binomium tertium inuestigare.
¶Binomiū quoqꝫ tertiū sic reperit: posita ut priꝰ linea.a.rōnali i lō
gitudine sit.b.numerus primus.c.vero quadratus diuisibilis in qua
dratum.d.⁊ non quadratū.e.cetera oīa sint vt prius: dico ꝙ due li/
nee.f.g.⁊.g.h.cōponunt binomiuꝫ tertiū: neutra eni eaꝝ est incom/
mensurabilis in longitudine linee.a.rōnali posite sed vtraqꝫ incōmensurabilis.f.g
quidē per vltimā ptem.7.h.g. vero per equā ꝓportionalitatem ⁊ vltimā partē.7:
Est eni p equā ꝓportionalitatē quadratū linee .a.ad q̄dratū linee.g.h .sicut nume
rus.b.ad numeꝝ.e.mediantibꝰ :hinc quidē quadrato linee.f.g.inde vero numero
c.numeri autē.b.⁊.e.nō sunt in proportione aliquoꝝ quadratoꝝ: cū.b.sit numerꝰ
primus.si eni essent in proportione numeroꝝ quadratoꝝ: necesse esset p.16.octaui
⁊ octauā eiusdē: tertiū eis in cōtinua proportionalitate interesse.esset igitur per.17
eiusdē numerus.b.supficialis qd̄ ē impossibile cū sit primus p ypothe. incōmensu/
rabilis est itaqꝫ linea g.h.linea.a.rōnali posite ex vltima pte.7.qꝛ ergo linea .f.g.
potentioꝛ ē linea.g.h.in quadrato linee.f.h.ex.30.tertij ⁊ penul. primi que cōicat
ei in longitudine ex scd̄a pte.7.ex diffinitione binomij tertij: pꝫ nostra intentio

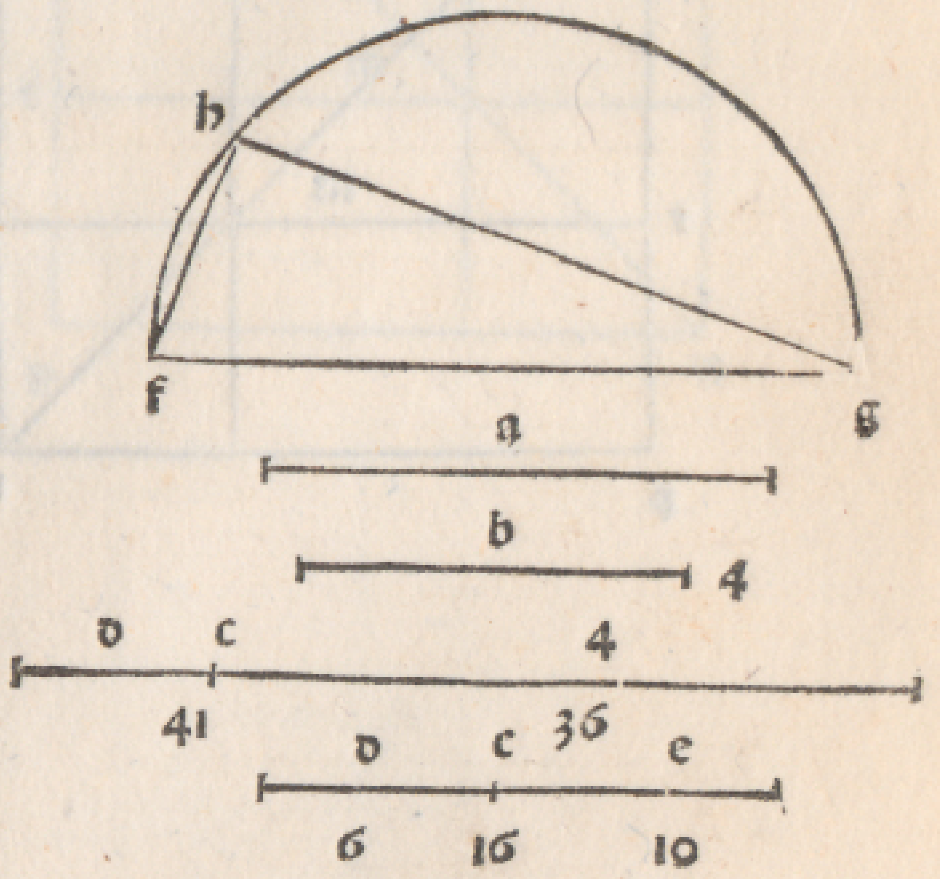
Binomium quartum scrutari. Propositio .45.
¶In inuentione binomij quarti eodē modo ꝓcedendū ē sicut in in/
uentione primi.excepto ꝙ q̄dratus numerus.c.diuidat̄ in duos nō
q̄dratos qui sunt.d.⁊.e.cetera oīa negocianda sunt hic ex diffinitio/
ne binomij quarti sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

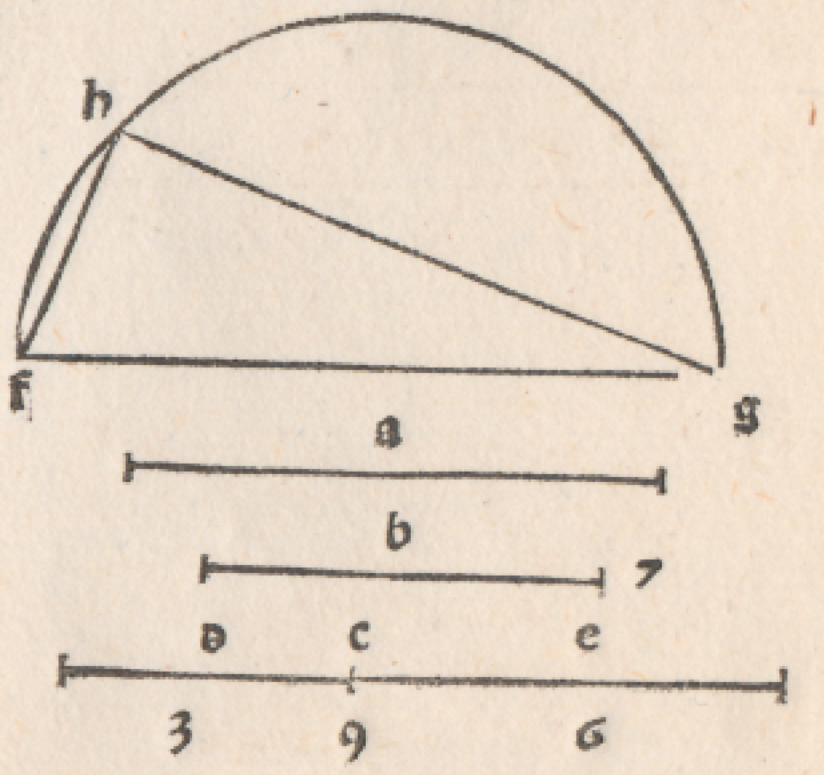
Binomium quintum querere. Propositio .46.
¶Huius inuentio sic ē sicut binomij scd̄i: excepto ꝙ numerꝰ.c.nō q̄/
dratus diuidet̄ in.d.nō quadratū ⁊.e.quadratū.ita tamē ꝙ ꝓpor/
tio.c.ad.d.nō sit sicut numeri q̄drati ad numeꝝ q̄dratū: Cetera oīa
sūt hic pquirenda ex diffinitione binomij quinti sicut ibi quesita sunt
ex diffinitione binomij scd̄i. vel pone ꝙ linea.g.h.sit cōicās linee.a.rōnali posite ī
longitudine: ⁊ pone numeꝝ.c.quadratū diuisū in duos nō q̄dratos qui sūt.d.⁊.e.
pone itaqꝫ ꝓportionē q̄drati linee.g.h.ad q̄dratū.f.g.sicut numeri.e. ad numeꝝ
c.deinde astrue ꝓpositū ex vltima parte.7.⁊ p̄miibꝰ ypothesibꝰ ⁊ conuersa ⁊ euersa
ꝓportionibus ⁊ iterū ex vltima parte. .ex diffinitione binomij quinti.

Propositio .47.
In binomio sexto demū oportet insistere. ¶Binomiū sextū
sicut tertiū scrutādū ē ⁊ tn̄ erit hic nūerꝰ q̄dratꝰ.c.diuisꝰ i duos nō q̄
dratos.d.⁊.c cetera ut ibi eritqꝫ ex dione binomii.6.linea q̄ꝫ ꝓponūt







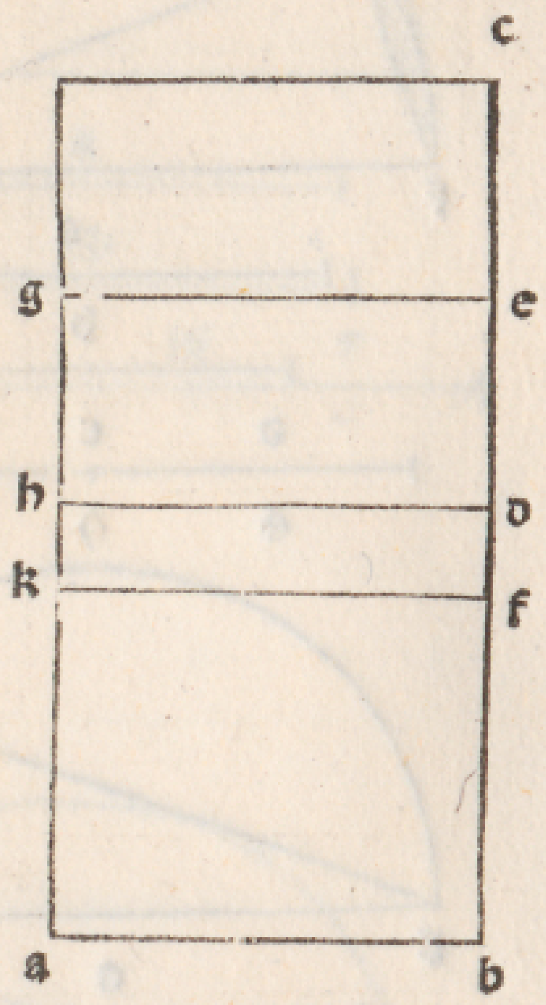


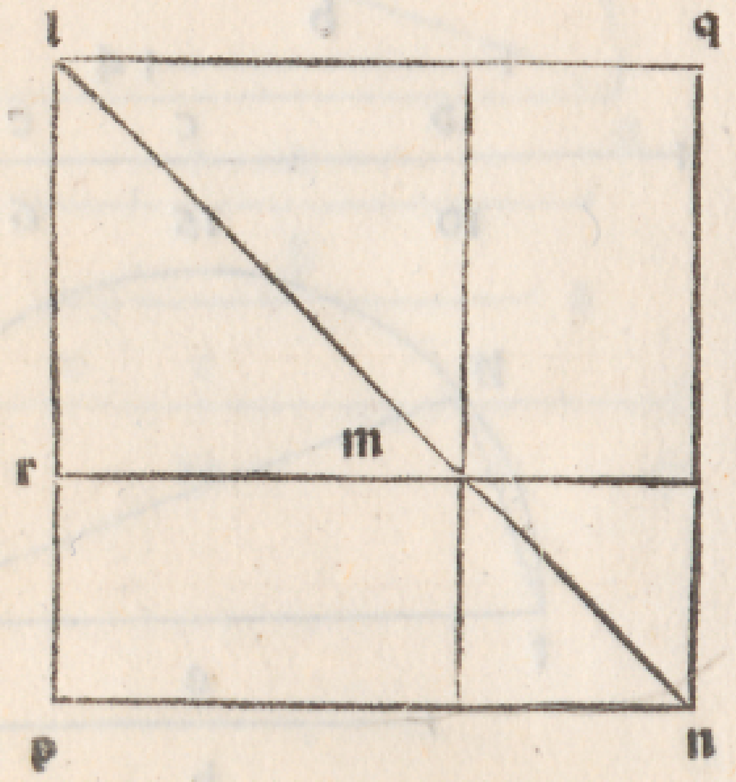
f.g.⁊.g.b.sibi inuicem directe cõiuncte binomiũ sextũ:qꝺ ẽ ꝓpositum inuenire.

Propositio .48.

Si fuerit superficies binomio primo lineaqꝫ rationali con tenta: latus qꝺ super eam potest binomium eẽ necesse est.

¶ Sit superficies.a.c.contenta linea rõnali.a.b.⁊ binomio primo ꝙ sit.b.c.dico ꝙ latus tetragonicũ superficiei. a.c.ẽ binomiũ :Sit enĩ punctus.d.cõmunis termin⁹ duaꝝ portionũ binomij prim i:b.c.cu ius maior portio sit.b.d.eritqꝫ rõnalis i longitudine ex diffinitione:⁊ cõmensura/ bilis linee.a.b.rõnali posite . Diuidatur item minor portio que est.d.c.per equa/ lia ad punctũ e.lineaqꝫ.d.b.diuidaᷣ sub ea conditione ad punctũ.f. qꝺ inter par/ tes eius que sũt.b.f.⁊.f d.cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat in.13.dictum est:ducantur autẽ linee.c.g.d.h.f.k. equidistantes linee.a .b.⁊ quia ex diffinitione binomij primi linea.d.b.est potentior linea.d. c.in quadrato linee sibi cõmunicantis in longitudine:sequitur ex scđa parte.13.ꝙ due linee.b.f.⁊.f.d. sint cõicantes: per.9.igitur est vtraqꝫ eaꝝ cõmunicans toti linee.b.d.quare ꝑ diffi nitionẽ ambe sunt rõnales in longitudine.ideoqꝫ per.15.vtraqꝫ duaꝝ superficieꝝ a.f.⁊.f.b.est rõnalis :describatur itaqꝫ quadratũ.l.m.cuius latus.l.r.equale sup/ ficiei.a.f.cui circũponatur gnomo protracta dyagonali.l.m.n.ad eam quantitatẽ qꝺ ipsius gnomonis quadratũ:qꝺ sit.m.n.sit equale superficiei.f.b.duoqꝫ ei⁹ sup plementa sint.p.m.⁊.m.q.que necesse est esse equalia duabus sup̃ficiebus. d.g.et g:c.qꝺ sic collige:cũ enim sit linea.d.c.medio loco ꝓportionalis inter lineas.b.f.⁊ f.d.erit superficies.d.g.ex prima sexti medio loco ꝓportionalis inter superficies a.f.⁊.f.b. quare ⁊ inter quadrata.l.m.⁊.m.n.⁊ quia supplementuꝫ p.m.est etiam medio loco porportionale inter quadrata dicta ex prima sexti:sequitur ut.p.m.sit equalis.d.g.ideoqꝫ.m.q.g.c.igitur linea.l.p.est latus tetragonicũ superficiei.a.c. hanc lineã dico esse binomiũ: cũ sint enĩ ambo quadrata. l.m: ⁊.m.n .rationalia erunt ex diffinitione due linee.l.r.⁊.r.p.potentialiter rõnales. Est autem per pri/ mam sexti.a.f.ad.d.g.sicut.b.f.ad.d.e.sed.b.f.est incõmensurabilis.d.e.s.qr.b.f est .ationalis simpliciter vt probatum est.d.e.vero quia cõicat in longitudine.d.c rõnale iñ potẽtia tantum eritqꝫ ipsa rõnalis in potentia tantũ per.18.qꝺ ex p̃miss/ sis ypothesibus manifestũ est itaqꝫ per scđam ptẽ.10.sup̃ficies.a.f.est incõmensu/ rabilis superficiei.d.g.igitur ⁊ quadratum.l.m.supplemento.p.m.quare ꝑ primã sexti ⁊ scđam ptẽ.10.linea.l.r.ẽ incõmẽsurabilis linee.r.p.ex.30.igiᷣ ꝯstat lineã.l.p esse binomiũ qꝺ erat monstrandũ.



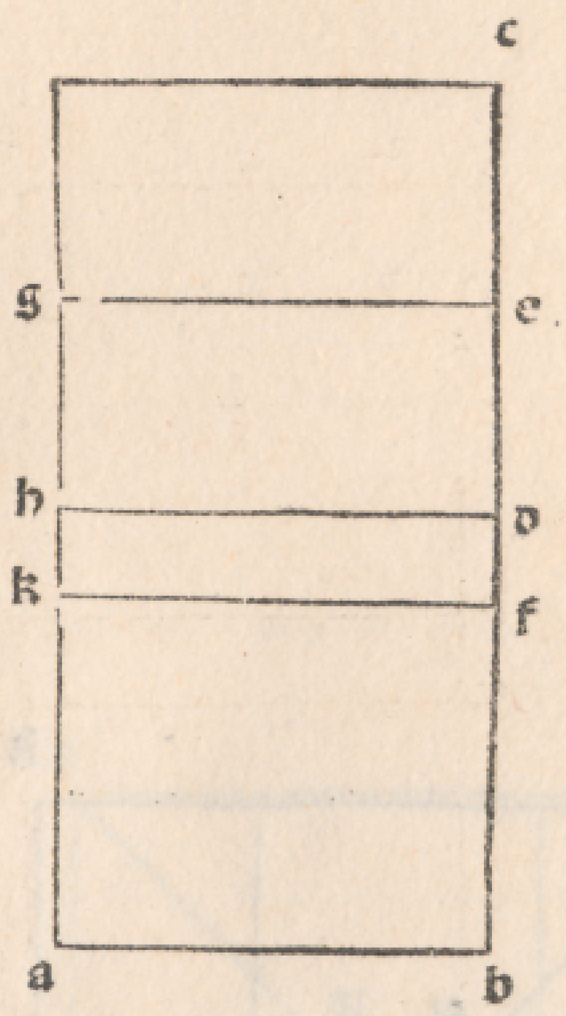


Propositio .49.

Si fuerit superficies linea rationali binomioqꝫ secũdo cõ/ tenta:latus eius tetragonicum erit bimediale primum.

¶ Sit eadem figura eedemqꝫ ypotheses q̃ in premissa: eritqꝫ ex diffi nitione binomij secundi linea.d.c.rationalis in longitudine :quare per.15.vtraqꝫ duarum superficierum.d.g.⁊.g.c.ideoqꝫ et duo sup/ plementa.p.m.m.q.erit rationalis:linea vero.b.d.erit rationalis in potentia tan tum:et diuisa in duas lineas communicantes.f.d.et. b.f.ex diffinitione binomij secundi ⁊ premissis ypothesibus ⁊ secunda parte.13.per.19.igitur erit vtraqꝫ duaꝝ superficieꝝ.a.f.⁊:f.b.ideoqꝫ ⁊ vtrũqꝫ quadratoꝝ.l.m:⁊.m.n.mediale:itaqꝫ ambe

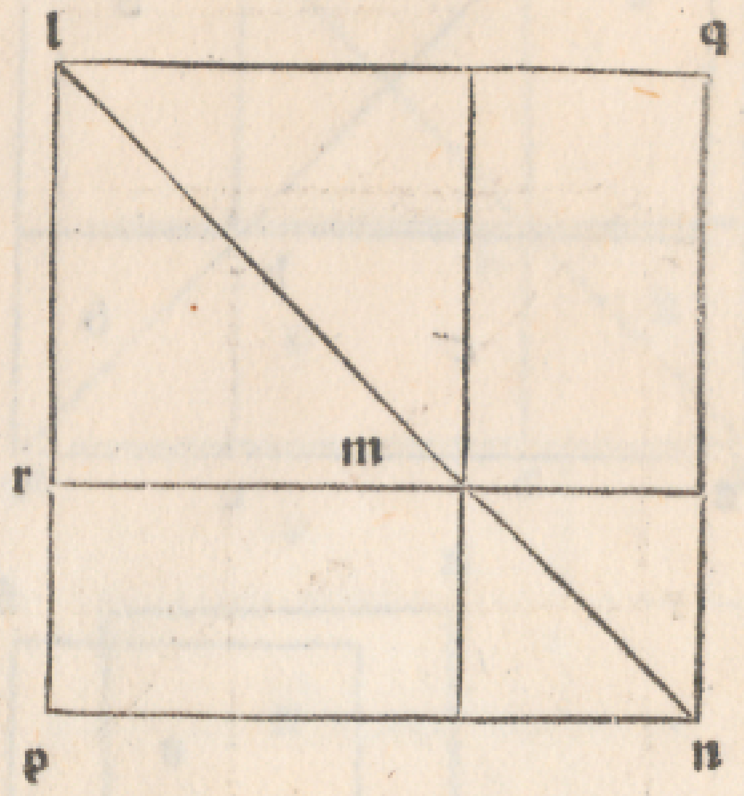
lincee.l.r.⁊.r.p.ſunt mediales in potentia quoqȝ cõmunicantes:nã cum linea.b.f. cõicet lincee.f.d.ſequitur ut.a.f.ↄmunicet.f.b.quare quadratũ.l.m.quadrato.m. n.ideoqȝ ⁊ linea.l.r.lincee.r.p.in potentia:in longitudine autẽ non cõmunicãt:qm̃ vna earum ad alterã eſt ſicut.l.m.ad.m.p.Cum igitur.l.m.nõ ↄmunicet.m.p.eo ꝙ altera medialis videlicet.l.m.altera vero rõnalis videlicet.m.p.ſequitur ut.l.r nõ cõmunicet in longitudine.r.p. qꝛ igitur ipſe continent ſuperficiem rationalem que eſt.m.p.ↄſtat lineam.l.p.ex.31.huius eſſe bimediale primum.



Propoſitio .50.

Si binomio tertio ac linea rationali ſuperficies contineatur linea in eam potens erit bimediale ſecundum.

Diſpoſitio ⁊ ypotheſes maneant vt ſupra.Eritqȝ ex his ypotheſibus ⁊ diffinitione binomij tertij ⁊.19.vnaqueqȝ quatuor ſuꝑficierũ in quas diuiſa ẽ ſuꝑficies.a.c.medialis: quare vtrũqȝ duoꝝ quadratoꝝ.l.m.m.n.⁊ vtrũqȝ duoꝝ ſupplemẽtorũ.p.m.⁊.m.q.erit etiã mediale vtraqȝ igitur duaꝝ linearũ.l.r.⁊.r.p.erit medialis.⁊ cũ due ſuperficies.a.f.⁊.f. b.ſint cõmunicantes eo ꝙ due lincee.b.f.⁊.f.d.ſint cõmunicantes per ſecũdã partẽ.13.erũt due linee.l.r.⁊.r.p.cõmunicantes in potentia in longitudine vero nõ:qꝛ ſuꝑficies l.m.non cõicat cũ ſuperficie.m.p.eo ꝙ neqȝ.a.f.cõicat cum.d.g. Nam linea.b.f. nõ cõmunicat cum.d.e. cum igit̃ ipſi ↄtineant ſuperficiem medialem que eſt.p.m cõſtat ex.32.lineã.l.p.eſſe mediale ſcđm:quod eſt propoſitum.



Propoſitio .51.

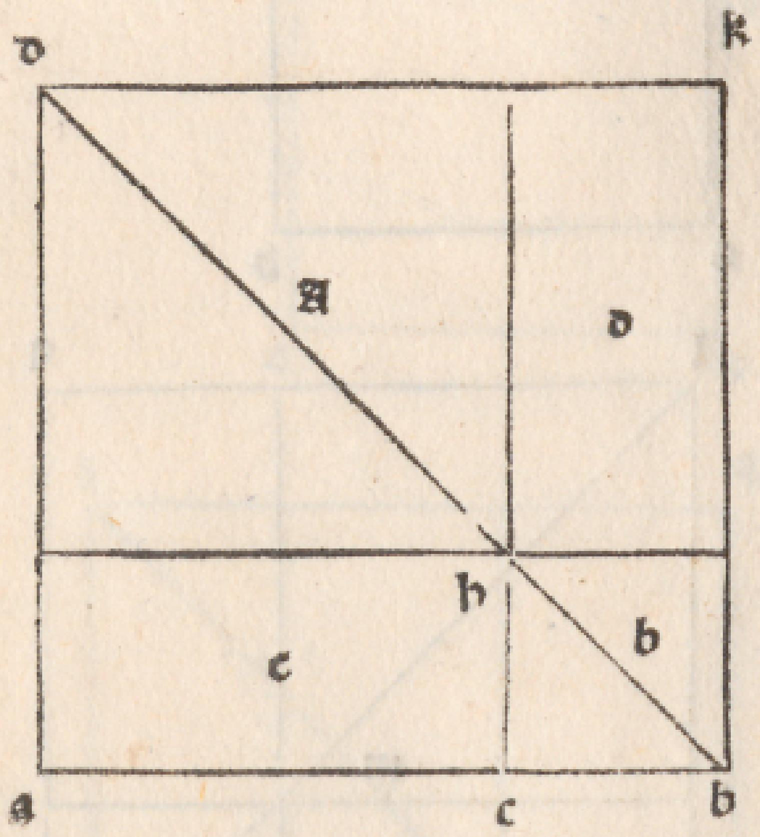
Si linea rationali binomioqȝ quarto ſuperficies cõtineatur:que in eã ſuperficiem poteſt eſt linea maior.

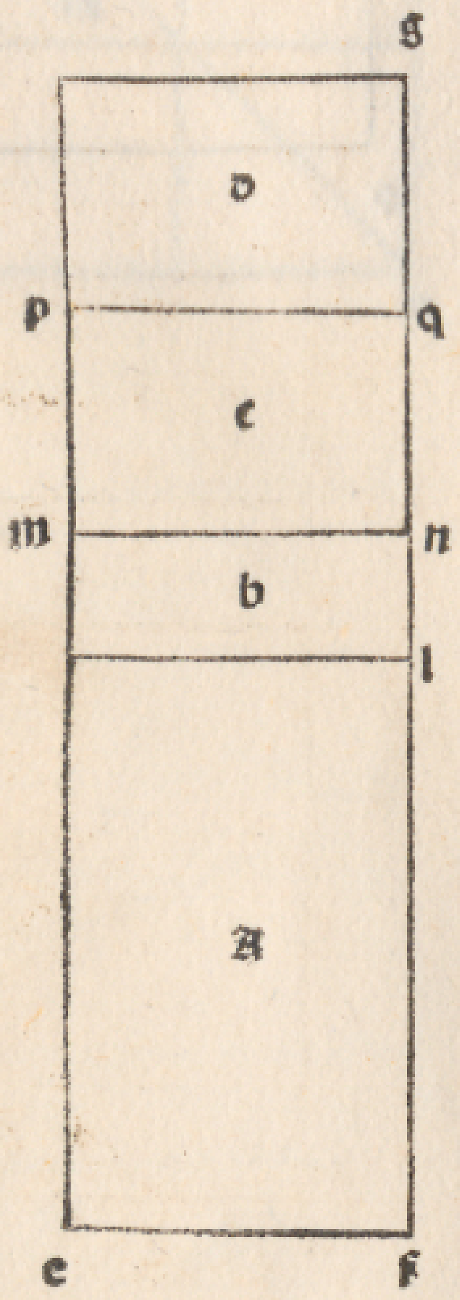
Cunctis ut in premiſſis manẽtibus erit ex ypoth. ⁊ diffinitione binomij quarti ⁊.19.vtraqȝ duaꝝ ſuꝑficieꝝ.d.g.⁊. g.c. quare ⁊ vtraqȝ duaꝝ.p.m.⁊.m.q.medialis duoqȝ quadrata.l.m.⁊.m.n.pariter accepta rõnale eo ꝙ ſuperficies.a.d.ẽ rõnalis per diffinitionẽ binomij quarti ⁊.15. Et quia.d.b.diuidit̃ in puncto.f.in duo incõicantia per ſcđam partẽ.14.erit ſuperficies.a.f. incõmenſurabilis ſuperficiei.f.b. Ideoqȝ ⁊ quadratum.l.m. quadrato m.n.due igitur lincee.l.r.⁊.r.p.ſunt incõmenſurabiles i potentia que cũ contineãt ſuperficiem medialẽ.p.m.⁊ earum quadrata ambo pariter accepta ſunt rationale ↄſtat per.33.lineã.l.p.eſſe lineam maiorẽ quod erat monſtrãdum.

Propoſitio .52.

Si fuerit ſuperficies linea rationali atqȝ binomio quinto contenta quecunqȝ in eam linea poteſt petens in rationale ⁊ mediale eſſe ex neceſſitate conuincitur.

Hec in hac quoqȝ ẽ aliquid ex priorum diſpoſitione ⁊ poſitionib⁹ mutandũ:eis enĩ manẽtibus erit ex his que poſita ſunt in diffinitione binomij quĩti ⁊.15.vtraqȝ duaꝝ ſuꝑficieꝝ.d.g.⁊.g.e.quaꝝ vtraqȝ duaꝝ.p. m.⁊.m.q.rõnalis totaqȝ.a.d.quare ⁊ duo q̃drata.l.m.⁊.m.n.ꝑiter accepta medialis ex.19.cũqȝ ex ſcđa ꝑte.14.ſit linea.f.b.icõmẽſurabilis linea.f.d.iđoqȝ ſuꝑficies.a.f.ſuꝑficiei.f.b.⁊ q̃dratũ.l.m.q̃drato.m.n.erit linea.l.r.icõmẽſurabil̃ i potẽtia linea.r.p.at qꝛ ip̃e ↄtinẽt ſuꝑficiẽ rõnalẽ.p.m.⁊ eaꝝ q̃drata ãbo ꝑiter accepta ſunt mediale conclude ex.34.linea.l.p.eſſe potentem in rationale ⁊ mediale:quod promiſſum eſt.





Propositio .53.

SI binomio sexto lineaqȝ rōnali superficies contineatur linea que in eam potest: in duo in medialia potens esse probatur.

¶ Hec.53. adhuc te sustinet ociari a pingendo figuras: contenta enī est premissis dispositione ⁊ positionibus. Quib⁹ stantibus necesse ē ex ipsis positis ⁊ dispositione .i. diffinitione binomij postremi ⁊.19. quālibet ex su/perficiebus .a.d.⁊.d.g.⁊.g.c. propter quod ⁊ ambo quadrata .l.m.⁊.m.n. pariter accepta ⁊.p.m.⁊.m.q. esse medialeȝ. Cumqȝ .b.f.⁊.f.d. propter qđ .a.f.⁊.f.b. ideo qȝ .l.m.⁊.m.n. sint incōmensurabiles erunt due linee .b.c.⁊.r.p. incōmmensurabi/les in potentia. at quia ipse continent superficiem medialem .p.m. earumqȝ ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qđ est duplo superficiei vnius in alterā in/commensurabile: qđ ex eo probatur ꝙ superficies .b.h. ē incōmensurabilis super/ficiei .h.c. propter hoc ꝙ linea .d.b. est incōmensurabilis linee .d.c. sequitur ex .35. li/neam .l.p. esse que potest in duo medialia.

Propositio .54.

SI linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungat: latus eius scdm binomiū primū esse coueniet.

¶ Hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinē hui⁹ autem est hec intentio. Sit linea .a.b. binomiū diuisa ad punctū .c. in duas lineas .a.c.⁊.c.b. ſm suam diffinitionē aut termini eiusqȝ .a.b. quadratum sit .b.d. sitqȝ linea .e.f. rōnalis in longitudine cui adiungatur superfi/cies .e.g. equalis quadrato .b.d. dico ꝙ latus scdm huius superficiei quod ē linea .f.g. est binomiū primū. Diuidatur enī quadratū .b.d. in duo quadrata .b.h.⁊.h.d. que sint quadrata duarum portionuȝ binomij: ⁊ in duo supplementa .a.h.⁊.h.k. quorum vtrūqȝ continetur sub duabus portionibus binomij: eritqȝ ex diffinitio/ne binomij que habetur per .30. vtrūqȝ istoꝝ quadratoꝝ rōnale. ⁊ per .19. vtrunqȝ supplementū mediale. Ex superficie igitur .e.g. abscindatur superficies .e.l. equa/lis quadrato .d.h.⁊.l.m. equalis quadrato .h.b.⁊.n.p. equalis vni duoꝝ supple/mentorum .a.h. vel .h.k. eritqȝ .p.g. residua equalis reliquo supplemento: quare per primam sexti linea .n.q. est equalis linee .q.g. ex premissis aūt manifestū est ꝙ vtraqȝ duaꝝ superficierum .e.l.⁊.l.m. ⁊ iđ tota superficies .e.n. est rōnalis Et vtra/qȝ duarum equalium .n.p.⁊.p.g. ⁊ ideo tota .m.g. medialis: quare per .16. vtraqȝ duarum linearuȝ .f.l.⁊.l.n. ⁊ tota linea .f.n. rōnalis in longitudine: ⁊ linee .e.f. ra/tionali posite cōmensurabilis: ⁊ per .20. vtraqȝ duaruȝ .n.q.⁊.q.g. ⁊ tota .n.g. ra/tionalis in potentia tantum incōmensurabilis linee .m.n. ⁊ ideo linee .e.f. sibi eq̄li ⁊ per consequēs ⁊ linee .f.n. in longitudine: Si igit̄ linea .f.a. que est maior linea .n.g. vt ex primo duoꝝ antecedētiū .35. demonstrationi subiunctoꝝ ⁊ prima sexti apparet: fuerit potentior linea .n.g. minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam .f.g. eē binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata .d.h ⁊.h.b. sit per primā sexti superficies .a.h. medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem .m.q. esse inter superficies .e.l.⁊.l.m. medio loco proportionalis: quare per primā sexti linea .n.q. que est medietas linee .n.g est in medio loco proportionalis inter duas lineas .f.l.⁊.l.n. qđ igitur fit ex .f.l. in

l.l.n.est quantū qđ ex.n.q.in se per.16.sexti:ideoq; per.4.scđi quantū quarta ps quadrati linee.n.g. Itaq; per primā ptē.13. cum linea.f.n.diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee.n.g. ita q ad cōplendā totam lineam.f.n.desit superficies quadrata in duo cōicantia ad punctū.l.erit.f.n potentior.n.g.in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine: constat ergo propositum.

Proposito .55.

Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiūgat lat' ei' reliquū biōmiū scđm eē oportebit ¶ Sit linea.a.b.bimediale primū diuisa ad punctum.c. scđm suum terminū. Cetera aūt sint ut prius: dico lineā.f.g.esse binomium scđm erit eni superficies.m.g.rōnalis eo q ptes bimediales primi continent superficiem rōnalem ⁊ superficies tres.e.l.l.m.⁊ tota.e.n.mediales cōicātes eo q portiones bimediales primi sunt linee mediales potentia tm̄ cōicantes ex.31 per.16.igitur erit linea.n.g.rōnalis in longitudine cōmensurabilis linee.e.f. rōnali posite.⁊ per.20.linea.f.n.rōnalis in potentia tantū que cū sit maior linea.n.g. ex primo duoꝝ antecedentiū demonstrationi.35.adiunctoꝝ ⁊ prima.6.ea que potentior quadrato linee cōmunicantis secū in longitudine ex prima pte.13.erit a diffinitione linea.f.g.binomium scđm quod est propositum.

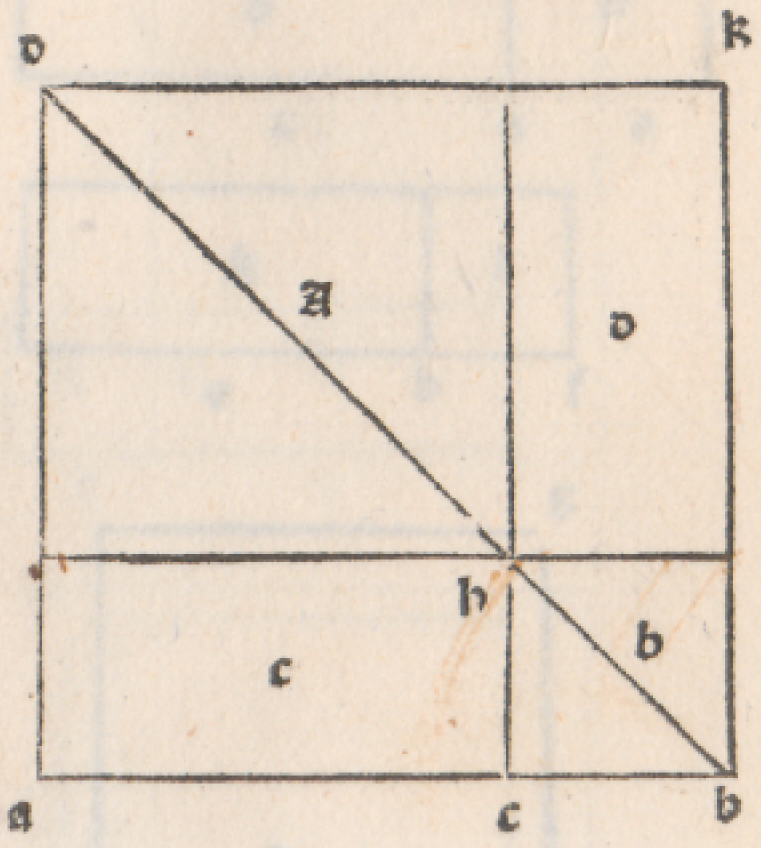
Propositio 56

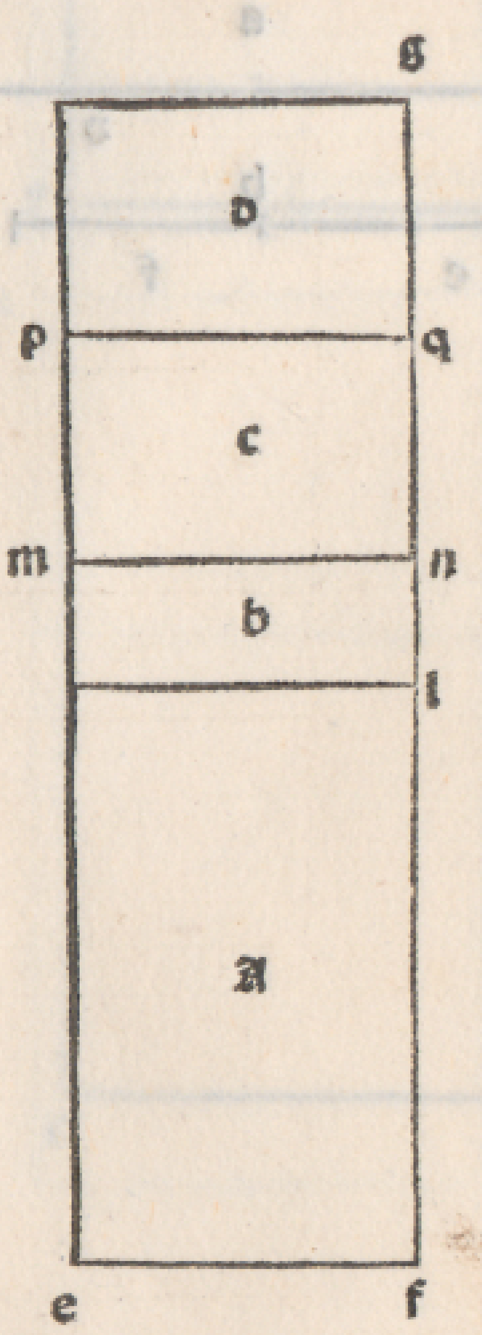
Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rōnali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis scđi lat' ei' secundum binomium tertium esse necesse est:

¶ Si fuerit linea.a.b.bimediale scđm diuisa per terminum suum ad punctū.c.reliqua vero oia fuerint ut prius: erit linea.f.g.binomium tertium. Erit eni ex.32.⁊ nostris positionibus vtraq; superficieꝝ.e.n.⁊.m.g. medialis: quare per.20.vtraq; duaꝝ lineaꝝ.f.m.⁊.n.g.erit rōnalis in potentia tātū. at qr bimedialis scđi partes sunt cōicantes in potētia tm̄ erit supficies.e.l.cōicans supficiei.l.m.⁊ iō linea.f.l.linee.l.n.potentior: ergo ē p primā partē.13.f.n. q̄ʒ sit n.g.in quadrato linee sibi cōicantis in longitudine. Cūq; sint supficies.a.b. ⁊ quadratū.b.b.incōmensurabilia eo q linee.a.c.⁊.c.b.incōmēsurabiles: ideoq; ⁊ ambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis piter acceptis. eo q quadrata sibi inuicē cōicant ex ypothesi supplemēta quoq; cū sibi inuicē sint eq̄lia: seq̄t vt supficies.e.n.sit icōmēsurabilis supficiei.m.g.⁊ iō linea.f.n.linee.n.g.p diffinitionē igit̄ ē linea.f.g.binomiū tertiū qđ ē ppositū.

Propositio .57.

Si linee rōnali rectāgulū equū q̄drato linee maioris adiūgat̄ alteꝝ se cōtinentium laterum erit binomium quartum ¶ Si hec quoq; fuerit linea.a.b.linea maior diuisa scđm terminū suum ad punctū.c. cunctaq; reliqua non fuerint aliter q̄ʒ prius: erit linea.f.g. binomiū quartū. Cū eni sint ambo quadrata portionū linee maioris piter accepta rōnale erit supficies.e.n.rōnalis: ideoq; per.16.linea.f.n.rōnalis in longitudine cōicans linee.e.f.rōnali posite: superficies vero.m.g.erit medialis ppter illud q portiones linee maioris cōtinēt supficiē medialē. itaq; per 20.linea.n.g.ē in potētia rōnalis tm̄: ⁊ qr etiā portiones prefate linee.a.b.sūt potentialiter incōmensurabiles superficies.e.l.incōmēsurabilis erit.l.m.ideoq; linea f.l.linee.l.n.igitur per primā partē.14.linea.f.n.est potentior linea.n.g. i q̄drato





linee sibi incõmensurabilis: ex diffinitione igitur ē linea. f. g. binomium quartum: quod erat propositum.

Propositio 58.

Si linee rõnali quadrato linee potentis supra rõnale erit mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

¶ Proposita linea. a. b. ea que põt supra mediale & rõnale diuisa sm eius diffinitionē ad punctũ. c. nihil imutet̃ de reliquis. sequit̃qʒ lineã f. g. esse binomium quintũ. Cũ enim ptes hui⁹ linee. a. b. contineãt rõnalē superficiē necesse est vt superficies. g. m. ideoqʒ p. 16. linea. n. g. sit rationalis. Cumqʒ ambo quadrata partium huius linee piter accepta sint mediale erit superficies. e. n. mcdialis & per. 20. linea. f. n. rõnalis in potentia tm̃. at q̃r portiones predicte linee sũt incõmensurabiles in potentia: erit superficies. e. l. incõmensurabilis superficiei. m. l. ideoqʒ & linea. f. l. linee. l. n. potentior igit̃ ē per primã ptē. 14. linea. f. n. linea. n. g in quadrato linee sibi incõmensurabilis: per diffinitionē itaqʒ binomij quinti conc
lude propositum.

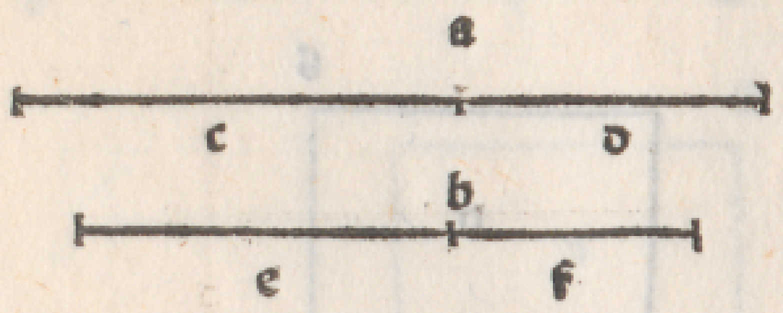
Propositio .59.

Quotiens adiuncta fuerit linee rõnali supficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiusdem superficiei latus scõm binomiũ sextum esse conuicit ur.

¶ In hac. 59. sit linea. a. b. linea potens supra duo medialia: que aũt preter hec sunt sicut supra maneant & erit tunc linea. f. g. binomium sextũ qd̃ ignorare nõ poteris si premissoꝝ eiusqʒ qd̃. 35. ꝑponit imemor nõ fueris: & sic pʒ in hac nostra intentio.

Propositio .60.

Omnis linea cuiuslibet binomiorum cõmunicans sub eadem specie binomium esse probatur.



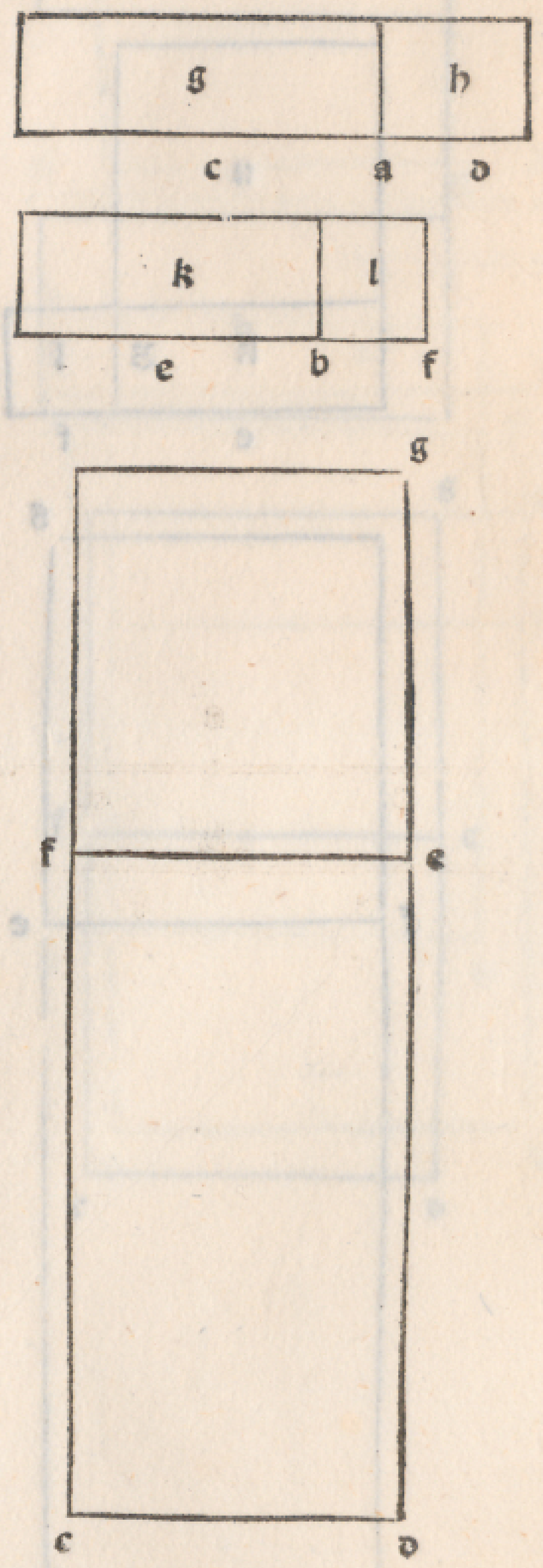
¶ Sit linea. a. binomium cuius uis speciei: sitqʒ linea. b. sibi cõicans in longitudine: dico lineã. b. eē binomiũ eiusdē speciei cui⁹. a. sint eni binomiales portiones. a. c. & d. eruntqʒ ambe rõnales in potẽtia tm̃ cõicantes per. 30. linea vero. b. diuidat̃ per. 12. sexti sm ꝓportionē. c. ad. d. in. e. & f. eritqʒ per cõiunctam & euersam & permutatam proportionalitatem. c. ad. e. & d. ad. f. sicut. a. ad. b. cum sint igitur. a. & b. cõicãtes: erunt etiã per primã partē. 10. c. & e. itēqʒ. d. & f. cõicantes. si igitur fuerit. c. rõnalis in potentia tm̃ erit &. e. si autem in longitudine &. e. Eodēqʒ modo si. d. ē rõnalis in potentia tm̃ vel etiã in longitudine tm̃. erit quoqʒ &. f. silr & ex. 12. si potẽtior ē. c. d. quadrato linee sibi cõmēsurabilis in lõgitudine vel si forte incõmēsurabilis erit. &. e. potentior. f. in quadrato linee sibi cõmensurabilis vel etiã incommensurabilis: necesse est ex diffinitionib⁹ sex specieꝝ binomioꝝ vt eiusdē speciei binomij sint. a. & b. Si autē linea. b. cõmuñicet binomio. a. in potentia tm̃ erit etiã et sic linea. b. Binomium aũt eiusdē speciei non est necessariũ imo impossibile est vt ambe simul cadant sub prima specie binomiorum vel sub scõa quarta vel quinta. sʒ necesse est vt ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnũ eni coꝝ esse in aliqua ex tribus primis speciebus & aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. cum enim. a cõicet cũ. b. in potentia tm̃. c. quoqʒ cũ. e. & d. cũ. f. cõicabit tm̃ in potentia ex. 10. Si igitur alterutra duarum linearum. c. & d. fuerit rõnalis in longitudine non erit sua cõpar ex lineis. e. & f. rationalis in longitudine. Non est itaqʒ possibile ut. a. et b. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum

portionũ binomij est rõnalis in longitudine. hec aũt species sũt: prima ⁊ scđa quarta ⁊ quinta. At vero q2 per. 12. due linee. c. ⁊. e. simul potentiores sunt duabus lineis. d. ⁊. f. in quadratis duaꝝ lineaꝝ sibi in longitudine cõmunicantiũ aut incõicantium: necesse est vt ambo binomia. a. ⁊. b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomioꝝ aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specieꝝ: Lineã aũt. b. quid dubitas esse binomiũ cũ sint. enĩ c. ⁊. e. cõicantes i potentia tm̃ silr quoq3. d. ⁊. f. sint aũt. c. ⁊. d. rõnales in potentia: cõuincitur. e. ⁊. f. esse rõnales in potentia tm̃: que q2 nõ cõicant in longitudine sicut nec eis ꝓportionales. c. ⁊. d. ipse cõponunt indubitanter binomiũ per. 30. huius.

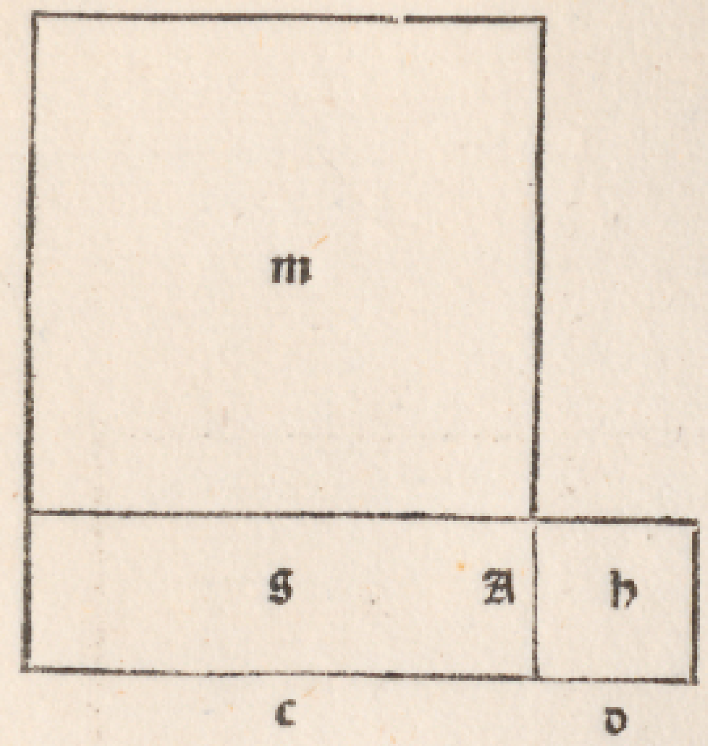
Propositio .61.

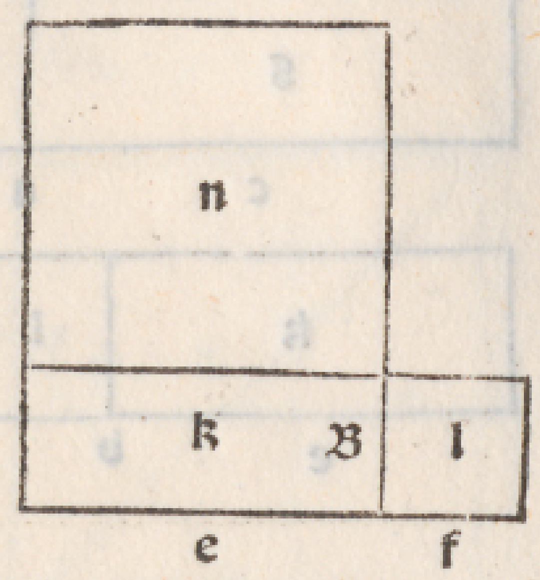
Omnis linea alterutri bimedialiũ cõmensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

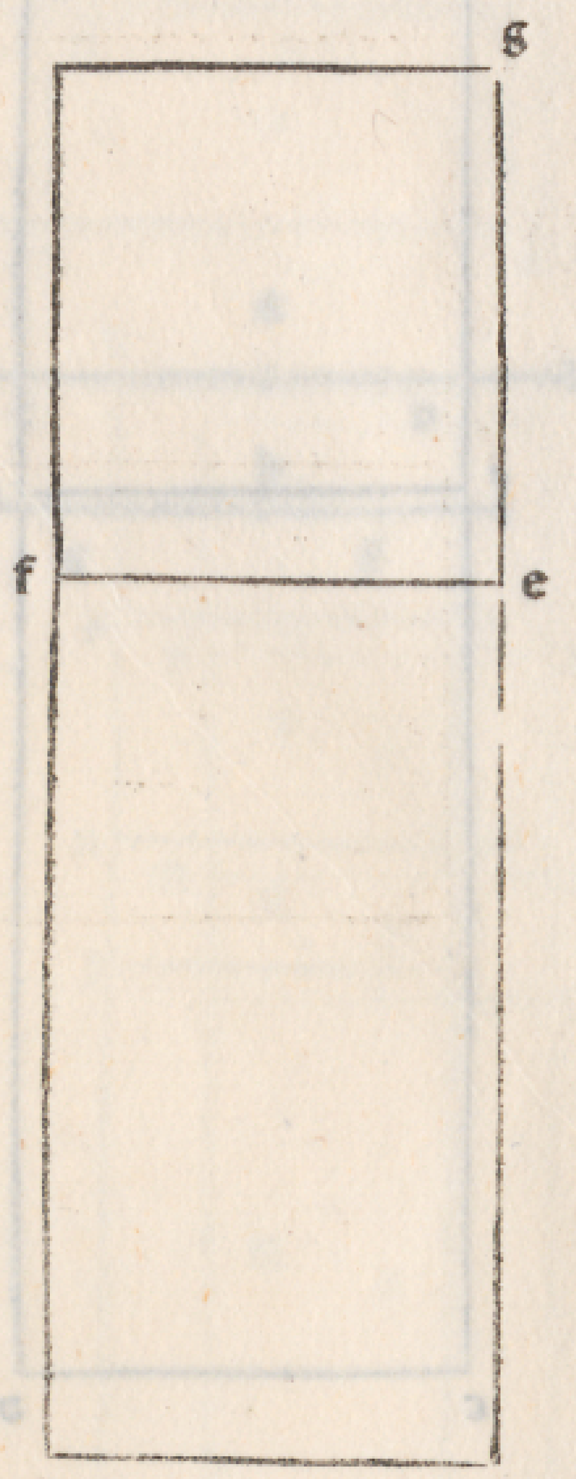
¶ Veritatẽ habet quod dicit siue in longitudine siue etiã in potentia tm̃ cõicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enĩ due linee cõmunicantes. a. ⁊. b. quouis duoꝝ modoꝝ predictoꝝ. sitq3. a. bimediale primũ vel scđm: dico q etiã. b. est bimediale primũ vel scđm ꝓut fuerit. a. Diuiso enĩ. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cõponitur per. 31. ⁊. 32 q̃ sint. c. ⁊. d. b. quoq3 diuisa i. e. ⁊. f. fm ꝓportionẽ. c. ad. d. vt docet. 12. sexti posita q3. g. supficie contẽta sub. c. ⁊. d. ⁊. k. sub. e. ⁊. f. Et posito. b. quadrato. d. ⁊. l. f. erit per cõiunctã ⁊ euersam ⁊ permutatã ꝓportionalitatem quẽadmodũ in premissa. c ad. e. ⁊. d. ad. f. sicut. a. ad. b. sicut igitur ex positione. a. ⁊. b. sint cõicantes siue hoc sit in longitudine siue in potentia sic. c. ⁊. e. itemq3. d. ⁊. f. silr erunt cõmunicantes At quia. c. ⁊. d. sunt mediales potentia tãtũ cõicantes: sequitur ex. 21. ut. e. ⁊. f. sint etiã mediales ⁊ ex. 10. potentia tantũ cõicantes cũ ipse per ypothesiz sint ꝓportionales. c. ⁊. d. cũq3 sit per primam sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. ⁊. k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. h. sicut. k. ad. l. ⁊ permutatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. h. ẽ cõmunicans. l. eo q duo coꝝ latera que sunt. d. ⁊. f. cõicant in longitudine vel in potentia fm q. a. ⁊. b. in alterutro eoꝝ cõmunicant. sequit̃ ex. 10. ut. g. ⁊. k. quoq3 sibi inuicem cõicent erit igitur. k. rõnalis aut medialis prout fuerit. g. ex diffinitione superficiei rõnalis aut. 21. In hoc enĩ tm̃ differt bimediale primũ a bimediale secundo q portiones bimedialis primi in quas scđm suũ terminũ diuidit̃ continẽt supficiem rõnalem: bimedialis autẽ scđi medialẽ. Si igitur. a. fuerit bimediale primuz erit supficies. g. rõnalis quare ⁊. k. ⁊ iõ. b. bimediale primũ p. 31. Qđ si. a. fuerit bimediale scđm erit superficies. g. medialis ob hoc etiã. ⁊. k. b. itaq3 p. 32. erit bimediale scđm q̃re cõstat ꝓpositũ. Idẽ aliter ad lineã rõnalez. c. d. posita. a. alterutro bimedialiũ ⁊. b. sibi in longitudine vel potentia cõicante: adiungatur supficies. c. e equalis quadrato. a. ⁊. f. g. equalis quadrato. b. eruntq3 supficies. c. e. ⁊. f. g. cõmunicantes eo q quadrata eis equalia que sũt quadrata lineaꝝ. a. ⁊. b. sunt cõicantia ex ypothesi: ex prima igitur sexti ⁊. 10. hui⁹: necesse est duas lineas. d. e. ⁊. e. g. esse cõicantes: ⁊ quia si. a. fuerit bimediale primũ linea. d. e. erit binomium scđm p. 55. ideoq3. e. g. etiam binomium scđm per premissam quare latus tetragonicũ superficiei. f. g: ⁊ ipsum est b. bimediale primũ per. 49. at vero si. a. fuerit bimediale secũdũ linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. ẽ binomium tertium p premissam quare ⁊ lat⁹ tetragonicũ supficiei. f. g. ipsũ ẽ. b. bimediale scđm per. 50. Manifestũ ẽ igit̃ veꝝ eẽ qđ ꝓponit̃.



Propositio .62.







OMnis linea cōicans linee maiori: est linea maior.
¶ Et hec quoq₃ veritatem habet. si vtrolibet modo cōicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto eni .a. linea maior. b. vero quouis sibi cōmunicans modo: erit .b. linea maior. Diuisa nanq₃ .a. i eas portiões ex quibus constat per .33. que sunt .c. ⁊ .d. ⁊ .b. fm earum ꝓportioné in .e. ⁊ .f. positoq₃ ꝙ .g. sit superficies cōtenta sub .c. ⁊ .d. ⁊ .k. sub .c. ⁊ .f. ⁊ .m. ⁊ .b. sint quadrata .c. ⁊ .d. at .n. ⁊ .l. e. ⁊ .f. erit .m. ad .b. sicut .n. ad .l. per scōam ptē .18. sexti ⁊ coniunctim .m. ⁊ .b. ad .b. sicut .n. ad .l. ad .l. ⁊ permutatim .m. ⁊ .b. ad .n. ⁊ .l. sicut .b. ad .l. q2 ergo .b. cōicat cū .l. eo ꝙ .d. cōicat cum .f. aut in longitudine aut in potentia ꝓut .a. cōicat cū .b. sequit̃ ut ambo quadrata .m. ⁊ .b. pariter accepta communicent cū ambobus quadratis .n. ⁊ .l. pariter acceptis. cū itaq₃ duo prima pariter accepta sint rationale per .33. erunt quoq₃ ⁊ duo postrema rōnale ꝑ diffinitionem. At quia superficiem .k. necesse est esse medialē sicut .g. ex .21. lineasq₃ .e. ⁊ .f. esse incōmensurabiles in potentia sicut .c. ⁊ .d. ex .10. concluditur ꝑ .33. lineā .b. esse lineā que dicitur maior qd̓ est propositū. ¶ Idē aliter. cum sit .a. linea maior cui .b. cōicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rōnali que sit .c. d. adiungatur supficies ei .c. e. equalis quadrato linee .a. deinde .f. g. equalis quadrato linee .b. cū igit̃ q̃drata duaꝝ lineaꝝ .a. ⁊ .b. sint cōicātia ex ypothesi: erit supficies .c. e. cōicās superficiei .f. g. iōq₃ ꝑ primā sexti ⁊ .10. hu͞9 linea .d. e. linee .e. g. i lōgitudie. at q2 ex .57. linea .d. e. ē binomiū q̃rtū erit quoq₃ ꝑ .60. lin͞ea .e. g. binomiū q̃rtū: igit̃ ex .51. linea .b. potēs i supficiē .f g. ē linea maior. **Propositio 63.**

SI qua linea linee potenti in rationale ⁊ mediale ꝯmunicet ipsa in rationale ⁊ mediale potens esse comprobatur.
¶ Verū quoq₃ est ꝙ qualitercūq₃ linea aliqua sit cōicans potenti in rationale ⁊ mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiā est potens in rōnale ⁊ mediale: qd̓ sicut prius duplici modo probatur: necesse est autē quantū ad primū modū vt sicut due linee .c. ⁊ .d. sint i potentia incōmēsurabiles. ita sint etiā .e. ⁊ .f. ꝑ .10. Et quēadmodū .g. est superficies rōnalis: nā tale ꝯtinent portiones linee potentis in rōnale ⁊ mediale. ita etiā per diffinitionē sit .k. rōnalis ⁊ quēadmodū duo quadrata .m. ⁊ .b. pariter accepta sūt mediale: sicut etiā per .21. duo quadrata .n. ⁊ .l. ꝑiter accepta erunt mediale: igit̃ ex .34. b. ē potēs i rōnale ⁊ mediale. quātū aūt ad scōm modū necesse ē ex .58. ut linea d. e. sit binomiū quintū. iō q₃ ⁊ ꝑ .60. linea .e. g. ē binomiū quintū: quare ꝑ .52. lat͞9 tetragonicū supficiei .f. g. qd̓ est .b. erit linea potens in rōnale ⁊ mediale: quod ē ꝓpositum. **Propositio .64.**

OMnis linea cōmunicans potenti i duo medialia: ipsa quoq₃ potens est in duo medialia.
¶ Hec quoq₃ manentibus eisdem dispositione ⁊ positionibus eo duplici modo quo premisse: probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia cōmunicet linea .b. cū linea .a. potēti in duo medialia. Quantū eni ad primū argumētationis modū erit per .35. superficies .g. medialis. ideoq₃ ⁊ .k. per .21. cum cōicet ei: duo quoq₃ quadrata .m. ⁊ .b. pariter accepta erūt ex eadē .35. mediale: ideoq₃ duo .n. ⁊ .l. pariter accepta ꝑ .21. at q2 duo quadrata .m. ⁊ .b. pariter accepta ex ꝓdicta .35. sunt incōmensurabile duplo superficiei .g. eq̃r ꝑ .10. ⁊ nostras positiōes vt duo quoq₃ .l. ⁊ .n. ꝑiter accepta sint icōmēsurabile

duplo superficiei.k.cum itaq; sint.e.ꝛ.f.incōmensurabiles in potentia queadmodū c.ꝛ.d.erit ex.35.linea.b.potens in duo medialia.quantū aūt ad scōm solite argu mentationis modū erit p.59.d.e.binomiū sextū. ideoq; etiā p.60.linea .e. g. erit binomiū sextum quare per.53.latus tetragonicū supficiei.f.g.qđ est.b.erit potens in duo medialia quod est propositū.

Propositio .65.

Si due superficies quaꝝ altera rōnalis altera vero media lis cōiungantur:linea potens in totā superficiem inde cō/ positā aliqua erit quatuoꝛ irrationalium lineaꝝ videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maioꝛ aut potēs in rationale ꝛ mediale:

¶ Ut si.a.sit rōnalis supficies ꝛ.b.medialis erit linea potens in totā.a. b.aliqua premissaꝝ quatuoꝛ.Sit eni linea.c.d.rōnalis cui adiungat̄. c.e. equalis .a.ꝛ.f.g. equalis.b.eritq; ex.16.linea.d.e.rōnalis in longitudine cōicans linee.c. d. rōnali posite ꝛ ex.20.linea.e.g.rōnalis in potentia tm̄ ꝛ ex.30.linea.d.g. binomiū cuius cum altera binomialiū portionū que est.d.e .sit rōnalis in longitudine cōicans li/ nee rōnali posite que est.c.d.ipsū erit ex diffinitione specieꝝ binomij aut binomi um primū aut scōm aut quartū aut quintū:tertiū aūt aut sextū nō erit ex diffiniti one.itaq; ex.48.49.51.ꝛ.52.linea potens in totā.c.g .que ē equalis duabus simul a.ꝛ.b.erit aut binomiū aut bimediale primū:aut linea maioꝛ aut potens in rōna/ le ꝛ mediale:qđ est propositū:bimediale vero secūdū aut potens in duo medialia non erit:qm̄ si esset bimediale secundum:esset ex.56.linea.d .g.binomiū tertium qđ si esset potens in duo medialia esset ex.59.linea.d.g.binomiū sextū. sed neutꝝ erat:vnde patet nostra intentio.

Propositio .66.

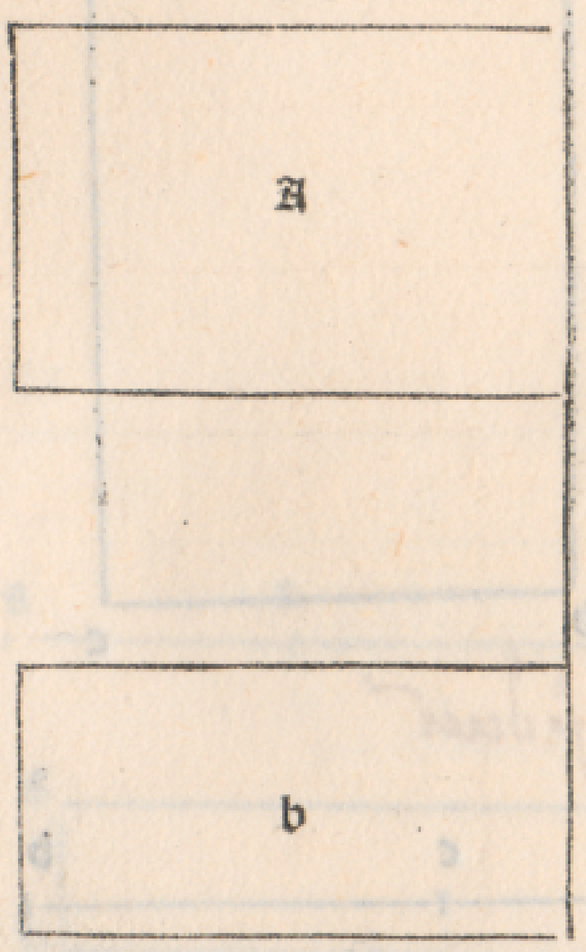
Cum coniuncte fuerint due superficies mediales incōmen surabiles linea potens in totam supficiē alterutra erit dua rū irrōnaliū linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

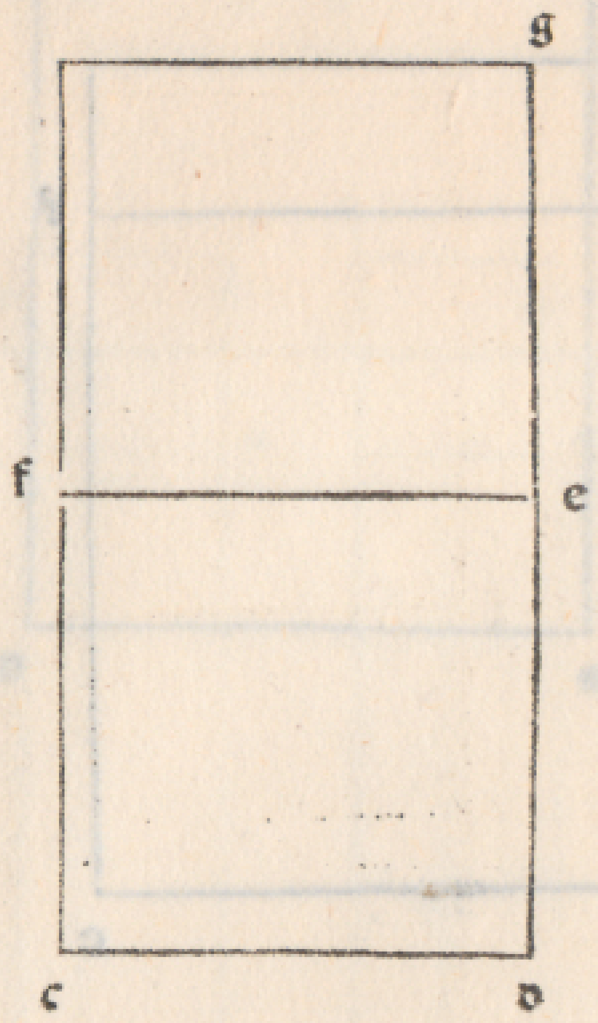
¶ Ut si.a.ꝛ.b.sint due supficies mediales incōmensurabiles.si enim cēnt cōmensurabiles esset cōposita ex eis medialis ex.9.ꝛ.21.quare ꝛ linea potens in ea medialis ex. 19. dico ꝙ linea potens in cōpositā ex ambabus erit aut bimedi ale scōm aut potens in duo medialia. Sit quidē linea.c.d. rōnalis:supficies vero sibi adiuncta.c.e.equalis.a. ꝛ supficies.f.g.equalis.b.eritq; ex.20.linea.d.e. sit quoq; linea.e.g.rōnalis in potentia tm̄:cūq; supficies.c.e.ꝛ.f.g.sint incōmensura biles sicut.a.ꝛ.b.eis equales.ideoq; linee.d.e.ꝛ.e.g.ex prima sexti ꝛ.10.huius:erit ex.30.linea.d.g.binomiū cuius cū vtraq; binomialiū portionū que sunt.d. e.ꝛ.e. g.sit incōmensurabilis linee rōnali posite que ē.c.d.ipsū erit ex diffinitione bino/ miū tertiū aut sextū:linea ergo potēs i totā.c.g.eq̄lem ꝯposite ex.a.ꝛ.b.erit ex.50. ꝛ.53.aut bimediale secundum aut potens in duo medialia :quod est propositum.

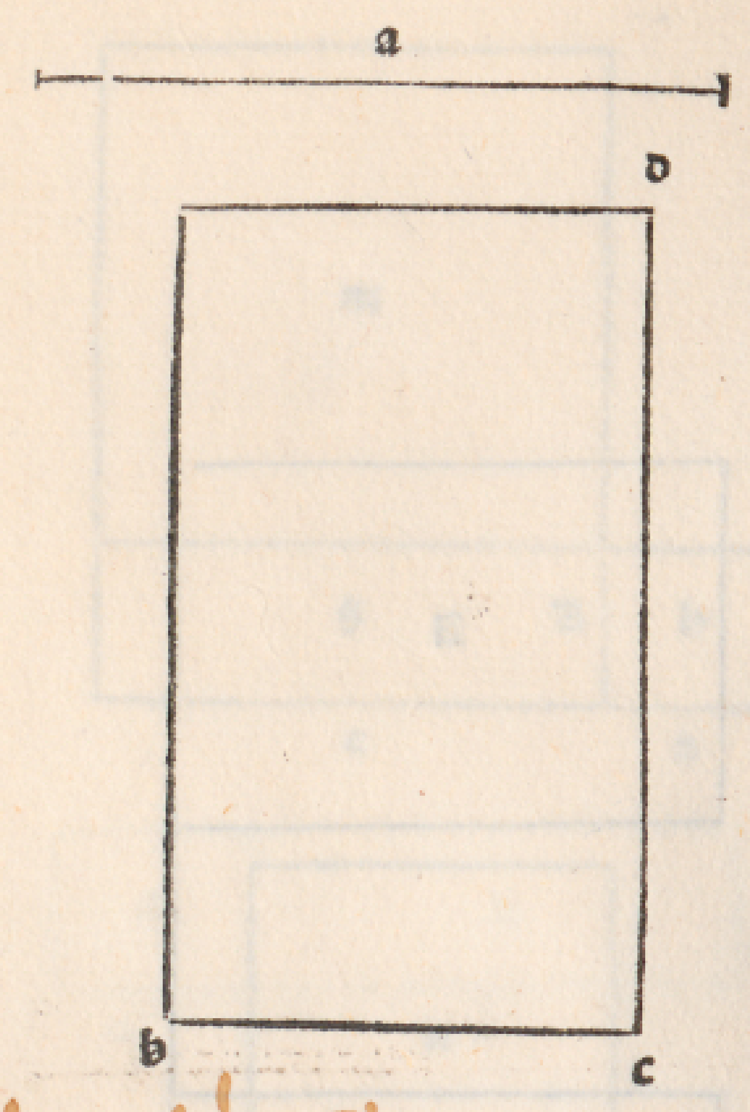
Propositio .67.

Cum posita fuerit linea binomialis cetereq; irrationales sequentes eam:non erit eaꝝ aliqua sub termino alterius.

¶ Uult ꝙ si linea aliqua ut .a.fuerit aliqua ex sex p̄babitis lineis ir/ rationalibus que sunt binomiū ꝛ eius quinq; comites ipsa non erit aliqua aliaꝝ.Si enim quadrato eius equalis supficies adiūgatur ad lineā rōnalem.b.c.que sit.b.d.siquidem.a.fuerit binomium:erit ex.54.linea.c.d.





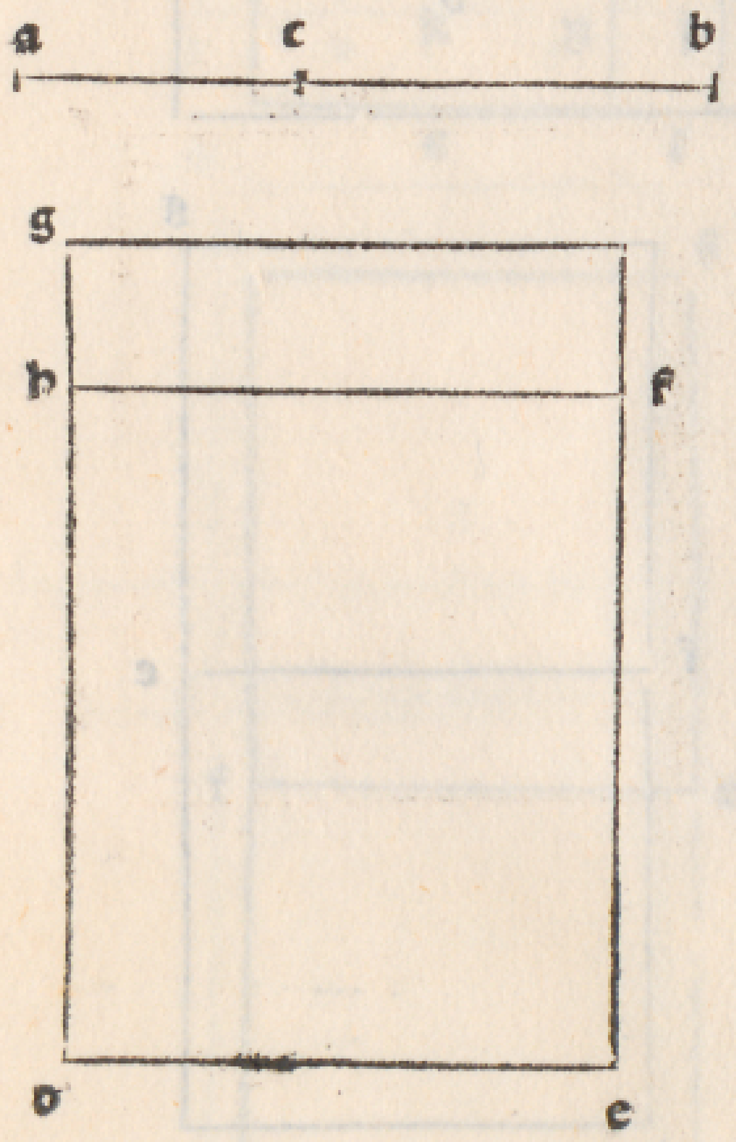


binomiũ pͥmũ: que si fuerit bimediale pͥmũ: erit.c.d.ex.55.binomiũ scõm: si aũt bimediale scõm: erit.c.d.ex.56.binomiũ tertiũ. Et si linea maior erit.c.d.ex.57.binomiũ quartũ. At si potens in rõnale ⁊ mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex.58.c.d.binomiũ quintũ: aut ex.59. binomiũ sextũ: et q͛ impossibile est.c.d.esse simul sub diuersis speciebꝰ binomioꝝ a diffinitiõe ē ĩpossibile.a.esse simul sub diuersis speciebus sex ꝑhabitaꝝ lineaꝝ irrationaliũ: De linea aũt mediali cõstat ꝙ ipsa quoq̨ nõ sit aliqua sex sequentiũ videlicet neq̨ binomiũ neq̨ aliqua ex ipsius comitibus. cũ eni supficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalẽ: latus eius scõm est rõnale in potentia ex.20. cum aũt superficies equalis quadrato binomij aut alicuius suaꝝ comitũ: latus eius scõm est binomiũ aut ꝑmũ aut scõm ⁊ sic de ceteris per.54.⁊.5.eã sequẽtes quare ipsũ est irrationale et in longitudine ⁊ in potentia.per.30. Cum igitur sit impossibile eandẽ lineã esse rõnalem in potentia ⁊ irrationalem tã in longitudine q̃z in potentia: nimirũ impossibile lineam medialem esse bimedialem aut aliquã ex quinq̨ suis comitibus.

Propositio .68.

Si linea de linea abscindatur fuerintq̨ ambe potẽtialiter tantũ rationales cõicantes: reliqua linea erit irrationalis diceturq̨ residuum.

¶ Sit linea.b.c.abscisa ex.a.b.sintq̨ ambe rõnales tantũ potentia cõicantes quales docuit inuenire.17.⁊.18.⁊ hec sunt que cõponunt binomiũ. dico ꝙ.a.c.reliqua est irrõnalis ⁊ ipsa vocatur residuum. cõstat enim ex 7.scõi ꝙ quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.ꝑiter accepta que cõponunt superficiem rõnalem ex ypothesi ⁊ diffinitione rõnalis supficiei ⁊.9.huius tm̃ sunt quantũ duplum superficiei.a.b.⁊.b.c.cũ quadrato.a.c.cũq̨ ex.19.superficies.a.b .i.b. c.sit medialis. ideoq̨ ⁊ duplum eiꝰ mediale per.21.⁊ iõ. irrõnale per 19.sequit̃ vt ambo quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.ꝑiter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei vnius eaꝝ in alterã: quare per.9.⁊ quadrato linee.a.c. ex diffinitione igit̃ quadratũ linee.a.c.ẽ irrõnale cũ ipsũ sit incõmensurabile rõnali videlicet duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.ꝑiter acceptis: itaq̨ etiã ex diffinitione linea.a.c.ẽ irrõnalis quod est propositũ. Exemplariter in figura esto supficies.e.g.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.ꝑiter acceptis: eritq̨ rõnalis. itemq̨ sit supficies.d.f.equalis duplo supficiei vnius in alterã: eritq̨ ex.19.medialis ⁊ erit ex 7.scõi supficies.f.g.equalis q̃drato linee.a.c.cũq̨ supficies.e.g.sit incõmensurabilis supficiei.d.f.eadẽ erit ex.9.incõmensurabilis.f.g.quare.f.g.irrõnalis ⁊ eius tetragonicũ latus.a.c.



Propositio .69.

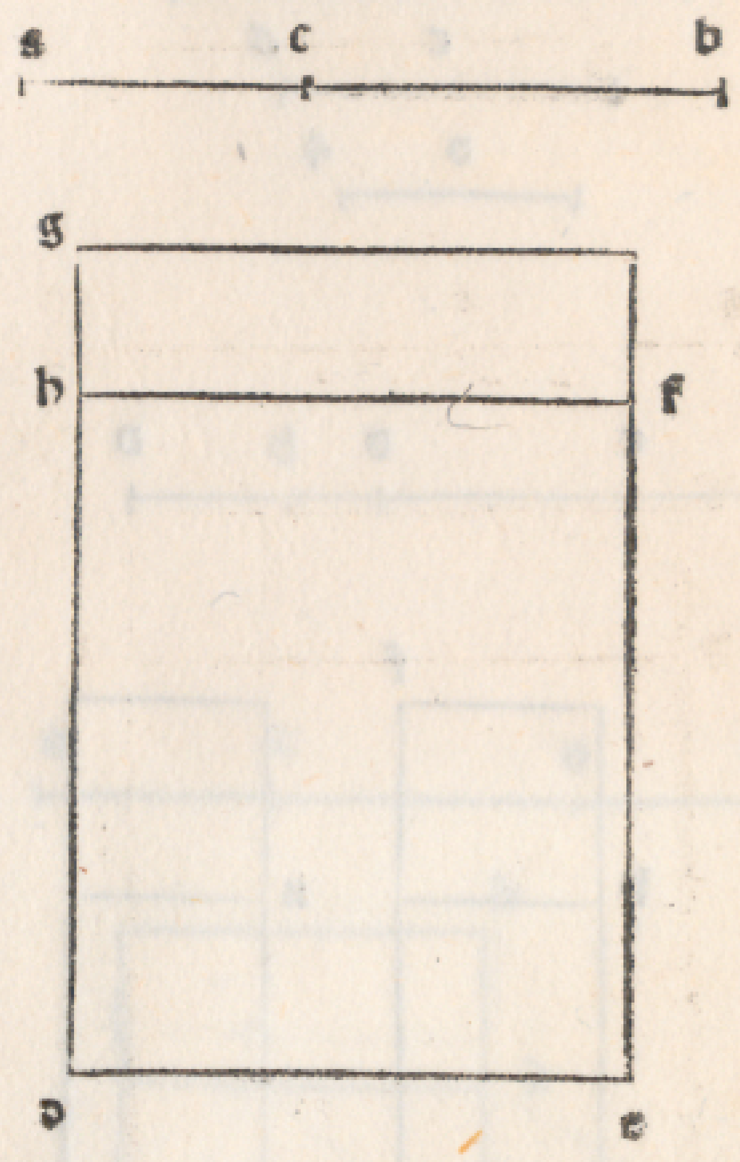
Si fuerit linea de linea abscisa fueritq̨ ambe mediales potentialiter tantũ cõicantes superficiemq̨ rõnalẽ cõtinẽtes reliq̃ linea erit irrõnalis diceturq̨ residuum mediale ꝑmũ.

¶ Sit linea.b.c.abscisa ex linea.a.b. sintq̨ ambe quales ꝓponitur quas ex.24.⁊.25.reperies ⁊ hec sunt que cõiungũt bimediale pͥmũ. dico ꝙ reliqua linea.a.c.erit irrõnalis ⁊ ipsa dicit̃ residuũ mediale pͥmũ: Erũt eni ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplũ vero supficiei vnius in alteram rõnale. itaq̨ ambo quadrata ꝑiter accepta incõmensurabile sunt duplo superficiei vniꝰ ĩ alterã q͛ itaq̨ ãbo quadrata ꝑiter accepta cõponunt̃ ex duplo supficiei vniꝰ ĩ alterã ⁊ q̃drato linee.a.c.sequit̃ ꝑ.9.ut q̃dratũ linee.a .c. sit incõmẽsurabile

duplo superficiei vni⁹ in alterā quare tam ipsū quadratū q̄z latus ei⁹.a.c. ē irrōna le ꝑ diffinitionē ↄstat ergo ꝓpositū Qd̄ queadmodū i p̄missa si libet potes decla/ rare exēplariter i figura ℂ Aliter idē sic: sit linea.d.e.rōnalis i lōgitudine: cui adiū gatur sup̄ficies.d.f.equalis duplo sup̄ficiei vnius in alterā ⁊ sup̄ficies.g .e.equalis ambobus quadratis pariter acceptis.eritq̄z p.7.scd̄i sup̄ficies.f.g.equalis quadra to linee.a.c.cū itaq̄z.p.ypothesi sit sup̄ficies.e.g.medialis erit p.20.linea.d.g.ra tionalis in potentia tm̄. Cū vero sit sup̄ficies. c.b.rōnalis ꝑ ypothesim erit ex.16. linea.d.b.rōnalis in longitudine: itaq̄z per.68.linea.g.b.est residuū ⁊ irrationalis ideoq̄z p.16.a destructione ↄ̄ñtis superficies.f.g.est irrōnalis ⁊ eius latus tetra/ gonicum quod est.a.c.est irrationale. Et sic patet propositum.

Propositio .70.

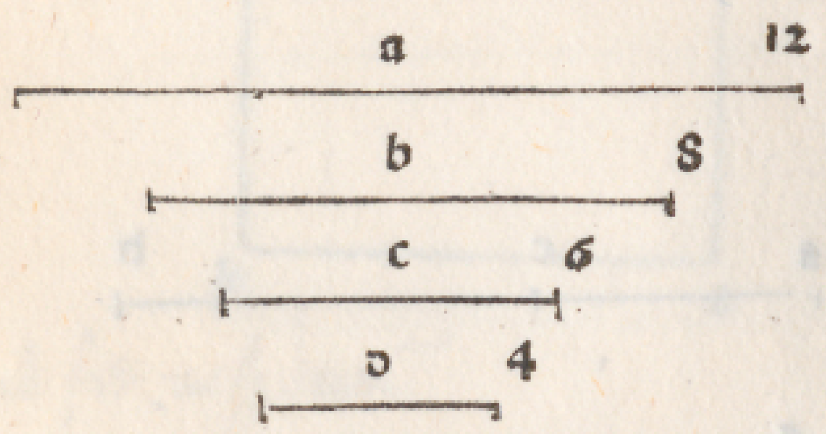
Si linea de linea secetur fuerintq̄z ambe mediales poten/ tialiter tantū cōmunicātes cōtinentesq̄z mediale: reliqua linea erit irrōnalis diceturq̄z residuū mediale secundum. ℂ Sit hic quoq̄z linea.b.c.abscisa ex linea.a.b.vtraq̄z autē.a.b. ⁊.b. c.sint vt proponitur ⁊ ipse p.26. reperiunt̄ ⁊ sunt que cōponunt bi/ mediale scd̄m: dico q̄ linea reliqua que est.a.c.ē irrōnalis ⁊ ipsa dicit̄ residuū me/ diale scd̄m. Sunt eni ex ypothesi ⁊.21.ambo quadrata duarū linearū.a.b.⁊.b.c.pa riter accepta mediale.sil'r quoq̄z duplū superficiei vnius in alterā ē mediale. Cum itaq̄z ex.22.mediale nō differat a mediali nisi i irrōnali: erit quadratum linee.a.c in quo p.7.scd̄i duo quadrata.a.b.⁊.b.c.pariter accepta excedunt duplū sup̄ficiei vnius in alterā irrōnale quare ⁊ linea.a.c.irrōnalis. Figurali quoq̄z exemplo pa/ tefieri pōt istud ut pri⁹. Si eni sit.c.g.eq̄lis ambob⁹ quadratis.a.b.⁊.b.c.sil'r ⁊.d.f duplo sup̄ficiei vnius in alterā erit.f.g.p.7.scd̄i equalis quadrato. a.c. que cum sit differentia sup̄ficiei vnius medialis.c.g.ad sup̄ficiē medialē.d.f.ipsa est irrationa lis per.22.⁊ ei⁹ tetragoicū lat⁹.a.c.irrōnale. ℂ Idē aliter Sit linea.d.e.rōalis cui adiungat̄ sup̄ficies.d.f.equalis duplo sup̄ficiei vnius in alterā ⁊. e.g. equalis am/ bobus quadratis p̄iter acceptis.eritq̄z p.7.scd̄i.f.g.equalis quadrato.a .c. q̄r vero e.g.est medialis erit ex.20.linea.d.g.in potentia tm̄ rōnalis. Sil'r quoq̄z.cū.e.b. sit medialis erit ex eadē linea.d.b.rōnalis: sil'r in potentia tm̄. Et qm̄. a.b:⁊.b.c. sunt incōmensurabiles in longitudine ideoq̄z quadratū vtriusq̄z earū sup̄ficiei vni⁹ in alterā: ⁊ propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi com municent.sūt quoq̄z incōmensurabiles duplo sup̄ficiei vnius in alterā: sequit̄ vt.e g.sit incōmensurabilis.b.e.qua ꝓpter linea.d.g.linee.d.b.igit̄ ex.68.linea.g.b.ē residuū ⁊ irrōnalis.ideoq̄z per.16.a destructione ↄ̄ñtis sup̄ficies.f.g.irrationalis. ⁊ eius latus tetragonicū.a.c.irrōnale.



Propositio .71.

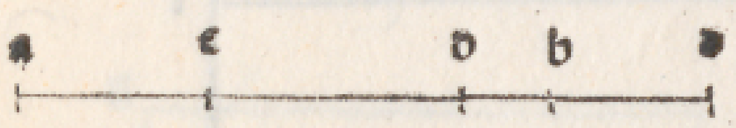
Si linea de linea detrahat̄ fueritq̄z ambe potentialiter in/ cōmensurabiles cōtinentesq̄z mediale quadrataq̄z earum ābo p̄iter accepta rōnale: reliqua linea erit irrōnalis voca biturq̄z minor. ℂ Si sint.a.b.⁊.b.c. q̄les ꝓponit̄ que p.27.repi/ untur ⁊ ↄponūt lineā maiorē erit linea.a.c.irrōnalis ⁊ ipsa est q̄ di/ cit̄ linea minor: qd̄ qui p̄missa firmiter tenuerit positiōnesq̄z diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio 72



Si linea de linea demaꝫ fuerintqꝫ ambe potentialiter icō/
mensurabiles supficiemqꝫ rōnalē cōtinentes quadrataqꝫ
earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit ir
ratiōalis diceturqꝫ iūcta cū rōnali cōponēs totū mediale
¶ Et hoc quoqꝫ nescire nō pōt qui priora nouerit nisi a memoria ex/
ciderint: qm̄ positis lineis.a.b.⁊.b.c.de qualibet ꝓponiꝫ que ⁊ p.28.reperiunꝫ li/
neā potētē in rōnale ⁊ mediale cōponunt: sit.a.c.reliqua irrōnalis ipsa dicitur que
iuncta cū rōnali cōponit totū mediale. Propositio. 73.

Si linea a linea detrahaꝫ fuerintqꝫ ambe potentialiter in/
cōmensurabiles supficiēqꝫ medialē continentes quadrata
qꝫ eaꝝ ambo piter accepta mediale duplo superficiei alte
rius in alteram incōmensurabile: reliqua linea erit irra/
tionalis diceturqꝫ iuncta cū mediali faciēs totū mediale:
¶ Sint etiā hic.a.b.⁊.b.c.quales ꝓponitur que p.29.repiunꝫ ⁊ ipsi sunt que com
ponunt lineā potentē in duo medialia eritqꝫ.a.c.reliqua irrōnalis dicta que iun/
cta cū mediali ꝯponit totū mediale qd̄ vt facile p ꝑmissa duplici argumentatione
concludas ꝓcessū.70.moneo diligenter attendas: ē aūt p̄mittēdū hic aīs neces/
sarium ad demōstrationes sequētiū qd̄ ē ꝓpositū.



¶ Si fuerint quatuor quantitates differētia prime quaꝝ ad scd̄am sit
sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam
sicut secunde ad quartā. ¶ Intelligendū est hoc de quantitatibus eodē modo
relatis vt cū prima maior fuerit secunda sic quoqꝫ tertia maior quarta cū vero mi/
nor ⁊ minor. Exēpli grā sit dr̄ia.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.a.ad.c.sic.b.ad
d.ē eni p hāc cōem aī ꝯceptionē dr̄ia extremoꝝ cōposita ex differentijs ipsoꝝ ad
media dr̄ia.a.ad.c.ꝯposita ē ex ea que ē.a.ad.b.⁊ ea que est.b.ad.c. at ea que est
b.ad.d.p eandē ꝯceptionē ꝯponiꝫ ex ea que ē.b.ad.c.⁊ ea que ē.c.ad.d.⁊ quia ex
ypothesi ē dr̄ia.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ea vero que est.b.ad.c.est cōis sequiꝫ p cōem
sciam vt sit.a.ad.c.sicut.b.ad.d.qd̄ ē ꝓpositū. Propositio .74.

Nulla linea nisi vna tantū residuo coniungi potest vt sint
ambe sub termino earum que erunt ante separationem
¶ Sit linea.a.c.residuū que fuerit reliqua abscisa.b.c.ex.a.b.erunt
qꝫ.a.b.⁊.b.c.rōnales tm̄ potentia cōicantes ex.68.dico ꝙ ipsa.a.c.
nulli alij linee q̄ꝫ.b.c.poterit ꝯponi sub hac diffinitione neqꝫ maiori
b.c.neqꝫ minori.b.c. Si aūt pōt componaꝫ cuꝫ.c.d. indr̄nꝫ maiori aut minori q̄ꝫ
c.d.eruntqꝫ ob hoc ambe linee.a.d.⁊.d.c.rōnalis in potentia tm̄ cōicātes: q: ergo
ex.7.scd̄i q̄drata ambaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.piter accepta excedūt duplū superficiei
vni⁹ eaꝝ i alterā i q̄drato.a.c.silr quoqꝫ q̄drata duaꝝ lineaꝝ.a.d.⁊.d.c.piter acce
pta excedūt duplū supficiei vni⁹ ipaꝝ i alterā i q̄drato eiusdē.a.c.sequiꝫ ex p̄misso
ātecedēte vt dr̄ia duoꝝ q̄dratoꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.piter accepta ad duo qua
drata duaꝝ lineaꝝ a.d.⁊.d.c.piter accepta sit sicut dr̄ia dupli superficiei.a.b.i.b.
c.ad duplū supficiei.a.d.in.d.c.cum aūt sint duo quadrata vtriusqꝫ sectionis pa/
riter accepta rōnale ex ypothesi: duplū vero supficiei vnius in alterā portionū vtri/
usqꝫ sectionis mediale per ypothe.⁊.19.erit vna ⁊ eadē dr̄ia duaꝝ superficieꝝ rōna
liū ⁊ duaꝝ medialiū: hoc aūt ē impossibile: rōales eni superficies nō differant nisi
in rōnali superficie: vt pꝫ per diffinitionē rōnalis superficiei ⁊ per.9.medialis aūt

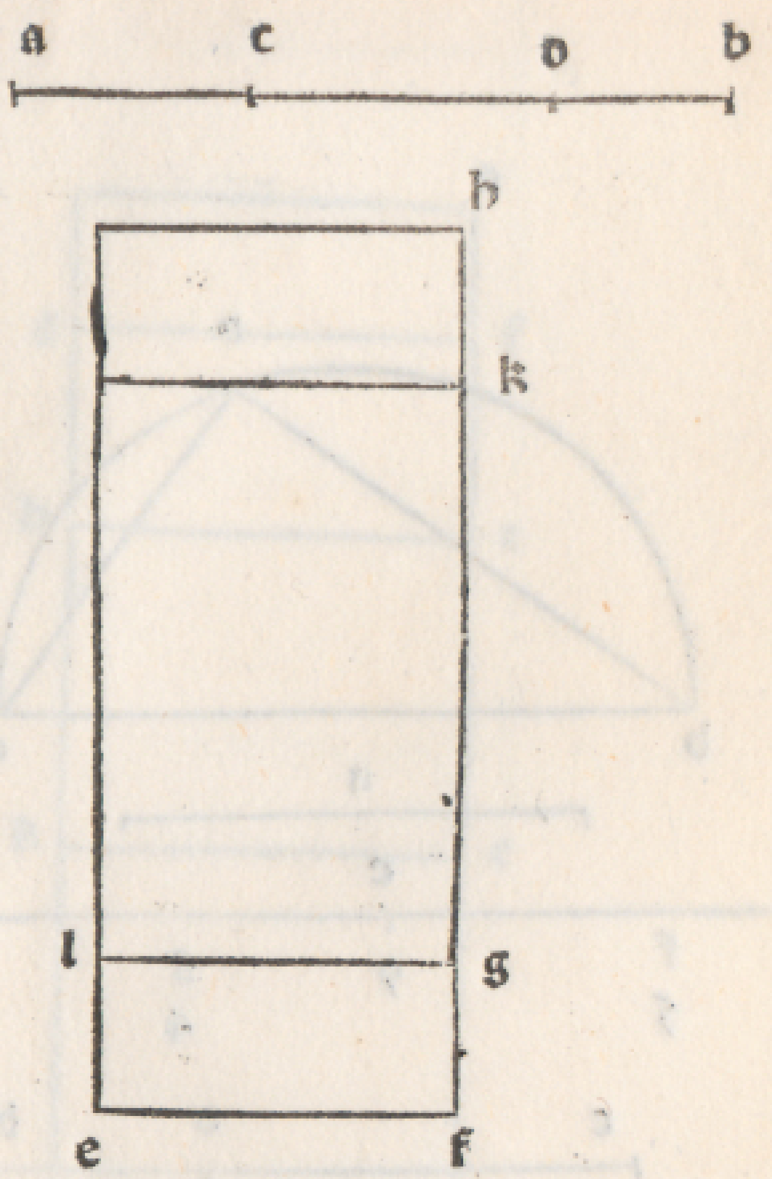
nō differt a mediali nisi ī rōnali superficie per.22. Hoc aūt fit manifestius in figu/
ra sic. Sit eni supficies.e.f.adiuncta ad lineā.e.g.equalis ambobꝰ quadratis duaꝝ
lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.pariter acceptis. At.g.h.sit equalis duplo superficiei vniꝰ in al/
terā eritq̃z.f.h.equalis quadrato linee.a.c.ex.7.scdi:silr quoq̃z sit.k.l.adiuncta ad
lineā.k.m.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.⁊.d.c.piter acceptis ⁊.m.
n.sit equalis duplo supficiei vnius in alterā:eritq̃z ex.7.scdi.n.l. equalis quadrato
linee.a.c.ideoq̃z etiam equalis.h.f.est itaq̃z differentia.e.f.ad.g.h.sicut.k.l.ad
m.n.quare p añs premissū erit pmutatim differētia.e.f.ad.k.l.⁊ ipsa sit.p sicut.g
h.ad.m.n.⁊ qꝛ vtraq̃z duaꝝ lineaꝝ.e.f.⁊.k.l.est rōnalis vtraq̃z vero duaꝝ lineaꝝ
g.h.⁊.m.n.medialis:sequit impossibile videlicet superficiem.p. esse rationalem ⁊
irrationalem.

Propositio .75.

Nulla linea nisi vna tm̄ residuo mediali primo cōiungi pōt vt sint ambo sub termino eaꝝ que erāt ante separationem ¶ Hec quoq̃z pbabit simili mō. Sint eni i vtraq̃z sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplū vero supficiei vnius in alteram rōnale ⁊ qꝛ vt prius eadē ē differentia quadratoꝝ vnius sectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficiei vnius ad duplū supficiei alterius erit vna ⁊ eadem superficies differentia duarum medialiū ⁊ duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.

Nulla linea residuo mediali secūdo coniūgibilis est ut sub termino eaꝝ fiant nisi tm̄ que ab ea ante separata erat. ¶ Sit eni.a.c.residuū mediale scdm que fuit residua abscisa.b.c.ex.a b.eruntq̃z ex.70.due linee.a.b.⁊.b.c.mediales potentia tm̄ cōicātes mediale cōtinentes dico ꝙ ipsa:a.c.nulli linee alij q̃z.c.b.sub hac diffinitione coniungi pōt. Sin autem coniungatur linee.c.d.sitq̃z linea.e.f. rationalis in longitudine ad quā cōiungatur supficies.e.h.equalis quadratis duaꝝ linearum.a.b.⁊.b.c.pariter acceptis ⁊.e.k.eq̄lis quadratis lineaꝝ.a.d.⁊.d.c. pariter acceptis a qua abscindatur.e.g.equalis quadrato linee.a.c.eritq̃z per.7.scdi superficies.l.h.equalis duplo superficiei.a.b.i.b.c.⁊.l.k.per eandē sit equalis duplo superficiei.a.d.in.d.c.qꝛ ergo quadrata ambaꝝ partiū prime sectionis sunt mediale ⁊ duplum etiā superficiei mediale incōmensurabile duobus quadratis piter acceptis: que nescire diligens geometra nō poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies.e.h.medialis cū ipsa sit equalis duobus quadratis piter acceptis ⁊ superficies.l.h.medialis cū ipsa sit equalis duplo supficiei vnius i alterā: per.20. igitur ē vtraq̃z duaꝝ lineaꝝ.f.h.⁊.g.h.rōnalis in potentia tm̄. ⁊ qꝛ vna est incommensurabilis alij:eo ꝙ supficies.e.h.est incōmensurabilis supficiei.h.l. sicut duo quadrata duplo superficiei:erit ex.68.linea.f.g.residuū quare linea.f.g.que est residuum componitur linee.g.h.vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Silr quoq̃z probabis eandem.f.g.cuz linea.g.k.componi eadē conditione mediantibus superficiebus.e.k.⁊.k.l.quarum prima est equalis quadratis duarum linearuz.a.d.⁊.d.c.pariter acceptis: ⁊ secunda duplo superficiei vnius in alteram:quod est impossibile per.74.⁊ hic modus demonstrationis potest esse communis.75.ceterisq̃z quatuor sequentibus eam.



Propositio .78.

Nulla linea minori cōiungibilis est vt sub termino suo fiāt nisi tātū que ante sibi abscisionē coniungebatur.

¶ Intellige quid sit linea minor: qđ si oblitus es cōsule .21.⁊ sine obiectione ꝯcludes ꝓpositū. Si quēadmodū i.74. ꝓcesseris: poterisqȝ si libuerit quēadmodū i.76. ꝓcedere.

Propositio .78.

Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantū componi nō potest vt sub eaꝝ termino fiant.

¶ Quid sit linea que proponitur ex.72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc.78. dicitur demonstrare a ꝓcessu.75. in quoqȝ nō deuias. sed sicut i.76. si te delectauerit igeio duce poteris ꝓcedere

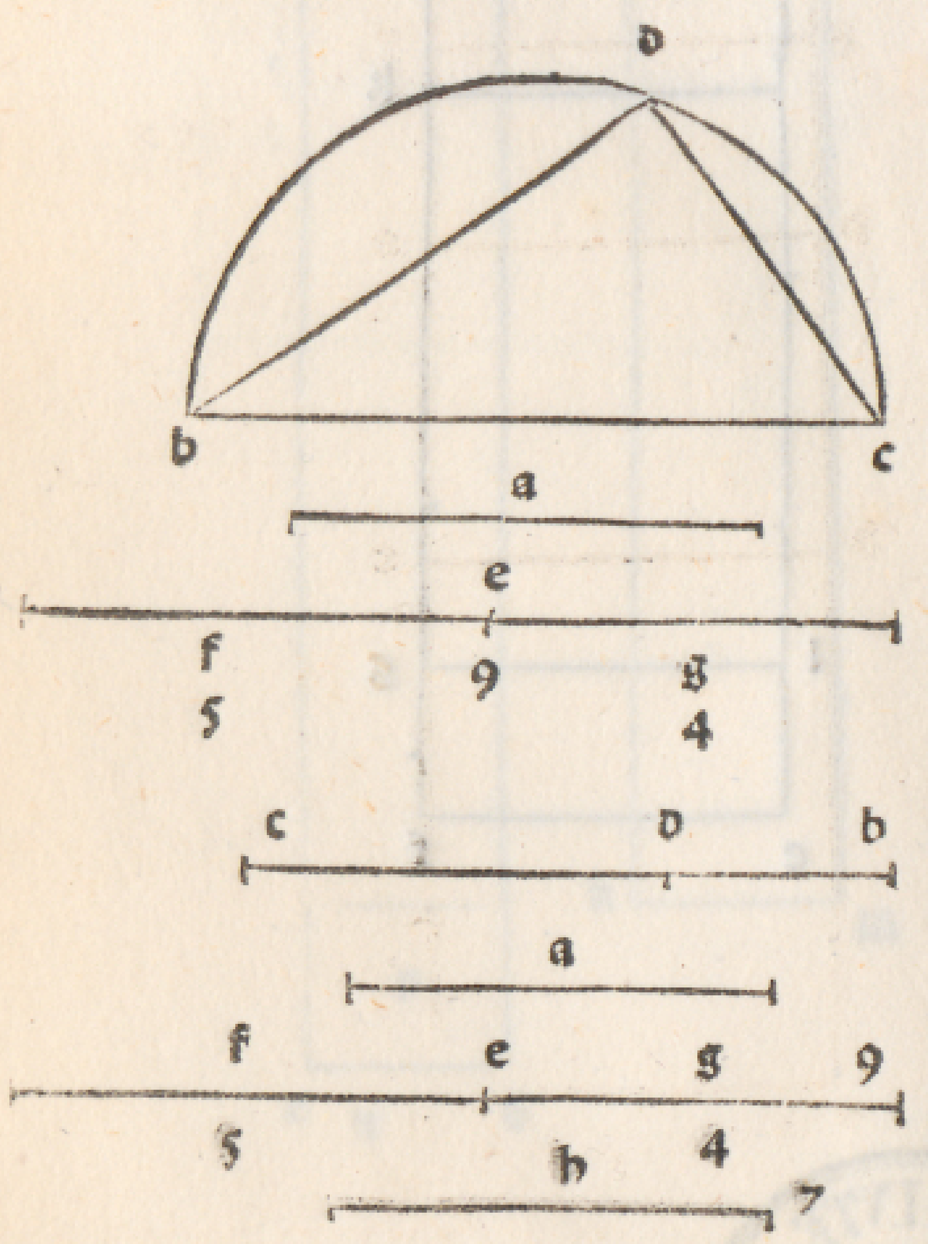
Propositio .79.

Linee que iuncta cū mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem. ¶ Huius linee que iuncta cuȝ mediali cōponit totū mediale mgr̄a ē.73. de q̄ qđ hec.79. enūciat sic ꝯcludere cogeris sicut de residuo mediali scđo qđ p.76. enunciatū est ꝯclusisti.

¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiecta qȝ ipsi residuo linea aliqua ſm eius terminum si fuerit totum inde cōpositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti cōicantis in longitudine: fueritqȝ idē totū posite rōnali linee in longitudine cōmensurabile qđ positū erat dicetur residuū primū. Si vero linea adiecta posite rationali cōicet in longitudine dicet̄ residuū scđm. Qđ si fuerit vtraqȝ rōnali posite in longitudine incōmensurabilis vocabit̄ residuū tertiū. Si fuerit tota linea potentior adiecta augmēto quadrati linee ipsi toti incōmensurabilis eadēqȝ tota posite rōnali cōicet in longitudine nuncupabitur residuū quartū: Si vero linea adiecta posite rōnali cōicet in longitudine vocabit̄ residuū quintū. Qđ si fuerit vtraqȝ posite rōnali i longitudine icōmensurabilis appellabit̄ residuum sextum.

Propositio .80.

Residuū primū inuestigare. ¶ Ab inuentione omniuȝ specierū residui facile nos absoluat inuentio p ordinē omniū specieꝝ binomij Nam i qualibet specie biomioꝝ si minor portio abscindat̄ de maiori linea reliqua erit residuū silis spēi vt pȝ ex diffinitionib⁹ tam binomiorū q̄ȝ residuoꝝ: ꝓprijs tn̄ inuentionibus residuoꝝ isistentes sic inquiram⁹ primū. Sit linea .a. rōnalis posita cui cōmēsurabilis i lōgitudie. sumat̄ .b.c. sitqȝ .e. numer⁹ quadratus diuisus in .f. non quadratum. ⁊ in quadratum .g. sitqȝ ꝓportio q̄drati linee .b.c. ad q̄dratū linee .c.d. sicut .e. ad .f. eritqȝ p vltimā partē .c.d. rōnalis i potētia tm̄. cū itaqȝ sit .c.b. potētior .c.d. i q̄drato linee sibi cōicātis i lōgitudine qđ pȝ sicut i explanatiōe binomij p̄mi ꝯstat ex diffitiōe lineā .b.d. eē residuū primū.



Propositio .81.

Residuū scđm patefacere. ¶ Ad hr̄ndū residuū scđm sit .a. liēa rōnalis posita: eiqȝ cōicās in lōgitudie .c.d. ⁊ sit q̄dratū .c.d ad q̄dratū b.c. sicut .f. ad .e. eritqȝ .b.d. residuū scđm ex diōne: si dubitas aut positas nō seruas ypotheses aut binomij secūdi repetitione indiges.

Propositio .82.

Residuum tertium perscrutari.

¶ Residuum tertium sic habetur: posita vt prius .a. rõnali numeroqꝫ .e. quadrato diuiso in .f. non quadratum .⁊ .g. quadratum: assumptoqꝫ .b. numero primo ac quadratum linee .a. ad quadratũ linee .b.c. sicut .b. ad .e. sit quadratũ linee .b.c. ad quadratũ linee .c.d. sicut .e. ad .f. eritqꝫ ex diffinitione: de quo si hesitas cõsule binomiũ tertiũ: linea .d.b. residuũ tertium.

Propositio .83.

Residuum quartum inuenire.

¶ Hic sicut in inuentione residui primi sit linea .b.c. communicans linee .a. rationali posite: numerus autem .e. quadratus sit diuisus ĩ .f. ⁊ .g. quorum sit vterqꝫ non quadratus: sitqꝫ quadratum linee .b.c. ad quadratum linee .d.c. sicut .e. ad .f. ⁊ scies ex diffinitione lineam .d.b esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomij quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio .84.

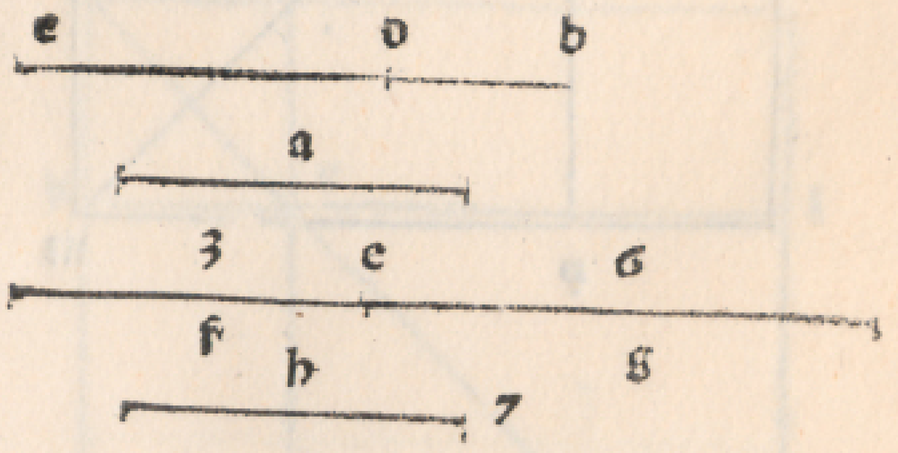
Residuum quintum demonstrare.

¶ Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea .c.d. cõmunicans linee .a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: ⁊ erit quadratus numerus .e. diuisus in .f. ⁊ .e. quorũ neuter quadratus sicut in premissa: ⁊ erit quadratum linee .c.d. ad quadratum .b.c. sicut .f. ad .e. ex quibus a diffinitione cõcludere licet: habita sufficienti noticia binomij quinti: lineam .d.b. esse residuum quintum.

Propositio .85.

Residuũ sextum demum presto sit reperire.

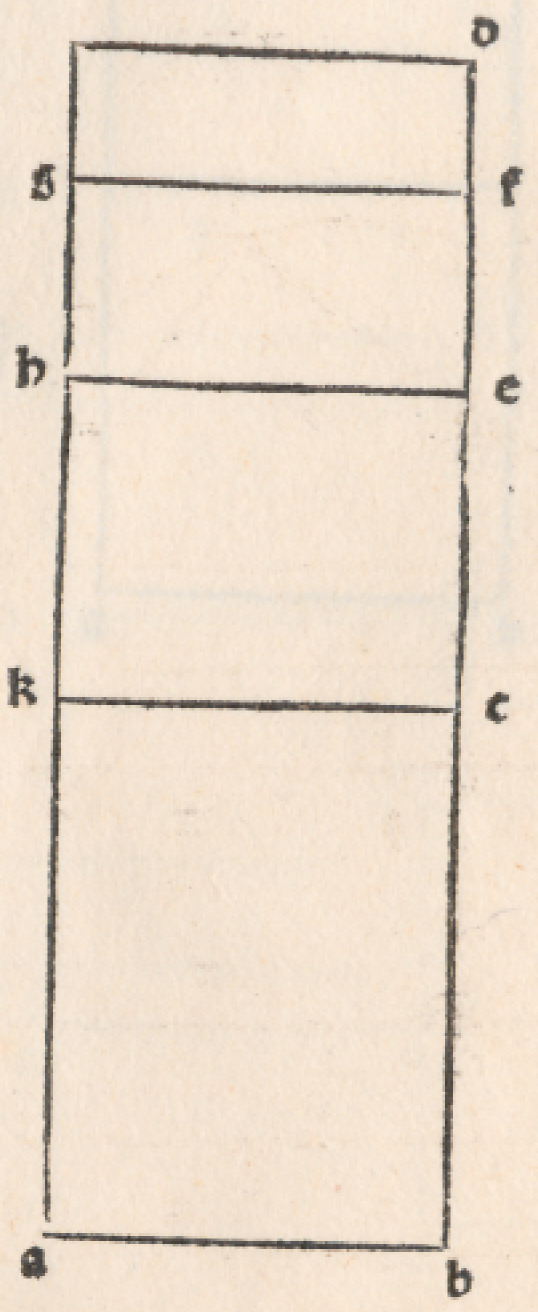
¶ Residuum sextum sic reperitur. erit ut prius linea .a. rõnalis posita ⁊ .e. numerꝰ quadratꝰ diuisꝰ in .f. ⁊ .g. non quadratos ⁊ erit .b. numerus primus ⁊ quadratum linee .a. ad quadratũ linee .c.b. sicut .b. ad .e. At vero quadratũ .b.c. ad quadratũ .c.d. ut .e. ad .f. eritqꝫ ex diffinitione linea .d.b. residuum sextum. cui si nõ plane animus tuus assenserit exerceri te conuenit in inuentione binomij sexti.

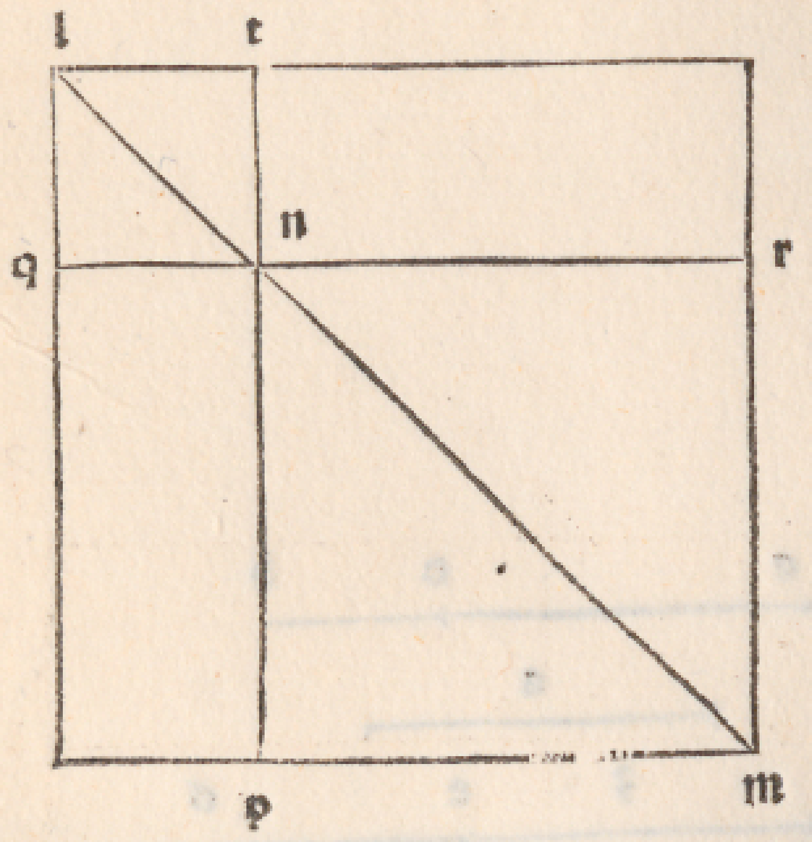


Propositio .86.

Si fuerit supficies linea rõnali atqꝫ residuo primo cõtenta latus eius tetragonicũ necesse est esse residuum.

¶ Sit supficies .a.c. cõtẽta linea rõnali .a.b. ⁊ residuo primo .b.c. dico latus tetragonicũ supficiei .a.c. eẽ residuũ: adiungat̃ eni ad lineã .b.c. linea .c.d. sitqꝫ illa cuius detractione .b.c. fuit residuũ primum. Eritqꝫ ex dione .b.d. rõnalis ex longitudine ⁊ .c.d. in potentia tm̃. b.d. quoqꝫ erit potẽtior .d.c. ĩ q̃drato linee secũ cõicantis ĩ lõgitudine. diuidat̃ igit̃ .d.c. p eq̃lia ĩ .e ⁊ tota .b.d. diuidat̃ ea ꝯditione in .f. ꝙ inter .b.f. ⁊ .f.d. sit .e.d. medio loco ꝓportionalis: eritqꝫ ex scda pte .13. b.f. cõicans in lõgitudine .f.d. p .9. igit̃ vtraqꝫ eaꝝ cõicat cũ tota linea .b.d. q̃re p diffinitionẽ ambe sunt rõnales in longitudine: ducant̃ itaqꝫ linee .f.g.e.h. ⁊ .c.k. equidistantes .a.b. eritqꝫ p .15. vtraqꝫ duaꝝ supficieꝝ .a.f. ⁊ .g.d. rõnalis: sit quadratũ ergo .l.m. eq̃le supficiei .a.f. eritqꝫ rõnale ⁊ latꝰ eius rõnale ĩ potẽtia. intra illud q̃dratũ ꝓtracta dianogali linea .l.m. describat̃ q̃dratum .l.n. equale superficiei .g.d. eritqꝫ ipsum rõnale ⁊ eiꝰ latus rõnale in potentia





protrabantur aũt due linee.m.p.q.n.vel equidistãter lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum.p.r.esse equale superficiei.a.c.⁊ eius latus quod ē.n.p.ē residuũ. Cum eni linea.d.e.sit ex ypothesi medio loco ꝓportionalis inter.b.f.⁊.f.d. erit ex prima sexti superficies.d.b.medio loco proportionalis inter duas supficies a.f.⁊.g.d.ideoqꝫ ⁊ inter duo quadrata.l.m.⁊.n.l.cũqꝫ ex prima sexti sit supficies l.p.medio loco ꝓportionalis inter eadem duo quadrata erit. l.p. equalis. d.b.et etiã.b.c.⁊ qꝛ quadratũ.l.n.est equale.g.d.erit.t.r.equale.g.e. totus itaqꝫ gnomo circũscriptus quadrato.m.n.est equalis.c.g.⁊ qꝛ.l.m.erat equale. a.f. relinquitur m.n.equale.a.c.ꝙ aũt.n.p.lat⁹ quadrati.m.n.sit residuũ sic collige.Est eni vtraqꝫ duaꝝ.p.t.⁊.t.n.rõnalis in potentia eo ꝙ vtrũqꝫ quadratũ.l.m.⁊.n.l.ē rõnale vnaqꝫ eaꝝ est incõmensurabilis alij per primã sexti ⁊. 10.huius:eo ꝙ quadratum l.m.est incõmensurabile.l.r.superficiei sicut supficies.a.f.supficiei.b.d.de quibus manifestũ est ꝙ ipse sunt incõmensurabiles:est eni per primã sexti vna eaꝝ ad alterã sicut linea.b.f.que ē rõnalis in longitudine ad lineã.d.e.que est rõnalis i potentia tantũ ex.68.igiť linea.p.n.que põt in supficiem.a.c.est residuum: ⁊ hoc est quod intendimus.

Propositio .87.

Si superficies aliqua linea rationali residuoqꝫ secundo cõtineatur: linea in eandē potēs erit residuũ mediale primũ.

¶ In hac quoqꝫ argue sicut in premissa ex diffinitione residui secundi ⁊ scđa pte. 13.⁊ nona ⁊ decimanona ⁊.15.⁊.69.

Propositio .88.

Si linea rõnali residuoqꝫ tertio superficies contineať erit linea sup eam potens residuum mediale secundum.

¶ Priori demonstrationi insiste ⁊ facile cõcludes propositum ex diffinitione residui tertij ⁊ secunda pte. 13.⁊.9.⁊. 19.⁊.70.

Propositio .98.

Si fuerit supficies linea rõnali residuoqꝫ quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

¶ In hac quoqꝫ nõ aliter ꝓcedas qꝫ prius. facile eni erit ibi ꝓpositũ ꝯcludere.si premissam nõ despicis ex dione residui q̃rti ⁊ scđa pte.14 ⁊.9.⁊.19.⁊.15.⁊.71.⁊ sic patebit ꝓpositum.

Propositio .90.

Si fuerit linea rõnali residuoqꝫ quinto supficies contenta latus eius tetragonicum erit cũ rõnali cõponēs mediale:

¶ Nitere premissa argumentatione ex diffinitione residui quinti ⁊ secunda parte.14.⁊.9.⁊.19.⁊.15.⁊.72.quod propositũ est concludere.

Propositio .91.

Si linea rõnali residuoqꝫ sexto superficies contineatur latus tetragonicum qđ super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

¶ Nunc quoqꝫ vltimo quod per hanc dicitur premisso modo satage cõcludere ex diffinitione residui sexti ⁊ scđa parte.14.⁊.9.⁊.19.⁊.73.

ĩn his autem oibus processum tuum nihil offendere poterit si primã earum ⁊ pfe/cte vidiceris ⁊ memoriter tenueris :⁊ quid quoqʒ supponatᷣ solerter attenderis. Qđ si forsan de aliquo in quadrato.l.m.te dubitare contigerit ad suum equale in superficie.a.d.tibi recurrendum erit:et patebunt tuo ingenio.

Propositio :92:

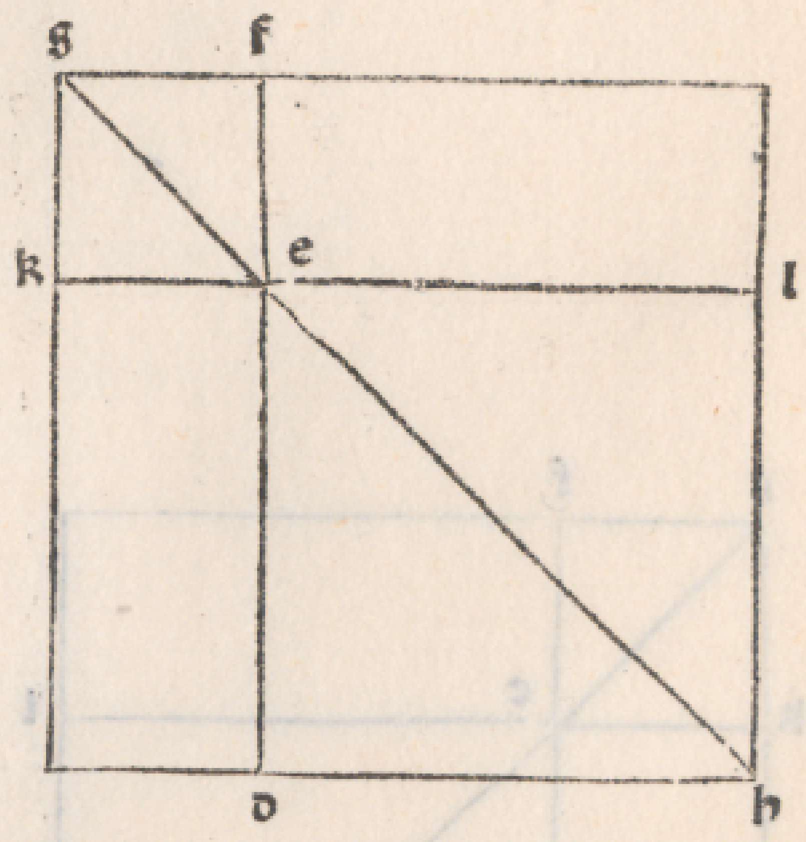
SI ad lineam rationalem superficies equalis quadrato re/sidui applicetᷣ:alterũ latꝰ residuũ primũ esse necesse est.

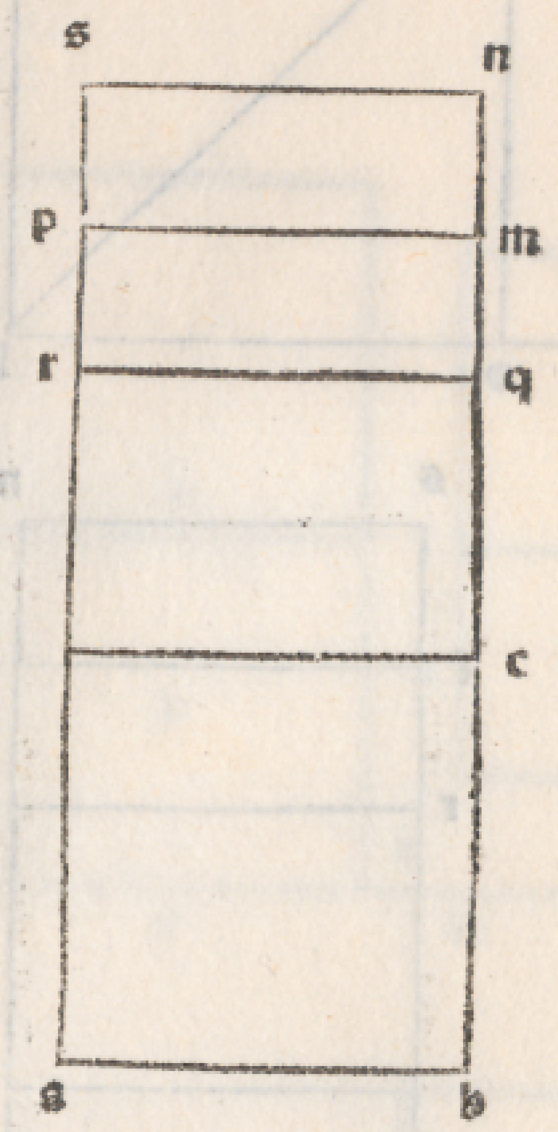
¶ hec sex sequẽtes sũt ↄuerse sex p̄cedẽtiũ p ordinẽ.huiꝰ aũt p̄me hec est intentio ꝙ si sit supficies.a.c.adiuncta ad lineã rõnalẽ.a.b.equalis quadrato residui qđ sit.d.e.erit eius latus scđm qđ est.b.c.neces/sario residuũ primũ.Adijciatur eni linee.d.e.que proponitur esse residuũ :linea p cuius abscisionẽ ipsa fuerit residuũ:sitqʒ ei adiuncta.e.f.eritqʒ ex.68.vtraqʒ duarũ lineaꝝ.d.f.⁊.f.e. rõnalis in potentia ⁊ vna caꝝ incõmensurabilis alij:describatur ergo quadratũ linee.f.e.qđ sit.e.g.⁊ quadrãtũ.d.e. que posita est esse residuũ qđ sit.e.b.⁊ adijcianᷣ supplementa.d.k.⁊.f.l.eritqʒ quadratũ.g.b.tanq̃ʒ quadrtum linee.d.f.⁊ quadratũ.e.b:erit sicut superficies.a.c.erit etiã vtrũqʒ quadratoꝝ.g.b.⁊.g.e.rõnale.Sit igitur supficies.a.m.adiuncta ad lineã. a.b. equalis q̃drato g.b:eritqʒ ob hoc rõnalis:quare per. 16.linea.m.n.est rõnalis in lõgitudine: sup/ficies vero.p.n.sit equalis quadrato.e.g.que etiã ꝓpter hoc erit rõnalis ⁊ p.16.linea.m.n.rõnalis in longitudine.itaqʒ tota linea.b.n.est rõnalis p.9.diuidaᷣ aũt c.n.per equalia.m.q.⁊ ducaᷣ.q.r.equidistans.a.b.eritqʒ ex prima sexti.c.r.equa/lis.r.n.Manifestũ vero ẽ ꝙ cũ tota supficies.a.n.sit equalis duobus quadratis g.b.⁊.e.g.pariter acceptis que sunt quadrata duaꝝ linearum.d.f.⁊.f.e.⁊ supficies a.c.sit equalis quadrato linee.d.e.qđ est.e.b.erit per.7.scđi superficies residua ex a.n.que est.c.s.equalis duplo superficiei ex.d.f.in.f.e.quare ⁊ horum dimidia que sunt.r.n.⁊.d.g.necesse est esse equalia.cũqʒ igitur ex prima sexti sit supficies.d.g. medio loco ꝓportionalis inter duo quadrata.g.b.⁊.g.e.eritqʒ superficies.r.n.medio loco ꝓportionalis inter duas superficies.a. m.⁊.p.n. ideoqʒ per primã sexti erit ẽt linea.q.n.medio loco ꝓportiõalis inter duas lineas.b.m.⁊.m.n. cumqʒ sit q.n.dimidiũ linee.n.c.⁊ linea.b.n.diuisa p punctum.m.in duo cõicantia iter que cadit.q.n.medio loco ꝓportionalis:sequiᷣ ex prima pte.13.ꝙ linea.b.n.sit poten/tior linea.n.c.in quadrato linee secũ cõicantis i longitudine:qꝛ ergo supficies.d.g est medialis ex.19.ex ypothesi aũt supficies.c.r.sibi equalis medialis ⁊ linea.c.q. rõnalis in potẽtia tm̃ per.20.ideoqʒ etiã duplũ eiꝰ qđ ẽ linea.n. c.ẽ. rõnalis tãtũ ĩ potentia:qꝛ ergo.b.n.ẽ rõnalis in longitudine cõicans linee.a.b. posite rõnali et potẽtior.n.c.ĩ quadrato linee sibi cõmunicãtis ĩ longitudine:sequitur ex diffinitione lineã.b.c.cẽ residuũ primũ:qđ ẽ ꝓpositũ.

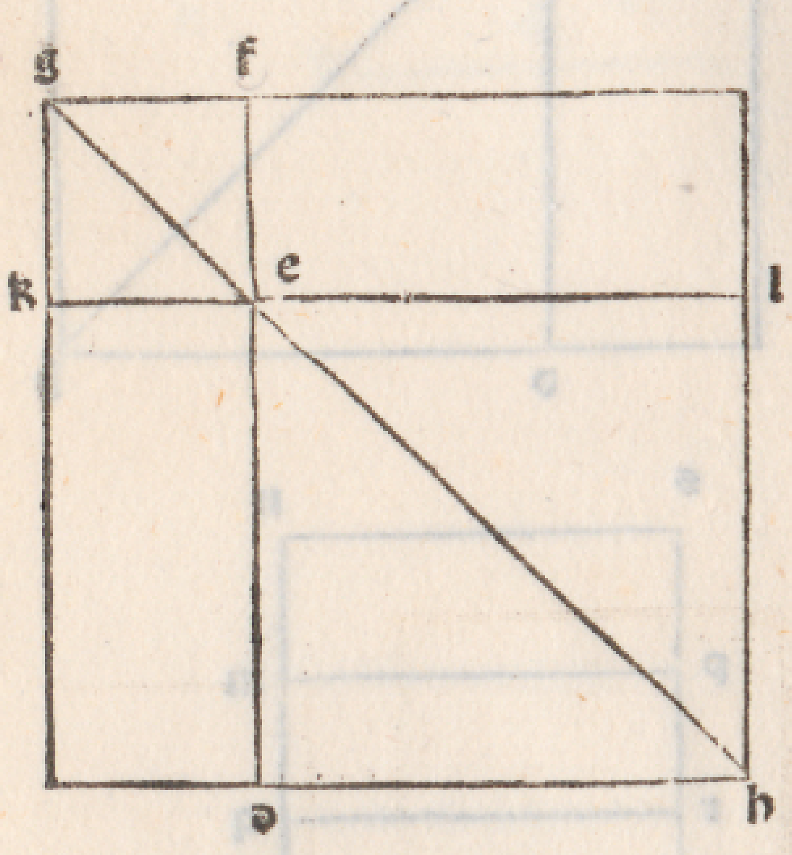
Propositio .93.

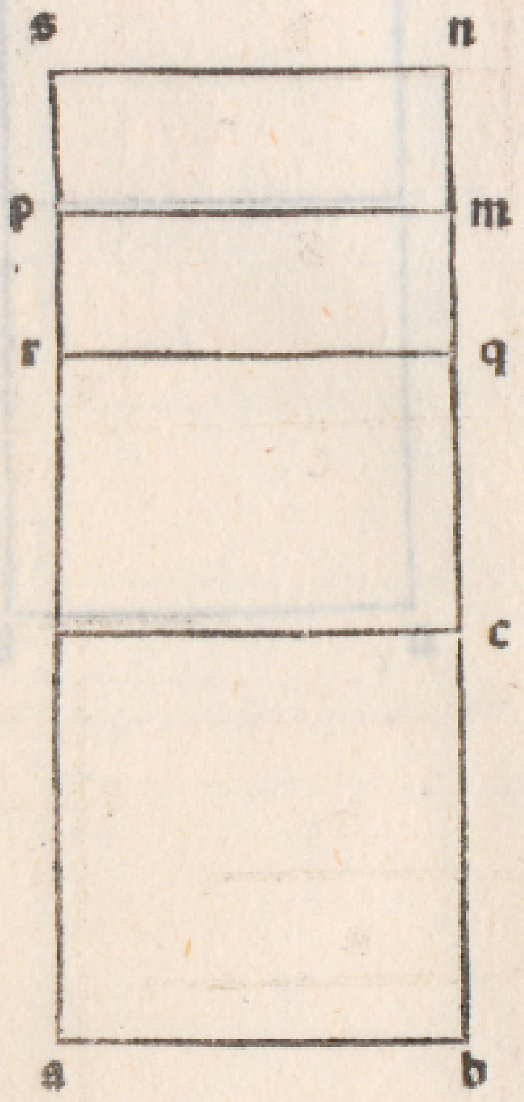
CUm adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ hic erit linea.d.e.residuum mediale primum ⁊ linea.e.f. erit linea illa per cuius abscisionem.d.e.fuerat residuum mediale primum:di/co ꝙ.b.c.erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationẽ premisse quousqʒ eam solido amplectaris habitu institeris ⁊ quales lineas oporteat esse.d.f.⁊.f.e.vigilanter attenderis:de quo si dubitas.69.requirenda erit.









Propositio .94.

SI superficies equalis q̄drato residui medialis scd̄i appli/cata fuerit ad lineam rōnalē: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

¶ Hic etiā erit.d.e.residuū mediale scd̄m ⁊ sequetur ut sit.c.b. residuum tertiū: qd̄ ut facile ɔcludas prime demōstrationi isistas ⁊ q̄les li/neas ɔueniat esse.d.f.⁊.f.e.ex.70.collige. Propositio .95.

CUm adiuncta fuerit linee rōnali superficies equalis qua/drato linee minoris latus eius scd̄m erit residuū quartum:

¶ Si fuerit.d.e.linea minor asserit hec.95.qꝫ.b.c.erit residuū quar/tū: est aūt sumendū ex.71.quales lineas esse necesse sit.d.f.⁊.f.e.cum d.e.fuerit linea minor: ⁊ est astruendum ꝓpositū p̄misso modo: excepto qꝫ in hac ⁊ duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.diuidi ad punctū.m.in duo incōmensurabilia que in tribus premissis diuidebat̄ necessario i duo cōmensurabilia: nam in tribus p̄missis fuerant due linee.d.f.⁊.f.e.cōicantes i potentia tm̄ ⁊ ideo earum quadrata cōicantia: propter qd̄ ⁊ sup̄ficies.a.m.⁊.p.n. quadratis earum equales cōicantes. Quapropter etiā ⁊ due linee.b.m.⁊.m.n.ideoqꝫ fuit i tribus premissis linea.b.n.potentior linea.n.c.in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine ex prima pte.13. In hac aūt ⁊ duabus seqūtibus sunt due linee d.f.⁊.f.e.incōmensurabiles in potentia ut apparet ex.71.⁊.72.⁊.73.⁊ ideo earum quadrata ꝓpter qd̄ ⁊ superficies.a.m.⁊.p.n.incōmensurabiles ꝓpter qd̄ ⁊ due linee.b.m.⁊.m.n.incōmensurabiles.ideoqꝫ per primā pte.14.tam in hac qꝫ in duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.esse potentiorē linea.n.c.in quadrato linee sibi icōmensurabilis i longitudine: cetera perquire ut prius. Propositio .96.

SI ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali cō/stituentis mediale equale superficies adiungatur: lat⁹ eius secundum erit residuum quintum.

¶ Pone similiter hic lineā.d.e.esse illā que iuncta cū rōnali ɔponat totū mediale ⁊ attende ex.72.quales lineas oporteat esse.d.f.⁊.f.e. ⁊ concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune institeris lineam.b.c.esse residuum quintū. Propositio .97.

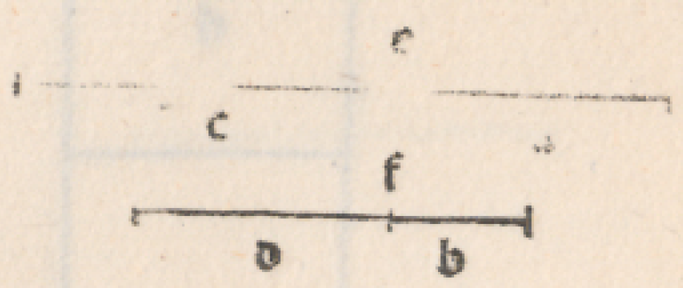
SI ad lineā rationalē superficies equalis quadrato linee cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuū sextum.

¶ Nunc ultimo conuenit lineā.d.e.esse illam que iuncta cum mediali cōponit totum mediale cui adiuncta linea.e.f.que videlicet sit illa per cuius abscisionem linea.d.e.fuerat que proponitur si quales lineas.d.f.⁊.f.e. esse oporteat ex.73.vidiceris priorē argumētationē firma mente tenueris sine obice quoqꝫ lineā.b.c.esse residuū sextū cōcludere poteris.si aūt fortassis in aliquo hesitare ɔtigerit quicquid illud fuerit de quadrato.g.h.ad sibi equalē sup̄ficie.a.n ɔferēdum erit: ⁊ sic patebit ꝓpositū nostrū. Propositio .98

OMnis linea residuo ɔmēsurabil' ipsa quoqꝫ i termio ⁊ ordine ē idē residuū

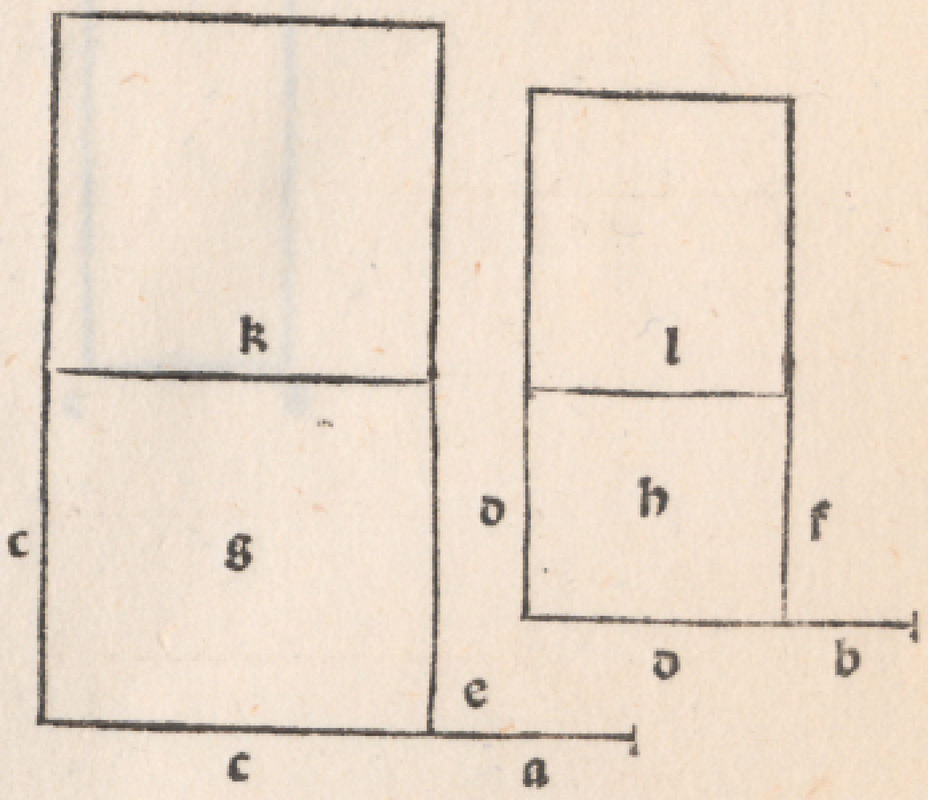
¶ Qd̄ .60.⁊.quatuor.eā sequētes de binomio eiusqꝫ comitib⁹ q̄nqꝫ ꝓposuerūt hec.98.⁊.quatuor.eam sequentes de residuo suisqꝫ q̄nqꝫ

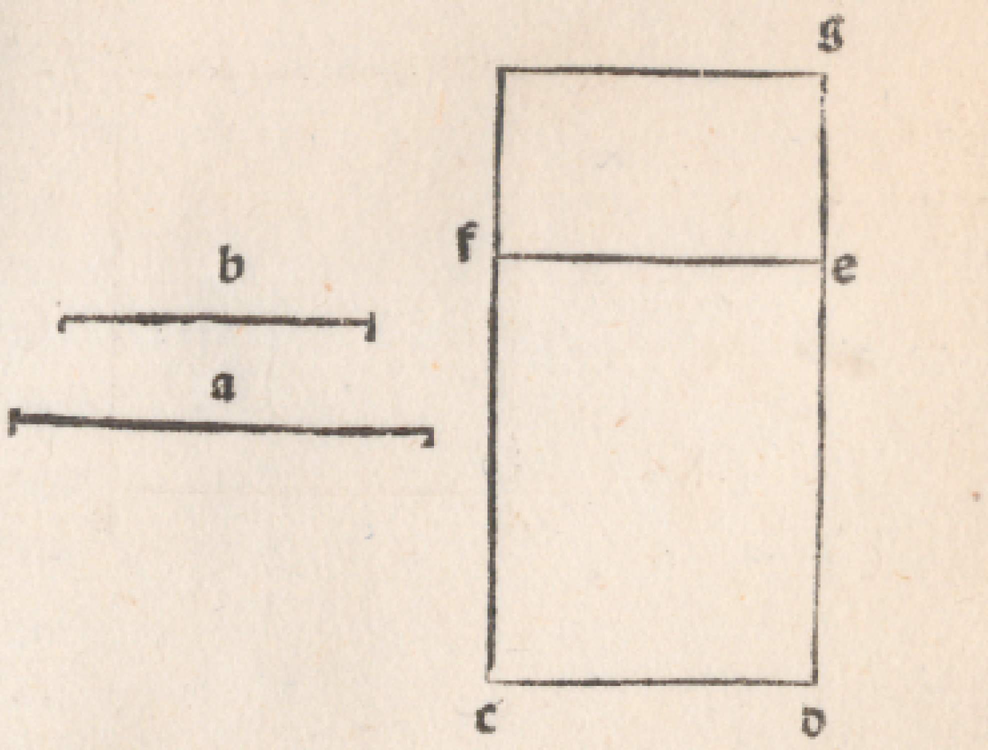
comittibus verum esse proponunt: quibus qui vsq3 ad solitum habitum institerit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cõicantia in longitudine et potentia tantum dictum est: in his quoq3 idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo cõmunicans in longitudine siue in potentia tm̃ ipsa etiã est residuum. sed si communicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdẽ spẽi residuum. Verbi gratia: linea cõmunicans in longitudine residuo primo est residuũ pmũ: ⁊ secũdo cõicans est scdm. sic quoq3 in ceteris: Qd aũt linea communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq3 necesse est esse residuum sed nõ eiusdem speciei: imo ipossibile est vt linea cõmunicans in potentia tantũ residuo primo aut scdo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ãbo cadãt simul sub trib⁹ primis speciebus aut ãbo simul sub tribus postremis. Sit itaq3 exempli gratia. a. residuũ cui cõmunicet. b. in longitudine: dico q̽. b. erit residuũ eiusdẽ speciei cũ. a. Adiungatur enim linea. c. ad lineã a. ⁊ cum illa sit per cuius abscisionẽ. a. fuit residuũ: ⁊ ad. b. adiũgat̃ alia que sit. d. ad quã sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq3 composita ex. a. ⁊. c. e. composita vero ex b. ⁊. d. sit. f. eritq3 ex permutata ꝓportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ p. 13. quinti erit. c. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. cum itaq3. a. cõmunicet cum. b. erit per 10. c. cõmunicans cum. d. ⁊. e. quoq3 cõmunicans cum. f. ⁊ quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f ad. d. sequitur p. 12. vt si fuerit e. potentior. c. in quadrato linee sibi cõicantis in longitudine vel si forte incõmensurabilis: sit similiter. f. potentior. d. at qm̃ omnis linea cõmunicans in longitudine linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico quia ambe erunt rationales in longitudine vel ambe in potentia tantum: sequitur ex diffinitionibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si autẽ. b. cõmunicat in potentia tantũ cum. a. ipsa quoq3 erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario. sed quẽadmodũ dictũ est: cuius demõstratio ex his que in. 60. de binomijs dicta sunt colligenda est.



Propositio .99.

Omnis linea vtrilibʒ residuo mediali cõmunicans: est sub ipsius termio ⁊ ordine residuũ mediale. ¶ Vez est qd dicit̃ siue cõicet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit enim. a. vtrũlibet residuũ mediale cui. b. cõicet in lõgitudine vl' potẽtia. dico q̽. b. ẽ etiã residuũ mediale q̃le fuerit. a. adiũgat̃ eni linea. c. ad lineã. a. ⁊ sit. c. p c⁹ abscisionẽ. a. fuit residuũ mediale: ⁊ ad. b. adiũgat̃ alia q̃ sit. d. sitq3. b. ad. d. sicut. a. ad. c. totaq3 ꝯposita ex. a. ⁊. c. sit. e. ⁊ ex. b. d. sit. f. describãt̃ igit̃ q̃drata. c. ⁊. d. q̃ sint. g. ⁊. h. ⁊ supficies. e. i. c. sit. k. ⁊. f. i. d. ⁊ sit. l. Et q2 ẽ vt pri⁹. e. ad. f. ⁊ c. ad. d. sicut. a. ad. b. sũt aũt. e. ⁊. c. mediales potentia tm̃ cõicãtes ex. 69. ⁊. 70. sequit̃ ex. 21. vt. f. ⁊. d. eis cõicãtes. sint etiã mediales potẽtia tm̃ cõicãtes: ꝯstat aũt ex prima sexti q̽ sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. ⁊. l. ad. h. sicut f. ad. d. ⁊ q2 ẽ. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequit̃ ut sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et pmutati. k. ad. l. sicut. g. ad. h. cũ q̃. g. cõicet cũ. h. sequit̃ vt. k. cõicet. cũ. l. Si igit̃. k. ẽ rõnale qd ẽ in residuo mediali primo erit etiã p diffinitionẽ. l. rõnalis q̃re p. 69. b. etiã ẽ residuũ mediale primũ. si aũt. k. sit medial' qd ẽ i residuo mediali scdo: erit p. 21. etiã. l medialis: ideoq3. b. p. 70. residuũ mediale scdʒ q̃re ꝯstat ꝓpositũ. Idẽ aliter Si liñea b. cõicat cũ liñea. a. q̃ ẽ vtrũlibet residuũ mediale i lõgitudiẽ l' i potẽtia sit supficies c. e. adiũcta ad lineã rõalẽ. c. d. eq̃lis q̃drato. a. ⁊. f. g. eq̃lis q̃drato. b. erũtq3 ob hoc





c.e.⁊.f.g.cõicantes quēadmodū ⁊ quadrata linearum.a.⁊.b.eis equalia.ideoq3 ꝑ primam sexti ⁊. 10.huius.d.e.⁊.e.g.sunt cõicantes in longitudine: ⁊ quia si. a.est residuum mediale primū:est:linea.d.e.est residuum scđm per.93.⁊ si.a.est residuū mediale scđm:linea.d.e.est residuū tertium per.94.at cum.d.e. est residuum scđm linea.e.g.est etiam residuū scđm ⁊ cū illa ē tertium:silr ⁊ hic est tertiū per.98.sequitur itaq3 ex.87.⁊.88.vt.b.sit residuū mediale primū aut secundū prout fuerit. a.et sic patet quod intendimus.

Propositio .100.

SI linea aliqua linea minori cõmunicet.ipsa quoq3 erit linea minor.

¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut ꝓmissam:siue cõmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine siue in potentia hoc aūt apposito quātū ad primū modū ꝙ cum sit.f.ad.d. sicut.e.ad.c. erit ex scđa pte.18.sexti quadratū.f.ad quadratū.d.sicut quadratū.e. ad quadratū c.⁊ coniunctim quadrata duaꝝ linearum.f.⁊.d.ad quadratū.d.sicut quadrata duarum linearum.e.⁊.c.ad quadratum.c.⁊ permutatim quadrata duaꝝ linearum.f.⁊.d.ad quadrata duaꝝ linearum.e.⁊.c.sicut quadratū.d.ad quadratum.c. cõicat autē quadratū.d.ad quadratū.c.ergo duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.pariter accepta cõicant cū duobus duaꝝ lineaꝝ.e.⁊. c.ꝑiter acceptis:⁊ quia ex.17.quadrata duarum lineaꝝ.e.⁊.c.pariter accepta sunt rõnale: erit aūt per diffinitionē ⁊ duo duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.pariter accepta rationale. Cūq3 sit superficies.k. medialis erit etiā.l.sibi communicans medialis:igitur ex.71.b.est linea minor. Quantū autem ad scđm modū erit per.95.linea.d.e.residuū quartum:ideoq3 per.98.⁊ linea. e.g. erit etiam residuum quartum.ideoq3 etiā per.89.linea.b.est linea minor.

Propositio .101.

OMnis linea cõmunicans linee cum rõnali componēti mediale est cum rationali componens mediale:

¶ hanc quoq3 duplici predicto modo nõ est difficile probare:siue de communicantia in longitudine siue de cõicantia in potentia tantum intelligatur:sed quantum ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum.f.⁊.d.pariter accepta mediale per.21.quēadmodū sunt duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.e.⁊.c.ꝑiter accepta ex.72.quibus ipsa cõmunicant ⁊ superficies.l.erit rationalis:per diffinitionem quēadmodū est superficies.k.ex.72.cum ipsa cõmunicat:igitur ex.72.b.est cum rationali componens mediale:quantū ad scđm modū:erit.d.e.residuum quintum ex.69.ideoq3 ⁊.e.g.ex.98.quare.b.est cū rõnali componens mediale.per.90.

Propositio .102.

OMnis linea cõmēsurabilis linee cum mediali constituenti mediale est cum mediali constituens mediale.

¶ hic quoq3 pone lineā aliquā cõicare cum ea que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tm̄ ꝓut volueris:⁊ duplici modo ꝓmisso sine difficultate ꝯcludes eā quoq3 cū mediali ꝯponere mediale.erit etiā quantū ad primū modū supficies.l.medialis quēadmodū ⁊.k.⁊ duo quoq3 quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.ꝑiter accepta mediale sicut ⁊ duo quadrata duaꝝ.e.⁊.c.⁊ q2 duo quoq3 duaꝝ lineaꝝ.e.⁊.c.ad.k.sicut duo duaꝝ.f.⁊.d.ad.l.cū duo prima non cõmunicēt cū duplo.k.ex.73.neq3 duo scđa

cōícabunt cū duplo .l.ex.10.igitur ex.73.b .est cū mediali cōponēs mediale. quantum autē ad scdm modū erit.d.e.residuū sextū ex.97. ideoqȝ ⁊.e.g. ex.98.quare.b est cū mediali cōponens mediale ex.91.

Propositio .103.

Si de supficie rationali superficies medialis abscindatur linea ī reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

¶Sit eni tota superficies constans ex.a.⁊.b.rōnalis a qua detrabatur.b.que sit medialis:dico ꝙ linea potens in.a.residuū aut ē residuum aut linea minor.Esto nanqȝ linea.c.d.rationalis superficiesqȝ.c.e. sibi adiuncta sit tāq̃ȝ.a.⁊.f.g.tāq̃ȝ.b.⁊.tota.c.g.sicut tota.a.b.eritqȝ.c.g.rōnalis.ideoqȝ ꝑ 16.linea.d.g.rōnalis in longitudine ⁊.f.g.erit medialis.ideoqȝ per.20.e.g. rōnalis in potentia tm̄:est igit̃ ex diffinitiōe line a.d.e.residuū primū aut quartū: ergo per.86.⁊.89.linea potens in supficiem.c.e. ⁊ iō in supficiē.a.sibi equalem est residuū aut linea minor:qd ē ꝓpositum.

Propositio .104.

Si de superficie mediali superficies rōnalis detrabatur linea in reliquā superficiem potens erit alterutr a duarum irrationalium linearum aut residuum mediale primū :aut cum rationali componens mediale.

¶Hec quoqȝ sicut premissa ꝓbat̃.Erit eni tota.a.b.m edialis.b. aūt rōnalis:⁊ tunc dico qd in.a.residuum pōt: aut est residuū mediale primū aut cum rōnali cōponens mediale.Cū eni.c.g.equalis sit.a.b.erit per.20.linea.d.g.rōnalis in potentia tm̄:⁊ cū sit.f.g.equalis.b.erit per.16.linea.e.g. rōnalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea.d.e.residuū scdm aut quintū quare per.87.⁊.90. latus tetragonicū superficiei .c .e.⁊ ideo superficiei.a.est residuū mediale primum aut cum rationali componens mediale:quod est propositum nostrum.

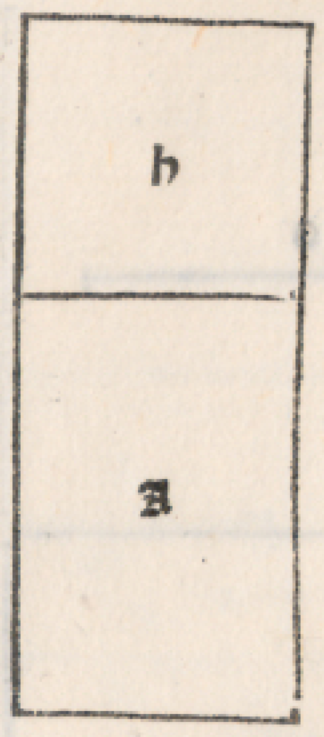
Propositio .105.

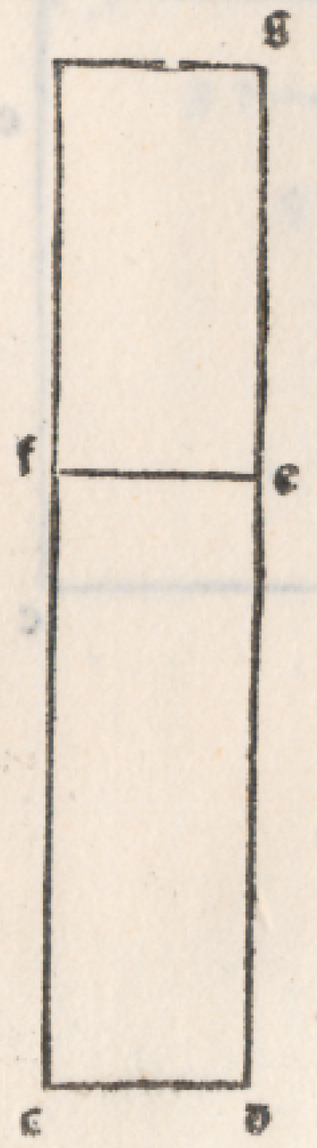
Si superficies medialis superficiei mediali detrabatur fueritqȝ reliqua toti incōmensurabilis que in ipsam reliquā potest: alterutra erit duaꝝ irrōnaliuȝ videlicet aut residuum mediale scdm aut cum mediali componens mediale

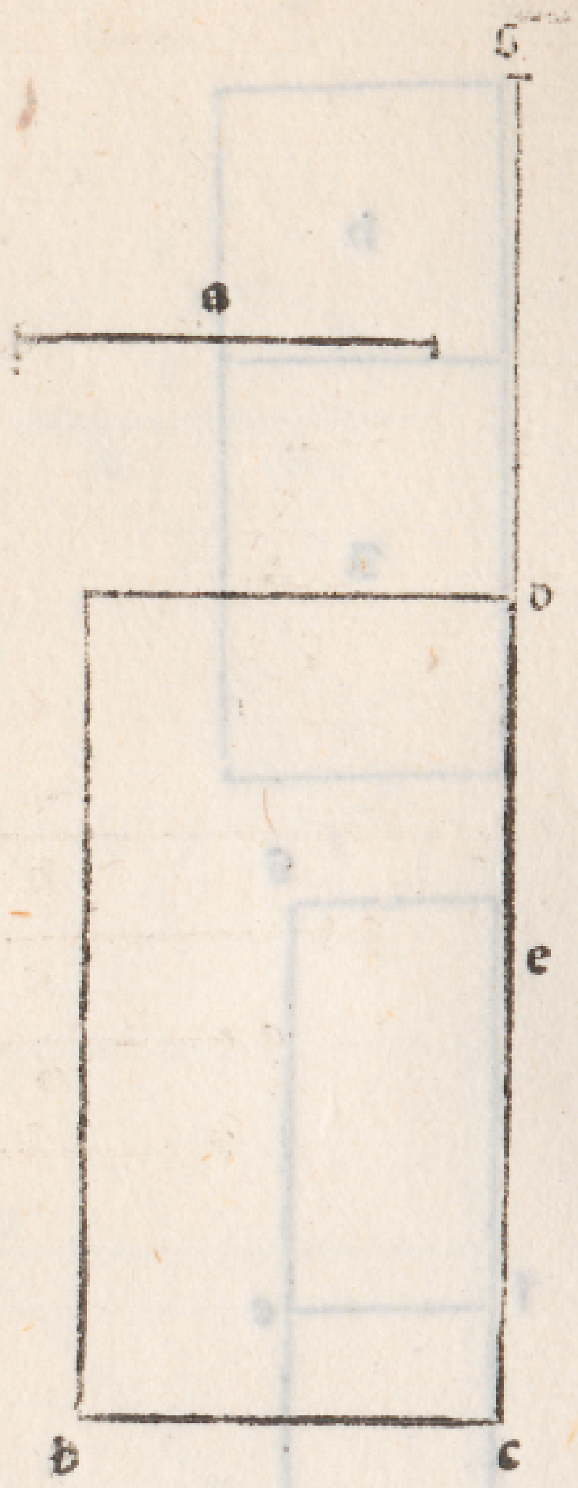
¶Si a duaꝝ premissaꝝ demōstratione non devias concludes sine difficultate propositū.Sint eni tota.a.b.⁊.b.mediales ⁊ sit.a.reliqua incōmensurabilis toti:aliter eni esset.a.medialis ex.21.⁊ eius lat⁹ tetragonicū mediale ex.19 tunc dico ꝙ linea potens in.a.est residuū mediale scdm aut cū mediali cōponens mediale.nam cū sit.c.g.equalis.a.b.erit ꝑ.20.linea.d.g.rōnalis in potentia tātū per eandē quoqȝ cum sit.f.g.equalis.b.erit etiā.e.g.rōnalis in potentia tm̄ ⁊ cum sit.a.incōmensurabilis toti.a.b.erit.f.g.incōmensurabilis.c .g. ideoqȝ per primā sexti ⁊. 10.huius erit etiā.e.g.incōmensurabilis.d.g. igit̃ a diffinitione linea .d.e. erit residuū tertiū aut sextū:q̃re ꝑ.88.⁊.91.latus tetragonicū supficiei.c.e.⁊ iō superficiei.a.ē residuū mediale scdm aut cū mediali componēs mediale.

Propositio .106.

Linearū irrōnaliū que sunt residuū ⁊ post ipsam subsecute vllam alij termino et ordine sub esse impossibile est residuo quoqȝ binomij terminū vel ordinē cōuenire non est possibile. ¶Vult aūt ꝑ banc. 106.ꝙ residuū ⁊ alie quinqȝ linee







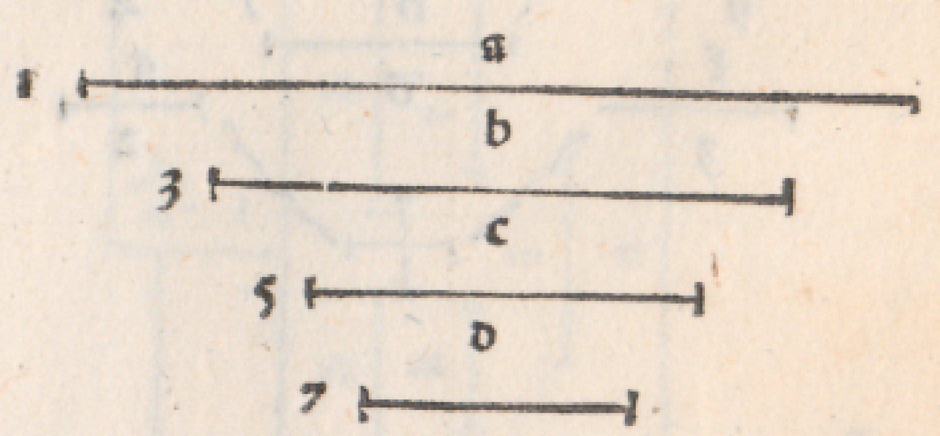
irrōnales eam sequentes differunt specie ⁊ dione abinuicē ⁊ nulla linea vna potest eē sub duabus neqȝ sub pluribus speciebꝰ haꝝ sex lineaꝝ irrōnaliū que sunt residuum ⁊ eius quinqȝ comites: ⁊ ꝙ oēs spēs residui differunt ab oibus speciebus binomij nec ē possibile lineā vnā simul esse residuū ⁊ binomiū cuiuscūqȝ speciei residui vel binomij: Pars prima sic ꝯstat: qm̄ sup̄ficies equalis quadratis residui ⁊ suaꝝ quinqȝ comitū cū adiūgant̄ ad lineā rōalē habēt scda latera necessario diuersa abinuicem ex. 92. ⁊ quinqȝ eā sequentibus. sunt autē scda latera residuū primū ⁊ secūdū ⁊ deinceps vsqȝ ad sextū. Scda ps ꝯstat hoc modo: si eadē linea pōt eē simul residuū ⁊ binomiū. sit. a. cuiꝰ quadrato adiūgat̄ ad rōnalē lineā. b. c. sitqȝ. b. d. eritqȝ ex. 54. linea c. d. binomiū primū ⁊ ex. 92. residuū primū. inquantū ergo binomium primū diuidat̄ in suas binomiales portiones ad punctū. e. sitqȝ maior portio c. e. q̄ erat rōalis i lōgitudine ꝑ diffinitionē: iquātū aūt ē residuū p̄mū adiūgat̄ ei d. g. ꝑ cꝰ abscisionē fuerat residuū primū: eritqȝ etiā ex dione. c. g. rōalis i lōgitudie Cū itaqȝ sit vtraqȝ duaꝝ lineaꝝ. c. g. ⁊. c. e. rōnalis i lōgitudie erit ēt ꝑ. 9. līca. e. g. rōnal' i lōgitudie: at qꝛ linea. d. e. ē rōnalis i potētia tm̄ cū ipsa sit ꝑ ypothe. mior portio binomij p̄mi: erit per. 68. linea. d. g. residuū ⁊ qꝛ ipsa erat rōalis i potentia tm̄ cū per eius abscisionē eēt linea. c. d. residuū sequit̄ impossibile ꝑ. 68. Qđ ut clarius pateat: esto sup̄ficies. b. d. adiuncta ad lineā rationalē. b. c. equalis q̄drato linee. d. g. cū itaqȝ linea. d. g. sit rationalis in potentia erit per. 16. linea. c. d. rōnalis in longitudine. at cū etiā linea. d. g. sit residuū erit ex. 92. linea. c. d. residuū p̄mū quod esse nō potest cum linea que dicitur residuum sit irrōnalis per. 68.

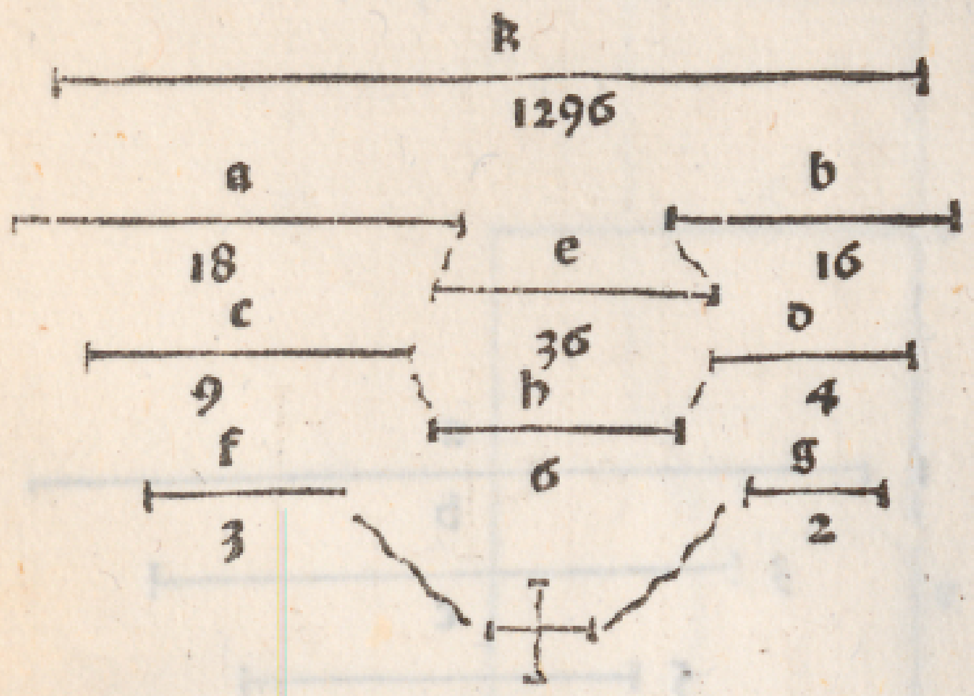
Propositio .107.

Linea que residuū dicit̄ vllave irrationaliū que post eam sunt nequit esse sub termino binomij aut sub termino ⁊ ordine vllius ceteraꝝ lineaꝝ irrōnalium que binomiū subsequūtur: cum aūt possibile sit lineaꝝ irrōnaliū seriē in infinitum produci non est possibile vllā earum cum ea que precesserit in termino ⁊ ordine conuenire.

¶ Vult per hanc vltimā libri. 10. ꝙ. 13. irrōnales linee de quibꝰ in hoc decimo demonstratū ē ⁊ ipse sunt linea medialis binomiū ⁊ eiꝰ quinqȝ comites residuū ⁊ eiꝰ quinqȝ comites sint abinuicē singule a singulis specie differentes: ⁊ ꝙ nulla linea vna pōt eē simul sub duabꝰ aut pluribus speciebus eaꝝ: ⁊ ꝙ spēs lineaꝝ irrōnaliū pn̄t i infinitū ꝓduci q̄ꝝ nulla cū alia ꝯuenit i dione ⁊ ordine. Qđ aūt hec. 13. linee videlȝ medialis binomiū ⁊ eiꝰ. 5. comites residūu ⁊ eiꝰ. 5. comites sint irrōales demonstratū esse superius memento: de mediali quidē ex. 19. de binomio aūt ⁊ eius quinqȝ comitibꝰ ex. 30. ⁊ quinqȝ eā sequētibus: at vero de residuo suisqȝ quinqȝ comitibus ex. 68. ⁊ quinqȝ eā sequētibus. Nullā aūt haꝝ. 13. lineaꝝ irrōnalium posse ꝯuenire in specie cū aliqua aliaꝝ lineaꝝ sic collige. Esto eni vt ad vnā eādēqȝ lineā rōnalē in longitudine adiungant̄ superficies equales quadratis predictaꝝ. 13. linearū irrōnaliū ſm ꝙ ordine se inuicē sequunt̄: eritqȝ ex. 20. secūdū latus prime istarum. 13. superficierum ⁊ quinqȝ eam sequentiū rationale in potentia tm̄. scda aūt latera scde istaꝝ. 13. superficieꝝ ⁊ quinqȝ eam sequentiū erūt omnes spēs binomioruȝ ꝑ ordinē videlicet binomiū primū scdm ⁊ deinceps vsqȝ ad sextū ex. 54. ⁊ quinqȝ eā sequētibus demonstratū esse memineris. scda vero latera octaue superficiei ⁊ quinqȝ eā sequētiū sunt spēs residuoꝝ in ordine videlicet residuū primū ⁊ residuū

secundū ⁊ deinceps vsqꝫ ad sextū qd̄ ex.92.⁊ quinqꝫ eā sequētibus didicisti. Cum igit̄ ipa linea rōnalis i potētia tm̄ nō coueniat cū aliq̄ specie binomioꝝ aut cū ali/qua residuoꝝ quoniā omne binomiū p.30.⁊ oē residuū p.68.ē linea irrōalis ⁊ i lōgitudine ⁊ i potentia. Et cū nulla spēs residuoꝝ coueniat cū aliqua spē binomiorū ex secūda pte penul̄.bᵒ decimi: sequit̄ ut oia scōa latera haꝝ.13.superficieꝝ sint ab/inuicem diuersa: ideoqꝫ p primā sexti ⁊ ipse.13. superficies sunt diuerse cū caꝝ omnium altitudo sit vna quare etiā hec.13.linee irrōnales ꝓposite sunt singule a sin/gulis diuerse. ¶ Possunt aūt haꝝ.13.lineaꝝ irrōnaliū species in infinitū ꝓduci.infinite eni sūt spēs lineaꝝ medialium.infinite quoqꝫ binomioꝝ ⁊ sic de singulis Qd̄ hoc modo ꝯstat: esto linea.a.medialis.sumaturqꝫ vnitas ⁊ quotlibet numeri p̄mi vt.3.5 ⁊.7.⁊ sint totidem linee.b.c.d.quot sunt sūpti numeri primi.sintqꝫ q̄drata istaꝝ lineaꝝ.b.c.d.ad quadratū.a.sicut hi numeri primi ad vnitatē: eruntqꝫ linee b.c.d.mediales ex.21.qm̄ ipse cōicant in potētia cū linea.a.mediali. oēs autē erūt diuerse in longitudine ab.a.⁊ a seinuicē p vltimā ptē.7.qm̄ nullius istorum numeroꝝ ad vnitatē nec alicuius coꝝ ad alteꝝ per.16.⁊.8.⁊ corelariū scōe octaui ⁊ presentis ypothesis ē ꝓportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: erit ergo a.⁊ omnes sibi cōicantes in longitudine sub p̄ma specie lineaꝝ medialiū.b.vero ⁊ oēs sibi cōicantes in longitudine sub scōa.c.aūt ⁊ oēs eidē cōicantes vel cōmensu/rabiles sub tertia.d.quoqꝫ ⁊ oēs sibi cōicantes in longitudine sub quarta: ⁊ q: nu/meri primi sunt infiniti vt ex.21.noni didicisti: necesse ē spēs lineaꝝ medialiū ēe infinitas. Qd̄ aūt ē dictū de linea mediali itellige de binomio suisqꝫ.5.comitibꝰ: ⁊ residuo suisqꝫ.5.comitibꝰ: nā sicut ois linea cōicans mediali ē medialis siue cōicet ei in longitudine siue in potentia ut probatū est in.21.ita etiam omnis linea com/municans binomio aut alicui suaꝝ quinqꝫ comitū vel etiā residuo aut alicui suaꝝ quinqꝫ comitū in longitudine vel in potentia est secū sub eadē specie vt probatum est in.60.⁊ quatuor eam sequentibus ⁊.98.⁊ quatuor eam sequentibus. Sunt igit̄ species haꝝ.13.lineaꝝ irrōnaliū infinite quaꝝ nulla coueniet cū p̄cedenti in ordi/ne vel diffone. Conuenit quoqꝫ dr̄ie aliter species linearum irrōnaliū esse infinitas nam omne latus tetragonicū superficiei dicte a numero nō quadrato est irrōnale p vltimā ptē.7.⁊ p diffinitionē.cum itaqꝫ tales numeri sint infiniti: erunt etiā spe/cies haꝝ lineaꝝ irrōnaliū infinite. Tertio modo contingit scōam ptem huius vlti/me conclusionis libri decimi sic exponi: vt dicamus ab vnaquaqꝫ linea rōnali i potentia tantū infinitas lineaꝝ irrōnaliū spēs produci quaꝝ nullā cum aliqua caruꝫ que ipsā precesserint: possibile est in diffinitione ⁊ ordine conuenire. Verbi gratia Sumatur aliqua supficies rōnalis dicta a numero nō quadrato ut quiqꝫ: eritqꝫ latus eius tetragonicū irrōnale in longitudine: qm̄ ipsū ē incōmensurabile lateris tetragonico superficiei rōnalis dicte a numero quadrato ex vltima pte.7. dico ergo ꝙ huiꝰ lateris latus. itemqꝫ scōi lateris latus ⁊ rursus huius tertij lateris latus ⁊ sic in infinitū: sunt linee irrationales tam in longitudine q̄ꝫ in potentia: ⁊ ꝙ nulla earum conuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eā precesserit in ordine. estqꝫ latus tetragonicum premisse superficiei quecunqꝫ dicta fuerit a numero non qua/drato earum omnium sicut radix ⁊ principium ⁊ quelibet ipsaꝝ est principiū oim ipsam sequentiuꝫ: ⁊ quecunqꝫ ab aliquo tetragonico latere cuiusqꝫ talis superficiei proficiscuntur diuerse sunt in longitudine ⁊ potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis superficiei generantur ⁊ hoc dico cum ipsaꝝ supficieꝝ





non fuerit ꝓportio sicut numeroꝝ quadratoꝝ. hec aũt vt possumus firma demonstratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet. sitqꝫ istud.

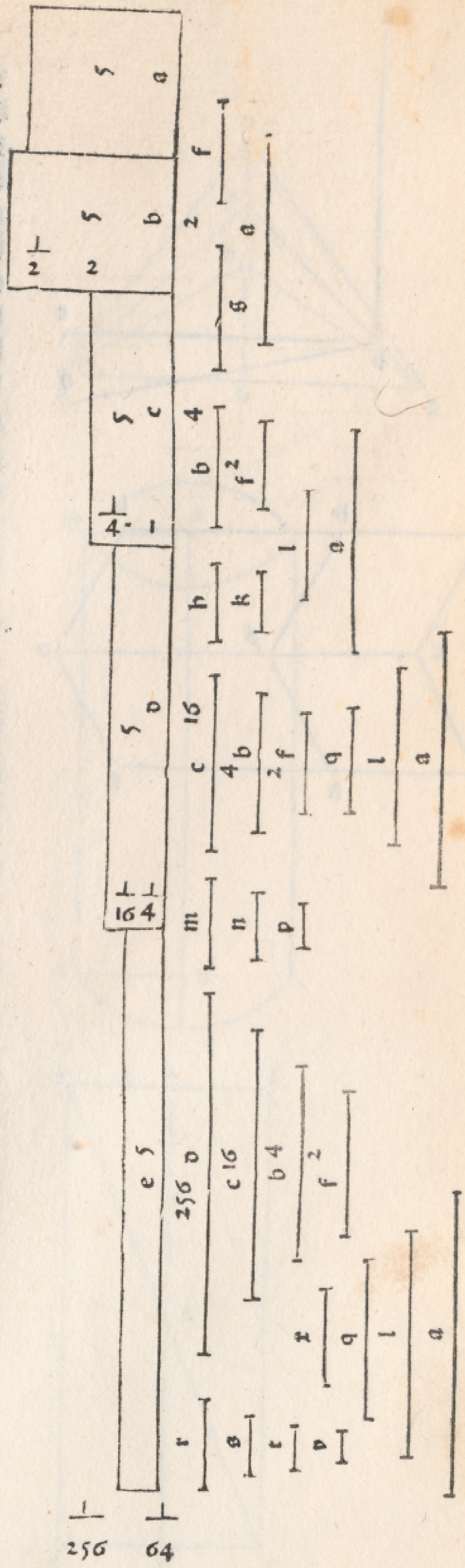
¶ Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonicum lauts ipsius producti produces.

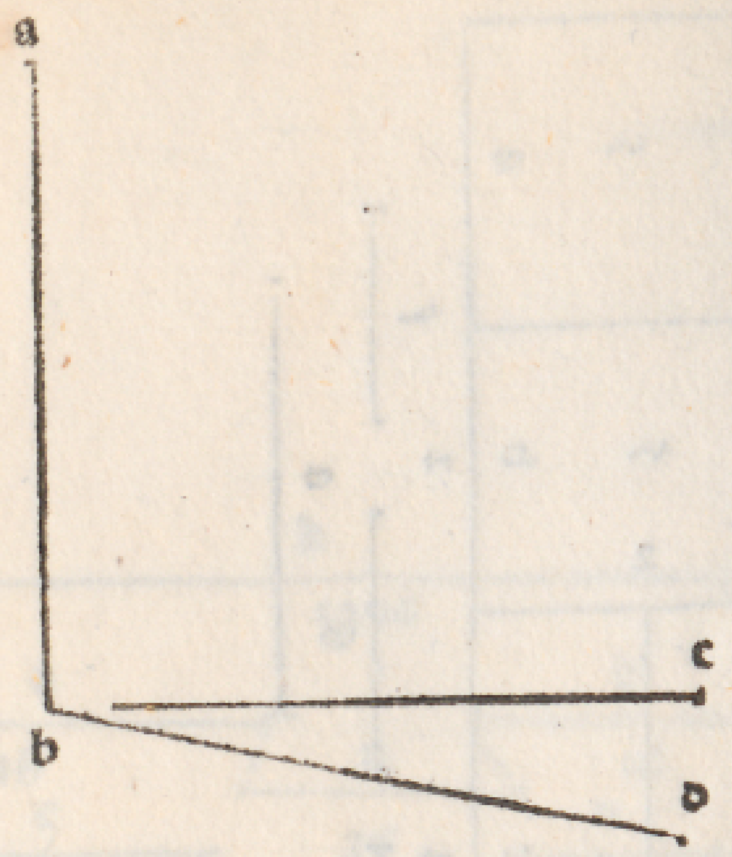
¶ Verbi gratia sit vt ex.a.in.b.sit.k.ad.c.⁊.d.sint latera tetragonica. a.⁊. b.fiat autẽ.e.ex.c.in.d.sintqꝫ iteꝝ.f.⁊.g.latera tetragonica.c.⁊.d.⁊ fiat.h. ex.f in.g.dico ꝙ.h.est latus tetragonicũ.e.⁊ ꝙ.e.rursus est latus tetragonicũ.k.cum eni ex.f. in se ⁊ in.g.fiant.c.⁊.h.erit.c.ad.h.sicut.f.ad.g.sed ⁊ sit.h.ad.d. sicut.f. ad.g.eo ꝙ ex.g.in.f.⁊ in se fiunt.h.⁊.d. sint igit̃.c.h.d.continue ꝓportionales itaqꝫ ex.h. in se quantũ ex.c.in.d.quare.h.est latus tetragonicũ.e. eadẽ quoqꝫ rõne cũ ex.c. i se sit.a.in.d.sit.e.⁊ ex.d.in se sit.b.erunt etiam.a.e.b.cõtinue ꝓportionales i ꝓportiõe.c.ad.d.cũ igit̃ ex.a.in.b.sit.k.sequit̃ etiã vt ex.e. i se sit.k.q̃re.e.est latus tetragonicũ.k.constat itaqꝫ qꝺ dicit̃.restat itaqꝫ demonstrare qꝺ propositum est. Sit igit̃ sũꝑficies.a.rõnalis dicta a numero nõ quadrato.ut.5.sitqꝫ linea.a.ei⁹ tetragonicũ latus ⁊ sumant̃ quotlibꝫ linee rõnales i lõgitudie q̃ sint.b.c.d.e.Sint qꝫ dicte a numeris quoꝝ quisqꝫ precedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequentis: vt si.b.sit 2.c.4.d.16. e.vero.256.ad has aũt lineas rõnales in longitudine adiungatur sũꝑficies equalis.a.eruntqꝫ scđa latera singulaꝝ rõnalia in longitudine per.16 vt scđm latus.b.2.⁊ dimidiũ:secundũ.c.vnuꝫ ⁊ quarta:secundũ vero.d.vna quarta ⁊ vna.16. at vero superficiei.e.secundũ latus erit vna.64.⁊ vna.256.sit ergo.f. tetragonicũ latus.b: g.vero sit tetragonicũ latus scđi lateris superficiei.b. eritqꝫ ꝑ premissam añs ut ex.f.in.g.sit.a.rursus sit.h.tetragonicum latus secundi lateris c.k.quoqꝫ sit tetragonicũ latus.h.eritqꝫ per predictũ añs vt ex.h.in.h.sit.a.⁊ ex.f in.k.sit tetragonicũ latus.a.qꝺ sit.l.sit iteꝝ.m.tetragonicũ latus secũdi lateris superficiei.d.sed cũ.n.sit tetragonicũ latus.m.⁊.p.tetragonicum.n.eritqꝫ per predictũ antecedens vt ex.c.in.m.fiat.a.⁊ ex.h.in.n.l.⁊.ex.f.in. p. tetragonicuꝫ latus l.qꝺ sit.q.Amplius aũt sit.r.tetragonicũ latus lateris secundi superficiei.e. sit quoqꝫ.s.tetragonicũ.r.⁊.f.⁊.t.s. sit et.u.tetragonicũ.t.sequit̃ que per dictũ antecedẽs vt ex.d.in.r.fiat.a.⁊ ex.c.in.s.l. ⁊ ex.h.in.t.sit.q.⁊ etiam ex.f.in.u. tetragonicũ latus.q.qꝺ sit.x. ⁊ sic in infinitũ: dico ergo has lineas.a.l.q.x.quaꝝ.a.est tanquã radicale principium esse irrationales.a.quidem in longitudine tantum: cetere vero in longitudine ⁊ in potentia ⁊ dico ꝙ nulla earum conuenit cũ alia in diffinitione vel ordine .Cuꝫ eni ex.f.in.g.⁊.k.fiant.a.⁊.l.erit.a.ad.l.sicut.g.ad.k.⁊ q2 vt pꝫ ex dictis ypothesib⁹.g.⁊.k.sũt incõmensurabiles in longitudine ⁊ in potentia. sequitur etiã vt.a.⁊.l.sint incõmensurabiles in longitudine ⁊ in potẽtia: eadem ratione.a.⁊.q.est enim.a.ad.q.sicut.g.ad.p.⁊ propter eandẽ causam etiã.a.⁊. x.cũ sint sicut.g.⁊.u.⁊ hac via quoqꝫ necesse est vt.l.⁊.q.sint simpliciter incõmensurabiles tã i lõgitudine quã in potẽtia.cum eni ex.f.in.k.⁊.p.fiant.l.⁊.q. erit.l. ad.q. vt.k.ad.p:at.k.ad.p.nec commensurabiles sint in longitudine nec in potentia. Si enim sint erunt.h.⁊.n.commensurabiles.sed non sũt:at vero.l.⁊.x.oportet eẽ vtroqꝫ modo incommensurabiles:est enim.l.ad.x.sicut.k.ad.u.eo ꝙ ex.f.in. k.⁊ u.fiunt.l.⁊.x.sunt autem.k.⁊.u.vtroqꝫ modo incommensurabiles.Sin autẽ accidet.d.⁊.h.esse commensurabiles quod est inconueniens: q.vero ⁊.x.ꝙ sint quoqꝫ incommensurabiles potentia ⁊ longitudine ex eo patet ꝙ ẽ.q.ad.x.sicut.p. ad.u.

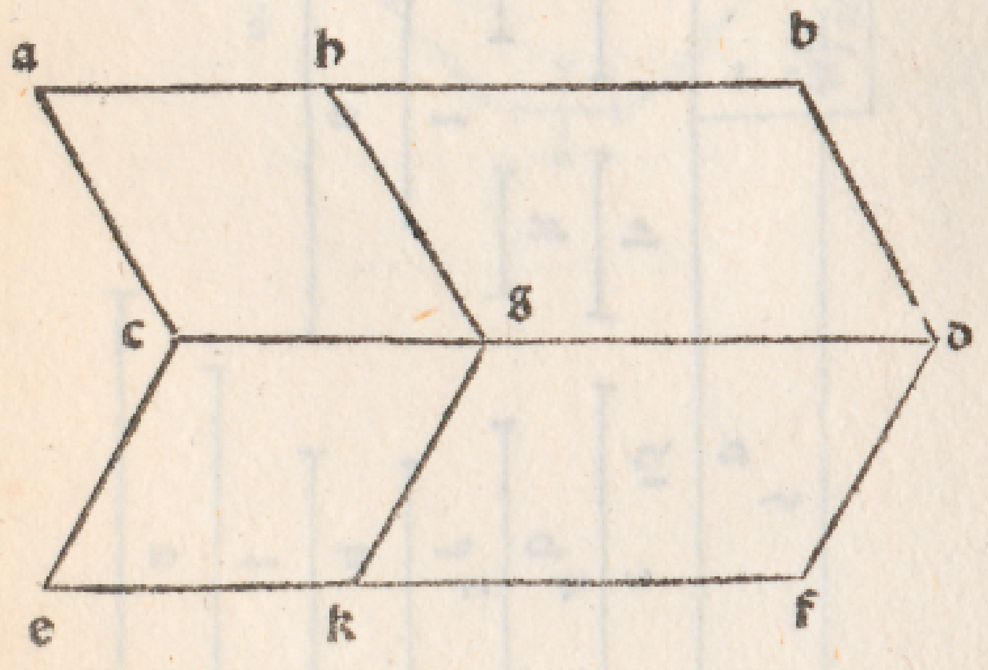
constat autē q̄ p.t.u.sunt incōmensurabiles.nam si nō erunt.n.t.c. cōmensura
biles.ideoq3.m.t.s.sed non sunt. ℭ Manifestum est itaq3 infinitas lineas irrati
tionales in longitudine t in potentia incommensurabiles t ideo diffinitiōe t spe
cie differētes produci ex linea.a.rōnali in potentia tantū. Restat aūt nunc ostende
re q̄ quecūq3 irrōnales linee ab aliqua linea rōnali in potentia tantū hac via ge/
nerantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄3 in potentia que a quali
libet alia linea rōnali in potentia tm̄ quadratū cuius ad quadratu3 prioris nō sit
sicut numeri quadrati ad numerū quadratum hac eadem via egrediunt̄: hoc quo/
q3 sic constat. Sint.a.t.b.rōnales in potentia tm̄ siue tetragonica latera duaru3
superficierum dictarum a numeris non quadratis.sitq3 ut illi numeri nō sint i ꝓ/
portione aliquorum numerorum quadratoru3: linee quoq3 que procedunt hac via
ab.a.sint.c.d.e.t a.b.procedant.f.g.h.dico q̄ nulla ex lineis.c.d.e.communicat
in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis.f.g.h.cum enim sint.c.t.f.tetra
gonica latera.a.t.b.at.d.t.g.tetragonica latera.c.t.f.t.e.t.h. tetragonica.d t
g.nō est possibile vt aliqua ex.c.d.e.cōicet cum sua cōpari ex.f.g.h.vl' longitudi/
ne vel potētia.Si enim alterutro modo cōmunicet.e.cum.h.sequitur ut.d.cōmu/
nicet cum.g.t.c.cum.f.quare t.a.cum.b.etiam in longitudine quod est cōtra ypo
thesim. Uniuersaliter autem verum est dicere quēlibet harū esse vtroq3 modo in/
commensurabilem cuilibet istarū. Dato nanq3 q̄.d.communicet cum. h. etiam i
potentia tantum.sequitur ut.c.quoq3 cōicet cum.g.t.a.cum.f.quod nō ē possibi/
le. Attendere autem oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄3 latus
superficiei denominate a latere priori.vnde tetragonicum latus linee.a. voco li/
neam illam que potest in superficiem dictam a linea.a.talis autem superficies est
quā continet linea.a.t linea rōnalis in longitudine dicta ab vno.Si ergo libet inue
nire tetragonicum latus cuiuslibet linee.sit linea.a.cuius tetragonicū latꝰ volo in/
uenire.b.vero sit linea rōnalis in longitudine dicta ab vnitate t ipsa est minima
omnium linearum rōnalium numeratarum ab integris medio loco proportiona/
lis interꝰ eas.sit.c.est igitur p.16.sexti.c.tetragonicum latus.a.idem enim fit ex.a.
in.b.t ex.c.in se. At vero ex.a.in.b.fit supficies dicta ab.a. Quicquid enim a quo
libet in vnum ducto producitur ab eo qō vnum multiplicat denominatur. Et no/
ta q̄ cum.c.fuerit latus teteragonicum linee.a.indifferenter contingit lineam.c.
esse maiorem linea.a.t minorem prout.b.etiam fuerit maior aut minor. Expli/
cit liber Decimus: incipit liber Undecimus.

Corpus est qō longitudinem t latitudinem t altitudinē habet cuiꝰ termini sunt supficies. Linea erecta supra supficiē ē que cū singulis sibi ꝯterminalibus lineis in ea supficie expā sis angulos rectos facit.linea aūt hec supra eā superficiē perpendicularis esse t ad eādē orthogonaliter insistere dicitur.

ℭ Intelligat̄ eni linea.a.b.exurgere supra planū: ita q̄ pūctus.a.imaginet̄ i aere t.b.in plano t a pūcto b.ducant̄ plures linee in eodem plano ut.b.c. b.d.t quotlib3 alie. Si igit̄ ita fuerit q̄ linea .a.b.cū linea b.c.t cū linea.b.d.t cū qualibet alia linea ꝓtracta a puncto.b.i plano illo angulū







rectũ cõtineat ipsa dicetur esse perpendicularis ad illã superficiẽ in qua ꝓtracte sũt hee linee videlicet.b.c.⁊.b.d.⁊ alie cũ quibus ipsa ponit̃ continere angulũ rectuꝫ. ¶ Superficies autẽ erecta sup supficiẽ est quotiẽs puncto vno eodem linee que est cõmunis terminus illaꝝ supficieꝝ due perpendiculares cõterminales supstant que rectũ cõtinentes angulũ in eisdẽ supficie/bus site sunt. ¶ Verbi grã imaginemur supficiẽ.a.b.c.d.exurgere supficiẽ vero.c d.e.f. iacere: ⁊ intelligamus lineam .c. d.esse communem terminum ambarum in ea itaqꝫ signet̃ punctus.g.a quo ad lineã.c.d .extrahant̃ due linee perpendicu/lares vna vidꝫ ĩ superficie.c.d.e.f .que sit.g.k:⁊ alia ĩ supficie.a.b.c.d.que sit.g.b si igitur angulus quẽ continent hee due linee perpendiculares videlicet.g.b.⁊.g.k. erit rectus supficies.a.b.c.d.dicitur orthogonaliter erecta super supficiẽ.c.d.e.f. ¶ Superficies equidistãtes sunt que in vtrãlibꝫ partem protracte nõ concurrent et si in infinitum producantur. ¶ Intellectum est quod dicit̃. Scire tamẽ debes ꝙ omnes plane supficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnẽ partẽ ꝓtracte cõcurrent alicubi ⁊ super rectã lineã se secabunt lineas autẽ rectas nõ ẽ necessariũ vl' cẽ equidistantes vel in vtrãqꝫ pteꝫ protractas concurrere Quippe que in eadẽ supficie nõ sunt nec equidistant ab inuicẽ nec tñ quantũlibet protracte cõcurrent. ¶ Equa corpora sunt atqꝫ similia quoꝝ termina les superficies numero ac quantitate equales vnius creationis sint atqꝫ similes similia corpora sunt que similibus superficiebus numero equalibus continentur. ¶ Si has duas diffinitiones de corporibus equa/libus ⁊ similibꝰ nõ intelligis ad diffinitionẽ similium superficieꝝ positã in princi/pio sexti recurre. ¶ Corpus seratile dicitur qđ quiqꝫ superficiebus qua/rum tres paralellograme sunt due vero triangule continentur.

¶ Domui quatuor parietes equidistantes habenti tectũ vnico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali ⁊ equidistanti suppositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit. ¶ Spera est transitus arcus circũferentie dimidij circuli quotiens sumpto vel suppremo semicirculo lineaqꝫ di ametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

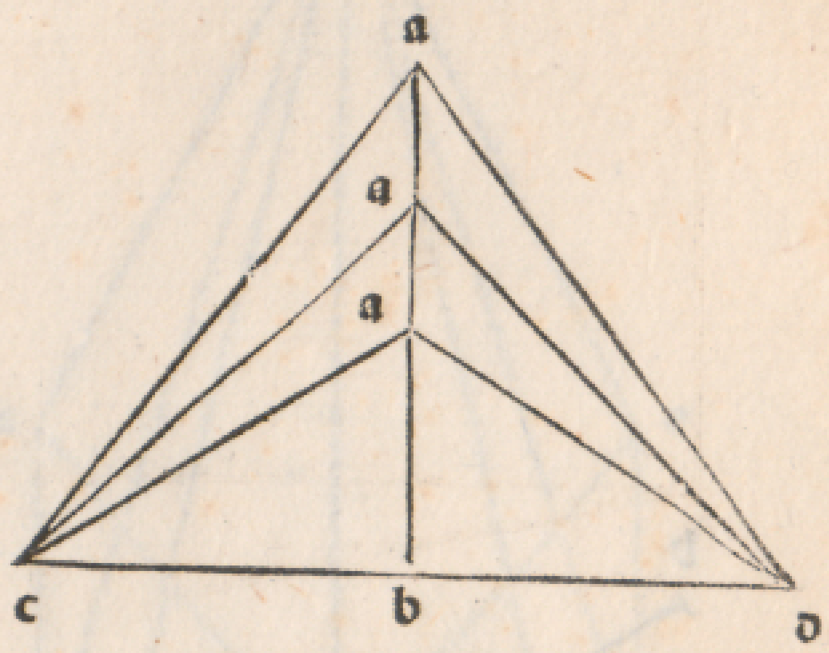
¶ Super quãlibet lineã semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota re uolutione circũducatur corpus quod describitur spera nominat̃ cuius centrũ con/stat esse centrum semicirculi circũducti. ¶ Piramis laterata est figura cor/porea quã cõtinent superficies ab vna quaꝝ relique sunt ad vnũ op/positum punctũ sursum erecte. ¶ In omni laterata piramide cuncte supfici/es ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctũ subleuãtur qui conus pirami/dis dicitur suntqꝫ omnes hee laterales supficies triangule: basis vero frequẽter nõ est triangula. ¶ Piramis rotunda est figura solida: estqꝫ transitus tri anguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continẽ tium fixo ⁊ donec vsqꝫ ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circũducto. Si autem latus fixum lateri circũducto fuerit equale erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero breuiꝰ obtusiangula erit. Axis aũt ipsiꝰ figure ẽ latus fixũ. Basisqꝫ sua cir/culus. Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.

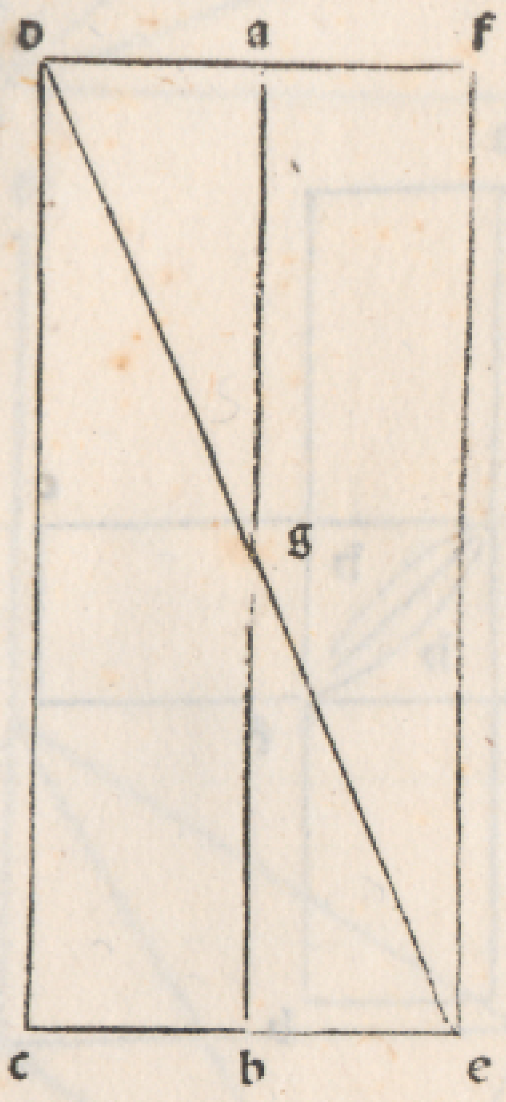
¶ Sit trigonus.a.b.c.rectũ angulũ habens qui sit.b.figaturqꝫ alteꝝ duoꝝ laterũ ambiẽtiũ rectũ angulũ.b.sitqꝫ latus qđ figit̃.a.b.quo fixo circũducat̃ trigonꝰ quo/

usq3 ad locũ vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni mo tu describitur rotunda piramis appellat᷑: cuiꝰ tres sũt dĩe. Alia eni est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula Et prima quidẽ ẽ qñ latus.a.b.lateri.b.c.fu erit equale. Esto eni ut linea.b.c.cũ rotatu trigoni puenerit ad sitũ linee.b.d.ita ꝙ punctꝰ.c.cadat sup pũctũ.d.fiatq3 linea vna.hoc ẽ vt ipsa tunc ꝯiungat᷑ situi a quo moueri cepit scdm rectitudinẽ: eritq3 linea hic qsi.b.c.d.ꝛ qꝛ ex.32.pmi ꝛ.5.eiusdẽ angulus.c.a.b.ẽ medietas recti erit angulus.c.a.d.rectus.ideoq3 piramis hec di citur rectangula. Si autẽ latus.a.b.sit longius latere.b.c.erit acutianguli: erit eni tunc ex.32.pmi ꝛ.19.eiusdẽ angulus.c.a.b.minor medietate recti. ideoq3 totus angulus.c.a.d.ẽ mior recto ꝛ acutus: quare piramis acutiangula. Qđ si latus.a.b fuerit breuius latere.b.c.erit angulus.c.a.d.maior medietati recti ex.32.pmi et 19.eiusdẽ ꝛ totus.c.a.d.qui ẽ duplus ad ipsũ.c.a.b.maior recto ꝛ obtusus. igitur ꝛ piramis cõuenienter tũc dicit᷑ obtusiangula. Axis autẽ huius piramidis dicit᷑ linea.a.b. basis vero eius circulus quẽ describit linea.c.b.super centꝝ.b.dicit᷑ quoq3 hec piramis columne rotunde illiꝰ videlicet quã motu suo describeret palellogramum ꝓueniens ex.a.b.ꝛ.b.c.latere.a.b.manente fixo.

¶ Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus ꝛ crassitudine idest altitudine equales est transitus paralellogrami rectanguli latere rectũ angulum continente fixo ipsaq3 superficies donec ad locũ suũ redeat circunducta diciturq3 hec figura columna rotũda. Columne itaq3 rotunde atq3 spere circuliq3 vnũ atq3 idẽ est centrũ. ¶ Sit palellogramũ rectangulũ.a.b.c.d.figurat᷑q3 latus.a.b.ꝛ eo fixo totũ palellogramũ quousq3 ad locũ suũ cadat vel redeat circũducat᷑: corporea ergo figura huius palellogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus.b.alter vero est quem motu suo designat linea.d.a.ꝛ eius centrum est punctus.a. Axis autem.huius columne dicitur linea.a.b.que manet fixa in motu palellogrami. Qđ si imaginati fuerimus paralellogram m.a.b .c.d.cum peruenerit rotatu suo ad situm.a.b.e .f.coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiei plane: vt scilicet totũ sit vnũ palellogramũ.d.c.e.f.ꝛ protraximus in eo diametrũ. d.e. erit quoq3 diameter .d. e. diameter colũne. Qđ autẽ dicit᷑ columne ꝛ spere ꝛ circuli idem esse centrũ: intelligi dꝫ cũ hoꝝ vna ẽ eadẽq3 diameter. Uerbi grã diximus eni ꝙ. d.e.ẽ diameter istius colũne Sperã igit᷑ atq3 circulũ quoꝝ diameter est linea.d.e. necesse est idẽ centꝝ habere cũ centro ꝓposite colũne. Sit eni vt linea. d.e.secet lineam a.b.in puncto.g.eritq3 .g.centꝝ columne: diuidit eni axem colũne p equalia ꝛ diametꝝ colũne p equalia qđ pꝫ p.25.pmi nam anguli qui sunt.a.d.g. sunt equales ex.15.pmi ꝛ anguli qui sunt ad.a.ꝛ.b.recti ex ypothesi: linea quoq3.a.d.ẽ equalis linee.b.e.itaq3.d.g.est equalis.e.g.ꝛ.a.g.equalis.g.b.cumq3 anguli.c.ꝛ. f.sint recti si super punctũ.g.scdm spaciũ.d.g.ac super lineã.d.e.circulus describat᷑ trãsibit ex cõuersa prime ptis.30.tertij per puncta.c.ꝛ.f.itaq3 punctum.g. est centrũ circuli cuius diameter est diameter columne.ideoq3 ꝛ spere: quare manifestum est omni paralellogramo rectangulo circulum omniq3 columne rotunde speram esse circũscriptibiles. Sicq3 patet ꝙ voluit istud theorema.

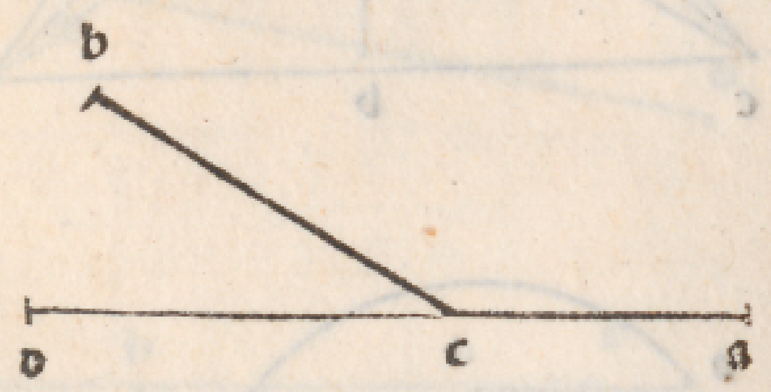
¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q3 duo qui in vna superficie siti ad vnum punctum angularem





conueniunt. ¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeunt superficiem claudere. Angulos quoqꝫ planos solidū angulum continentes in eadē superficie nō conuenit esse sitos sed in diuersis quēadmodū duas rectas lineas planū perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secūdū sitū rectitudinis applicari. ¶ **Similes sunt figure corporee rotūde siue sit colūne siue earū piramides quaꝝ axes diametris suarū basiū sunt proportionales.** ¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit proportio axis vnius eaꝝ ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut piramides similes adinuicem esse dicuntur.

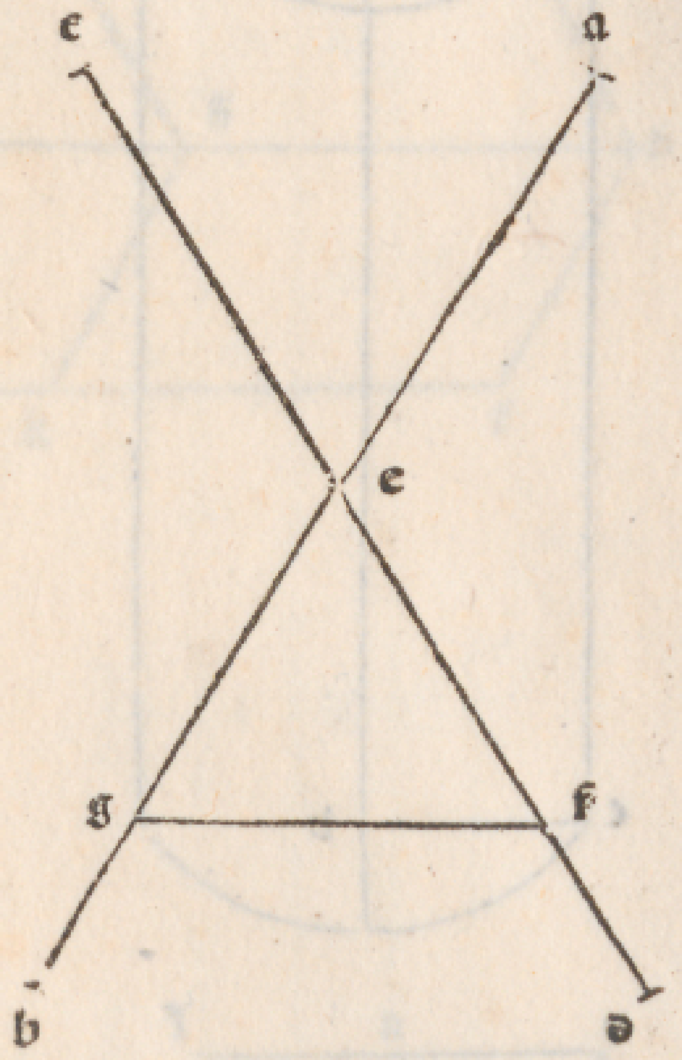
Propositio .1.



Linee recte partem esse in plano ⁊ partem in sublimi ē impossibile.

¶ Sit linea.a.b..recta.dico ꝙ non est possibile ut pars eius sit in plano ⁊ pars sursum eleuata.si eni est possibile sit pars ei⁹ que est.a c.sita.in plano ⁊ pars eius que ē.c.b. in sublimi posita ⁊ protrahaẗ directe.a.c.in plano in quo ipsa sita est vsqꝫ ad.d.eritqꝫ vt vni eidemqꝫ linee que est linea.a.c.due linee penit⁹ diuerse que sūt linee.c.b.⁊.c.d.ex eadē parte directe adijciantẗ qꝺ est īpossibile:ex.13.primi.

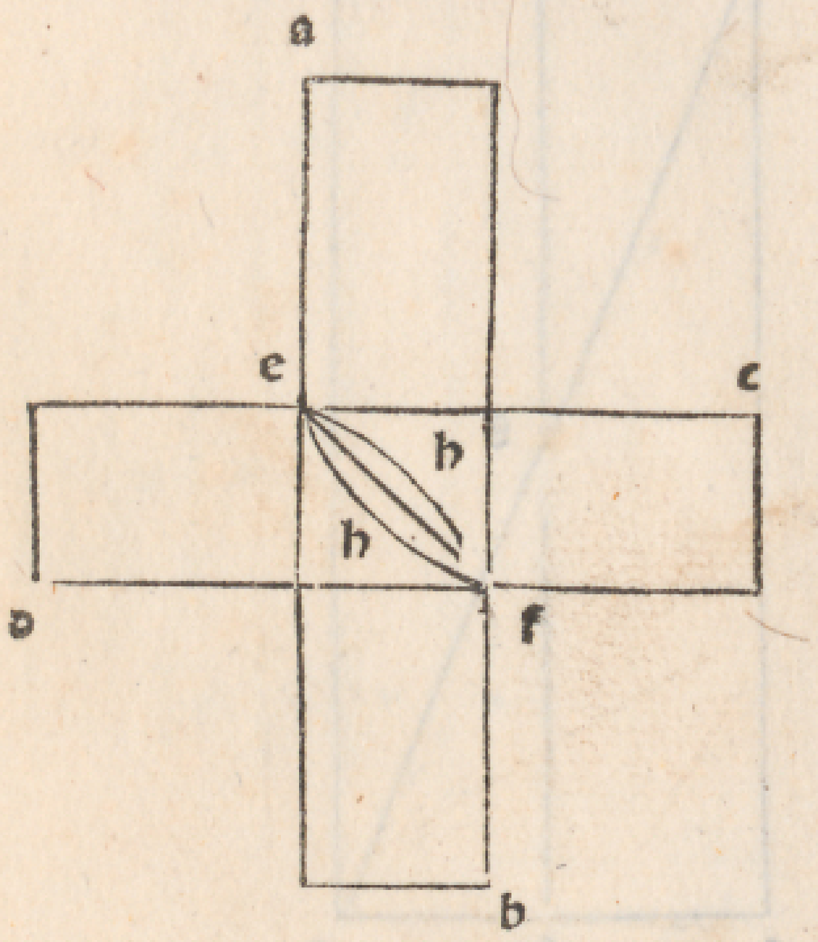
Propositio .2.



Omnes linee due quarum altera alteram secat in vna supficie site sunt omnesqꝫ triangulus in vna supficie totus consistit.

¶ Sint due linee recte.a.b.⁊.c.d.se inuicem secantes in puncto.e.dico eas esse in superficie vna ⁊ omnē triangulū dico esse in superficie vna totū.signetur eni punctus.f.in linea.c.d.⁊ punctū.g.in linea.a.b.⁊ ducaẗ linea.f.g.Quia igitur impossibile est ptē trianguli.e.f.g.esse in plano ⁊ ptem i sublimi quin etiam suarum terminaliū lineaꝝ vnius aut plurium pars similiter sit in plano.⁊ pars similiter in sublimi cum de lineis hoc sit impossibile per premissam erit quoqꝫ impossibile de triangulo.itaqꝫ totus triangulus.e.f.g.est in superficie vna.Ex hac igitur secūda parte ⁊ premissa cōstat prima ps huius secunde propositionis.

Propositio .3.



Omnium duarum superficieꝝ se inuicē secantiū cōmunis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige ⁊ verum erit qꝺ dicitur.Sint itaqꝫ due superficies plane.a.b.⁊.c.d.se inuicem secantes dico ꝙ earuꝫ cōmunis sectio erit linea recta.Esto eni duo pūcta.e.⁊.f.termini cōmunis sectionis eaꝝ que cōtinuenẗ per lineā rectā que sit.e.f.si igitur linea.e.f.est in vtraqꝫ duaꝝ supficieꝝ.a.b.⁊.c.d.ꝯstat ꝓpositū:at vero.si in neutra aut si nō in altera:cū ambo puncta.e.⁊.f.sint in vtraqꝫ supficieꝝ.a.b.⁊.c.d.in ea superficie in qua ipsa nō fuerit protrahaẗ linea recta que sit.e.h.f.erūt igiẗ due recte linee.ef.⁊.e.h.f.hn̄tes duos terminos cōes qꝺ ē īpossibile.sic eni due recte linee includerēt supficiē qꝺ ē ꝯ petitionē vltimā pmi libri.

Propositio .4.

Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficiē perpendicularis erit.

¶ Sit linea.a.b. orthogonaliter erecta super incisionē duaꝝ linearū

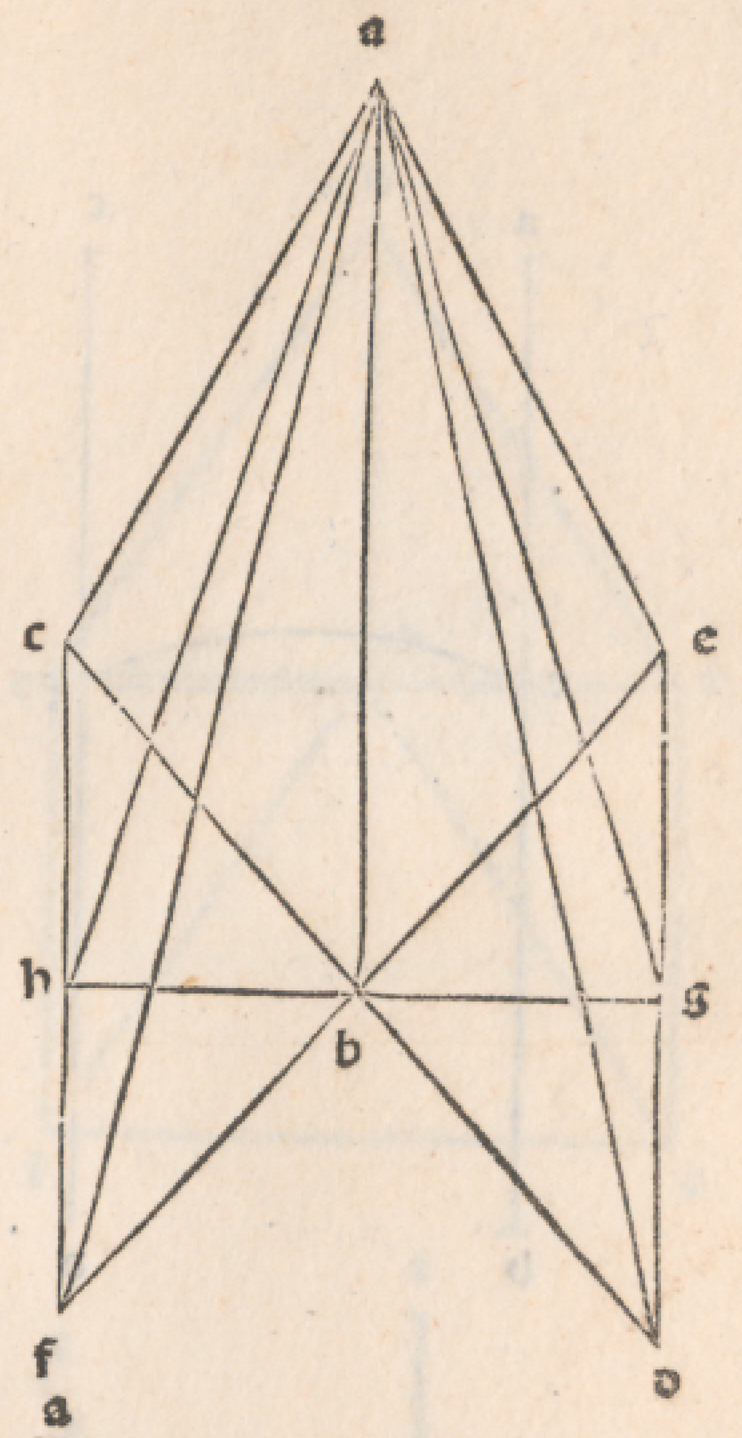
c.d.⁊.e.f.secãtiũ se in puncto.b.de quibus ꝯstat ꝑ antepremissã ꝙ ipse sunt site in vna superficie dico ꝙ linea.a.b.ꝑpendicularis ẽ ad ipsaꝝ sußficiẽ. Sint eni.c.b.⁊ b.d.equales at vero.f.b.⁊.b.e.equales ⁊ ꝓtrahant̃ linee.c.d.⁊.e.f.que erũt equales per.4.primi ⁊ equidistantes ꝑ.27.eiusdẽ. Signato itaqꝫ puncto aliquo i linea c.d.qui sit.g.ducat̃ linea.g.b.h.eritqꝫ ex.26.primi.e.g. equalis.f.h. igit̃ a puncto a.vel quouis puncto linee.a.b.demittant̃ ẏpothemisaliter linee.a.c.ad.a.e.a.f.a.g.a.h.eritqꝫ ex.4.primi.a.c.equalis.a.d.⁊.a.e.eq̃lis.a.f. Itẽ ꝑ.8.eiusdẽ eq̃lis erit agulus.a.c.d.eq̃lis ãgulo.a.f.e.ergo per.4.ipsi⁹ erit.a.g.eq̃lis.a.h. ⁊ ideoqꝫ ꝑ.8.eiusdem erit angulus.a.b.g.equalis angulo.a.b.h.quare ex diffinitione vterqꝫ ẽ rectus ⁊ linea.a.b.ꝑpendicularis ad lineã.g.h.Simili quoqꝫ mõ ꝓbabis eãdẽ esse ꝑpendicularẽ ad oẽs lineas ꝓtractas a puncto.b.in sußficie duaꝝ lineaꝝ.c.d.⁊.e.f.igit̃ ex dione constat lineã.a.b.eẽ ꝑpendicularẽ ad sußficiẽ i qua site sũt due linee c.d.⁊.e.f.seinuicẽ secãtes qð ẽ ꝓpositũ.

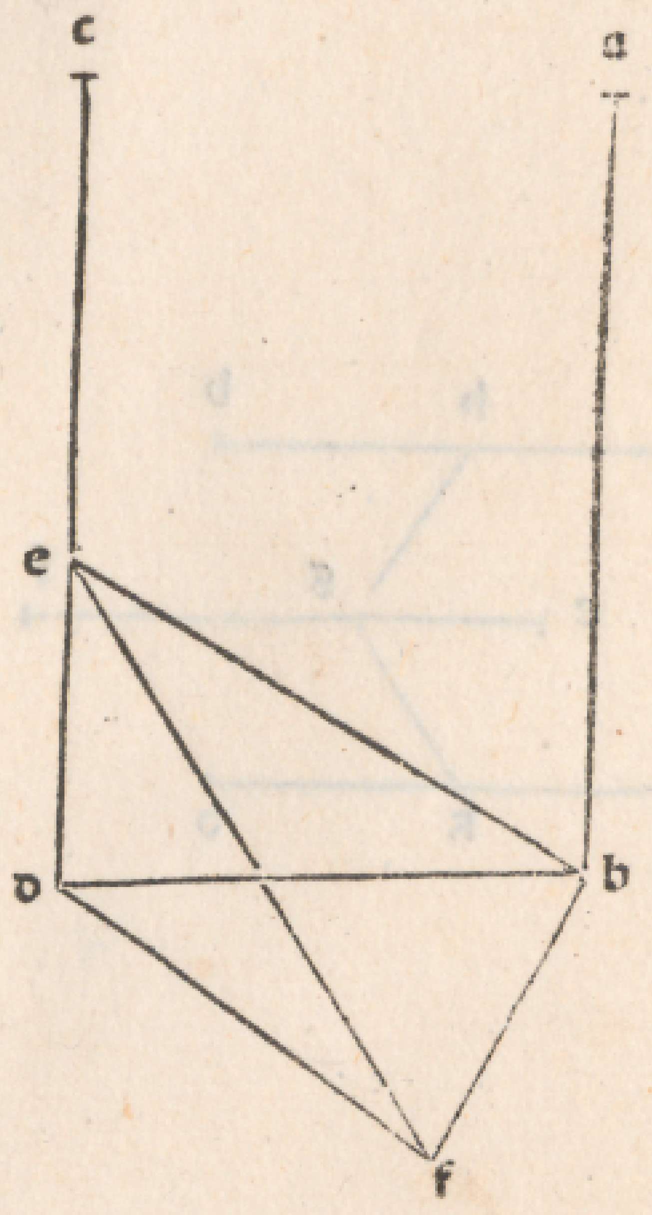
Propositio .5.

Si super tres lineas cõterminales cõi eaꝝ termino erecta linea quedã orthogonaliter insistat eedẽ tres linee i vna superficie site erunt. ¶Sit linea.a.b orthogonaliter erecta super cõem terminũ triũ lineaꝝ.b.c.b.d.b.e.angulariter se cõtingentiũ in puncto.b.quaꝝ nulla alij directe applicetur qð idem ẽ ac seinuicem secent in puncto.b. protracte eni se secabunt dico ꝙ tres linee.b.c.b.d.b.e.sunt in vna superficie site. Constat autẽ de quibusqꝫ eaꝝ duab⁹ ꝙ ipse sunt in vna superficie site per scðam hui⁹ vel ꝑ primã ptẽ.2.hui⁹.si igit̃ linea.b.d.nõ fuerit in sußficie duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊.b.e.sed ille duo i plano:hoc autẽ in sublimi:erit vt hec superficies in qua site sunt due linee.a.b.⁊.b.d.si protrahatur ⁊ ꝑ illud qð notũ est sup quartã secet illã in qua site sunt.b.c.⁊.b.e.eritqꝫ per.3.huius cõis eaꝝ sectio linea recta ⁊ ipsa sit.b.f.q2 igitur ex premissa linea.a.b.ẽ ꝑpendicularis ad superficiẽ duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊.b.e.sequit̃ ex diffinitione vt ipsa sit perpẽdicularis ad lineã b.f.quare angulus.a.b.f.est rectus cumqꝫ etiã angulus.a.b.d.sit rectus ex ẏpothesi.sequitur ipossibile videlicet ptẽ suo toti eẽ equalẽ.

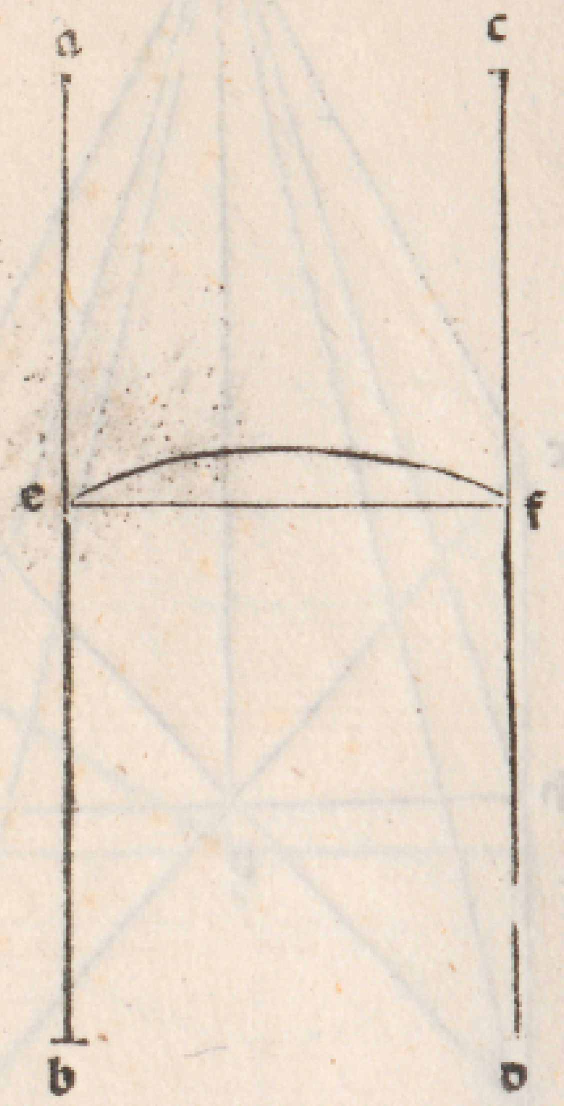
Propositio .6.

Si fuerint due linee super vnã sußficiẽ ꝑpendiculares eas eq̃distãtes eẽ necesse est. ¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.ꝑpendiculares ad vnã superficiẽ dico eas esse equidistantes:protrahat̃ enim linea.b.d.eruntqꝫ ex dione duo anguli.a.b.d.⁊.c.d.b.recti.si igit̃ due linee.a.b.⁊.c.d.sint in superficie vna ipse sunt equidistantes ꝑ scðaꝫ partẽ.28.primi:ipsas autem esse in superficie vna sic collige:a puncto.b. super lineam.b.d.in plano cui perpendiculariter insistunt.a.b.⁊.c.d.ꝓtrahe orthogonaliter lineam.b.f.⁊ ex linea.c.d.sume.d.e.equalem.b.f.⁊ protrahe lineas.e.b.⁊.e.f.erunt igit̃ duo latera.e.d.⁊.d.b.trianguli.e.d.b.equalia duob⁹ lateribus.f.b.⁊ d.b.trianguli.f.d.b.⁊ angulus.e.d.b.equalis angulo.f.d.b.cũ vterqꝫ sit rect⁹. itaqꝫ per quartã primi linea.b.e.ẽ equalis linee.d.f.itẽqꝫ cũ duo latera.e.b.⁊.b.f.trianguli.e.b.f.sint equalia duobus lateribus.f.d.⁊.d.e.trianguli.f.d.e.⁊ basis.e.f.cõis erit ꝑ.8.primi angulus.e.b.f.equalis angulo.f.d.e. cũ vterqꝫ sit rect⁹:q2 igit̃ angul⁹.f.d.e.ẽ rect⁹ a dione erit etiã angul⁹.e.b.f.rect⁹:itaqꝫ linea.f.b.ꝑpẽdiculariter ẽ erecta sup cõem terminũ triũ lineaꝝ.b.a.b.d.b.e.se ꝯtingẽtiũ angulariter i puncto.b.q̃re ꝑ ꝑmissã ipse sũt i sußficie vna:cũ igit̃ ex ꝑma parte h⁹ scðe linea.c.d





sit in eadem superficie. cum vtraq; linearum.e.b.⁊.b.d.sequitur.a.b.⁊.c.d.esse i superficie vna: Constat ergo propositum.



Propositio .7.

Si in duabus lineis equidistantibus duob⁹ punctis signatis ab altero ad alterũ recta linea ducat᷑: in qua superficie ille due linee site sunt eam quoq; in eandem sitam eẽ necessario comprobatur.

¶ Sint due linee. a.b .⁊. c.d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem ꝙ ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta e.⁊.f.⁊ producatur linea recta.e. f. dico itaq; lineam.e .f.esse sitam in superficie linearum.a.b.⁊.c.d. Sin autem sit.e.f.in alia superficie vt in sublimi dependens q̄ superficies si protrabatur secabit necessario superficiẽ in qua site sunt due linee.a. b.⁊.c.d.eritq; per.3.huius cõmunis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile.sic enĩ due recte linee cõcluderent superficiem.

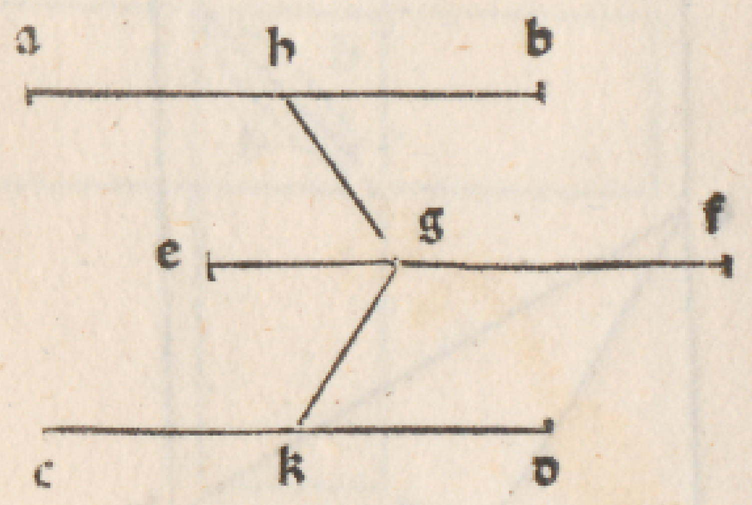
Propositio .8.

Si in idem planũ due recte linee equidistanter erigantur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

¶ Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes et sit earum altera vt.c.d. erecta perpendiculariter super superficiẽ quãlibet: dico reliquã earum que est.a.b.esse perpendicularem ad eandẽ superficiem. Fiat enim prorsus eadem dispositio que in sexta: eritq; ut ibi vterq; duoꝝ anguloꝝ.f.d.b.⁊. f.b.e.rectus: primus quidem per positionem.secũdus autẽ per.8.primi: quare ꝑ.4.hui⁹ linea.f.b.ẽ ꝑpendiculariter erecta super sꝑficiem ĩ qua sunt due linee.b.d.⁊.b.e.cũq; per premissã due linee.a.b.⁊.c.d.sint in eadem superficie cum duabus lineis.b.d.⁊.b.e.sequitur lineã.f.b.esse ꝑpẽdiculariter erectã supra superficiẽ in qua est linea.b.a.a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a.rectus ⁊ q꞉ etiam angulus.d.b.a.est rectus per vltimã partẽ.29.primi: sequitur per quartam huius lineam.a.b.esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b.d.⁊.b.f.quare constat propositum.

Propositio .9.

Si due linee vni non in vna superficie equidistãt eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.



¶ Sit vtraq; duarum linearum.a.b.⁊.c.d.equidistãs linee.e.f. nec sint omnes in superficie vna: dico ꝙ eedem quoq; sibi inuicem sunt equidistantes: de his quidẽ que sunt omnes in sꝑficie vna probatũ est per.30.primi: at vero de his que in vna sꝑficie non sunt vt est hic.e.f. que intelligatur sursũ erecta i sublimi. restat hoc loco probandũ.signetur itaq; in ea pũctus.g.a quo educantur due perpẽdiculares ad duas lineas .a.b.⁊.c.d.que sint.g h.⁊.g.k.eritq; per.4.huius linea.e.f.perpendicularis ad superficiẽ videlicet illam in qua sunt site due linee.g.h.⁊.g.k. itaq; per premissã bis assumptã vtraq; illaꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.c.d. ꝑpendicularis ẽ ad eandẽ sꝑficiẽ videlicet ad illã in qua site sunt dicte due linee.g. h.⁊.g.k.ꝑ sextã hui⁹ igitur ipse sunt sibi inuicẽ equidistantes qđ est propositũ.

Propositio .10.

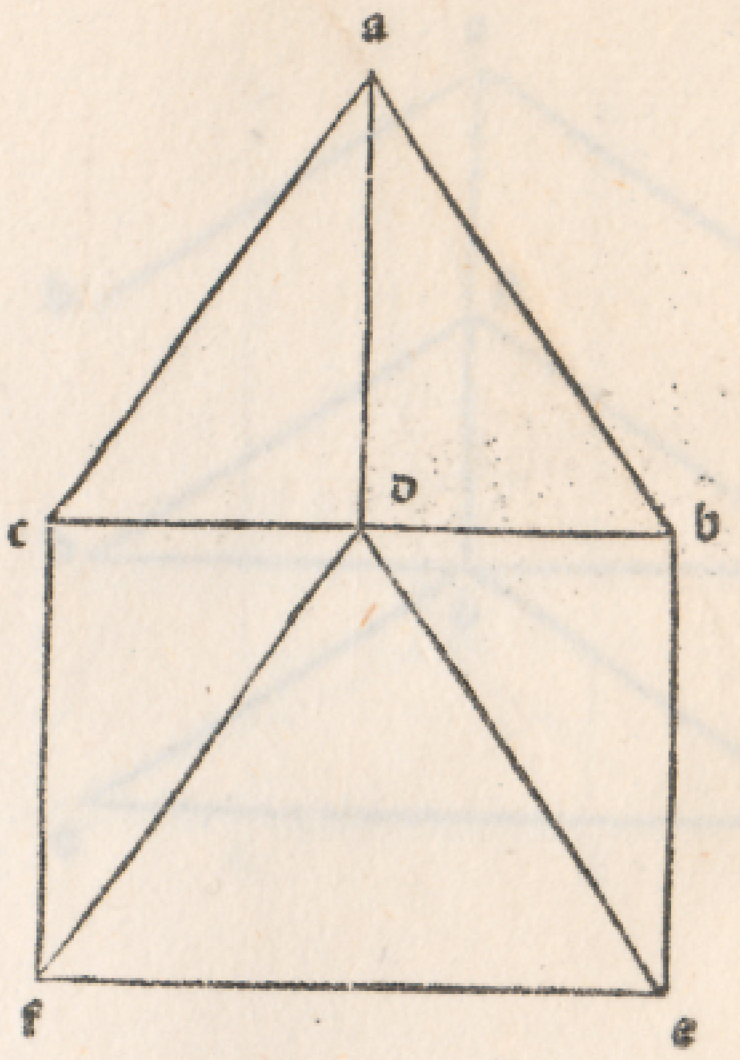
Si due linee se angulariter contingentes duabus alijs se cõtingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: nõ aũt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli eque sibi inuicem esse comprobantur.

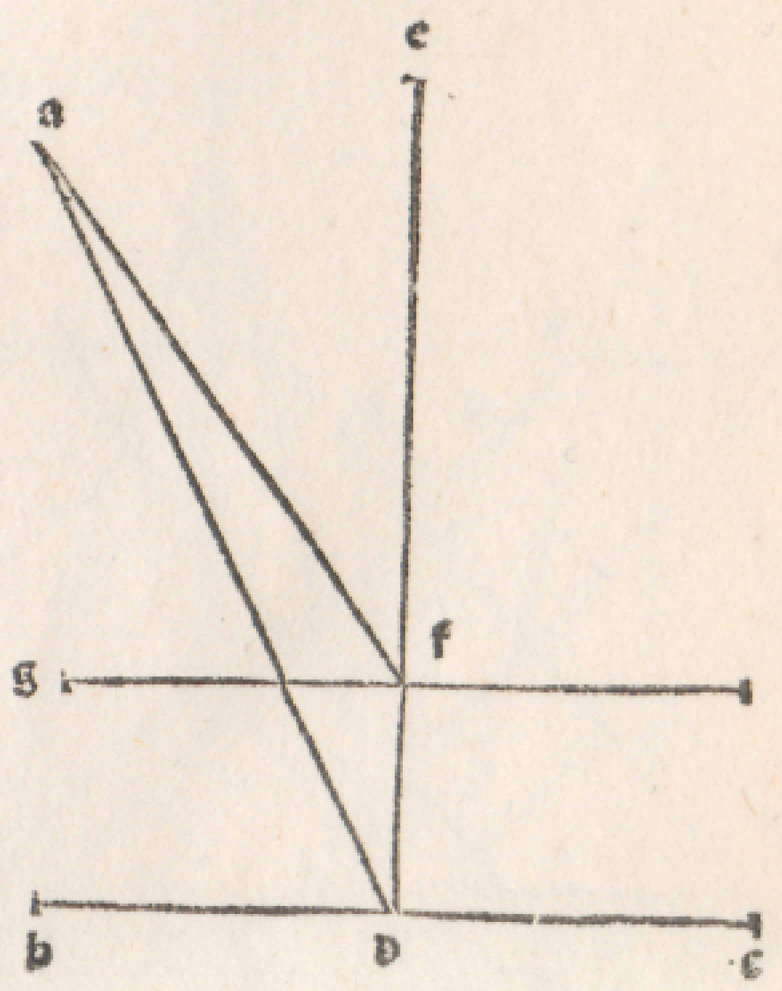
¶ Sint due linee.a.b.⁊.a.c.se angulariter contingentes in puncto.a equidistantes alijs duabus que sunt.d.e.⁊.d.f.se quoqꝫ angulariter contingentibus in puncto.d.nec sint cum eis i superficie vna: dico angulũ.a.esse equalẽ angulo.d.Esto eni linea.d.e.equalis linee.a.b.cui ipsa posita est esse equidistans.⁊.d.f.equalis.a.c.cui etiã ipsa equidistare ponit̃ ⁊ ducant̃ linee.d.a.⁊.e.b.⁊.f.c.eritqꝫ ex.33.primi bis assumpta vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.b.e.⁊.e.f.equalis ⁊ equidistans linee.a.d.per conceptionẽ igitur ⁊ premissam eedẽ sunt equales ⁊ equidistantes sibi inuicem.⁊ itaqꝫ per.33.primi denuo repetitã due linee.b.c.⁊.e.f.sunt etiã equales ⁊ equidistãtes: igit̃ per.8.primi cõstat ꝓpositũ.

Propositio .11.

Puncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere

¶ Sit punctus.a.sursum in aere a quo volumus ad superficiẽ subiacentem perpendicularem ducere: ducat̃ igitur in plano illo: linea.b.c vtcũqꝫ cõtigerit ad quã ab ipso puncto.a.ducat̃ perpẽdicularis.a.d scdm doctrinã.12.primi rursusqꝫ a puncto.d.in plano illo ad qd ducenda est perpendicularis a puncto.a.extrahat̃ linea.d.e.que sit perpendicularis ad lineã .b.c vt docet.11.primi. Ad hanc quoqꝫ lineã.d.e.ducat̃ alia linea perpẽdicularis a puncto.a.que sit.a.f.hanc dico esse eã quã intẽdim⁹.Sit eni linea.f.g.equidistãs linee b.c.⁊ q2 vterqꝫ duoꝝ anguloꝝ.b.d.a.⁊.b.d.f.est rectus: erit ex quarta hui⁹ linea b.d.perpendicularis ad sup̃ficiẽ in qua est triangulus.a.d.f.ideoqꝫ etiã p.8.hui⁹ erit linea.g.f.ꝑpendicularis ad eandẽ superficiẽ: igit̃ a diffinitione erit angulus.g f.a.rectus: cũqꝫ etiã angulus.d.f.a.sit rectus: sequit̃ ex quarta huius lineã.a.f.esse ꝑpendicularẽ ad superficiem in qua sunt due linee.d.f.⁊.f.g.qd est propositum





Propositio .12.

Superficie ꝓposita punctoqꝫ in ea assignato ab eo puncto ad datam sup̃ficiẽ lineã orthogonaliter erigere. ¶ Cũ a puncto quolibet in superficie ꝓposita assignato ꝑpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandẽ sup̃ficiẽ ꝑpẽdicl'arẽ queadmod̃ p̃missa docuit demittere que si i assignatũ punctũ ceciderit ipsa ẽ quã queris. Sin aũt ab ipso assignato pũcto ad demissã perpendicularẽ equidistantem ducito: eã qꝫ per.8.huius probabis eẽ quam queris.

Propositio .13.

Duas lineas super pũctũ vnũ ad sup̃ficiẽ vnã orthogonaliter isistere ẽ ipossibileẽ. ¶ Si eni possibile ẽ vt due linee vni eidẽqꝫ sup̃ficiei sup̃ punctũ vnũ ꝑpendiculariter insistãt sup̃ficies i q̃ ipse ꝑpendiculares site sũt itelligat̃ ꝓduci quousqꝫ secet sup̃ficiẽ cui dicte linee ꝑpendiculariter isistũt eritqꝫ per.3.hui⁹ cõmunis eaꝝ sectio linea recta: ⁊ q2 ex diffinitione vtraqꝫ illaꝝ duarũ perpendicularium cũ cõmuni sectione cõtinet angulum rectũ sequitur ut angulus rect⁹ sit ps anguli recti qd est impossibile. Queadmodũ aũt demonstratũ est impossibile esse ab vno eodem puncto extra sup̃ficiem

duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno codemqꝫ pun/cto extra superficiem signato ad eandē superficiem protractas ad ipsā esse perpen diculares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex.6.huius qd est impossibi le ex diffinitione lineaꝝ equidistantium. Constat igitur ex hac ꝙ si aliqua superfi/cies plana aliā planā superficiem orthogonaliter secet ⁊ ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in cōmuni eaꝝ sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad cōmunē earum sectionem perpendicularis protrahatur ut docet.12.primi ⁊ a puncto i quo incidit cū cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandē cōmunē sectionē in super ficie secta educatur ut docet.11.primi: eritqꝫ ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quē cōtinent hee due linee perpendicu/lares rectus: quare per quartā huius prima haꝝ duarum perpendicularium etiam est perpendicularis etiā ad superficiē sectā. ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendiculares ad eandē superficiem quod est impossibile: relinquitur itaqꝫ propositum nostrum.

Propositio .14.

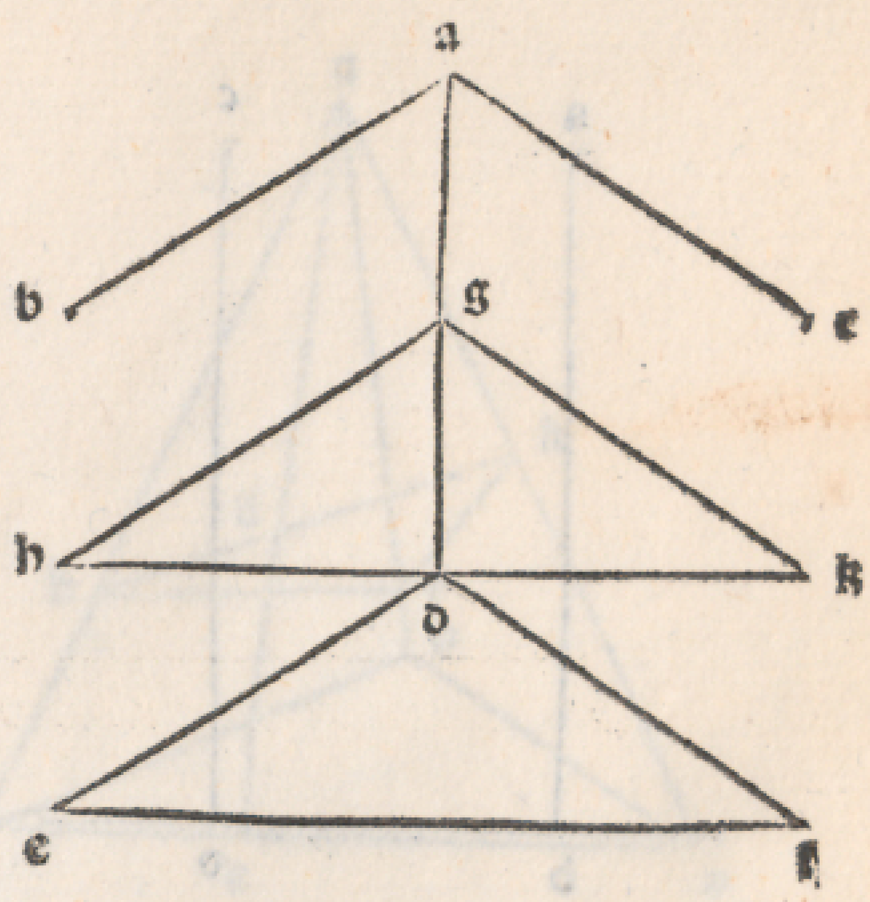
Si linea vna super duas superficies assignatas orthogo/naliter insistat: ille due superficies si etiā in infinitū i quā/cunqꝫ partem protrahantur nunquā concurrēt.

¶ Posita eni linea vna duabus superficiebꝰ orthogonaliter insistere si possibile ē supficies illas cōcurrere in eaꝝ cōi sectione que per.3.hu ius erit linea recta: punctusqꝫ quocunqꝫ modo signetᷣ a quo due linee in illis dua/bus supficiebꝰ ad lineā illā que ipsis ꝑpendiculariter supstat ꝓtrahatᷣ: eritqꝫ con/stitutus triangulus ex his duabꝰ lineis ⁊ perpēdiculari huiꝰ itaqꝫ trianguli vterqꝫ duorū angulorū qui superpendicularē cōsistūt ē rectꝰ vt pꝫ ex dione linee supra sup ficiē ꝑpendiculariter stantis hoc aūt ē īpossibile per.32.primi.

¶ Econuerso quoqꝫ videlicet si super duas superficies equidistātes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoqꝫ perpendicularis erit ad reliquum. ¶ Positis enim duabus super ficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earū ꝑpendiculariter superstat: dico ꝙ eadem linea relique superficiei ꝑpendiculariter superstat. Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrātē eritqꝫ cōis sectio huius supficiei secātis ⁊ alteriꝰ sectarū vide licet illiꝰ cui linea penetrās ponitᷣ ꝑpendiculariter insistere cōtinēs angulū rectum cū ipsa linea penetrāte ex dione linee ꝑpēdicłaris ad supficiē: si igitᷣ alia cōis sectio ipsiꝰ supsiciei secātis ⁊ reliq̄ duarū sectarū cū eadē linea penetrāte nō ꝯtineat an/gulū rectū erit ex vltima petitione ꝑmi vt ille due cōes sectiōes i alterutrā ꝑtē pro/tracte necessario ꝯcurrāt quare ⁊ supficies que posite sūt equidistantes necessario ꝯcurrēt. ⁊ qꝛ hoc ē īpossibile erit ille angulꝰ rectꝰ eodēqꝫ modo erit de qualibꝫ alia su ꝑficie easdē supficies eq̄distātes secāte sup eandē lineā: igitᷣ ex q̄rta hꝰ ⁊ ex ista.14. constat verū eē qd diximꝰ.

Propositio .15

Si fuerint due linee se continentes angulariter equidistan tes alijs duabus se contingentibus non autem in superfi/cie vna ab eisdem lineis contente due superficies in nulla parte quantūcunqꝫ producantur possunt concurrere.



¶ Sint due linee.a.b.⁊.a.c.se angulariter contingentes in puncto.a. equidistan/
tes duabus lineis.d.e.⁊.d.f.se angulariter contingentibus in puncto.d. ⁊ nõ sint
in superficie vna: dico eaꝝ superficies ĩ quãcũqꝫ ptẽ ⁊ quãtũcũqꝫ protrahant̃ nun
q̃ꝫ concurrere: protrahatur ⁊ enĩ a puncto.d. ꝓut docet.5.huius perpendicularis
ad superficiẽ duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.a.c.sitqꝫ.d.g.⁊ a puncto.g.ducatur.g.h.equidi/
stãs.a.b.⁊.g.k.equidistans.a.c.eritqꝫ ex diffinitione vterqꝫ duoꝝ angulorum.d.
g.h.d.g.k.rectus ⁊ per.9.erit linea.d.f.equidistans linee.g.k.⁊ linee.d.e.equidi/
stans linee.g.h.quare ꝑ vltimã ꝑtem.29.primi vterqꝫ duoꝝ angulorum.e .d.g.f.
d.g.erit rectus: ideoqꝫ per quartã huius linea.d.g.erit ꝑpendicularis ad sup̃ficiem
duaꝝ lineaꝝ.d.e.⁊.d.f.cunqꝫ ipsa eadem sit etiã ex ypothesi perpendicularis ad
superficiẽ duarum linearum.a.b.⁊.a.c.igitur ex premissa liquet quod ẽ ꝓpositum

Propositio .16.

Si duas superficies equidistantes vna superficies secet cõ
munes eaꝝ sectiones equidistantes erunt.

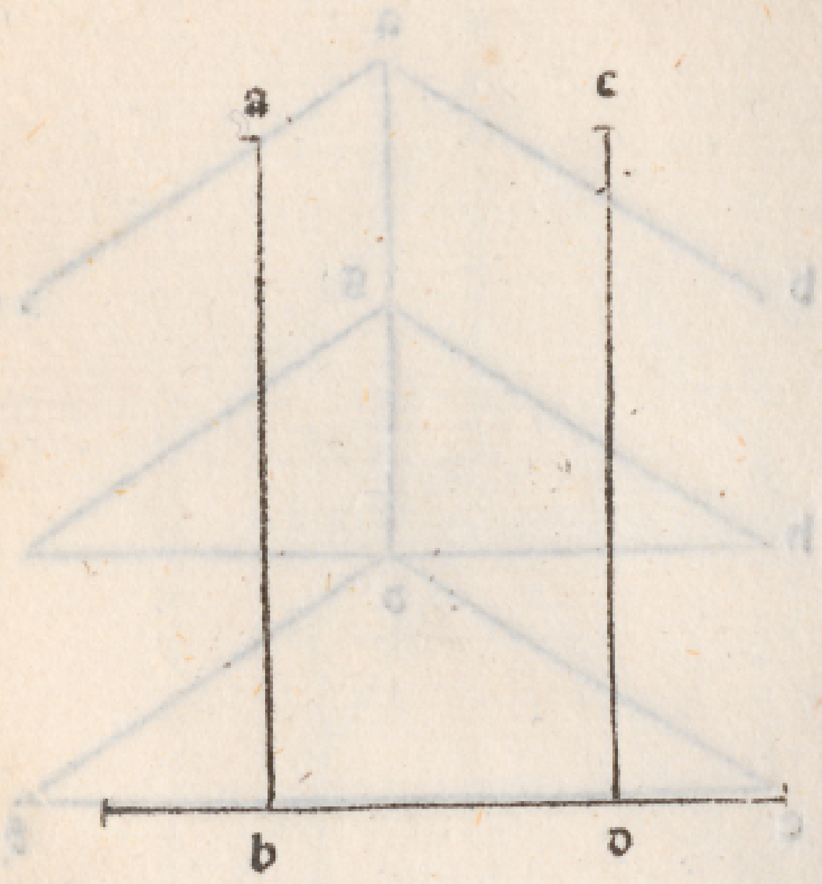
¶ Constat equidem ex tertia ꝙ vna superficie quascũqꝫ duas super/
ficies equidistantes secante cõmunes earum sectiones erunt due li/
nee recte: que cũ sint ambe site in superficie secante. si ipse nõ fuerit
equidistantes ponantur ad quotlibet vnum punctium concurrere: erit itaqꝫ vt vnꝰ
atqꝫ idẽ punctus sit in vtraqꝫ illaꝝ duaꝝ sectionũ cõmunium cunqꝫ vna illaꝝ com
muniũ sectionũ sit in vna duaꝝ sup̃ficieꝝ sectaꝝ ⁊ reliqua in altera. sequit̃ sup̃ficies
illas que posite sunt esse equidistantes concurrere: hoc autem impossibile est. Erũt
igitur cões earum sectiones equidistantes quod est propositũ. ¶ Ex hac ⁊ premis/
sa potes elicere conclusionẽ vnã similem.30.primi videlicet istam. Si fuerint due
superficies vni equidistantes ipse quoqꝫ erunt adinuicẽ equidistantes. Positis enĩ
tribus superficiebus quarum vtraqꝫ duaꝝ extremarũ equidistet medie dico ꝙ ne/
cesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. secentur omnes illi tres superfici/
cies duabus superficiebus se quoqꝫ inuicem secantibus: erũtqꝫ ex hac.16.cõmunes
sectiones duaꝝ extremaꝝ superficieꝝ equidistantes sectionibus medie: quare ex.30
primi ipsi etiã sectiones duaꝝ extremaꝝ superficieꝝ erant equidistantes adinuicẽ.
Et quia ipse contingunt se in cõmuni sectione duaꝝ superficieꝝ tres positas super
ficies secantium ex premissa euidenter constat quod diximus.

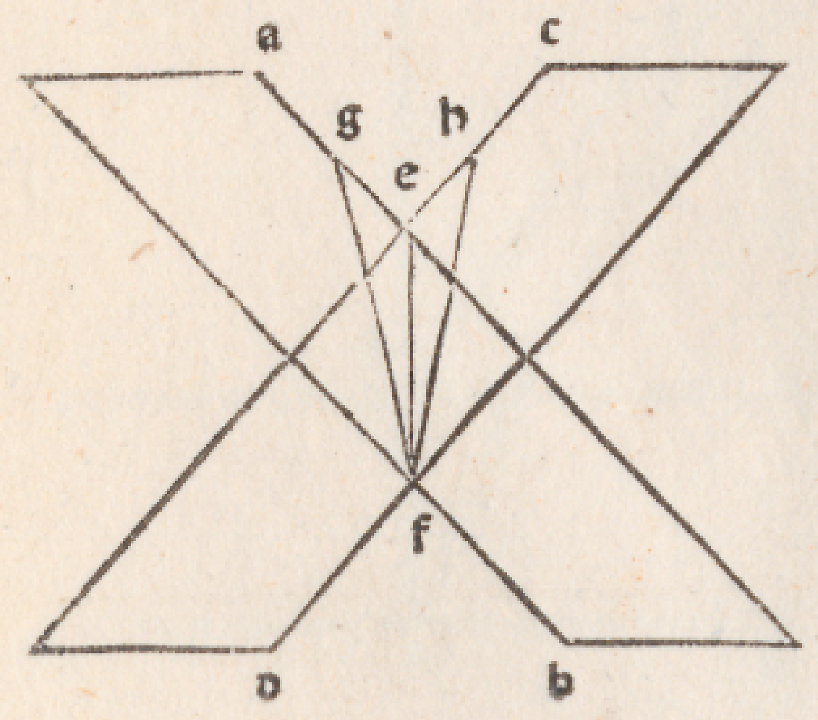
Propositio .17.

Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas
lineas seinuicem contingentes vel equidistantes secẽt illa
rum linearum portiones proportionales esse probantur.

¶ Intelligant̃ enĩ due recte linee penetrantes qualitercũqꝫ cõtigerit
tres superficies equidistantes aut etiã plures tribus. dico itaqꝫ duas
portiones illaꝝ linearum inter quaslibet duas lineas superficies interceptas pro/
portionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus sup̃/
ficiebus interceptis. Coniungant̃ enim due extremitates illaꝝ duaꝝ lineaꝝ ducta
inter eas linea vna diagonalit̃: eritqꝫ hoc diagonalis cũ vtraqꝫ illarũ duaꝝ lineaꝝ
penetrãtiũ sup̃ficies ꝓpositas in sup̃ficie vna illas equidistantes sup̃ficies positas
secãte. si ergo haꝝ sup̃ficieꝝ cões sectiões q̃ ꝑ premissã erũt equidistãtes cogitatõe
protraxeris ex prima parte secunde sexti constabit propositum.

Propositio .18.





SI in superficie assignata orthogonaliter steterit: linea oīs superficies a linea illa quorsum libet ducta ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

¶ Sit eni linea.a.b.erecta perpendiculariter sup assignatā superficiē ⁊ a linea.a.b.ꝓducat̄ superficies quorsū libuerit: quā dico sup propositam superficiem esse perpendiculariter erectam.cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum cōmunis sectio linea recta ex.3.huius.sitqȝ.b.d.in hac ergo cōmuni sectione signato puncto quolibet qui sit.d.extrahatur ab eo In superficie que producta est a linea.a.b.linea quedā ꝑpendicularis ad lineā.b.d. que sit d.c.eritqȝ ex secunda pte.28.primi linea.c.d. equidistans:linee. a.b. ideoqȝ ex.8. huius linea.c.d.est etiā perpendicularis ad superficiē propositā:quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto linee.b. d.ad ipsam lineam.b.d.in ipsa superficie que producta est a linea.a.b.est perpendicularis ad propositā superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiē orthogonaliter erecte:cōstat verū esse qđ propositū est.

Propositio .19.

SI due superficies se inuicē secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

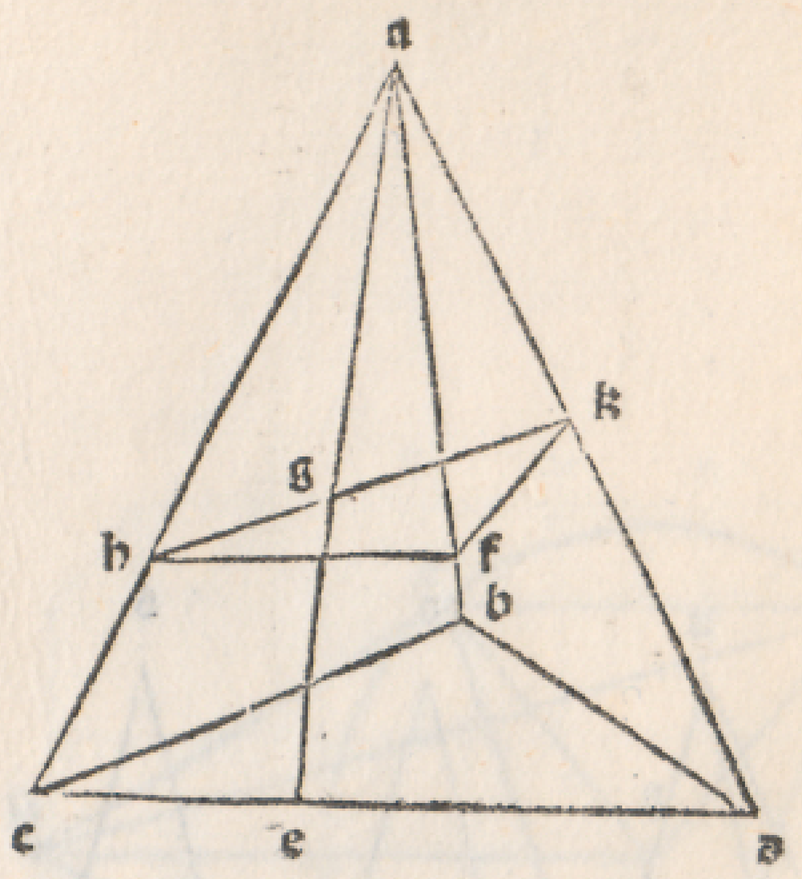
¶ Sint due superficies.a.b.⁊.c.d.seinuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatā superficiē:sitqȝ cōmunis earū sectio linea recta.e.f.hanc dico esse perpendicularē ad assignatā superficiem.alioquin a puncto f.qui est cōis termin⁹ sectionū duarū superficierū secantiū:⁊ tertie supficiei secte ꝓducat̄ vna linea recta que sit.f.g.in superficie.a.b.perpēdicularis ad supficiē assignatā.itēqȝ ab eodē pūcto ducat̄ alia perpendicularis ad eandē supficiē que sita sit in superficie.c.d.⁊ ipsa sit.f.h.eruntqȝ due linee.f.g.⁊.f.h.orthogonaliter insistentes super punctū vnū ad supficiē assignatā:hoc aūt impossibile per. 13.huius Tales aūt lineas posse ꝓtrahi a puncto.f.in vtraqȝ duarū superficierū.a .b.⁊. c.d. cū.e.f.nō fuerit perpēdicularis ad assignatā superficiē dubitare nō couenit. Intelligat̄ quidē linea.f.h.cōis sectio superficiei.a.b.⁊ supficiei assignate ⁊ linea.f.d.superficiei.c.d.⁊ supficiei assignate.Si igit̄ linea.e.f.fuerit ꝑpendicularis ad vtranqȝ duarū linearū.f.b.⁊.f.d.ipsa etiā erit perpendicularis ad supficiē assignatā ex q̄rta huius.si aūt ad neutrā sit.f.g.ꝑpendicularis ad.f.b.⁊.f.h.perpendicularis ad.f.d deinde a puncto.f.ꝓtrahe in superficie assignata vnā lineā ꝑpendicularē ad lineā f.b.q̄ ex dione supficiei sup aliā supficiē orthogonaliter erecte cū linea.f.g.ꝯtinebit angulū rectū:ꝑ quartā igit̄ hui⁹ erit linea.f.g.ꝑpendicularis ad superficiē assignatā Eodē quoqȝ mō ꝓtracta alia linea a puncto.f.i supficie assignata q̄ sit perpendicularis ad lineā.f.d.sequet̄ ex dione predicta ⁊ ex quarta hui⁹ lineā.f.b.eē ꝑpēdicularē ad supficiē assignatā qđ ē impossibile ꝑ.13.huius.Qđ si ꝯfiteare lineā.e.f. esse ꝑpendicularē ad lineā.f.b.sed nō ad lineā.f.d.sequet̄ modo consimili duas lineas.e.f.⁊.f.h.esse perpendiculares ad superficiem assignatam :qđ nihil minus ē impossibile.

Propositio .20.

SI tres anguli supficiales solidū angulū ꝯtineāt illorū triū angulorum quiqȝ duo ꝑiter accepti reliquo sūt maiores.

¶ Sint tres linee. a.b.a.c.a.d.piramidaliter erecte supra superficiem.b .c .d. continentes tres superficiales angulos ex quib⁹ solidus

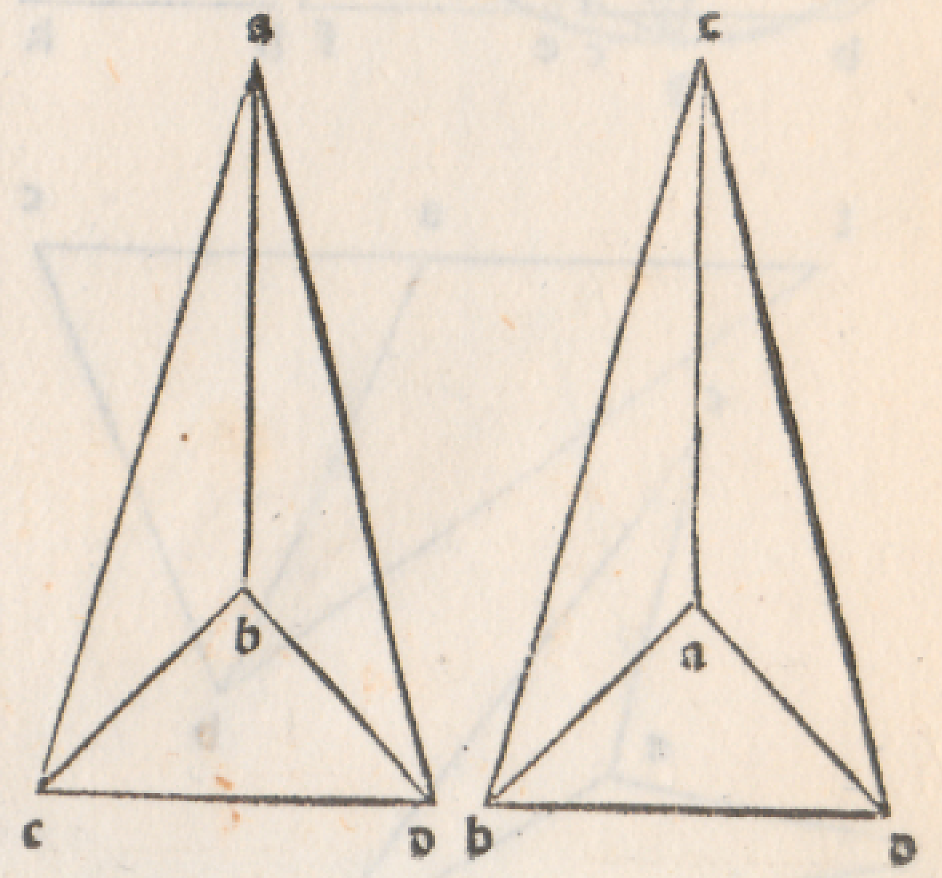
perficitur angulus in puncto.a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibꝰ angu/
lis solidum angulum in puncto.a.constituentibus pariter acceptos tertio eē maio
res. Si eni hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem eq̄les: aut si duo tantuz
equales tertio existe minore vtrolibet duoꝝ equaliuz: ꝯstat p̄ cōem scientiā verum
esse qḋ dicitur. Qḋ si eoꝝ vnus vtrolibet duoꝝ reliquoꝝ maior fuerit siue illi duo
ponant̄ equales siue non equales: adhuc constat illum maiorem cum vtrolibet duo
rū reliquoꝝ pariter acceptoꝝ tertio esse maiorē. Sed ꝛ illos duos minores pariter
acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores: sic collige. esto enim
trium propositorum angulorum superficialium angulus.c.a.d. maior vtrolibet re/
liquorum duoꝝ. Ex ipso ergo abscindam angulum.c.a.d.equalem angulo. b.a.d.
ꝯtracta linea.a.e. ꝛ sumā ex hac linea.a.e.lineā.a.g. ꝛ ex linea.a.b.lineā.a.f.quas
ponam esse equales ꝛ protrahам lineam a puncto.g.qualitercūq̄ꝫ contingat in su
perficie duaꝝ linearuz.a.c.ꝛ.a.d.quousq̄ꝫ secet.a.c.in puncto.b.ꝛ.a.d. in puncto
k.ꝛ ipsa sit.b.g.k.ꝛ producā lineas.f.b.ꝛ.f.k.cum sit igitur.a.f.equalis .a.g. posi
ta.a.k.cōmuni erit per quartaz primi.f.k.equalis.k.g.ꝛ qꝛ ex.20.prime due linee
b.f.ꝛ.f.k.sunt maiores linea.b.k.erit per cōceptionē.b.f.maior. b.g. ideoq̄ꝫ per
25.primi cū sit linea.a.f.equalis linee.a.g.erit angulus.f.a.b.maior angulo.b.a.
g.per cōceptionē igitur cōstat duos angulos.b.a.f.f.a.k.pariter acceptos eē ma/
iores angulo.b.a.k.qḋ erat demonstrandū.

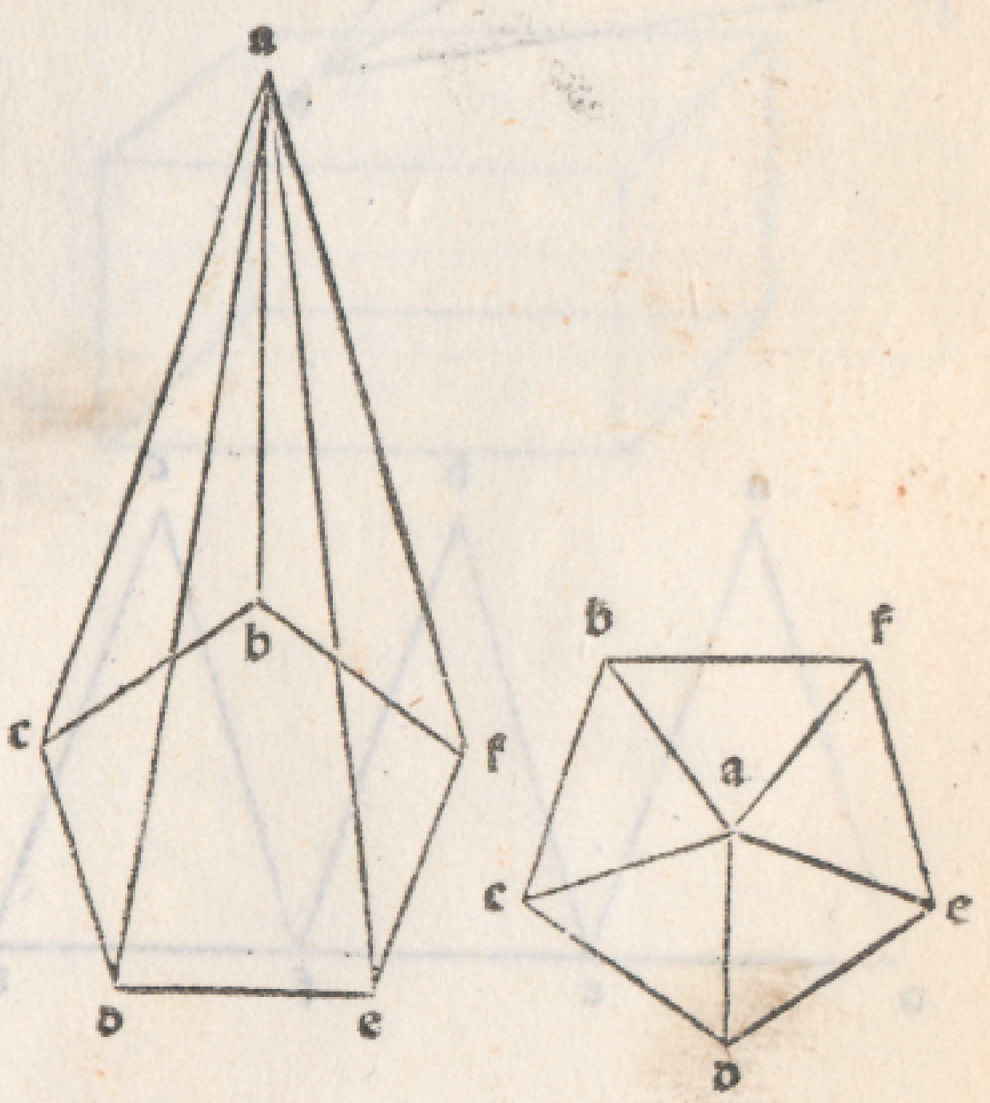


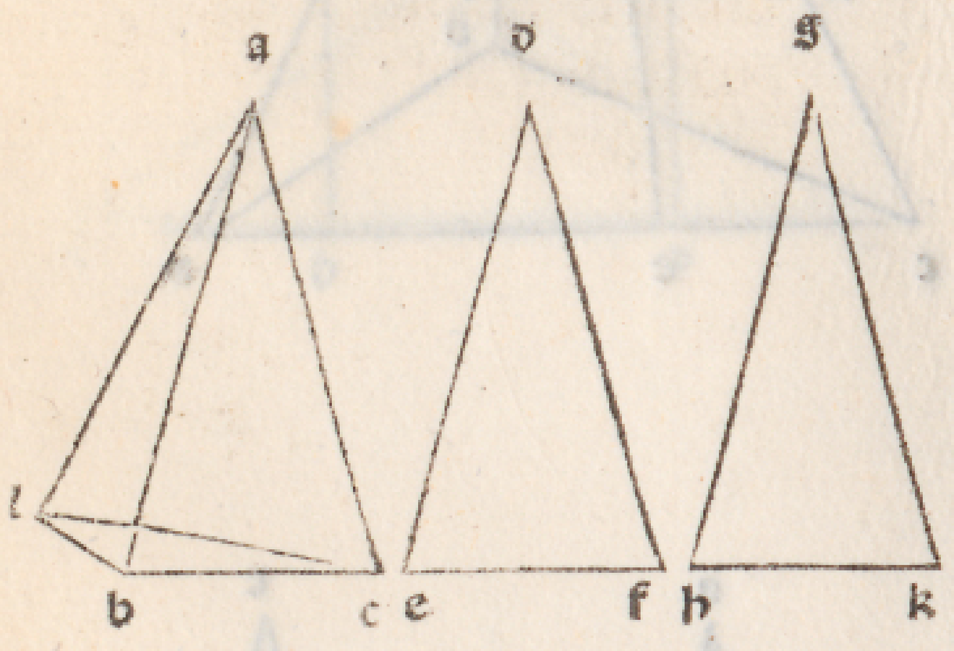
Propositio .21.

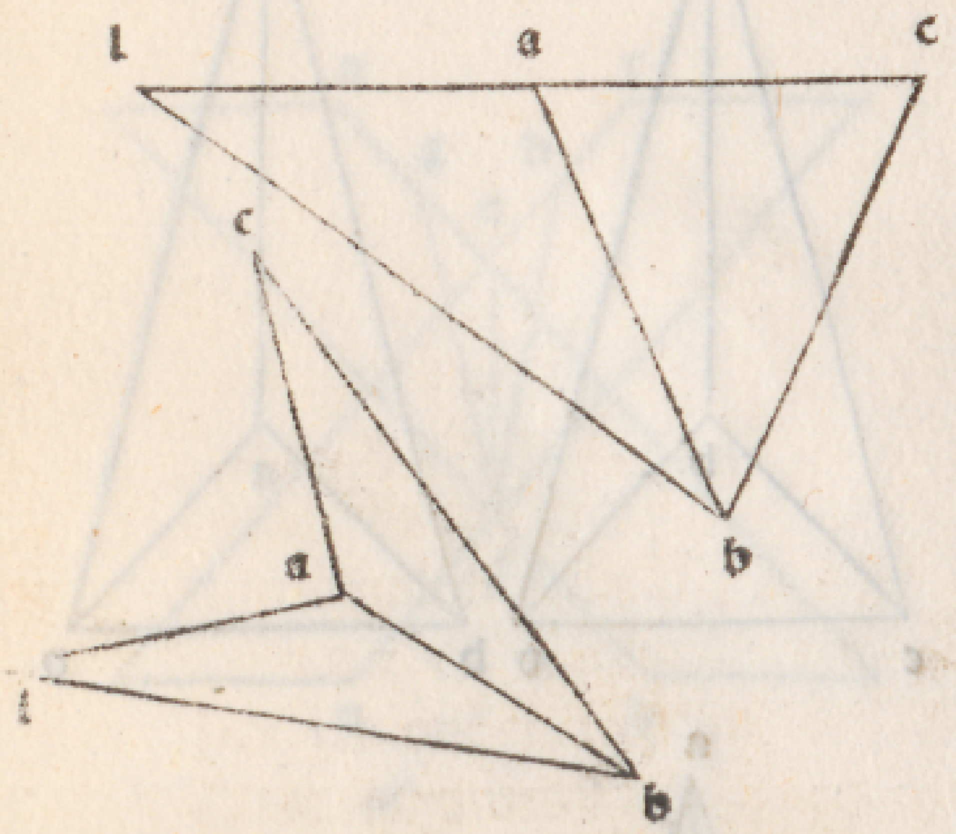
Omnis angulus solidus quatuor rectis āgulis minor esse probatur.

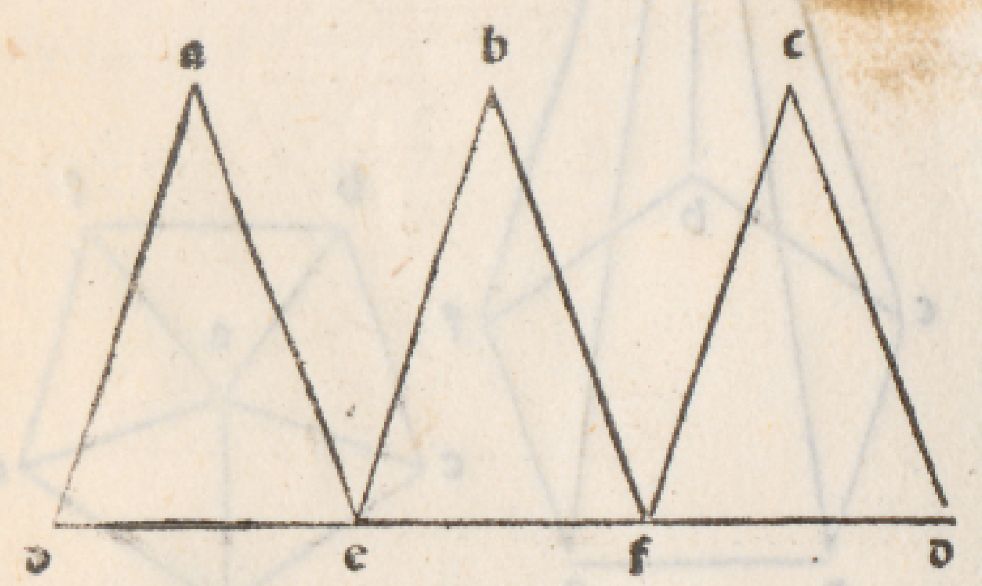
¶ Anguli solidi quantitas ex anguloꝝ superficialiū ipsū solidū con/
tinentium quantitate determinatur: hac ergo.21.proportiōaliter ꝓ/
ponit̄ quoq̄ꝫ quoslibet supficiales angulos solidū quēlibet cōtinētes
pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. Sit eni triangula piramis
a.b.c.d.cuiꝰ supremus angulus cū possit esse quilibet suoꝝ anguloꝝ hic tū sit.a.de
quo dico ꝙ tres supficiales anguli ipsū.a.ꝯtinentes sint minores quatuor rectis.
Constat eni ex.32.primi.9.angulos triū t̄anguloꝝ hanc piramidē circūstantium
ꝛ ipsi sunt.a.b.c.a.c.d.a.d.b .esse equales sex angulis rectis: de tribꝰ aūt angulis
basis eiꝰ que ē triāgulus.b.c.d .cōstat quoq̄ꝫ p̄ eandē ꝙ ipsi sunt equales duobus
rectis.cum igitur sex anguli trium trianguloꝝ predictoꝝ hanc nostram piramidē
de cuius supremo angulo disputamus circūdantiū: qui inq̄ꝫ sex anguli cum tribus
angulis basis reliquos tres angulos solidos piramidis continent: sint ex premissa
ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequit̄ ipsos sex angulos esse maiores
duobus rectis: ex.nouē.igit̄ angulis trium trianguloꝝ piramidē circūdantiū his
sex angulis demptis erunt ex cōmuni scia reliqui tres ꝛ ipsi sunt qui constituūt so/
lidū angulū.a.miores.4.rectis. Si aūt angulꝰ.a.supmus i assūpta piramide plu/
ribꝰ angulis supficialibꝰ quā tribꝰ ꝯtineat̄ qḋ erit ḃm multitudinē angloꝝ sue basis:
cū igit̄ oēs anguli oim trianguloꝝ ipsā piramidē circūdātiū p̄iter accepti sint ex.32
p̄mi tot rectis angulis eq̄les quāt ꝰē numerꝰ angloꝝ sue basis duplicatꝰ: eo ꝙ tot ne
cesse ē ēē triangulos piramidē circūdātes quot fuerit anguli sue basis. Cūq̄ꝫ omnes
anguli sue basis sint tot rectis angulis eq̄les quantꝰ ē numerꝰ anguloꝝ suoꝝ dupli/
catus: demptis inde.4.ut in.32.p̄mi demonstratum est. Cumq̄ꝫ igitur omnes an/











guli triangulorum piramidē circũdātiũ qui sup latera basis ipsi⁹ piramidis cõsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis piter acceptis vt euidēter con/stat ex premissa totiēs quot angulos basis habuerit repetita. adhuc necessario se/quitur ex cõi scīa supficiales angulos solidũ angulũ. a. continentes piter acceptos esse minores quatuor rectis: eo inquã minores quo oēs anguli trigonorum pirami/dem circũdantium qui sup latera basis statute piramidis consistant excedunt oēs angulos basis pariter acceptos. Propositio .22.

SI tres anguli superficiales quorum quinq; duo pariter ac/cepti tertio sint maiores cunctis sibi inuicem equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsarum li/nearum equalium terminis subtendēnbus triangulum subsi/stui vel constitui possibile est:

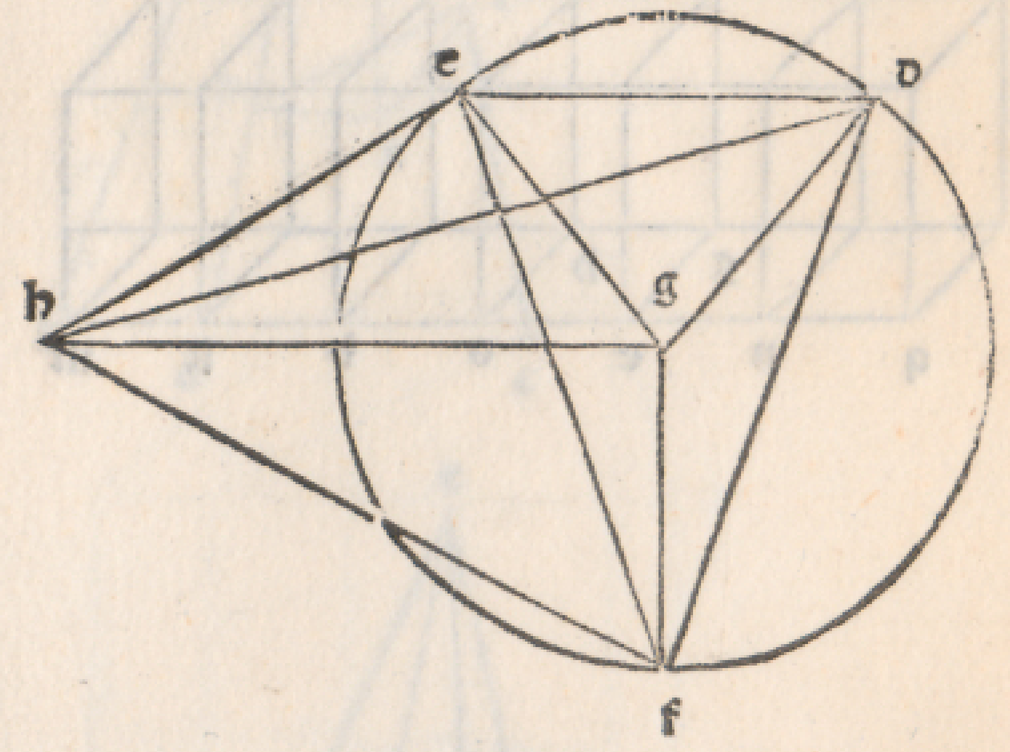
¶ Sint tres supficiales anguli. b. a. c. e. d. f. h. g. k. vt pponit̃: tales videlicet ut qui q; duo corũ tertio sint maiores. sintq; sex latera eos continentia equalia que sint a. b. a. c. d. e. d. f. g. h. g. k. ⁊ subtēdant̃ eis tres bases que sint. b. c. e. f. h. k. Ex his ergo tribus basibus triangulũ aio constitui posse. Esto eni angulus. b. a. l. equa/lis angulo. d. ⁊ linea. a. l. linee. d. e. ⁊ protrahantur. l. b. l. c. eritq; ex. 4. primi linea l. b. equalis linee. e. f. ex ypothesi vero ↄstat totalem angulũ. a. esse maiorem angu lo. g. erant eni quiq; duo ex tribus angulis. b. a. c. d. ⁊. g. tertio maiores igit̃ ex. 24 primi linea. l. c. linea. h. k. ē maior. cumq; sint ex. 20. primi due linee. l. b. ⁊. b. c. maio res linea. l. c. sequitur duas lineas. l. b. ⁊. b. c. esse multo fortius maiores linea. h. k. quia igitur. l. b. est equalis. e. f. erunt due linee. b. c. ⁊. e. f. maiores linee. h. k. Con/stat itaq; hoc modo quasq; duas lineas ex tribus lineis. b. c. e. f. h. k. esse longi/ores tertia: igit̃ ex. 22. primi constat verum esse qd̓ dicitur: hoc dũtaxat addito ꝙ si duo anguli. b. a. c. ⁊. d. pariter accepti sint equales duobus rectis erunt due linee l. a. ⁊. a. c. ex. 14. primi linea vnaque cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis. g h. ⁊. g. k. que ex. 20. primi longiores sunt linea. h. k. cumq; ex eadē linee due. l. b. ⁊. b c. sint longiores linea. l. c. sequitur vt prius. b. c. ⁊. e. f. piter acceptas eē longiores h. k. At vero si duo predicti anguli sunt maiores duobus rectis: erunt ex. 21. primi due linee. a. l. ⁊. a. c. ideoq; ⁊ due. g. h. ⁊. g. k. breuiores duab⁹ q̃ sũt. l. b. ⁊. b. c. qua re vt prius. b. c. ⁊. e. f. pariter accepte sunt longiores linea. h. k.

Propositio .23.

TRibus angulis supficialibus propositis quorum quiq; duo piter accepti tertio sunt maiores omnes aut tres simul qua tuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalib⁹ qua lescunq; sint solidum angulum constituere.

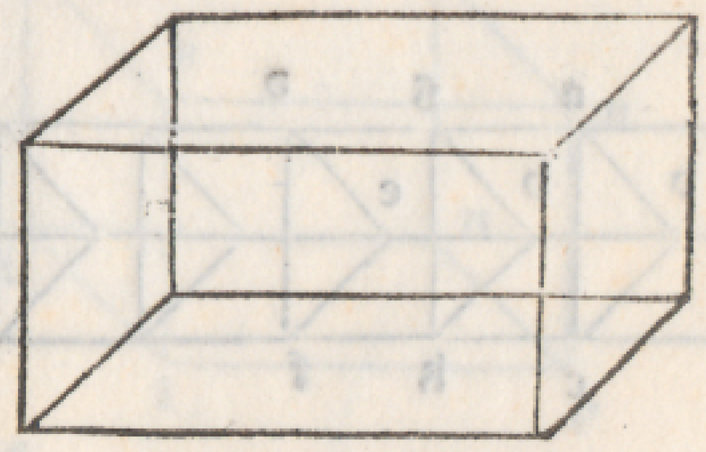
¶ Sint ppositi tres anguli supficiales qui sunt. a. b. c. de tribus illis equalibus volumus vnũ solidũ angulũ constituere oportet: igit̃ ex. 21. h⁹ vt quiq; duo eorum pariter accepti tertio sint maiores ⁊ ex. 21. huius vt omnes piter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaq; sint hec posita: latera vero eos continētia cuncta adinuicem sint equalia eisq; subtendantur tres bases ⁊ ipse sint d. e. e. f. ⁊. f. d. eritq; ex premissa possibile de tribus lineis his basibus equalib⁹ tri ãgulum constitui. Sit igit̃ ex eis cõstitut⁹ ẜm doctrinã. 22. primi triangulus. d. e. f. constitutus: cui sicut docuit quinta quarti circũscribat̃ circulus. d. e. f. supra cen/trum. g. ⁊ ptrahãt̃: g. d. g. e. g. f. que cũ sint adinicē eq̃les ex dione circuli lateraq;

tres ꝓpositos angulos ambientia equalia ex ypothesi necesse est vt eaꝝ quelibet quolibet illorum laterũ sit minor equalé aũt aut maioré esse est impossibile Si eni linea exiens a centro.g.ad circũferẽtiam circuli.d.e.f.esset equalis alicui lateꝝ.a.d a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sũt annuente.8.primi tres angulos.a.b.c.ꝓpositas esse equales tribus angulis.d.g.e.e.g.f.f.g.d. cũq3 hi tres sint equales quatuoꝛ rectis angulis vt facile p3 ex.13.primi:protracta paulisp vna lineaꝝ exeuntiũ a centro ad circũferentiam in continuum ⁊ directũ:essent etiã tres anguli.a.b.c.equales etiã quatuoꝛ rectis qd̃ est cõtra posita. Qd̃ si esset maioꝛ superpositis tribus triangulis quorum sunt anguli.a.b.c.trib⁹ triãgulis diuidentibus triangulum.d.e.f. vnoquoq3 illi cũ quo cõicat in basi itaq bases supponant̃ basibus equales videlicet equalibus ⁊ anguli.a.b.c.cadant ad ptem puncti. g. sequeret̃ ex.21.p̃mi tres ãgulos.a.b.c.esse maioꝛes trib⁹ qui sũt.d.g.e. e.f.g.f. g.d. cẽt itaq3 maioꝛes q̃tuoꝛ rectis qd̃ ẽ ampli⁹ ꝯtrariũ positis Relinquit̃ itaq3 vnũquodq3 ex sex lateribus tres ꝓpositos angulos ãbientibus maius esse linea egrediente a centro.g.ad circũferentiã.d.e.f.ideoq3 etiã potentius.Sit igitur potentius i linea.g. h.que sit scd̃m.12.h⁹ oꝛthogonaliter erecta sup supficiẽ anguli vel circuli d.e.f.demittãturq3 tres ypothemise.h.d.h.e.h.f.quas dico cõtinere angulos tres superficiales equales tribus propositis constituentes angulũ solidum in puncto.h cũ eni quadratũ linee.a.d.sit equale duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.g.⁊. g.h.ex ypothesi At quadratũ linee .d.h.sit equale eisdẽ ex penultima primi necesse est lineã.a.d.esse equalem linee.d.h eodẽq3 modo ⁊ lineã.a.e.linee.e.h.igit̃ ex.8.p̃mi cũ bases etiã sint equales erit angulus.a.equalis angulo.d.h.e .silr quoq3 nõ erit angulus.b.equalis angulo.e.h.f.⁊ angulus.c.equalis angulo.f.h.d. quare cõstat factũ eẽ quod facere disposuimus.



Propositio .24.

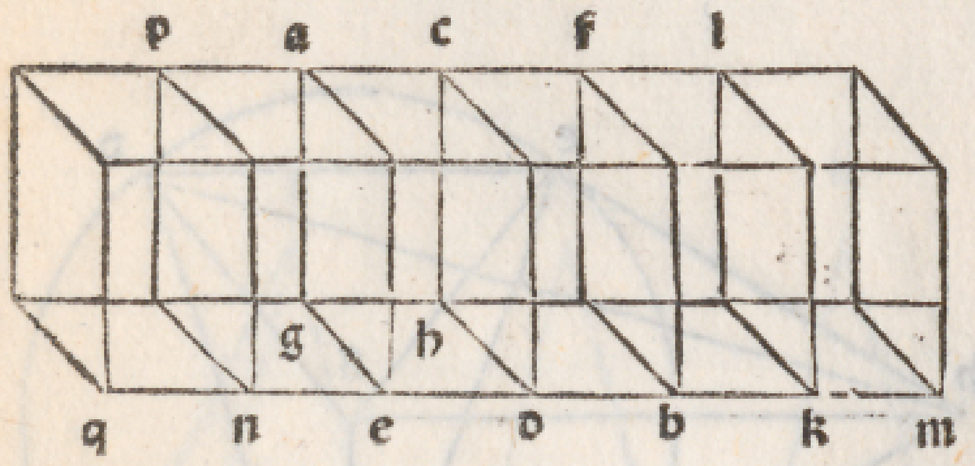
SI superficiebus equidistantibus solidum cõtineatur eius opposite supficies sibi inuicẽ equales sunt ⁊ equidistantiũ laterum. ¶ Quicquid dicant alij solidũ equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est cõtineri que sicut cẽ nõ possunt paucioꝛes sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat eni columnã exagonã posse.8.superficiebus que bine bine opposite sibi inuicem equidistant contineri:sic quoq3 octogonã.10.⁊ decagonam.12.⁊ ad istaꝝ similitudinẽ in infinitũ.s3 hoꝝ omniũ solidoꝝ equidistantibus superficiebus contentoꝝ que infinita esse pronuncio solũ illud dicit̃ paralellogramũ cuius omnes superficies ipsũ ambientes palellogramẽ sunt ⁊ istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri:de tali itaq3 qd̃ sex tm̃ supficiebus ambit̃ dico debere ĩtelligi ꝙ hec.24.ꝓponit:sic igit̃ tale solidum coꝛpus.a.b.cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente cõpꝛehendas:patebitq3 tibi vnãquãq3 earũ quatuoꝛ ex reliquis secare cuius quatuoꝛ latera cum sint cõmunes sectiones ipsius secantis ⁊ quatuoꝛ sectaꝝ. Sint autẽ ille quatuoꝛ secte bine ⁊ bine sm̃ ꝙ adinuicem opponunt̃ equidistantes ex ypothesi:sequit̃ ex.16.bis assumpta ut quatuoꝛ latera hui⁹ supficiei secantis ⁊ quatuoꝛ sectaꝝ sint adinuicẽ bina ⁊ bina equidistãtia. Cõstat itaq3 scd̃m. At vero ex.34.primi manifestũ ẽ oĩa latera opposita istaꝝ sex supficieꝝ eẽ equalia:erũt igit̃ bina latera angulũ planũ cõtinẽtia cuiusq3 eaꝝ equalia binis lateribus angulũ planũ in supficie sibi opposita ꝯtinentib⁹.anguli quoq3 ab illis binis ⁊ binis lateribus ꝯtenti equales p.10.h⁹: igit̃ ex ꝯuersa penultime cõis

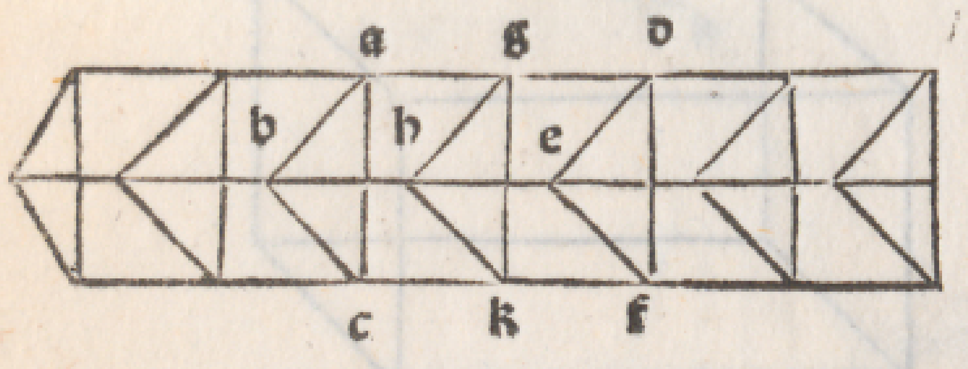


ſcie in primo libro poſite neceſſe ēſt quaſqȝ duas ſuperficies in ſolido.a.b.oppo/ ſitas eſſe ſibi inuicē equales qđ eſt propoſitũ. Propoſitio .25.

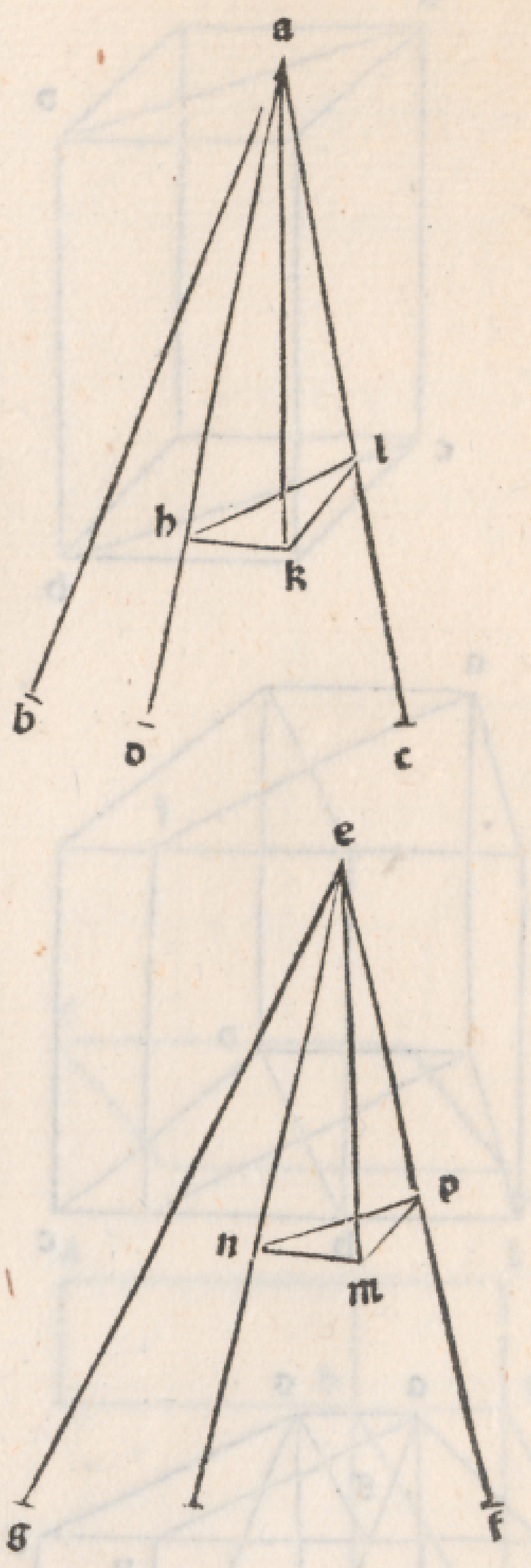
SI ſuperficies quedā ſecet ſolidũ paralellogramũ eq̄diſtā/ ter duabus ipſius ſolidi ſupficiebus oppoſitis duo partia lia corpora que ad illam ſecantem ſuperficiē velut ad cō/ munē terminũ copulant̄ ſuis baſibus ſunt proportionalia ¶Sit corpus.a.b.ſolidũ palellogramũ ⁊ ſecet ipſum ſupficies.c.d. equidiſtanter duabus eius oppoſitis ſupficiebus que ſunt.a.e.⁊.f.b.⁊ ſit ſupficies g.h.baſis ipſius ſolidi.a.b.de qua conſtat per premiſſā ꝙ ipſa ſit equidiſtantium lateꝝ ⁊ ſit cōis ſectio duaꝝ ſupficieꝝ.c.d.⁊.g.h.linea.h:d.de qua conſtat p. .hu/ ius ꝙ ipſa ſit linea recta ⁊ p.16.huius ꝙ ipſa ſit equidiſtans.g.e. ideoqȝ ſunt due ſuperficies.g.d.⁊.h.b.equidiſtantiũ lateꝝ ⁊ ipſe ſunt baſes duoꝝ ptialiũ corpoꝝ in que ſupficies.c.d.diuidit ſolidum.a .b. dico itaqȝ ꝙ ꝓportio ſolidi.a:d.ad ſoli dũ.b.c.ē ſicut baſis.g.d.ad baſim.h.b.protrahant̄ eni vtrinqȝ quātũ libuerit.qua tuor linee penetrantes ſupficiē.c.d. ſup eius angulos ⁊ ipſe ſunt.a.f.⁊.e.b.cũ dua bus reliquis ſibi equidiſtantibus. Sumant̄qȝ ex eis omnib⁹ portiones ex pte pun cti.b.quot libuerit que ponant̄ ſingule eq̄les linee.b.d. ⁊ ex parte puncti.e.alie ſiīr quot libuerit que ponant̄ equales linee.e.d.ſup quas vtrinqȝ ꝯſtituāt̄ ſolida palel lograma ſcđm ſuaꝝ longitudinē exigentiũ.Sintqȝ ex p te puncti.b.ſolida.f.k.⁊.l. m.⁊ ex pte puncti. e.ſolida. a.n.⁊.q. a.eritqȝ ex diõne corpoꝝ equaliũ atqȝ ſimi/ liũ vnũqđqȝ ſolidoꝝ.f.k.⁊.l.m.equale ſolido.e.b. ⁊ vnũqđqȝ.a.n.⁊.p.q. ē equale a.d.fiat igiť argumētũ quēadmodũ i prima ſexti ē eni ſolidũ.c.m.ita multiplex ſo lidi.b.c.ſic baſis.h.m.baſis.h.b.⁊ ſolidũ.q.c.ita mltiplex ſolidi.a.d.ſic baſis.q.h baſis.g.d.⁊ ſi baſis.h.m.ē eq̄lis baſi.q.h.ſolidũ.c.m.eſt eq̄le ſolido.q.c.ex diõne corpoꝝ equaliũ atqȝ ſimiliũ ⁊ ſi baſis ē minor baſi ⁊ ſolidũ ē min⁹ ſolido ⁊ ſi maior mai⁹ qđ pȝ ex diõne eadē reſecata maiori baſi ad eq̄litatē minoris ⁊ deſcripto ſup eam ſolido palellogramo.itaqȝ ex diõne icōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio ſolidi a.d.ad ſolidũ.c.b.ſicut baſis.g.d.ad baſim.h.b.qđ eſt ꝓpoſitũ. Qđ ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſeratile equidiſtanter duabus eius triangularibus ſupficiebus oppoſitis duo partialia corpora que ad illā ſecantē ſuperficiē velut ad cōem termi num copulant̄ ſuis baſib⁹ erũt proportionalia.¶Sit eni.a.f.corpus ſeratile cuius ſint due trigone ſupficies.a.b.c.d.e.f.Cōſtat igiť ex diõne ſeratilis vnāquāqȝ tri um ſupficieꝝ que ſunt.a.b.d.e.b.c.e.f.a.c.d.f.eē paralellogramũ: ſecet igiť ſupfi/ cies.g.h.k. iſtud ſeratile equidiſtanter duabus eius oppoſitis ſupficiebus q̄ ſunt a.b.c.d.e.f.dico ꝙ ꝓportio ſeratilis.a.k.ad ſeratile.g.f.ē ſicut baſis.a. k.ad ba/ ſim.g.f.qđ ſicut de ſolidis palellogramis ꝓbat̄ ꝓtractis eni in vtrāqȝ ptē lineis.a d.b.e.c.f.factiſqȝ inter eas ex pte puncti.e.ſeratilibus equalibus ſeratili. g.f. ⁊ ex pte puncti .b.alijs equalibus ſeratile.a.k.vtrinqȝ quouis numero ex diõne incon tinue ꝓportionalitatis.ſi cuncta vigili mente pluſtres nō erit tibi difficile cōclude/ re quod diximus. Propoſitio .26.

SUper datum punctũ date linee angulo ſolido propoſito equalē angulũ ſolidũ conſtituere. ¶Solidus angulus propoſitus ſit.a.qui cōtineat̄ tribus lineis.a.b.a.c.a.d.tres ſuper/ ficiales angulos ipſũ ſolidũ pficientes cōtinentib⁹ cui ſup punctũ.e. linee.e.f.ꝓpoſite que ad libitũ ꝓponentis iaceat:aut in ſublimi cōſurgat iubemur



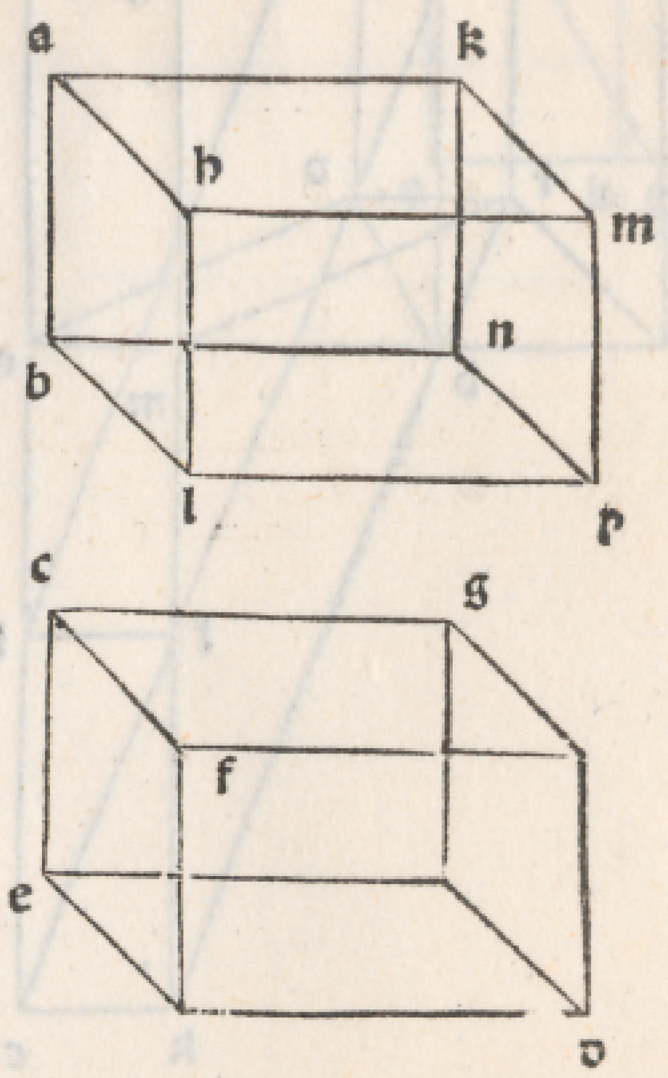


equalē angulum solidū cōstituere qualiscūq; sit situs linee.e.f.a puncto.g.vbicūq; volueris signato: ꝓducito lineā.g.e.eruntq; ex scḋa h⁹ due linee.e.f.⁊.g.e.i supfi/cie vna.in hac itaq; superficie super punctū.e.datū in assignata linea scḋm ꝯsiliū 23.primi constitue angulū equalē angulo.b.a.c.⁊ ipse sit.f.e.g. dehinc ex linea.a.d.abscinde lineam.a.b.sicut volueris ⁊ a puncto.b. producito perpendicularem b.k.ad superficiē in qua sunt due linee.a.b.⁊.a.c.qḋ qualiter faciendum sit.11.hu ius docuit:nec sit igitur tibi cura de puncto .k. Nihil eni refert vtꝝ ꝑpendicularis b.k.occurrat supficiei in qua sunt due linee.a.b.⁊.a.c.inter ipsas lineas aut extra aut in eaꝝ altera ducito tñ lineā.a.k.positoq; puncto.l.in linea.a.b.vbicūq; volu eris ꝓtrahe lineas.k.l.⁊.l.b.⁊ pone angulū.f.e.m.in supficie lineaꝝ.e. f.⁊.e.g. equalē angulo.b.a.k.⁊ lineā.e.m.equalē linee.a.k.⁊ ex linea.e.f. sume lineā .e.p. equalē linee.a.l.⁊ a puncto.m.educ lineā.m.n.ꝑpendicularē ad superficiē in qua sunt due linee.e.f.⁊.e.g.⁊ pone eā equalē.b.k.⁊ protrahe lineas.e.n.n.p.⁊.p.m. dico igiᵗ tres lineas.e.f.e.g.e.n.cōtinere angulū solidū in puncto.e.equalē angu/lo.a.proposito: cū sint eni ex ypothesi duo latera.a.k.⁊.k.b.triāguli.a.k.b.equa lia duobus lateribus.e.m.⁊.m.n.trianguli.e.m.n.⁊ anguli qui sunt ad.k.⁊ ad.m recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra supficiē erunt ex quarta pͥ/mi due linee.a.b.⁊.e.n.equales:per candē quoq; erunt due linee.k.l.⁊.m.p.equa les.ideoq; etiā ꝑ eandē.b.l.⁊.n.p.equales:cum sint.b.k.⁊.k.l.equāles.m.n.⁊.m p.⁊ anguli.b.k.l.⁊.m.n.p.recti ꝑ.8.igiᵗ primi erit angulus.n.e.p. equalis angu/lo.b.a.l.Simili quoq; modo ꝓbabis angulū.g.e.n.esse equalē angulo.c.a.d.con stat itaq; nos effecisse qḋ volumus:huic si studiosus institeris quotcūq; lateribus a.solidus angulus ꝓpositus cōtineatᵗ qḋ a te petitᵗ sine offēdiculo perficere poteris



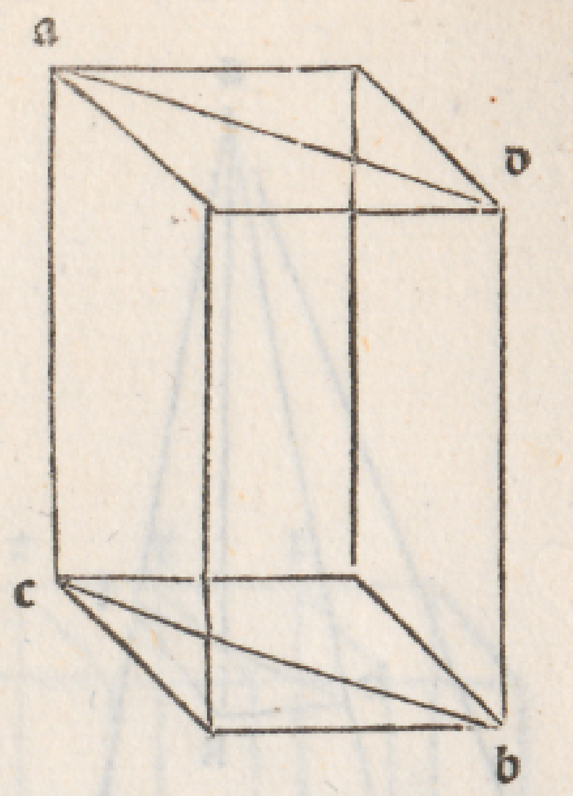
Propositio .27.

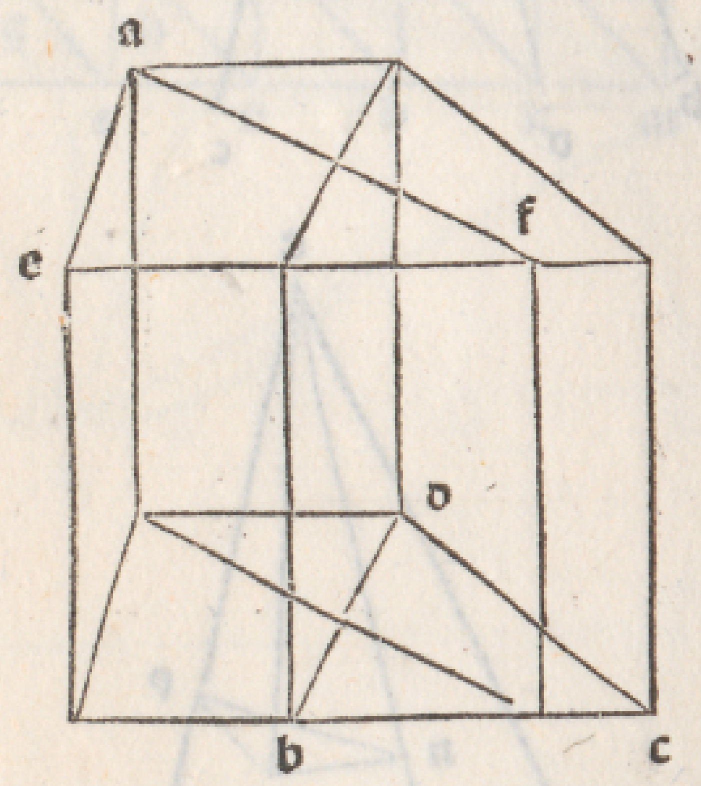
Super assignatā lineam dato solido equidistantium supfici erum simile solidum constituere. ¶ Sit assignata linea.a .b.de cuius situ vtrū in plano iaceat vel sursum exurgat nihil curetᵗ:sitq; as signatū palellogramū solidū corpus.c.d.cui sup lineā.a.b.iubemur simile solidū fabricare.Sint igiᵗ tres linee ꝯtinentes superficiales an gulos ex quibus poniᵗ solidus angulus.c.inscripte litteris.c.e.c.f.c.g.At scḋm pͥ/cepta premisse super punctū.a.linee.a.b.cōstituatᵗ angulus solidus equalis. c.quē cōtineāt tres linee.a.b.a.h.a.k.⁊ auxilio. 10.sexti sit ꝓportio.c.e.ad.a.b.⁊.c.f.ad a.h.⁊.g.c.ad.a.k.ꝓportio vna : dehinc a trib⁹ punctis.b.h.k.ꝓtrahantᵗ sex linee h.l.equidistans linee.a.b.⁊.b.m.equidistans linee.a.k.iteꝝ.b.l.equidistās linee a.h.⁊.b.n.equidistans linee.a.k.rursus quoq;.k.n.equidistans.a.b.⁊.k.m. equi distans.a.h.amplius aūt ꝓtrahantᵗ.m.p.equidistans.h.l.⁊.p.l.equidistans.h.m ꝓtrahatᵗ quoq; ⁊ linea.p.n .eritq; cōpletū solidū palellogramū.a.p. quod dico eē simile solido.c.d.hoc aūt ex dione siliū supficieꝝ ⁊ dione siliū corpoꝝ si earum memineris facile cōcludes.

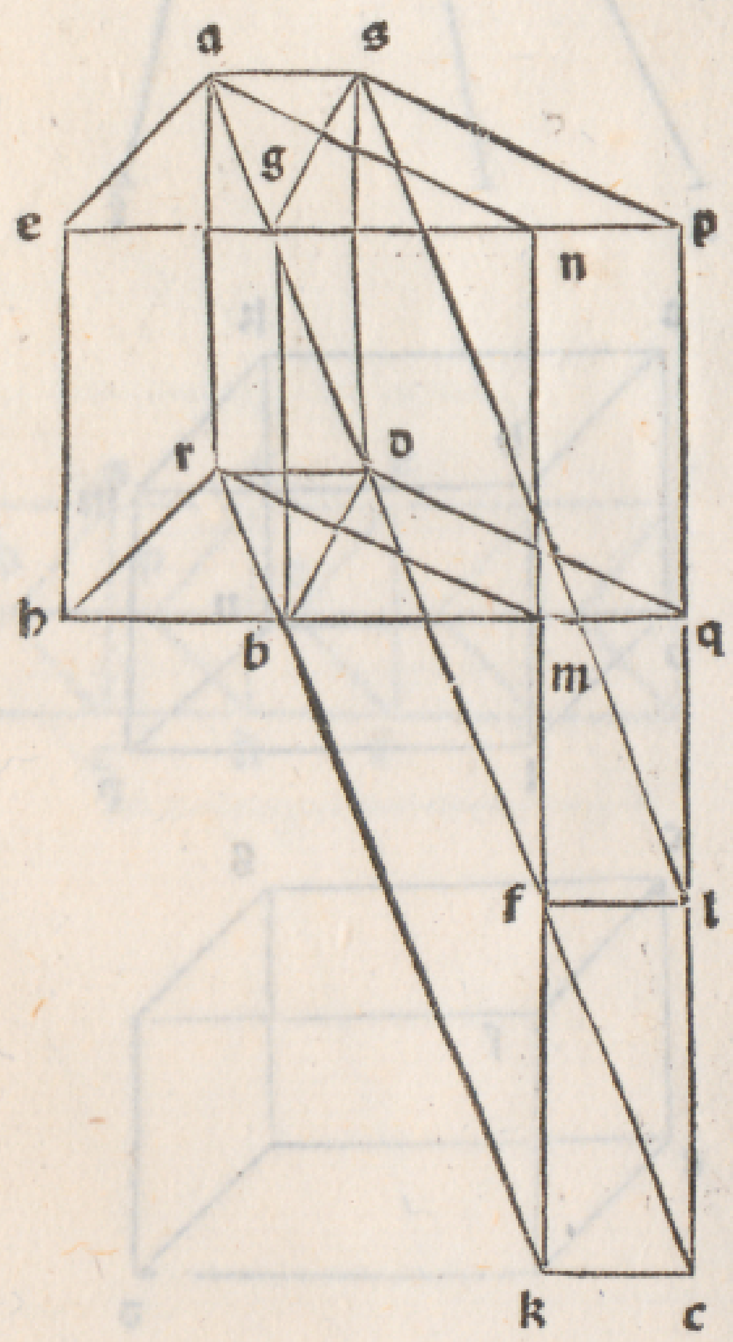


Propositio .28.

Si supficies aliqua solidū palellogramū sup duas quaslib; oppositas supficies eius terminales ⁊ sup eaꝝ duas dia/metros secet eādē supficiē corp⁹ illud ꝑ equalia secare ne/cesse est. ¶ Sit corpus.a.b.solidū palellogramū de quo sit positum ꝙ supficies.a.b.c.d.secet ipsū sup diametros duaꝝ superficierū op/positaꝝ ipsū solidū terminātiū q̄ sint .a. d.⁊.c.b .dico ꝙ ipsa diuidit istud solidū







ꝑpositū per equalia. cōstat eni ꝙ ipa diuidit illud solidū in duo seratilia quoꝝ supficies quadrilateras binas ⁊ binas ad inuicē relatas scđm ꝙ ipse sunt opposita latera solidi ꝑpositi manifestū ē ex. 24. hui⁹ eē equales cū solidum de quo loquimur positū sit eē palellogramū: ex eadē quoqȝ ⁊. 41. primi cōstat trilateras supficies dictoꝝ seratiliū esse equales: igit̄ a dione solidoꝝ equaliū liquet quod propositum est

Propositio .29.

Cuncta solida equidistantium superficieꝝ eque alta atqȝ i eadē basi sup vnā lineā constituta probantur esse equalia. ℭ Veꝝ ē ꝙ solida equidistantiū lateꝝ eque alta siue iter supficies eq̄distantes super vnā ⁊ eādē basim cōstituta sunt adinuicē equalia sicut de superficiebus equidistantiū lateꝝ super vnā basim ⁊ inter lineas equidistantes ꝯstitutis ut in. 35. primi demonstratū est. sed talium solidoꝝ quedā dicunt̄ constitui super lineā vnā ⁊ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ supficieꝝ duo opposita latera sunt ꝭm rectitudinē ꝓtracta linea vna: ⁊ de talibus hec. 29. proponit demonstrandū ipsa oia esse equalia adinuicem. sunt aūt eoꝝ alia que nō dicuntur cōstituta super lineā vnā ⁊ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ superficieꝝ duo latera opposita quecūqȝ sumant̄ ꝭm rectitudinē ꝓtracta nō sunt linea vna ⁊ de talib⁹ sequens demonstrandū ꝓponet ipsa quoqȝ oia eē adinuicē equalia. Sint itaqȝ duo solida palellograma eque alta siue inter supficies equidistantes. a. b. ⁊. a. c. cōstituta sup vnā basim que sit. a. d. quoꝝ suppreme supficies sint. e. b. ⁊. f. c. Sintqȝ haꝝ suppmaꝝ supficieꝝ duo latera opposita cū scđm rectitudinē ꝓtrahant̄ linea vna ⁊ ipsa sunt. e. f. ⁊. b. c. dico itaqȝ ꝙ solida. a. b. ⁊. a. c. sunt equalia: hoc aūt si figurā ei⁹ ꝭm ꝙ oportet actu vel cogitatione fabricaueris ⁊ quēadmodū in. 35. primi processeris idem faciens hic de seratilibus qđ ibi de triangulis facile cōcludere poteris occurruntqȝ tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in supficieb⁹ occurrisse nouisti

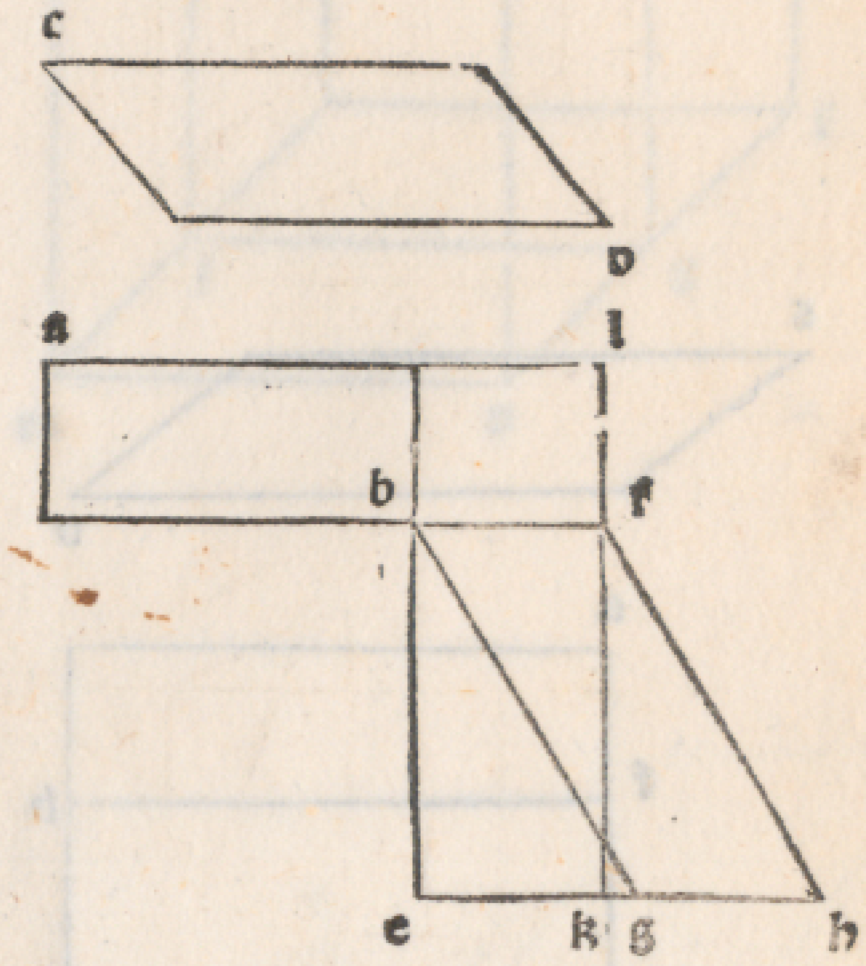
Propositio .30.

Cuncta solida equidistantiū supficieꝝ eque alta que ī eadē basi nō aūt sup lineā vnā fuerint ꝯstituta ꝓbant̄ esse eq̄lia. ℭ Sint nūc duo solida palellograma eque alta siue inter supficies eq̄distantes sintqȝ sup vnā ⁊ eādē basim sed nō sup lineā vnā ꝯstituta: dico iteꝝ ea eē equalia. Esto eni duo solida palellograma. a. b. ⁊. a. c. eque alta siue inter supficies equidistātes ꝯstituta sup vnā basim que sit. a. d. ʒ nō super vnā lineā: sintqȝ eoꝝ suppreme supficies. e. b. ⁊. f. c. quaꝝ opposita latera ꝭm rectitudinē ꝓtracta nō erūt linea vna. cūqȝ ipsa ex ypothesi sint i vna superficie eo ꝙ solida proposita sunt inter superficies equidistnates: necesse ē vt duo latera vnius earum ꝓtracta scđm rectitudinē secēt duo alterius eaꝝ ꝓtracta scđm rectitudinē: protrahāt̄ itaqȝ duo opposita latera superficiei. e. b. que sint. e. g. ⁊. h. b. ⁊ duo opposita superficiei. f. c. que sint. k. f. ⁊. c. l. ⁊ secent se sup quatuor pūcta. m. n. p. q eritqȝ superficies. m. n. p. q. equidistantiū lateꝝ equalis vnicuiqȝ triū superficierū. quaꝝ vna ē basis ꝑpositis solidis cōis ⁊ ipsa ē. a. d. ⁊ due relique sūt suppreme superficies eorundē solidoꝝ ⁊ ipse sunt. e. b. ⁊. c. f. ductis itaqȝ lineis a quatuor punctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi scđm directā habitudinē relatos / q̄ sit. n. a. m. r. p. s. q. d. perfectū erit solidū paralellogramū. a. q. i eadē basi cū vtroqȝ duoꝝ prioꝝ ⁊ eque altū ⁊ sup lineā vnā cū vtroqȝ ipsoꝝ: per premissaȝ igit̄ vtrūlibȝ duoꝝ solidoꝝ ꝑpositoꝝ que sūt. a. b. ⁊. a. c. ē equale solido. a. q. ꝑ ꝯceptionem

ergo est solidũ.a.b.eq̄le solido.a.c.q̄re constat ꝓpositũ. ¶ Potes quoqꝫ ꝯuersas
huius ⁊ premisse ꝓbare si libet ducendo ad impossibile: pones eni quelibet duo so
lida ꝑalellograma eẽ eq̄lia ⁊ ꝯstituta super eandẽ basim equidistãtia ⁊ demõstra/
bis ea eẽ eque alta. Eritqꝫ hec ⁊ premissa tue demõstrationis mediũ: impossibile
aũt ad quod duces erit: partẽ suo toti esse equalẽ: qḋ euidenter patebit si de illo soli
do qḋ altius eẽ mentiẽ aduersarius cũ tñ ambo posita sint equalia ⁊ sup eandẽ ba
sim cõstituta vnũ solidũ paralellogramũ eque altũ demissiori absciderís: hoc autẽ
abscisum equale esse demissiori cõuinces ex hac ⁊ premissa. ideoqꝫ ⁊ toti illi a quo
ipsum absciderís ex cõi scia. Propositio .31

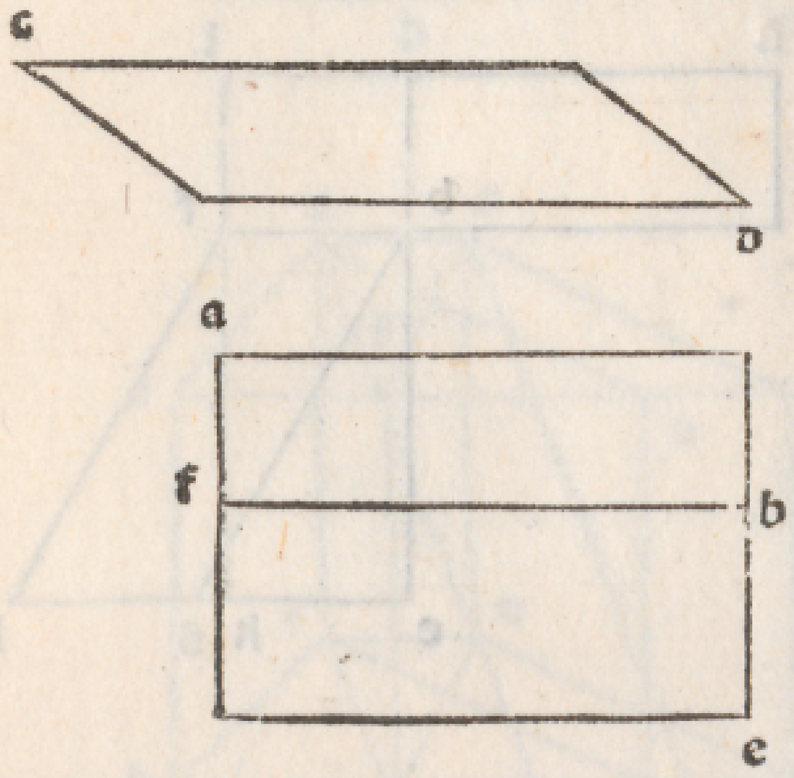
Solida equidistantiũ sup̄ficieꝝ in basibus equis cõstituta si fuerint eque alta lineeqꝫ eius angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoqꝫ veꝝ ẽ ꝙ oia solida paralellograma in equis basib⁹
atqꝫ inter superficies equidistantes siue eque alta constituta sunt ad
inuicẽ equalia sicut de superficieb⁹ equidistantiũ laterũ super equales bases ⁊ in/
ter lineas equidistãtes constitutis in.36.primi probatũ ẽ. At taliũ solidoꝝ alia sũt
quoꝝ angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunẽ de quib⁹ hec.31.ꝓ/
ponit demõstrandũ esse ea eẽ equalia. Alia vero sunt quoꝝ angulares linee super
suas bases nõ sunt orthogonaliter erecte: de quibus seq̄ẽs demõstrãdũ proponit
ea eẽ equalia: intelligant itaqꝫ super duas bases.a.b.⁊.c.d.que sint equales ⁊ equi
distantiũ lateꝝ nõ tñ vnius creationis. sed sit.a.b.tetragonus longus.⁊.c.d. simi
le helmuaym duo solida equidistantiũ laterũ cõstituta eque alta sintqꝫ linee erecte
super angulos ꝓpositaꝝ basiũ ꝑpendiculares ad ipsas. dico hec duo solida ad in/
uicẽ esse equalia protrahant itaqꝫ duo latera basis.a.b.⁊ sint illa que cõtinẽt an/
gulum.b. vsqꝫ ad.f.⁊.e.⁊ fiat angulus.f.b.g.equalis angulo.c.basis.c.d. ⁊ sumãẽ
due linee.b.f.⁊.b.g.equales duobus lateribus basis.c.d.que cõtinent angulũ.c.⁊
perficiat superficies equidistantium laterum.b.h.que erit equalis ⁊ siĩis basi. c.d.
dehinc ꝓtrahaẽ.h.e.equidistans.b.f.⁊.f.k.equidistans. b.e. eritqꝫ quadrilatera
superficies.b.k.equidistantiũ laterũ equalis.b.h.ex.35.primi: cũqꝫ.b.h.sit equa/
lis.c.d.erit per cõceptionẽ.b.k.equalis.a.b. Cõpleaẽ itaqꝫ superficies equidistan/
tium laterum.b.l.protracta linea.k.f.quousqꝫ cõcurrat cũ vno ex lateribus conti/
nentibus angulũ.a.in puncto.l.age ergo super tressuperficies equidistantiũ late/
rum que sunt.b.h.b.k.b.l.cõstituãtur eque alta solida solido cõstituto super basim
a.b.sintqꝫ linee omniũ solidoꝝ istorum erecte super bases perpendiculares ad ip/
sas ⁊ appellentur bases ⁊ solida super eas cõstituta eisdẽ nominibus .manifestum
est ergo ex diffinitione solidoꝝ equalium atqꝫ similium ꝙ duo solida.b.h .⁊.c.d.
equalia atqꝫ similia sunt: de solidis aũt.b.h.⁊.b.k.constat ex.29.ꝙ ipsa sũt equa
lia: sunt eni eque alta ⁊ cõstituta super vnã ⁊ eandẽ basim ⁊ ipsa ẽ superficies ere/
cta super lineã.b.f.⁊ super lineã vnã: ẽ aũt p.25.proportio solidi.a.b.ad solidum
b.l.sicut basis.a.b.ab basim.b.l.⁊ per eandem solidi.b.k.ad solidum.b.l.sicut ba
sis.b.k.ad basim.b.l.cumqꝫ sit vtriusqꝫ duarum basium.a b.⁊.b.k.ad basim.b.l.
vna proportio: ex prima parte.7.quinti erit vtriusqꝫ duoꝝ solidorum.a.b.⁊.b.k.
ad solidum .b.l.proportio vna igitur ex prima parte noni quinti erunt duo soli/
da.a.b.⁊.b.k.equalia: at quia solidũ.b.k.est equale solido.b.h.solidũqꝫ.b.h.so/
lido.c.d.sequiẽ ex cõi scia solidum.a.b.eẽ eq̄le solido.c.d.quod est propositum.



Propositio .32.

SI solida equidistantiũ superficieꝝ in equis basibus con/stituta eque alta fuerint linee autẽ angulares supra bases orthogonaliter nõ steterint: ipsa eẽ equalia necesse est. ¶ Fabricatis duob⁹ corporibus vt proponitur videlicet q̄ sint equidistantiũ terminoꝝ ⁊ eque alta ⁊ sup bases equas perpendiculariter nõ aũt super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremaꝝ superficieꝝ ipsoꝝ ad bases suas perpẽdiculares ducantur q̄ ex 6. erũt singulares equidistantes ⁊ etiã ex ypothesi singule singulis equales ipse enĩ solidoꝝ ꝓpositoꝝ altitudinẽ diffiniunt: ⁊ si inter eas solida equidistantiũ laterum ꝑficiant̄ constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse adinuicẽ equalia. Cumq; duoꝝ prioꝝ ⁊ duoꝝ posterioꝝ sint eedem bases videlicet eoꝝ superficies suppreme: constat ex. 29. vel. 30. et hac cõmuni sciẽtia: quecũq; equalibus sũt equalia sibi inuicẽ sunt equalia veꝝ esse qd̄ ꝓpositũ est. Ex his potes cõuersas huius ⁊ premisse eisdẽ mediantib⁹ indirecte demõstrare si libet eodẽ mõ ⁊ ad idẽ icõueniẽs sicut in cõuersis duaꝝ istas antecedentiũ deducẽdo: pones enĩ duo solida paralel/lograma eẽ equalia ⁊ sup equales bases ⁊ cõuinces ea esse eque alta vel pones ea eẽ eque alta ⁊ eq̄lia ⁊ cõuinces ea eẽ sup bases eq̄les.

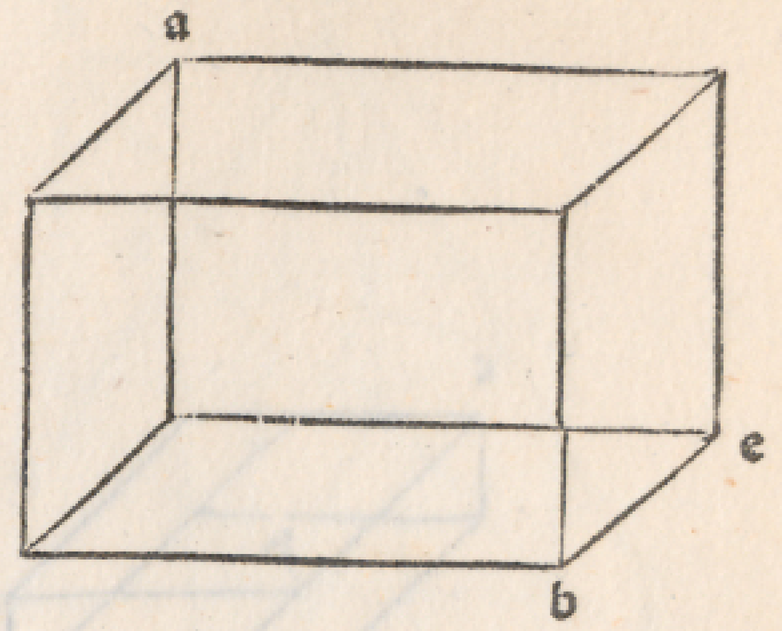


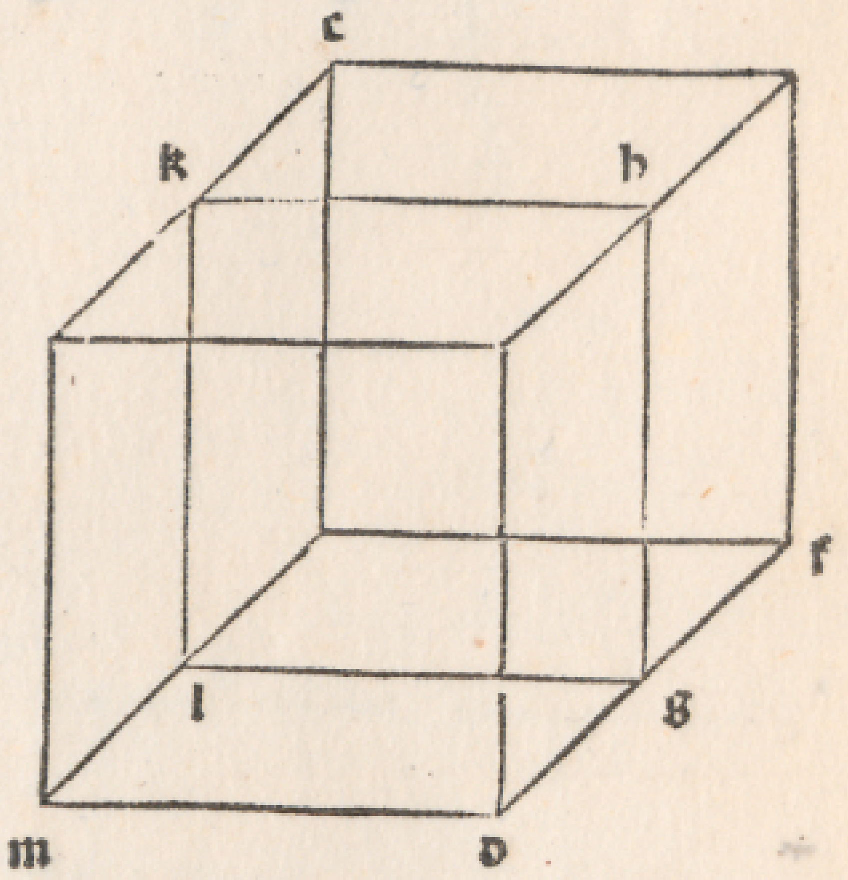
Propositio .33.

OMnia solida equidistãtiũ superficieꝝ eque alta suis ba/sibus sunt proportionalia. ¶ Sint duo solida equidistãtiũ sup/ficieꝝ eque alta cõstituta super duas bases. a. b. ⁊. c. d. dico ꝙ ꝓpor/tio illoꝝ duoꝝ solidorum vnius ad alterum est sicut ꝓportio suarũ basium que sũt. a. b. ⁊. c. d. vni⁹ ad alterã. Cõstat quidẽ ex. 24. vtraq; haꝝ duarũ basiũ esse equidistantiũ laterũ: duo igitur latera opposita ⁊ equidistã/tia in superficie. a, b. ꝓtrahant̄ ⁊ inter ea fiat superficies equidistantiũ lateruȝ que sit. f. e. equalis. c. d. dehinc supra sup̄ficiem. f. e. cõpleatur solidum ꝑalellogramum eque altũ ei qd̄ cõstitutũ est sup basim. a. b. sitq; amboꝝ cõis terminus illa sup̄fici/es que exurgit sup lineã. b. f. hec aũt solida ⁊ sue bases eisdem nuncupent̄ nomini/bus. q2 igit̄ basis. f. e. ẽ equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidũ. f. e. equale solido. c. d. At q2 totale solidũ. a. e. secat superficies exurgens super lineã. b. f. equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex. 25. ꝓportio solidi. f. e. ad solidũ. a. b. sicut ba/sis. f. e. ad basim. a. b. cumq; sint. c. d. ⁊. f. e. tam bases q̃; solida equalia: bases qui/dẽ ex ypothesi: solida autẽ ex. 31. vel. 32. Sequitur ex. 7. quinti bis assumpta semel ꝓ basibus ⁊ semel ꝓ solidis ꝙ solidoꝝ. a. b. ⁊. c. d. basiumq;. a. b. ⁊. c. d. sit ꝓpor/tio vna qd̄ demõstrare volumus: Huius quoq; ꝯuersam eadẽ ipsa mediãte demõ/strare queãdmodũ ꝯuersas precedentiũ nõ ẽ difficile. pones enĩ duo solida para/lellograma eẽ suis basibus ꝓportionalia ⁊ ꝯuinces ea eẽ eque alta abscisoq; ab eo qd̄ alti⁹ mẽtiet̄ aduersari⁹ vno solido ꝑalellogramo eque alto demissiori erũt absci/sũ ⁊ demissi⁹ suis basib⁹ ꝓportionalia ex ypothesi ⁊ ex hac. 33. cũq; etiã eẽnt totale alti⁹ a quo ꝑtiale abscidisti ⁊ ipsũ demissi⁹ eisdẽ basib⁹ ꝓportionalia ex ypothesi sequit̄ ex p̄ma ꝑte. 9. quinti totale qd̄ aduersari⁹ dicit alti⁹ ⁊ ꝑtiale qd̄ ab eo abscidistiesse equalia.

Propositio .34.

SI duo solida equdistantiũ superficieꝝ lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eoruȝ bases eorũdẽ altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint





due bases suis altitudinibꝰ mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse ne/
cesse est. ¶ Quocunqꝫ sint duo solida equidistantiū superficieꝝ equalia coꝝ ba/
ses ⁊ altitudines necesse est esse mutekesias ⁊ econuerso quēadmodū de superficie/
bus equidistantiū lateꝝ equiangulis. 13. sexti ꝓposuit. Attamē hac. 34. istud demō/
strandū proponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis
basibꝰ palellogramis orthogonaliter insistūt. ea vero que sequit̄ ꝓponit idē de ce/
teris. Sint ergo nūc duo solida palellograma. a. b. ⁊. c. d. equalia quoꝝ bases sint
a. e. ⁊. c. f. lineeqꝫ altitudinū ipsoꝝ sint super has bases orthogonaliter erecte ⁊ sit
altitudo solidi. a. b. linea. e. b. ⁊ solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due linee. e. b.
⁊. f. d. determinantes ipsoꝝ solidoꝝ altitudines equales adinuicē: cum ipsa quoqꝫ
solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex cōuersa. 31. bases eoꝝ que sunt. a. e. ⁊. c. f. eq̄/
les. ideoqꝫ bases ⁊ altitudines erunt mutue: sicqꝫ cōstabit ꝓpositi prima ps. ⁊ ecō/
uerso cōstabit scd̄a vt si altitudines ⁊ bases sint mutue: ponant̄ altitudines equa/
les erūt quoqꝫ bases equales. ideoqꝫ p. 31. ⁊ solida equalia ⁊ sic cōstat secunda ps.
At vero si linee. e. b. ⁊. f. d. nō fuerint equales sit. f. d. maior ⁊ ex ea resecet̄. f. g. ad
equalitatē. e. b. tribusqꝫ ceteris lineis que sunt altitudinis solidi. c. d. ad eādē men/
surā in punctis. h. k. l. resecatis perficiat̄ solidū palellogramū. c. g. eque altū solido
a. b. eritqꝫ ex premissa. a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. cū itaqꝫ. c. d. sit equale. a. b erit
ex prima pte. 7. quinti. c. d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. p premissā aūt ē ꝓportio. c. d.
ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. qd̄ pꝫ si vna ex lateralibꝰ supficiebꝰ solidi. c. d. ⁊ ipsa sit. f.
m. intelligat̄ basis ipsiꝰ. at per primā sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. ideoqꝫ per
7. quinti. sicut. d. f. ad. b. e. igit̄. a. c. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. cōstat itaqꝫ prima ps.
Scd̄am ptē cū sit cōuersa prime cōuerso mō ꝓbabis: sit eni eadē dispositione ma/
nente ꝓportio. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico tunc solida. a. b. ⁊. c. d. eē equalia:
erit eni ex. 7. quinti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex p̄missa ē. a. b. ad. c. g. sicut
a. e. ad. c. f. igit̄ ē a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima aūt sexti ē. d. f. ad. f. g. sicut
m. f. ad. f. l. ⁊ ex p̄missa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. itaqꝫ. c. d. ad. c. g. sicut. a. b.
ad. c. g. igit̄ ex. 9. 5. a. b. ⁊. c. d. sūt eq̄lia: qd̄ ē propositū.

Propositio .35.

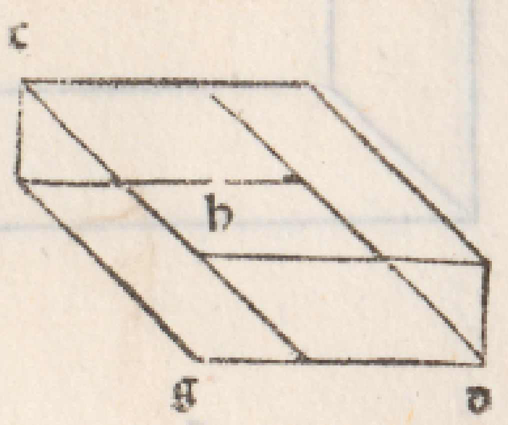
Si duo solida equidistantiū terminoꝝ fuerint equalia eoꝝ
bases eorūdē altitudinibus erūt mutue Si vero bases sue
altitudinibus suis mutue fuerint quelibet duo corpa equi/
distantium superficierum probātur esse equalia.

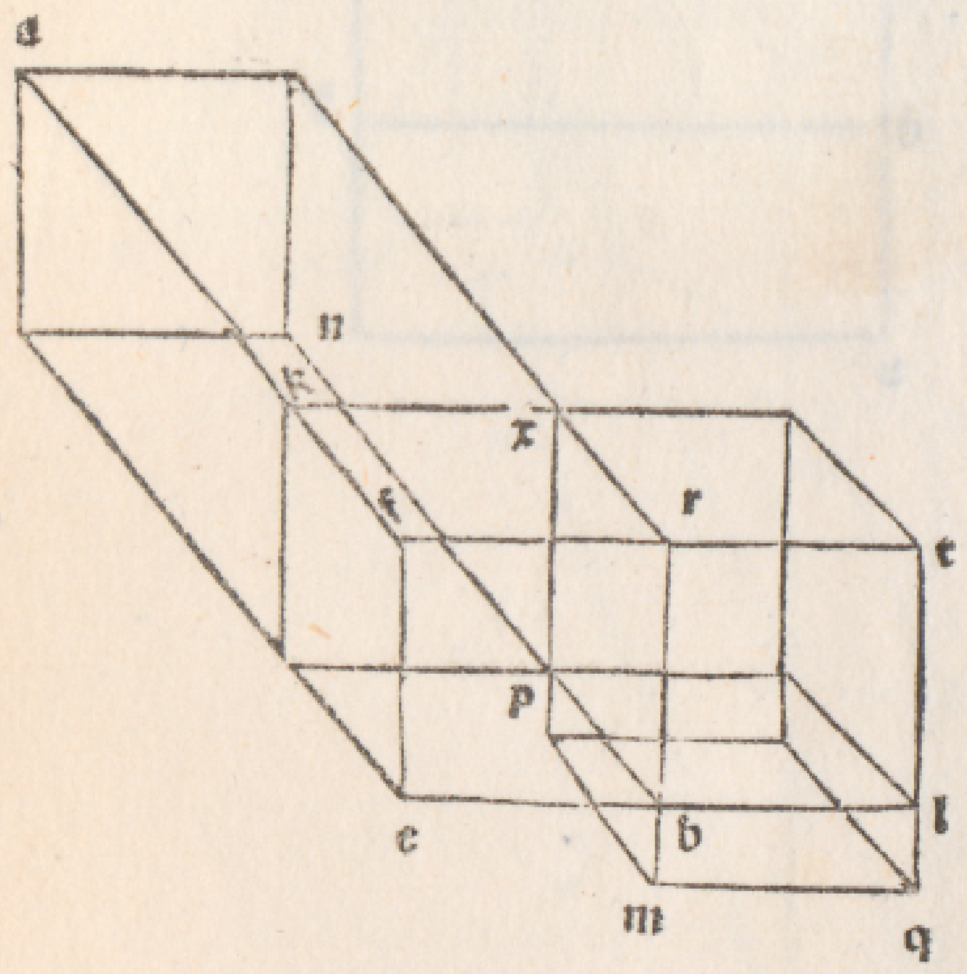
¶ Qd̄ premissa ꝓposuit de solidis palellogramis quoꝝ linee altitu/
dinū super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. ꝓponit indistincte de om/
nibus: demōstrare aūt cōuenit hāc ex premissa quēadmodū demonstrauimꝰ. 32. ⁊
33. Fabricatis eni duobus solidis equidistantiū laterū quibuscūqꝫ si linee altitu/
dinū suis basibus orthogonaliter insistunt: cōstat veꝝ esse qd̄ dicit̄ ex p̄missa. Sin
autē a quatuor angularibꝰ punctis suppremaꝝ supficieꝝ in vtroqꝫ solido quaterne
linee demittant̄ perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus infimarum
supficieꝝ quaterne erigant̄: iter quas duo solida palellograma pficiant̄ eque alta so/
lidis prioribus. eruntqꝫ ex. 29. ⁊. 30. hec duo solida duobus prioribus solidis equa/
lia. cum igitur horum ⁊ eorū sint eedē bases ⁊ eedē altitudines: sit aūt ex premissa
de posterioribus verum est quod hec. 35. proponit verum erit idē etiā de prioribus

Propositio .36.

SI duo solida equidistantium superficierum fuerit similia proportio erit vtriusqꝫ ad alterū tanq̄ꝫ cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius ꝓportio triplicata.

¶ Sint enī duo solida .a.b.⁊.c.d.palellogrāma ⁊ sīlia: dico ꝙ ꝓportio vnius coꝝ ad alteꝝ ē sicut vnius lateris eius ad vnū latus alteri⁹ qḋ sibi referť ꝓportio triplicata: queadmodū duaꝝ supficieꝝ sīlium ꝓportio est sicut suoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ ꝓportio duplicata ut in. 18. sexti demonstratū ē. nā si solida.a.b.⁊.c.d. fuerint equalia cū ipsa ponanť sīlia erunt ex diffinitionib⁹ sīliū corporū ⁊ similiū supficieꝝ cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alteri⁹ ideoqꝫ cū duaꝝ quantitatum equaliū ꝓportio triplicata aut quotienslibet sumpta nō efficiat nisi equalitatis ꝓportionē: constat in hoc casu veꝝ ēē qḋ proponiť. Si autē inequalia: sit .a.b. maius cuius longitudo sit.b.e. latitudo. e.f. altitudo. f.a. basis.e.r. ⁊ suprema superficies.a.n. Solidi vero.c.d. sit longitudo.d.g. latitudo g.h. altitudo.h.c. cōstat itaqꝫ ex dione similiū corpoꝝ ⁊ ex diffinitione similiū supficierū ⁊ p̄senti ypothesi ꝙ ꝓportio.a.f.ad.c.h.⁊.f.e.ad.h.g.⁊.e.b.ad.g.d. sit ꝓportio vna. sumať igiť ex linea.a.f. quā manifestū ē ēē maiorē.c.h. linea. f.k. equalis.h.c. cetereqꝫ tres determinantes altitudinem solidi.a.b. resecentur ad equalitatem eius ⁊ inter eas cōpleatur solidū palellogramū.k.b. eque altū solido.c.d.⁊ ꝓtrahanť due linee basis.e.b. vsqꝫ ad.l.⁊.r.b. vsqꝫ ad.m. sitqꝫ.b.l. equalis.g.d.⁊.b m. equalis.h.g. ⁊ perficiať supficies equidistantiū laterū.m.l. que erit equalis ⁊ similis.h.d. sup eā igiť erigať solidū palellogramū .p.q. ꝺm altitudinē prescisam ex altitudine solidi.a.b. eritqꝫ.p.q. equale ⁊ sīle solido.c.d. rursusqꝫ inter lineas.r.b. ⁊.b.l. ꝑficiať superficies equidistantium laterum.b.t. sup quā quoqꝫ erigatur solidū paralellogramū.x.l. eque altū vtriqꝫ duoꝝ solidoꝝ.k.b.⁊.p.q. replendo alterutrum duoꝝ anguloꝝ hyantium inter ea: cū aūt duo solida.a.b.p.q. sint sīlia eo ꝙ ābo posita sint sīlia solido.c. d. corpa vero vni ⁊ eidē corpori sīlia iter se sunt sīlia vt pꝫ ex dione sīlium corpoꝝ ⁊.20. sexti manifestum ē ex.25. ter assumpta ꝙ inter duo solida.a.b.⁊.p.q. ꝺm continuā ꝓportionalitatē cadunt duo solida. k.b.⁊.x.l. opportune ergo cōstituta vel constructa figura: ypotesibusqꝫ memorie firme conmendatis ex prima sexti facile ꝯcludes propositū. Excute torporē ⁊ diligenter attēde sciesqꝫ ex.25. huius ꝓportionē solidi.a.b. ad solidū.k.b. ēē sicut supficiei .a.r. ad superficiē.k.r. iōqꝫ ex prima sexti sicut linee.a.f. ad lineā.k.f. ⁊ ꝓportionē solidi.k.b. ad solidū.x.l. sicut supficiei.k.r. ad supficiē. x.t. iōqꝫ sicut linee.f.r. ad lineam.r.t. ⁊ ꝓportionē solidi.x.l. ad solidū.p.q. sicut superficiei.r.l. ad supficiē. l.m. ideoqꝫ sicut linee.r.b. ad lineā.b.m. Ex ypothesi vero liquet ꝙ ꝓportio linee.f.r. ad lineā.r.t.⁊ linee.r.b. ad lineā.b.m. ē sicut linee.a.f. ad lineā.k.f. itaqꝫ ex dione ꝓportionis triplicate posita in ꝓhemio quinti: cōstat ꝙ ꝓportio solidi.a.b. ad solidum.p.q. ideoqꝫ etiā ad solidū.c.d. ē sicut linee.a.f. ad lineam.k.f. triplicata ⁊ q2 linea.k.f. posita est equalis linee.c.h. pꝫ veꝝ esse quod diciť. ¶ Scire aūt oportet ꝙ quicquid ꝑ hanc.36. ⁊ ꝑ.7. eā cōtinue precedentes demonstratū ē de solidis palellogramis. idē quoqꝫ veꝝ ē de seratilibus quoꝝ bases cōiter sunt trigone aut cōmuniter tetragone. hoc aūt ex.28.⁊ hac.36. ⁊.7. eā cōtinue precedentibus cōstabit igenioso inspectori. Si eni fuerint seratilia quelibet eque alta sup eandē basim vel sup bases equales cōiter tñ trigonas aut cōiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidoꝝ paralellogramorum suarum altitudinū ex.28. ipsa erūt equalia ex.29.⁊ trib⁹

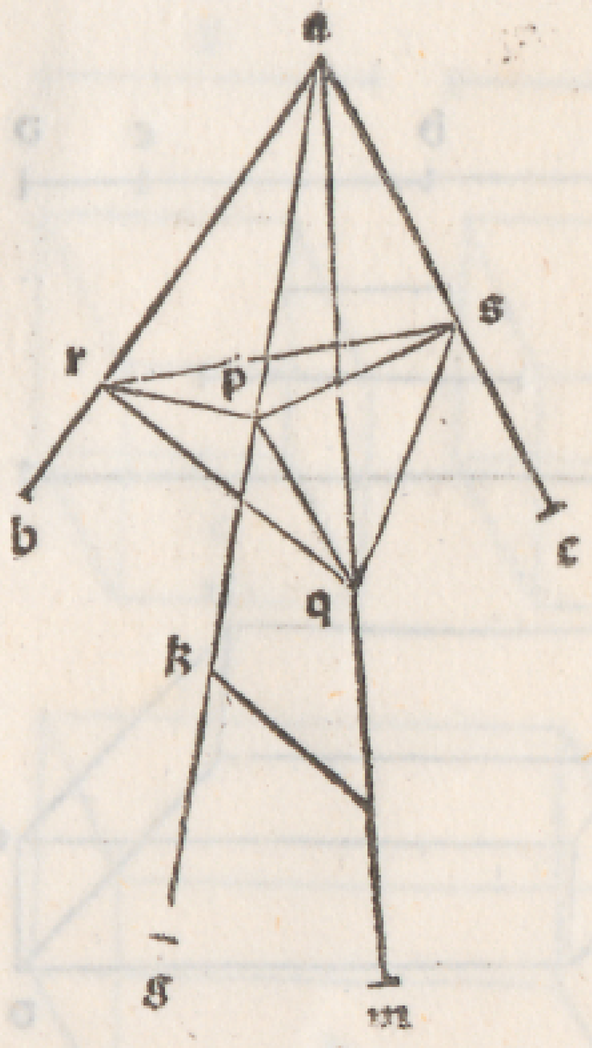


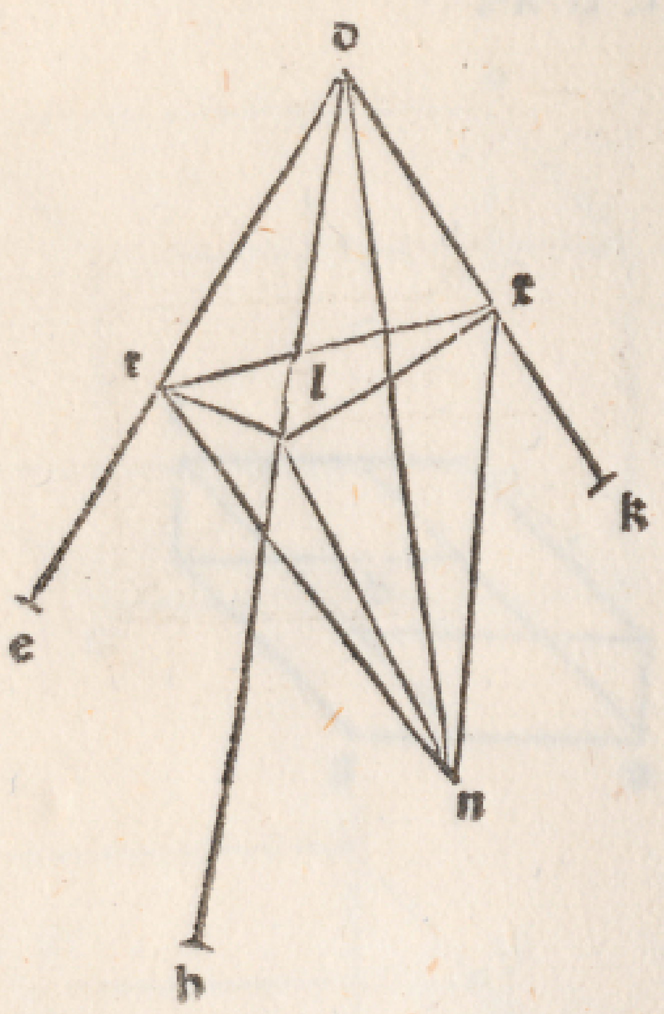


cā ſeq̄tibus: ex his enī conſtat ſolida paralellograma ipſis ſeratilibus dupla eē equalia. Silr̄ quoq3 ſi fuerint duo ſeratilia ſup baſes cōiter t̄gonas aut cōiter tetragonas eque alta ipſa erunt ſuis baſibus ꝓportionalia queadmodū de ſolidis paralellogramis ex. 33. habet̄ ipſa enī ſunt ex. 28. dimidia ſolidoꝝ palellogramorum ſue altitudinis: ſolidoꝝ aūt palellogramoꝝ ſue altitudinis eoꝝq3 baſiū ē vna proportio ex. 33. cum itaq3 ſit ſolidoꝝ paralellogramoꝝ ꝓportio ſicut ſeratiliū q2 ſicut ſimplū ad ſimplū ſic duplū ad duplū ex. 15. quinti atq3 baſiū ſolidoꝝ paralellogramoꝝ ē proportio ſicut baſiū ſeratiliū: aut enī eedē erūt baſes ſeratiliū ꝛ ſolidorum paralellogramoꝝ: ꝛ hoc quidē erit cū baſes ſeratiliū fuerit tetragone tunc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdē baſes erūt ſolida palellograma cōplenda: aut baſes ſeratilium erūt ſubduple ad baſes ſolidoꝝ palellogramoꝝ: ꝛ hoc quidē erit cū baſes ſeratilium fuerint cōmuniter trigone: tunc enī erunt ex ſeratilibus ſolida palellograma cōplenda adiunctis ad baſes ſeratiliū ſuperficiebus trigonis vt fiant baſes ſeratiliū cū t̄gonis adiūctis ſupficieb⁹: ſupficies eq̄diſtātiū laterū. ſeq̄t̄ ut ſit ꝓportio ſeratiliū ſicut ſuaꝝ baſiū. Eodēq3 mō ſi ſeratilia fuerint eq̄lia fueritq3 cōmuniter ſuper baſes trigonas vel cōiter ſuper baſes tetragonas: baſes eoꝝ altitudinibus ipſorum mutue erunt. Qđ ſi baſes eoꝝ ſuis altitudinibus fuerint mutue ipſa ſeratilia erunt equalia queadmodū de ſolidis palellogramis. 34. ꝛ. 35. ꝓponunt: hoc autem facile p3 ex his que dicta ſunt in. 35. ſi vero ſeratilia fuerit adinuicē ſilia: erit proportio vnius ad alterū. ſicut ꝓportio lateris vni⁹ ad ſuum reliquum latus alterius ꝓportio triplicata: queadmodū de ſolidis palellogramis. 36. ꝓponit qđ ex eadem 36. facile tibi patebit. ſi ex illis ſeratilibus ſilibus ſolidis palellogramis completis. ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia: qđ ex diffinitione ſimiliū corpoꝝ ꝛ ſilium ſuperficierum ꝛ ex hoc ꝙ ſeratilia ponunt̄ adinuicē ſilia ex. 34. primi leue ē negociari.

Propoſitio .37.

SI fuerint duo anguli plani equales ſuper quos due ypothemiſe in aere ſtatuant̄ cum lateribus anguloꝝ ſubiacentium ſingulos ſingulis equos angulos continentes atq3 ī illis ypothemiſis duo puncta ſignentur a quib⁹ punctis due ꝑpendiculares ad ſuperficies angulorū propoſitoꝝ demittant̄ a punctis aūt ſuper que ꝑpendiculares ceciderit ad eoſdē duos angulos planos due recte linee ducant̄ duo anguli qui ab illis duabus lineis atq3 duabus ypothemiſis cōtinent̄ equi ſibi inuicē eſſe ꝓbantur. ¶ Sint duo anguli plani. a. ꝛ. d. equales contenti lineis. a. b. ꝛ. a. c. ꝛ. d e. ꝛ: d. f. ꝛ ſuper eos erigantur due linee ypothemiſaliter. a. g. ꝛ. d. h. ſitq3 angulus g. a. c. equalis angulo. h. d. f. ꝛ angulus. g. a. b. equalis angulo. h. d. e. atq3 in duabus ypothemiſis. a. g. ꝛ. d. h. ſignent̄ q̄moilibet duo puncta. k. ꝛ. l. a quib⁹ ſm precepta. 11. huius demittantur ad ſuperficies angulorum. a. ꝛ. d. due perpendiculares que ſint. k. m. ꝛ. l. n. ꝛ protrahantur due linee. a. m. ꝛ. d. n. dico igitur angulum g. a. m. eſſe equalem angulo. h. d. n. ſi linea. a. k. eſt equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. ſumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur perpendicularis ad ſuperficiem anguli. a. linea que ſit. p. q. manifeſtum eſt igitur ꝙ punctum. q. eſt in linea. a. m. quod ex. 6. huius ꝛ diffinitione linearum equidiſtantium q̄s neceſſe ē eē in ſupficie vna facile ꝯſtat ſtudioſe intuenti debic: a pūcto. q. ducāt̄ ꝑpendiculares due vna ad lineā. a. b. que ſit. q. r. ꝛ alia ad lineā. a. c. q̄ ſit. q. ſ. Silr̄



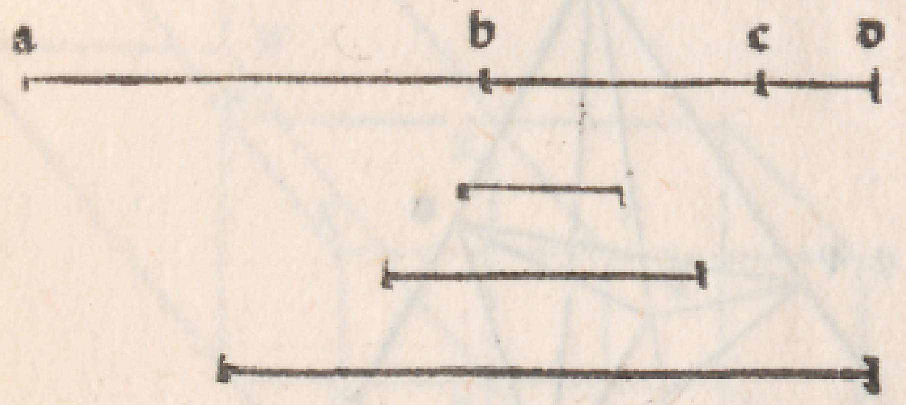


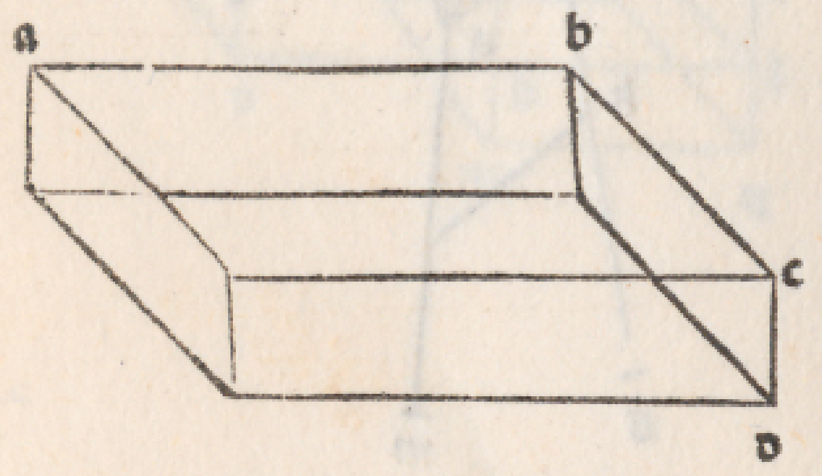
quoq3 a puncto.n.ducant̄ due alie perpendiculares vna ad lineā.d.e.q̄ sit.n.t.ꝛ alia ad lineā.d.f.que sit.n.x.ꝛ ꝓtrahant̄.r.s.ꝛ.t.x.iterūq3 a punctis.p.ꝛ.l.demittant̄ ypothemise.p.q.p.r.p.s.ꝛ.l.n.l.t.l.x.his itaq3 positis figuraq3 ꝓuidēt di/sposita demonstrationē ꝓpositi sic collige:cōstat ex penultia primi ꝙ quadratum linee.a.p.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.q.ꝛ.p.q.ac ex eadē ꝙ quadratū.a.q ē equale quadratis duaꝝ linearū.a.s.ꝛ.s.q.itaq3 quadratū.a.p.ē equale quadra/tis triū linearū.a.s.s.q.ꝛ.q.p.Sed ex eadē quadratū.s.p.ē equale quadratis dua rū linearū.s.q.ꝛ.p.q.ergo quadratū.a.p.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.s.ꝛ.s p.ideoq3 ex vltima primi angulus.a.s.p.ē.rectus:siliq3 mō ꝓbabis vnūquēq3 triū anguloꝝ.d.x.l.a.r.p.d.t.l.ē rectū.cū igitur ex ypothesi sit angulꝰ.s.p.a.equal' an/gulo.x.d.l.ꝛ linea.a.p.linee.d.l.erit ex.26.primi linea.d.x.equalis.a.s.ꝛ.x.l.eq̄/lis.s.p.eodē quoq3 mō cū ex ypothesi sit angulus.r.a.p.equalis angulo.e.d.l.erit ex eadē linea.a.r.equalis.d.t.ꝛ.r.p.equalis.t.l.quare ꝑ quartā primi linea.r.s.erit equalis linee.t.x.ꝛ angulus.a.r.s.equalis angulo.d.t.x.ꝛ angulus.a.s.r.angulo est enim ex ypothesi angulus.a.equalis angulo.d.a cōceptione igitur erit angulus s.r.q.equalis angulo.x.t.n.ꝛ angulus.r.s.q.angulo.t.x.n.sunt enī residui duoꝝ rectoꝝ demptis equalibus necesse ē itaq3 ex.26.primi vt linea.r.q.sit equalis.t.n ꝛ.q.s.equalis.n.x.Cūq3 ex penultima primi quadratū linee.r.p.sit equale q̄dra/tis duarum linearum.r.q.ꝛ.q.p.ꝛ quadratum linee.t.l.equale quadratis duaru3 linearum.t.n.ꝛ.l.n.sint autem due linee.r.p.ꝛ.t.l.equales:duo quoq3 que sunt r.q.ꝛ.t.n.equales:sequitur ex communi scia duas que sunt.p.q.ꝛ.l.n.eē equales Eodē mō cū quadratū linee.a.p.sit equale quadratis duaꝝ linearū que sūt.a.q.ꝛ q.p.silr quadratū linee.d.l.quadratis duarū lineaꝝ que sūt.d.n.ꝛ.n.l.si aūt.a.p. equalis.d.l.ꝛ.p.q.equalis.l.n.sequit̄ ex cōi scia.a.q.eē equalē.d.n.ex.8.igit̄ primi cōcludo ꝓpositū videlicet angulū.p.a.m.eē equalem angulo.l.n.d.

Propositio .38.

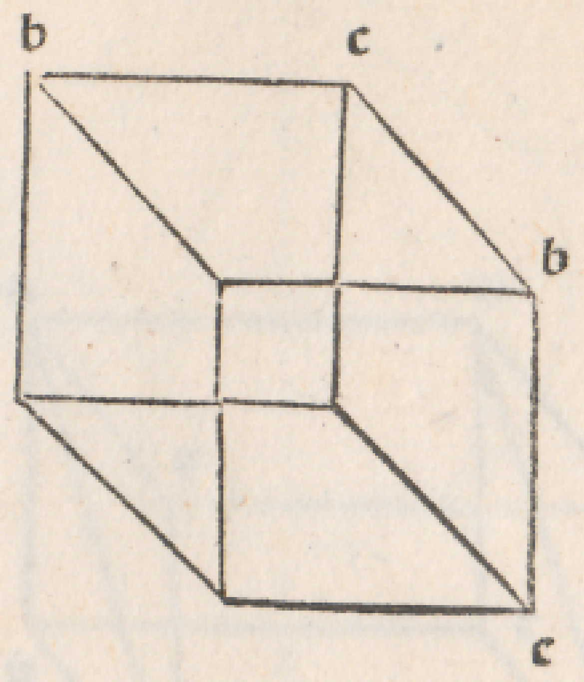
Solidū tribus lineis ꝓportionalibus cōtentum equū erit solido qd̄ a medie linee equis lateribus contineť.si anguli sui amborum sibi inuicem equales fuerint.

¶ De solidis palellogramis intelligat̄:de his enī qualiacūq3 sint dū tamē equiangula verū ē ꝙ cōtentū a tribus lineis ꝓportionalibus equale ē ei qd̄ a media earū cōtinet̄ quēadmodū de supficiebus rectangulis proba/tum est in.16.sexti ꝛ de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda pte.13.eiusdē Sint igit̄ tres linee.a.b.b.c.ꝛ.c.d.continue ꝓportionales fiatq3 ex eis vnus angu lus solidus ad libitū ꝛ pficiat̄ solidū equidistantiū laterū cuiꝰ linea.a.b.sit lōgitu/do.b.c.vero altitudo.sed.c.d.latitudo ꝛ ipsum solidum dicatur.a.d.sumpta quo q3 alia linea qualibet equali.b.c.que etiā vocetur.b.c.sup ipius extremitatē q̄ ē.b. ꝯstituat̄ angulus solidus equalis angulo solido.a.ꝺm qd̄ docet.26.lineeq3 cetere solidū angulū.b.cōtinētes resecent̄ ad equalitatē linee.b.c.ꝛ pficiat̄ solidū equidi/stantiū superficierū cuius longitudo latitudo ꝛ altitudo sit linea.b.c.ꝛ ipsum ap/pellet̄.b.c.dico itaq3 duo solida.a.d.ꝛ.b.c.eē equalia.manifestum ē enī ꝙ cuncte supficies vnius sunt equiangule suis relatiuis superficiebꝰ alteriꝰ qd̄ ex.34.p̄mi pa tere pōt.nā cū solidꝰ angulꝰ.b.ponat̄ eq̄lis solido angulo.a.necesse ē vt vnꝰ angl̄s vniuscuiusq3 supficiei solidi.a.d.sit eq̄lis vni āgulo sue relatiue supficiei in solido b.c.itaq3 per.34.primi eoꝝ oppositi erunt equales.At q2 vniuscuiusq3 superficiei





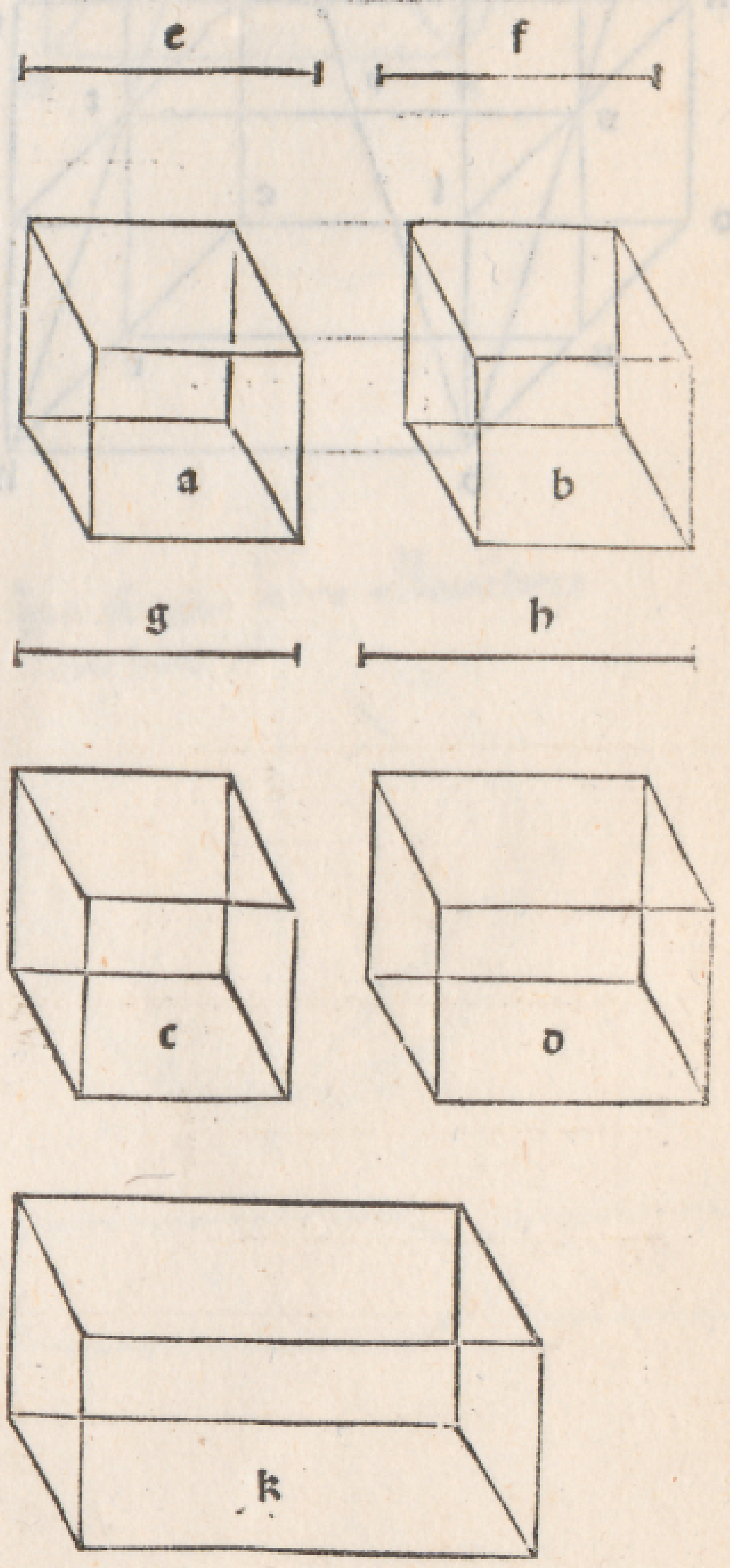
quadrilatere oẽs anguli sunt equales quatuor rectis ex.32.primi:necesse ẽ duos reliquos vnius esse equales duobus reliquis sue relatiue. cumq3 ipsi duo reliqui in qualibet sint etiã adinuicẽ equales cõuincitur necessario vt vnaq̃q3 ex supficiebus solidi.a.d.sit equiangula sue relatiue i solido.b.c.quare ex scda pte.13.sexti bases duorum solidorum ppositorum erunt eq̃les.sũt eni equiangule τ laterũ mutuorum.Si itaq3 linee altitudinũ super bases ipsorum orthogonaliter insistunt constat ex.31.ipsa esse equalia.cũ eni hee linee sint equales τ ipse determinent altitudinẽ solidorũ erunt solida eque alta.At si linee altitudinũ ipsorũ nõ insistunt suis basibus orthogonaliter ab ipsarum sũmitatibus ad bases perpendicularibus demissis erunt ex p̃missa hee ppendiculares adinuicẽ equales ipse eni erũt sicut erant τ in premisse demonstrationis figura due linee.p.q.τ.l.n.quas demostrauimus oportere eẽ equales. Quia igit̃ omniũ solidorum altitudo ex ppendicularibus a sũmitatibus ipsorum ad suas bases descẽdẽribus diffinit̃ erũt ex.32.duo solida.a.d.τ.c.b.equalia. Cõuersa quoq3 huius possumus si delectat cõuerso mõ pbare vt si palellogramũ corpus.a.d. sit equale τ equiangulũ corpori palellogramo.b.c.τ corpus.b.c.cõtineat̃ a media triũ linearũ cõtinentiũ corpus.a.d.erunt tres linee cõtinẽtes corpus.a.b. cõtinue pportionales.cũ eni duo solida palellograma.a.d.τ.c.b.sint equalia τ eque alta ex ypothesi ipsa erũt super bases equales p cõuersas.31.τ.32.τ q2 ipse bases eorũ sunt equiangule sequit̃ ex prima pte.13.sexti q ipse sunt mutuorũ laterũ itaq3 proportio.a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.d.quare cõstat propositum.



Propositio .39.

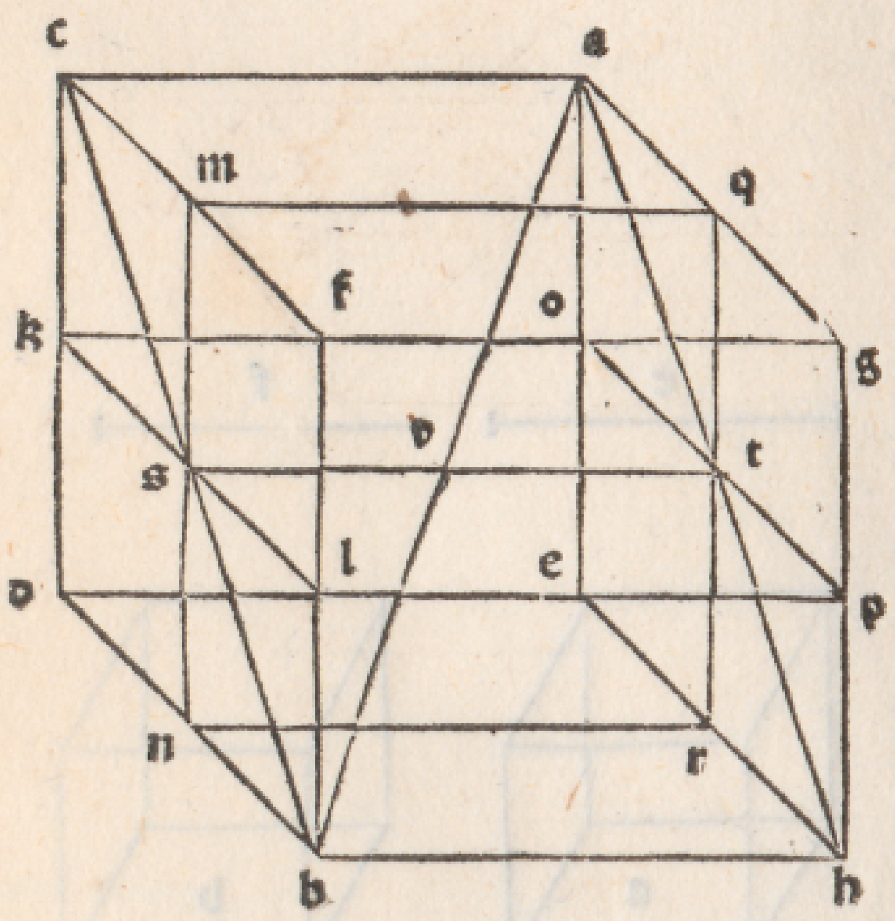
Si fuerint quotlibet linee pportionales solida quoq3 sua equidistantium atq3 similium vniuscuiusq3 creationis superficierum erũt pportionalia.si vero solida equidistantiũ atq3 siliũ vniuscuiusq3 creatiõis supficierum fuerint pportionalia linee quoq3 a quibus ipsa solida continent̃ erunt pportionales. Sil'e ppõit vigesima prima sexti de superficiebus.

¶Sint eni.4.linee.a.b.τ.c.d.pportiõales τ sup has fabricent̃ quatuor solida palellograma eisdẽ noibus dicta q̃ sint exp̃sse silia.duobus eni ad libitũ fabricatis super duas lineas.a.τ.c.cetera bm pcepta.27.cõstituenda erũt.dico hec.4. solida eẽ pportionalia τ ecõuerso.subiungant̃ eni duabus lineis.a.τ.b.in continua pportione due:q̃ sunt.e.τ.f.queadmodũ docet.10.sexti ex duabus lineis.c.τ.d.alie due que sint.g.τ.h.constat igit̃ ex.36. et ex diffinitione pportionis triplicate que posita ẽ in principio quinti τ ex hac ypothesi q solida.a.τ.b.sibi inuicem τ solida.c. τ.d.sibi adinuicẽ sunt expresse silia q pportio solidi.a.ad solidũ.b.ẽ sicut pportio linee.a.ad lineã.f.solidi quoq3.c.ad solidũ.d.sicut linee.c.ad lineã.h.τ quia p.22. quinti proportio linee.a.ad lineã.f.est sicut linee.c.ad lineã.h.erit ex.11.quinti solidũ.a.ad solidũ.b.sicut solidũ.c.ad solidũ.d.pstat igitur prima pars. Secunda sic sint duo solida.a.τ.b.sibi adinuicẽ duoq3 que sint.c.τ.d.sibi adinuicẽ expresse similia.Sintq3 cuncta palellograma τ ponat̃ pportionalia.dico q linee.a.b.τ.c.d. sup q̃s sũt pstituta sũt pportiõales.sit eni ex.10.sexti sicut linea.a.ad lineã.b.ita linea.c.ad lineã.k.τ fiat bm.27.huius sup lineã.k.solidũ exp̃sse sil'e solido.d. qõ etiã dicat̃.k.eritq3 ex diffinitionibus siliũ corporũ τ siliũ supficierum τ.20. sexti corpus.k. exp̃sse sil'e corpi.c.ioq3 p primã ptẽ huius.39.iã pbata3 erit pportio solidi.a. ad solidum.b.sicut solidi.c.ad solidum.k. τ quia eadem erat solidi.c.ad solidum.d.



erit ex secunda parte noni quinti solidum. k. equale solido. d. cumq; esset sibi ex/
presse simile sequitur lineam. k. esse equalem linee .d. Equalitas enim non pro/
ducitur ex aliqua proportione triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali:
igitur ex scd'a pte. 7. quinti constat etiā hꝰmōi ps scd'a. decipis aūt si arbitraris opor
tere vnūqdq; quatuor solidoꝝ. a. b. c. d. eē sil'e cuilibet alioꝝ: necesse ē eni duo so/
lida. a. ⁊. b. sibi adinuicem. itēq; duo. c. ⁊. d. sibi adinuicē eē similia: solida aūt. c. ⁊
d. solidis. a. ⁊. b. esse similia contingens est: necessariū autē nō. Idē ex hac. 39. de
seratilibꝰ facile poteris concludere.

Propositio .40.



Si inscisa fuerint latera duaꝝ oppositaꝝ supficierum cubi vnū quodq; in duo media: exierintq; a punctis sectionum due supficies se vicissim secantes ⁊ cubum cōem eaꝝ sectionē diametrum cubi per equalia secare ⁊ ab ipsa diametro versauice per equalia secare necesse est.

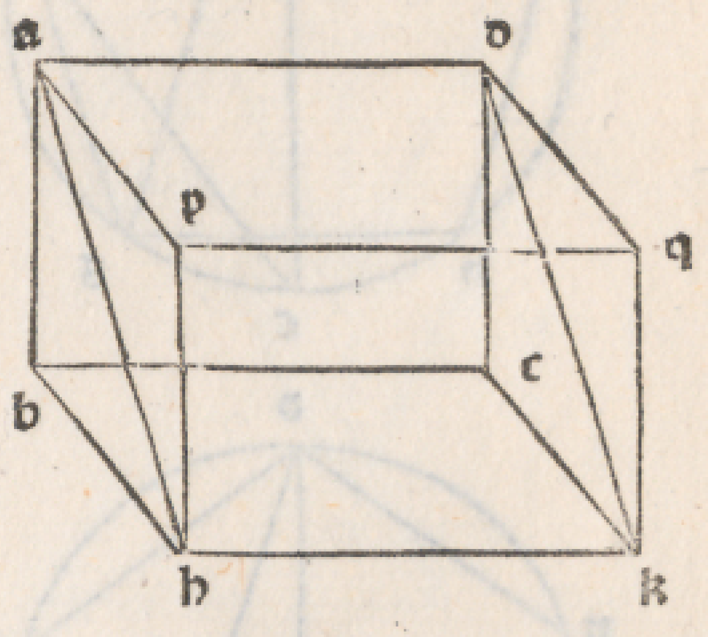
¶ Statue cubū qui sit. a. b. de quo constat per diffinitionem ꝙ omnes linee ipsū conti/
nentes sint equales ⁊ eiꝰ superficies rectangule: tale eni: corpus cubū dicimꝰ: huiꝰ
igitur basis sit superficies. a. c. d. e. supficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra ve
ro eius superficies sit. a. e. g. h. sinistra aūt superficies sit. b. f. c. d. citerior quoq; sit
d. e. b. h. sed vlterior. a. c. g. f. eiusq; diameter sit. a. b. diuidantur itaq; oia latera dua
rū quarūlibet supficieꝝ oppositaꝝ eiꝰ per equalia: ⁊ sint nūc supficies quaꝝ latera
diuidātur dextra atq; sinistra: diuidantur inquā quatuor latera: dextre quidē sup qua/
tuor puncta que sunt. o. p. q. r. sinistre vero super quatuor que sint. k. l. m. n. ⁊ cōiū
gantur puncta in his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. ⁊. q. r. que secent se ī
puncto. t. itemq;. k. l. ⁊. m. n. que secent se in puncto. s. ⁊ perficiantur due superfi/
cies secātes se inuicē ⁊ cubū: ꝓtractis itē lineis. o. k. ⁊. p. l. q. m. ⁊. r. n. sitq; haꝝ du
arū superficieꝝ cōis sectio linea. s. t. dico igitur ꝙ linea. s. t. diuidit diametꝝ. a. b. et
diuidit ab eadē diametro ꝑ eq̄lia: qd' pz vtraq; eni eaꝝ transit ꝑ centꝝ cubi. ¶ Aliter
vero ꝯuenit qd' ꝓpositū ē demōstrare ꝓducantur eni due linee. t. a. ⁊. t. b. ⁊ item due
s. c. s. b. eritq; ex. 4. primi. a. t. equalis. t. b. ⁊. s. c. equalis. s. b. cōstat aūt ex prima pte
29. primi: ꝙ angulus. p. t. q. ē equalis angulo. a. q. t. ⁊ ex. 4. primi angulus. b. t. p.
ē equalis angulo. t. a. q. itaq; ex. 32. primi totus angulus. b. t. q. cū angulo. q. t. a.
valet duos rectos quare ex. 14. primi linea. a. b. erit linea vna: similiter quoq; linea. a. b.
erit linea vna At quia ex. 9. hꝰ linea. a. c. ē equidistans linee. b. h. vtraq; eni ē equidi
stās linee. d. e. cūq; ipse sint equales quia latera cubi: sequitur ex. 33. primi duas lineas
a. b. ⁊. c. b. esse equales ⁊ equidistātes. ideoq; ꝑ cōceptionē eaꝝ medietates que sūt
a. t. ⁊. b. s. erunt equales: ex. 7. aūt huius manifestū ē ꝙ linea. s. c. ē ī superficie dua
rū lineaꝝ. a. b. ⁊. b. c. ⁊ ex eadē linea. a. b. que est diameter cubi. ē etiā diameter sup
ficiei paralellograme. a. c. b. h. itaq; linea. s. t. secat diametrū. a. b. secet ergo ipsam
ī pūcto. u. dico ergo lineā. s. u. esse equalē linee. u. t. ⁊ linea etiā. a. u. linee. u. b. intel
ligantur duo trianguli. a. t. u. b. s. u. quorū anguli qui sunt ad. t. ⁊. s. sunt equales
adinuicem: similiter anguli eorūdem qui sūt ad. a. ⁊. b. equales adinuicem ex prima
parte. 29. primi: ꝓpter id ꝙ linea. a. t. equidistat linee. s. b. ⁊ quia etiā ipse sūt adi/
uicē equales: sequitur ex. 26. primi ꝙ ꝓpositū ē. ¶ Idē quoq; eodē mō cōcludatur ⁊ si
solidum. a. b. nō sit cubus sed solidū corpus palellogramū siue equalibus lineis si/
ue nō equalibꝰ cōtentū fuerit siue quoq; sup basim orthogonaliter erectū siue etiā

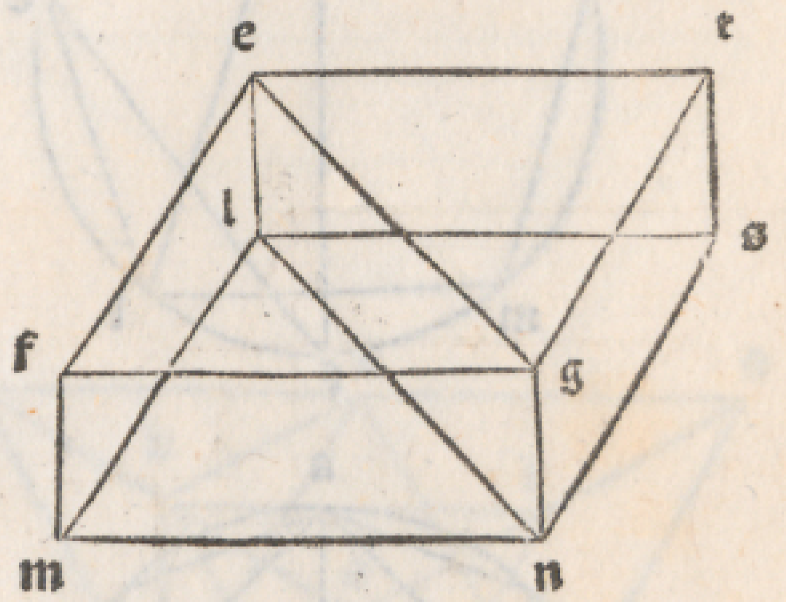
⁊ super ipsã inclinatũ. Unde ampliat̃ in hac.40.figuratio cubi ad oẽs figuras pa/
ralellogramas solidas. **Propositio .41.**

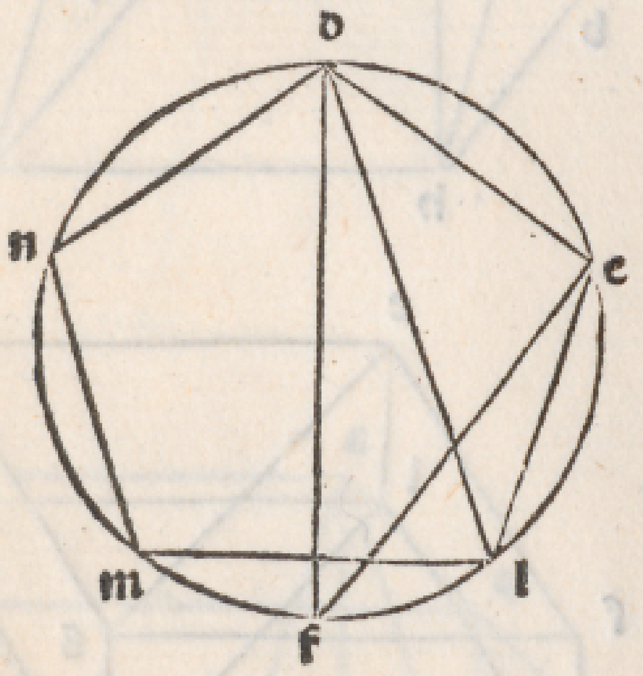
SI duo corpora seratilia quoꝝ alteꝝ basim triangulã alte
rũ vero basim habeat equidistantiũ laterũ ipsi basi trian
gule duplã eque alta fuerint illa duo corpora necesse ẽ eẽ
equalia. ¶ Sit superficies.a.b.c.d.equidistãtiũ laterũ dupla trila/
tere superficiei.e.f.g.⁊ super has duas superficies fiãt duo corpora
seratilia eque alta: sitq3 seratile qḋ est supra basim q̃drangulã.a.b.h.d.c.k.cuiꝰ ba/
sis est superficies equidistantiũ lateꝝ ꝓposita.a.b.c.d.alia eius superficies equidi
stantiũ lateꝝ ẽ.a.h.d k.tertia vero ẽ.b.h.c.k.due aũt eiꝰ triãgulares sup̃ficies sũt
altera quidem triangulus.a.b.h.reliqua vero triangulus.d.c.k. seratile aũt qḋ est
super basim triangulã.e.f.g.sit.e.f.g.l.m.n.cuiꝰ altera duaꝝ trilateraꝝ superficieꝝ
ẽ basis predicta: reliqua vero triangulus.l.m.n.triũ aũt sup̃ficieꝝ eiꝰ equidistãtiu3
lateꝝ: prima quidẽ ẽ.e.f.l.m.scḋa vero.e.g.l.n.tertia vero.f.g.m.n.dico itaq3 hec
duo seratilia ꝓposita esse adinuicẽ equalia: perficiant̃ eñi duo solida palellograma
adiungendo vtriq3 duoꝝ propositoꝝ seratiliũ aliud seratile sibi equale: primo qui
dẽ seratili super eandẽ basim sitq3 adiunctũ seratile.a.p.h.d.q.k.cuius due trila/
tere superficies sunt.a.p.h.d.q.k.tres aũt quadrilatere: prima quidẽ.a.h.d.k.qui
ẽ terminus cõis sibi ⁊ ei cui adiungit̃: scḋa vero.a.d.p.q.t̃cia quoq3.p.q.h.k.scḋo
aũt seratili adiungat̃ aliud seratile sibi equale hoc modo: adiungat̃ primo triangu
lo.e.f.g.alius triangulus equalis qui sit.e.g.r.ita ꝙ tota sup̃ficies.e.f.g.r. sit equi
distãtiũ laterũ ⁊ super hunc triangulu3 fiat seratile.e.g.l.r.l.n.s.qḋ cũ illo cui ad/
iungit̃ perficiat corpus palellogramũ huius seratilis adiuncti: due trilatere super/
ficies sunt.e.g.r.l.n.s.tres aũt palellograme sunt: prima quidẽ. e.l.r.s.scḋa.e.l.g.
n.⁊ ipsa ẽ cõmunis terminus sibi ⁊ ei cui adiũgit̃: tertia vero.g.r.n.s.manifestum
igitur ex diffinititione solidoꝝ equaliũ atq3 similiũ ꝙ duo seratilia paralellogamũ
cõponentia solidũ.a.k.sibi inuicem.itẽq3 duo cõponentia solidum paralellogra/
mum.e.n.sibi ad inuicẽ sũt eq̃lia. At vero ex.31.vel ex.32.hꝰ duo solida.a.k.⁊.e.
n.sunt sibi inuicẽ equalia: q2 ergo hoꝝ solidoꝝ medietates sunt seratilia ꝓposita
per cõem sciam ꝯstat ea esse equalia: quecunq3 eñi fuerint equalia coꝝ medietates
necesse ẽ esse equales: liquet itaq3 qḋ ꝓpositũ ẽ. Explicit liber Undecimꝰ Incipit
liber Duodecimus. **Propositio .1.**

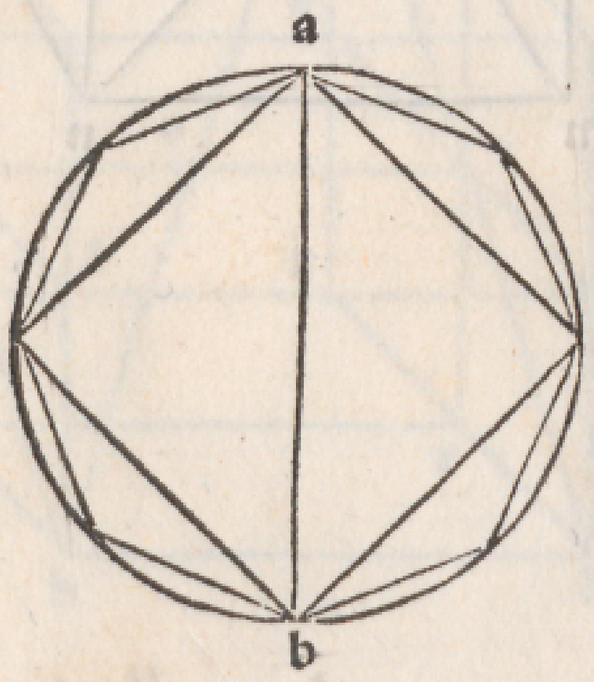
hic finit liber elementorum euclidis /

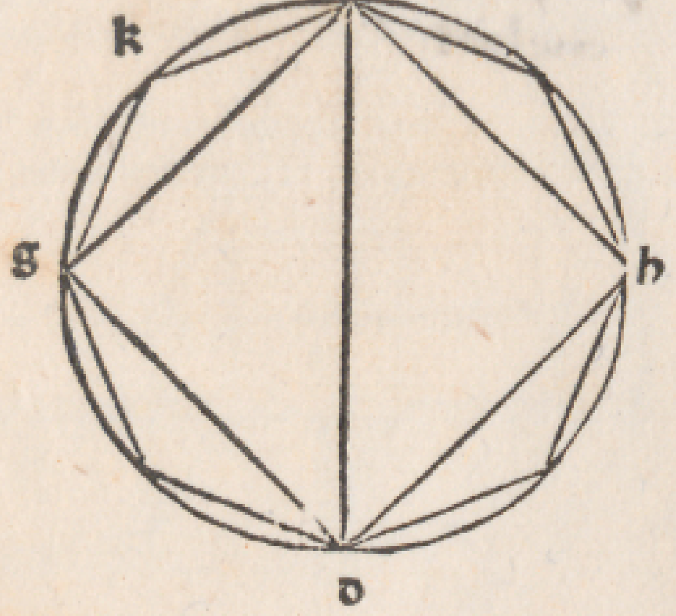
OMniũ duaꝝ sup̃ficieꝝ siliu3 multiangulaꝝ
ĩter duos circulos descriptaꝝ ẽ ꝓportio al/
terius ad alterã tãq3 ꝓportio q̃dratoꝝ q̃ ex
diametris circuloꝝ eas circũscribẽtiũ ꝓue/
niunt. ¶ Sint duo circuli.a.b.c.d.e.f.quibꝰ inscribã
tur due quelibet figure poligonie q̃ ponant̃ adinuicẽ
siles: sintq3 nũc penthagone inscripte vt docet.11.q̃r
ti ⁊ ipse sint.a.b.g.h.k.aliud penthagonũ.d.e.l.m
n.diametri quoq3 circuloꝝ sint.a.c.⁊.d.f.dico itaq3
ꝙ proportio penthagoni.a.b.g.h.k.ad pẽthagonũ
d.e.l.m.n.ẽ.sicut q̃dratũ diametri.a.c.ad quadratũ diametri.d.f. protrahantur
enim in vtroq3 circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius
lateris penthagoni diametro nõ conterminalis se inuicẽ cancellantes infra ipsum

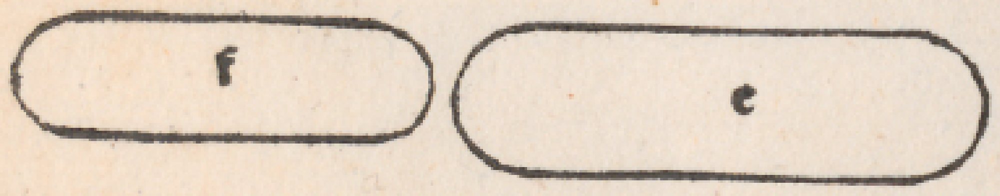












pētbagonū i hoc quidē.a.g.⁊.c.b.i illo āt.d.l.⁊.f.e.eritqꝫ ex.6.sexti triangulꝰ.a.b g.equiangulus triangulo.d.e.l.nā cū pētbagoni ponanť adinuicē siľes erūt ex diffinitione siliūm supficieꝝ angulus.b.equalis:angulo.e.⁊ latera ipsos continentia ꝓportionalia videlicet ꝓportio.a.b.ad.d.e.sicut.b.g.ad.e.l.cū sint autem ex.20. tertij duo anguli.f.⁊.l.sibi inuicē equales. Jtēqꝫ duo alij.c.⁊.g. sibi inuicē equales erunt duo qui sunt.c.⁊.f.adinuicē equales ex hac cōi scia:que equalibus sunt equalia sibi quoqꝫ equa esse necesse est. Et qꝛ ex prima pte.30.tertij vterqꝫ duoꝝ anguloꝝ.a.b.c.d.e.f.est rectus sequitur ex.32.primi duos triangulos.a.b.c.d.e. f.esse equiangulos quare per quartā sexti ꝓportio diametri.a.c.ad diametꝝ. d.f. ē sicut lateris.a.b.ad latus.d.e.ꝓportio duplicata ⁊ per eandē.cū itaqꝫ ex scda pte.18.sexti ꝓportio duoꝝ penthagonoꝝ ē sicut ꝓportio lateris.a.b.ad latus.d.e.ꝓportō duplicata ⁊ ꝑ eandē ꝓportio quadrati diametri.a.c.ad quadratū diametri.d.f.sit sicut diametri.a.c.ad diametꝝ.d.f.duplicata per hanc cōem sciam:quoꝝ dimidia sunt equalia ipsa quoqꝫ adinuicē esse equalia. manifestum est qd̄ propositum est.

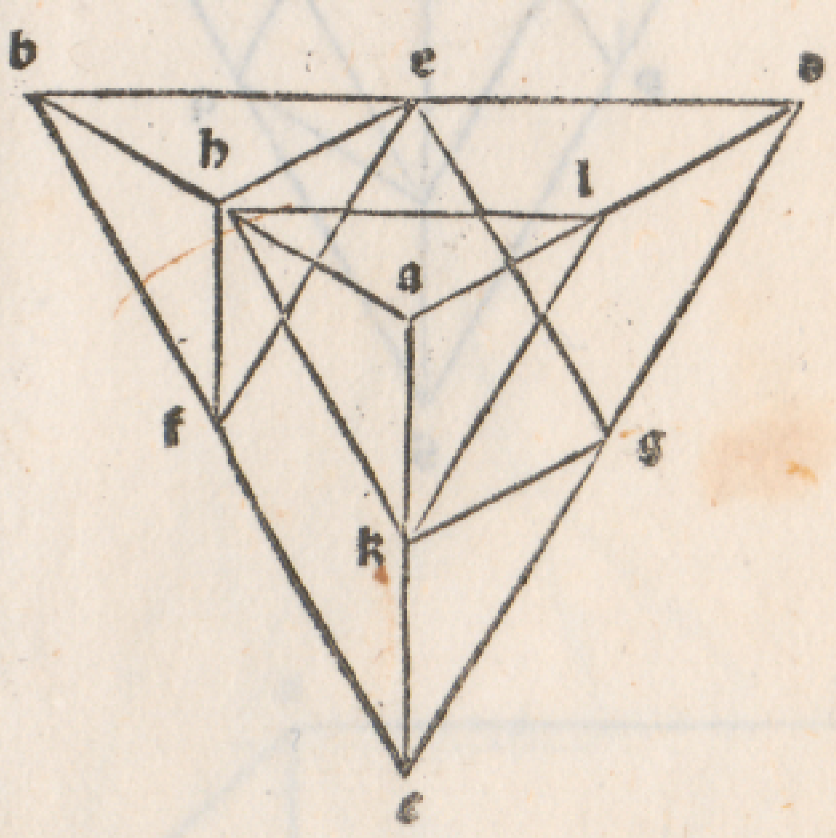
Propositio .2.

Omniū duoꝝ circuloꝝ ē proportio alterius ad alteꝝ tanqꝫ ꝓportio quadrati sue diametri ad quadratū diametri alterius. ¶ Sit duo circuli.a.b.⁊.c.d.quoꝝ diametri quoqꝫ dicāť.a b.⁊.c.d.dico itaqꝫ ꝙ ꝓportō circuli.a.b.ad circulū.c.d.ē sicut q̄drati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.manifestū eni ē ex hac cōmuni scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquā secundā tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam ꝙ proportio quadrati diametri.a.b. ad quadratum diametri.c.d.est sicut circuli.a .b.ad superficiem aliquā que sit.e. cuiuscūqꝫ figure aut forme ponať:hanc autem impossibile ē maiorē esse a t minorem circulo.c.d.Si eni est possibile ipsā eē minorē circulo.c.d.sit itaqꝫ minor i superficie.f.itaqꝫ circulus.c.d.sit equalis duabus superficiebus.e.⁊.f. ꝑiter acceptis constat igiť ex prima. 10.ꝙ totiens possit ex circulo. c.d. suisqꝫ residuis subtrahi maius dimidio quousqꝫ relinquať quantitas aliqua minor.f. inscribatur ergo sibi vt docet.6.quarti quadratū.c.d.g.h.de quo constat ꝙ ipsum sit maius medietate circuli:quadratū eni quod est duplum ad ipsum ē circulum circūscribens vt patꝫ ex penultima primi ⁊.7.quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera qu adrati ꝑiter accepte fuerint minus superficie. f.sufficit. Sin aūt quatuor arcus ex stentes super dicta latera per equalia diuidantur ⁊ puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus lateꝝ cōtineanť per lineas rectas.verbi gratia arcus.c. g.diuidať per equalia in puncto.k.⁊ ꝓtrahanť linee. k.c.k.g.sicqꝫ de ceteris.Eritqꝫ quilibꝫ trianguloꝝ descriptoꝝ sup latera q̄drati maior medietate portionis i q̄ existit eo ꝙ ois triangulꝰ ysocheles ē medietas palellogrami sue basis per.41.primi. Sint itaqꝫ portiones existentes super latera octogonij inscripti ꝑiter accepte minus superficie.f.si eni nondū hoc esset:nō cessarē diuidere arcus quoꝝ latera vltime descripte figure sunt corde per equalia:⁊ iscribere figuram equilateram duplo plurium laterū prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus maius dimidio quousqꝫ ꝑ p̄mā.10.portiōes super latera alicuiꝰ talis figure circl̄o iscripte existētes ꝑiť accepte erūt minꝰ superficie.f.sint ḡ nūc q̄ dicte sūt:eritqꝫ ex ꝯceptiōe octogonū.c.d.maius superficie.e.in circulo igiť.a.b.eadēꝫ via inscribať siľe octogonum: quod dicatur.a.b. sitqꝫ ex premissa proportio octogoni.a.b.ad octogonum

c.d.sicut quadrati diametri.a.b.ad quadratũ diametri.c.d.idq̃ʒ p.11.quinti sicut ꝓportio circuli.a.b.ad sup̱ficiẽ.e.itaqʒ p̱mutatim poligonij.a.b.ad circulũ.a.b.sicut poligonij.c.d.ad sup̱ficiẽ.e.cũqʒ sit poligoniũ.c.d.maius sup̱ficie.e. erit poligoniũ.a.b.maius circulo.a.b.hoc aũt īpossibile nõ ẽ:ergo sup̱ficies.e.minor circulo.c.d.Sed nec maior.Esto eni si possibile sit:cũ igit̃ sit ꝓportio q̃drati diametri.a.b.ad quadratũ diametri.c.d.sicut circuli.a.b.ad sup̱ficiẽ.e.erit ecõuerso quadrati diametri.c.d.ad quadratũ diametri.a.b.sicut superficiei.e.ad circulũ.a.b.⁊ ꝯstat ex cõi scia in principio huius demonstrationis posita ꝙ eadẽ ẽ circuli.c.d.ad aliquã sup̱ficiẽ que sit.f.eritqʒ ex.14.quinti sup̱ficies.f.minor circulo.a.b.itaqʒ ꝓportio quadrati diametri.c.d.ad quadratũ diametri.a.b erit sicut circuli.c.d.ad sup̱ficiẽ.f.minorẽ circulo.a.b.sed ex hoc demõstrauimus paulo ante sequi impossibile videlicet poligoniũ inscriptũ circulo maius esse circulo:sicut ergo superficies e.nõ põt esse minor circulo.c.d.ita nec maior:erit: ergo necessario equalis quare p̱ scđam partẽ.2.quinti liquet qđ ꝓpositũ ẽ.

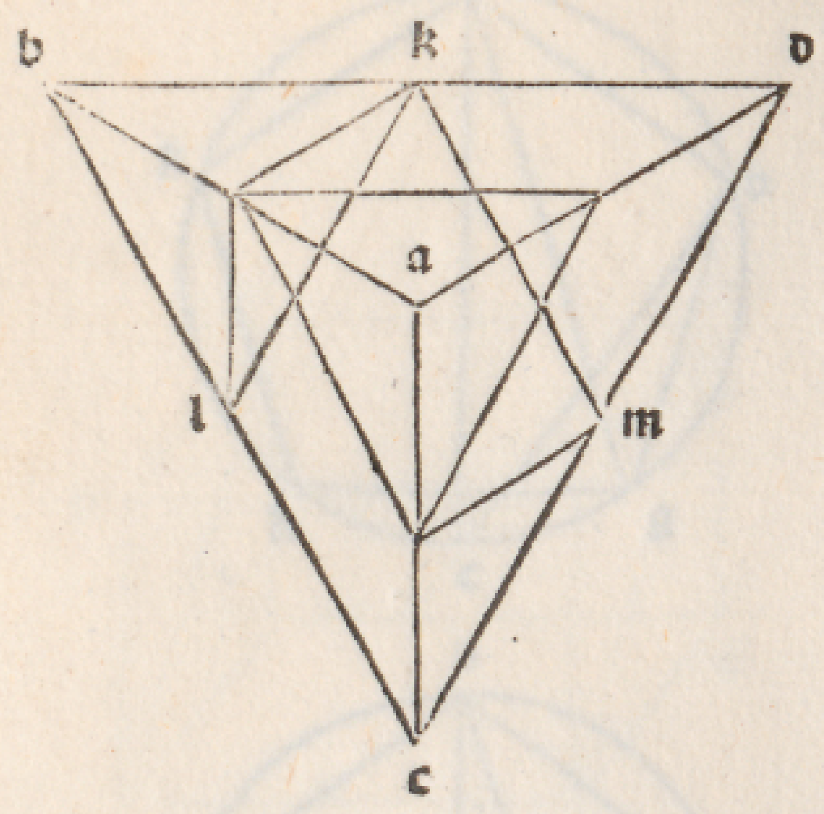
Propositio .3.

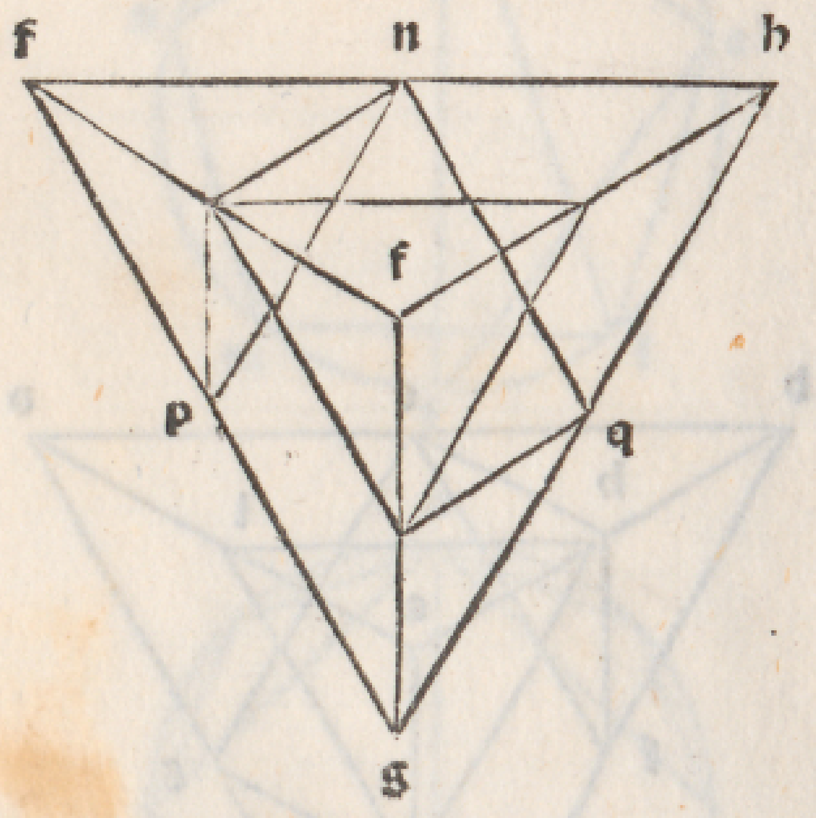
Omnis piramis cuius basis triangula scindi põt in duas equas piramides sibi inuicem totiqʒ piramidi siles vnaqʒ in duo seratilia q̃ ambo p̱iter accepta dimidio totius piramidis necesse est esse maiora. ¶Sit piramis.a.b.c.d.sup̱ basiʒ triangulũ.b.c.d.eiusqʒ vertex solidus angulus.a.a quo demittãt̃ tres ypothemise.a.b.a.c.a.d.ad tres angulos basis:⁊ diuidant̃ oĩa latera basis p̱ equalia in tribus punctis.e.f.g.tres quoqʒ ypothemise per eq̃lia in tribus punctis.h.k l.⁊ protrahant̃ in basi due linee.e.f.⁊.e.g.eritqʒ basis eius diuisa in tres superficies quaꝝ due sunt duo trianguli.b.e.f.e.g.d.quos ex scđa parte scđe sexti ⁊ diffinitione siliũ superficieꝝ ꝯstat eẽ siles sibi inuicẽ ⁊ toti basi ⁊ equales ad inuicem ex.8.p̃mi. Tertia ẽ tetragona:paralellograma ⁊ ipa ẽ.e.f.g.c.quã ꝯstat eẽ duplã ad t̃ãgulũ.e.g.d ex.40.⁊.41.p̃mi:demittant̃ ergo rursus a pũcto.h.due ypothemise.h.e.f.h.⁊ a pũcto.k.ypothemisa.k.g.⁊ ꝓtrahant̃ linee.h.k.k.l.⁊.l.h.diuisa ẽ itaqʒ tota piramis a.b.c.d.in duas piramides que sint.h.b.e.f.⁊.a.h.k.l.⁊ duo seratilia quoꝝ vnũ ẽ.e.h.f.g.k.c.⁊ ẽ super basim quadrangulã.c.f.g.e.⁊ aliud ẽ.e.g.d.h.k.l.⁊ est super basim triangulã.e.g.d.de duabus aũt piramidib⁹.h.b.e.f.a.h.k.l.ꝙ ipe sũt eq̃les adinuicẽ sibiqʒ ⁊ toti piramidi.a.b.c.d.siles:ꝯstat ex diffinitione corpoꝝ equaliũ ⁊ siliũ ⁊ ex.10.11.libri ⁊ ex scđa parte.2.sexti: de duob⁹ aũt seratilib⁹ ꝙ ipsa sint eq̃lia.ꝯstat ex vltiã.11.libri.Qđ vero ambo seratilia p̱iter accepta sint mai⁹ medietate toti⁹ piramidis:ex hoc manifestũ ẽ ꝙ vtrũqʒ illoꝝ diuisibile ẽ ĩ duas piramides quaꝝ altera triãgula eq̃lis vni duaꝝ in quas ⁊ seratilia totalis piramis diuiditur.altera vero quadrangula q̃ dupla ẽ ad reliquã quare pʒ ambo seratilia pariter accepta tres quartas eẽ totalis piramidis diuise:hãc ꝓportionẽ si scire desideras.sextã huius.12.libri ꝯsule.sed sufficit tibi scire quantũ ad ꝓpositũ illa duo seratilia pariter accepta duas partiales piramides in quas ⁊ seratilia totalis diuiditur pariter acceptas quãtalibet quãtitatẽ excedere.



Propositio .4.

Si due piramides eque alte quaꝝ bases triãgule singule ĩ binas piramides eq̃les sibi ĩuicẽ ac toti similes binaqʒ seratilia eq̃lia diuidant̃ erit ꝓportio basis vni⁹ ad basim alteri⁹ tãqʒ ꝓportio duoꝝ seratiliũ suoꝝ ad duo seratilia alteri⁹.eritqʒ palã oĩa seratilia q̃ fuerit in vtralibʒ illaꝝ





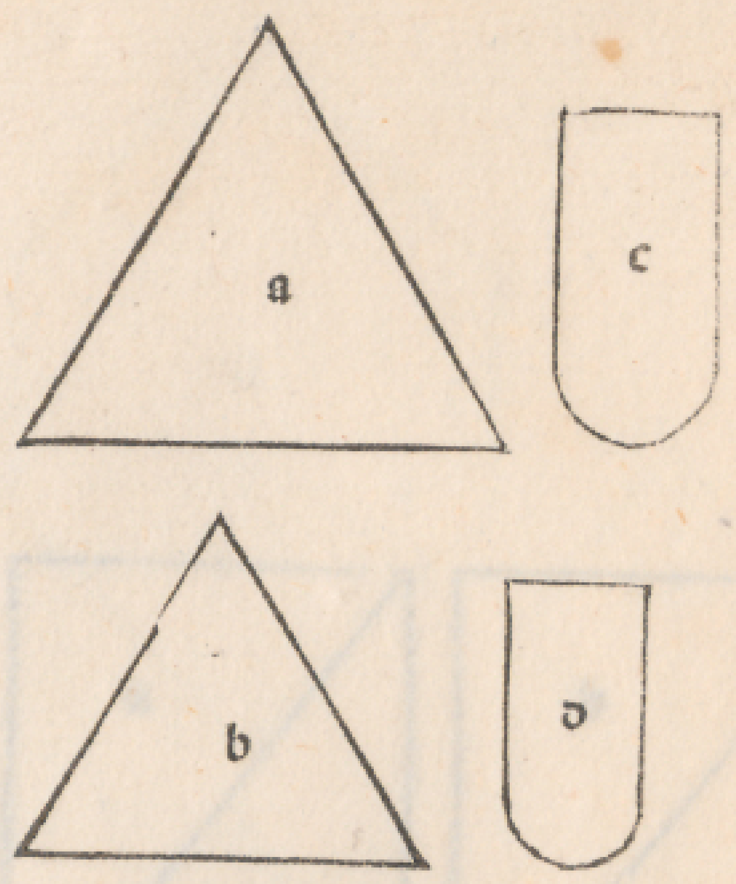
piramidũ ꝑiter accepta ad cũcta seratilia q̃ ĩ altera piramide fuerit in eādē hr̃e ꝓportionē q̃ꝫ basis ei⁹ piramidis ad basi alteri⁹ piramidis.
¶ Sint due piramides quarꝫ bases triangule eque alte hec quidē.a.b.c.d.cuius conus punctus.a.basis triangulus.b.c.d.ypothemise.a.b.a.c.a.d.illa vero.e.f.g.h cuius conus punctus.e.basis triangulus.f.g.h.ypothemise.e.f.e.g.e.h. hec antē due piramides diuidant̃ sicut in premissa.Sintqꝫ bases earꝫ diuise hec quidē protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint.k.l.z.k.m. illa vero protractis lineis que sint.n.p.n.q.dico ergo ꝙ ꝓportio basis.b.c.d.ad basiꝫ f.g.h.est sicut duorꝫ seratiliũ piramidis.a.pariter acceptorꝫ ad duo seratilia piramidis.e.pariter accepta. Manifestũ est aũt ex.18.sexti ꝑte scd̃a ꝙ ꝓportio trianguli.b.c.d.ad triangulũ.k.m.d.ē sicut linee.b.d.ad lineā.k.d.duplicata ꝑ eandē quoqꝫ ē ꝓportio trianguli.f.g.h.ad triangulũ.n.q.h.sicut linee.f.h.ad lineā.n.h duplicata.Cũqꝫ sit linea.b.d.ad lineā.k.d.sicut linea.f.h.ad lineaꝫ.n.h.vtrobiqꝫ eni ē dupla ꝓportio erit triangulus.b.c.d.ad triangulũ.k.m.d.sicut triangulus.f g.h.ad triangulũ.n.q.h.z ꝑmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulũ.f.g.h. sicut triangulus.k.m.d.ad triangulũ.n.q.h.triangulus aũt.k.m.d.ad triangulũ.n.q.h.ē sicut seratile existens super ipsũ ad seratile exñs sup illũ ꝑ.33.vndecimi huius quoqꝫ seratilis ad illud ē sicut amborꝫ seratiliũ piramidis.a.ꝑiter acceptorꝫ ad ambo seratilia piramidis.e.pariter accepta ex.15.quinti:necesse ē eni vt sit duplũ ad duplum quēadmodũ simplũ ad simplũ.itaqꝫ cōclude ex.11.quinti qd̓ ꝓpositũ est. Dormitas aũt si dubitas seratilia vnius harꝫ piramidũ eque alta esse seratilib⁹ piramidis alterius.cũ eni sint piramides eque alte:sit quoqꝫ vtraqꝫ earꝫ diuisa ĩ duas piramides equales sibi totiqꝫ similes z in duo seratilia equalia z sint due ꝑtiales piramides eque alte eo ꝙ similes z equales qd̓ facile patebit demissis a verticibus ꝑtialium piramidũ ꝑpendicularibus ad bases ipsarꝫ:de quibus perpendicularibus ex.37.vndecimi constat esse equales.Cũqꝫ altitudines harꝫ partialiũ piramidum pariter accepte cōponunt altitudinē totalis piramidis diuise. Sintqꝫ ambo seratilia eque alta vni partialiũ piramidũ ei videlicet que sup ꝑtialem triangulum basis totalis piramidis cōponit̃ non est phas ambigere seratilia vnius earꝫ piramidũ esse eque alta seratilibus alterius earꝫ. Correlariũ vero ex eo manifestũ ē ꝙ similiter bases partialiũ piramidũ sic se habeant ad inuicē sicut bina seratilia vni⁹ ad bina seratilia alterius.z qz bases partialium sic se habent ad inuicē sicut bases totalium ex scd̃a ꝑte.18.sexti z permutata ꝓportione constat ex.13.quinti verũ eē quod correlarium proponit.

Propositio .5.

OMnes due piramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sint proportionales.

¶ Qd̓.33.vndecimi ꝓposuit de solidis ꝑalellogramis z ĩ fine.36.vndecimi verꝫ esse demonstrauimus:de seratilibus.hec quinta.12.ꝓponit de piramidibus triangulis. Intelligātur eni due piramides eque alte quarꝫ bases sunt duo trigoni.a.z.b.dico ꝙ ꝓportio piramidis.a.ad piramidem.b.est sicut basis.a.ad basim.b.qd̓ eedem demōstrationis vel argumētatiōis genere demōstrandũ ē quo scd̃am hui⁹ demōstrauimus.sit eni ut basis.a. ad basim.b.ita piramis.a.ad corpus.c.de quo dico ꝙ ipsũ nō erit minus neqꝫ maius piramide.b.nā si possibile ē vt sit min⁹ esto min⁹ ĩ solido.d.vt piramis.b.sit eq̄lis duobus corporibus.c.z.d.pariter acceptis diuisa itaqꝫ piramide.b.vt ꝓponit.3.

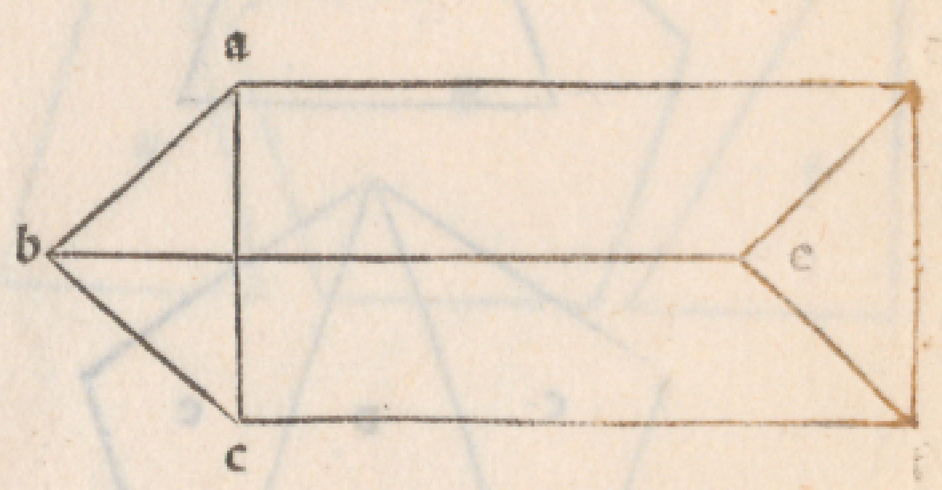
detrabantur ab eo duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius: itemqꝫ ex vtraqꝫ duarum partialium residuarum piramidum duo earum predicto modo diuisarum seratilia demantur ⁊ fiat hoc totiens quousqꝫ ex pira/mide.b.cogatur aduersarius per primam.10.confiteri relinqui minus solido.d. eruntqꝫ ex communi scientia seratilia detracta maius.c.fiat igitur a piramide.a. similis seratilium detractio.⁊ intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide. a.quot detraximus ex piramide.b. eritqꝫ ex concelario premisse sicut basis.a. ad basim.b.ita seratilia detracta a piramide.a.ad seratilia detracta a piramide.b.sic sed erat piramis.a.ad corpꝰ.c.itaqꝫ seratilia piramidis.a.ad seratilia piramidis b.sicut piramis.a.ad corpus.c. ⁊ ꝑmutatim seratilia piramidis.a.ad piramidē.a sicut seratilia piramidis.b.ad corpus.c.Cumqꝫ sint seratilia piramidis. b.maius corpore.c.erunt seratilia piramidis.a.maius piramide.a.Et quia hoc ē impossibi bile nō erit corpus.c.minus piramide.b.sed nec maius.hoc enī posito cum sit ꝓ/portio basis.a.ad basim.b.sicut piramidis.a.ad corpus.c.erit ecōuerso basis.b. ad basim.a.sicut corporis.c.ad piramidē.a.Eritqꝫ eadē ex cōmuni scīa piramidis b.ad aliqͦd corpus qͦd sit.d.sequeturqꝫ ex.14.quinti ꝙ corpus.d.sit minus piramide a.eo ꝙ piramis.b.ponitur minor corpe.c.Erit igitur basis.b.ad basiꝫ.a.sicut piramis b.ad corpus minus piramide.a.Ex hoc aūt demonstratū ē sequi impossibile vide licet seratilia detracta ab aliqua piramide maius eē ea piramide,a qua detrahuntur ideoqꝫ relinquitur corpus.c.esse equale piramidi.b.cum nec minus ea possit eē nec maius ⁊ ꝓportionē piramidis.a.ad piramidem.b.esse sicut basis.a.ad basim.b. hoc aūt erat demonstrandū.



Propositio .6.

OMne corpus seratile in tres piramides equales basesqꝫ triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit seratile.a.b.c.d.e.f.ipsū dico esse diuisibile in tres piramides triangulas equales ꝓtrahatur enī in vnaquaqꝫ suaꝝ triuꝫ superficierū ꝑalellogramaꝝ linea diagonalis ita ꝙ vna eaꝝ diagonaliū sit cōter/minalis reliquis duabus ut si ꝓtrahas lineas.b.d.b.f.⁊.f.a.quas ꝓpter cōfusio/nē protrahere cōtempsi:eritqꝫ totum seratile in tres triangulas piramides diuisū quas ex premissa bis assumpta facile cōstat eē equales.Qm̄ aūt euclides nihil de/monstrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis solidis his quaꝝ sunt bases triangule vt omniū cognitionē ex elemētis q̄ ponit:sufficienter elicere possi/mus:quedā arbitramur nō inutile demōstrationibus hic positis adiungere:solis enī elemētis contentus euclides multa ꝑtermisit que quāuis ex eis consequantur non tamen sine difficultate patent studentibus:hoꝝ primum est hec.



¶ Si duo solida quoruꝫ alterum seratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut seratile super quadrangulā:piramis vero super trigonā que quadran gule basis seratilis sit dimidiuꝫ constituta fuerint eque alta seratile pi ramidi triplum esse conueniet

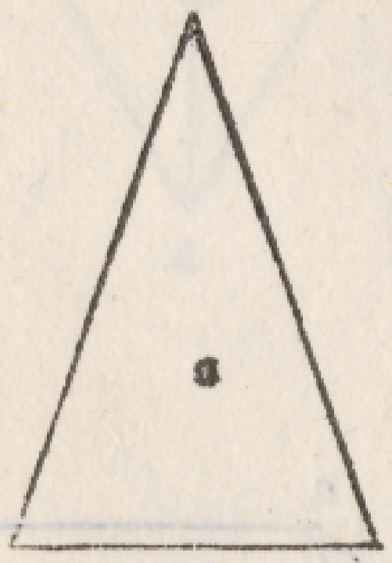
¶ Si seratile ꝓpositū fuerit super basim trigonam tunc ex piramide ꝓposita sup propriam basim perficiatur seratile piramidi ꝓposite eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidis adijciatur triāgulus ex quo ⁊ basi piramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quā ex ipsa

piramide compleatur seratile piramidi eque altum: q2 igit̃ istud seratile seratili pri ori est eque altum ⁊ vtrorũq3 bases sunt equales ex ypothesi. sequitur ipsa ẽe equa lia. hoc eni demonstratũ est in. 36. vndecimi. at qm̃ ex. 6. hui⁹. 12. libri seratile scõm triplum est ad piramidẽ ꝓpositã. nam ipsa est vna ex tribus piramidibus in quas ipsum seratile diuidit̃. Erit quoq3 per cõmunem scientiam propositam seratile tri/ plum ad propositam piramidem.

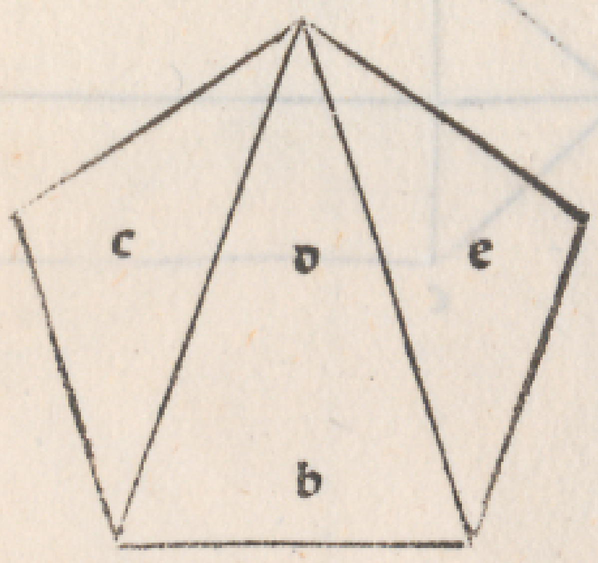
¶ Si quotlibet piramides quarum bases triangule super vnã eandẽ q3 basim siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse adin/ nicẽ inequales necesse est. ¶ Fabricato eni vno seratili eque alto piramidib⁹ propositis sup basim triangulã equalẽ basib⁹ propositaꝝ piramidũ aut sup basim quadrangulã duplã basibus earũdẽ: erit ipsũ seratile triplũ ad piramides singlas. hoc eni constat ex premissa addita siue interposita: igit̃ ex cõi scia cũcte proposite piramides sunt vt diximus adinuicẽ equales.

¶ Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus sunt proportionales. ¶ Fiant super bases propositarum piramidum aut sup alias trigonas equales aut super palellogramas duplas seratilia ipsis piramidi/ bus eque alta eruntq3 ob hoc seratilia sibi adinuicẽ eque alta ⁊ q2 seratilia suis ba/ sibus sunt ꝓportionalia ut probatum ẽ in. 36. vndecimi. 33. ipsius mediante. Cũ/ q3 ex prima harum additarum manifestum sit hec seratilia tripla esse ad proposi/ tas piramides vnũqõq3 videlicet ad suã relatiuam: basesq3 ipsoru3 equales aut du plas esse basibus ipsarum. sic autem ex. 15. quinti vt triplum ad triplum ita sim/ plum ad simplum erunt quoq3 proposite piramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritq3 alterius ba sis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.



¶ Exempli gratia. Intelligantur due piramides eque alte super duas bases. a. ⁊. b. sitq3 basis. a. triangula. b. vero penthagona. Et dicantur hee piramides. a. ⁊. b. itaq3 dico proportionem piramidum. a. ⁊. b. esse sicut basium. a. ⁊. b. distinguatur quidem penthagonus. b. ĩ tres triangulos. c. d. e. eritq3 tota piramis. b. distincta in tres piramides eque altas quarum bases sunt trianguli. c. d. e. que etiã dicãtur nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio pirami dis. c. ad piramidem. a. est sicut trigoni. c. ad trigonum. a. ⁊ piramidis. d. ad pira/ midem. a. sicut trigoni. d. ad trigonum. a. itemq3 piramis. e. ad piramidem. a. si/ cut trigoni. e. ad trigonum. a. ex. 24. quinti bis assumpta sequitur ꝙ sit propor/ tio aggregati ex omnibus piramidibus. c. d. e. ⁊ ipsum est piramis. b. ad pirami/ dem. a. sicut aggregati ex omnibus trigonis. c. d. e. ⁊ ipsum est penthagonus. b. ad trigonum. a. constat igitur quod volumus.



¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus proportiona/ les esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq3 fuerit poligonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos ⁊ ipsa piramide ĩ piramides triangulas: erit ex premissa in terposita proportio vniuscuiusq3 harum triangularium piramidum ĩter quas alte ra propositarum diuiditur ad reliquã sicut sue basis ad basim alterius. itaq3 per 24. quinti quotiens oportet assumptam: constat verum esse quod diximus.

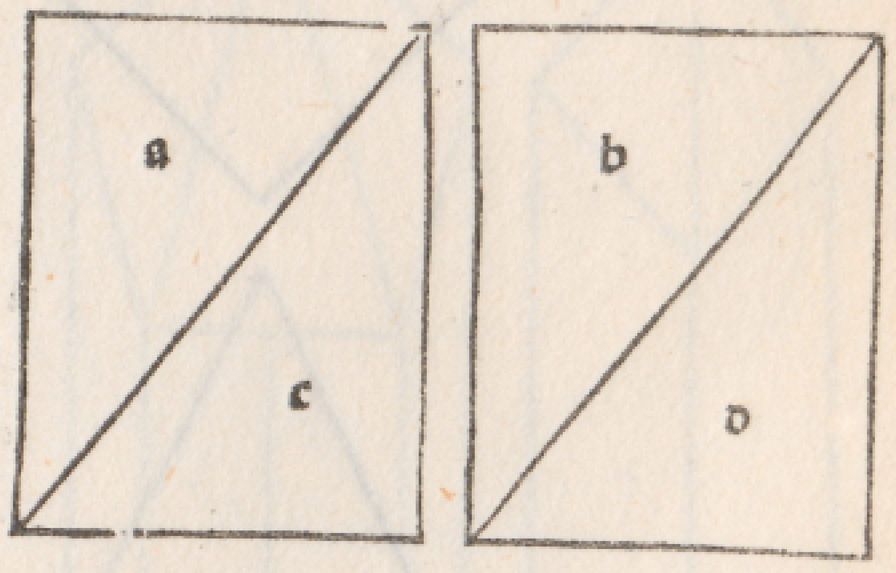
Propositio .7.

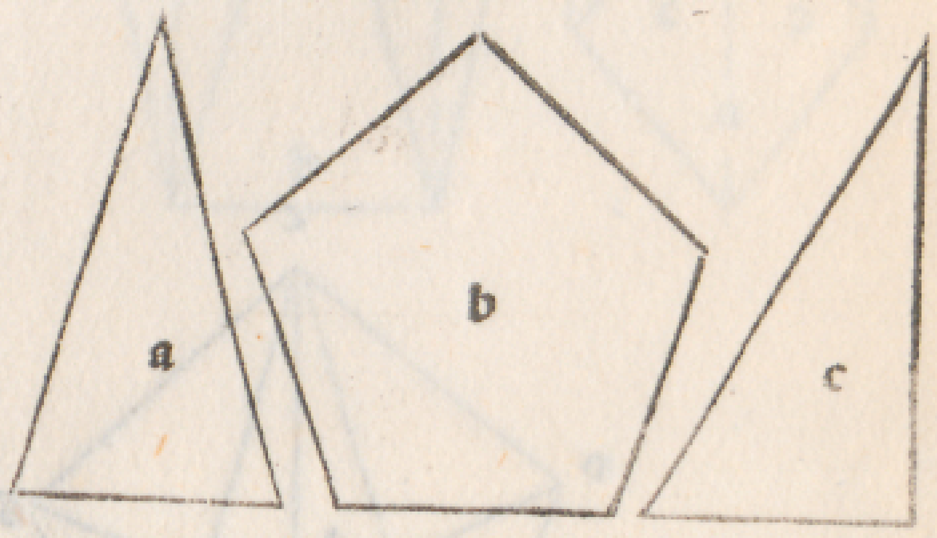
SI due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases ⁊ altitudines fuerit mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

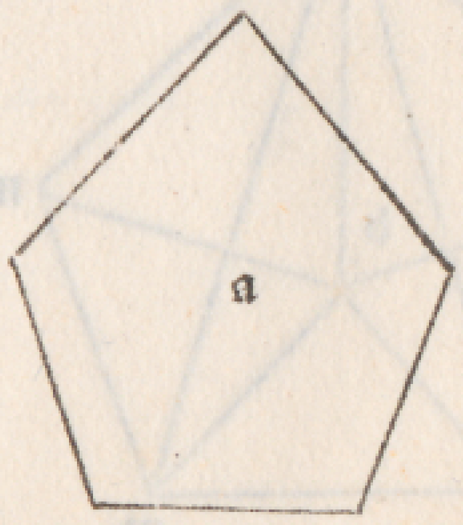
¶ Qđ trigesima quarta ⁊ trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis: ⁊ nos in .36. eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hec septima. 12. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. Intelligā tur eni duo piramides equales super duos trigonos vel triangulos .a. ⁊ .b. que di cantur .a. ⁊ .b. dico itaqꝫ ꝙ ꝓportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitu dinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. ⁊ si hoc fuerit dico piramides .a. ⁊ .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. ⁊ .b. duo alij qui sint .c. ⁊ .d. vt fiant ambe superficies .a.c. ⁊ .b.d. equidistantium laterum et ex ipsis pira/ midibus super bases .a.c. ⁊ .b.d. cōpleantur solida paralellograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a.c. ⁊ .b.d. manifestū igitur est ex sexta huius. 12. ꝙ piramis .a. ē sexta pars solidi .a.c. ⁊ piramis .b. sexta solidi .b.d. itaqꝫ ex .35. vndecimi argue propositum: primā quidem partem ex prima: secundam au/ tem ex secunda.

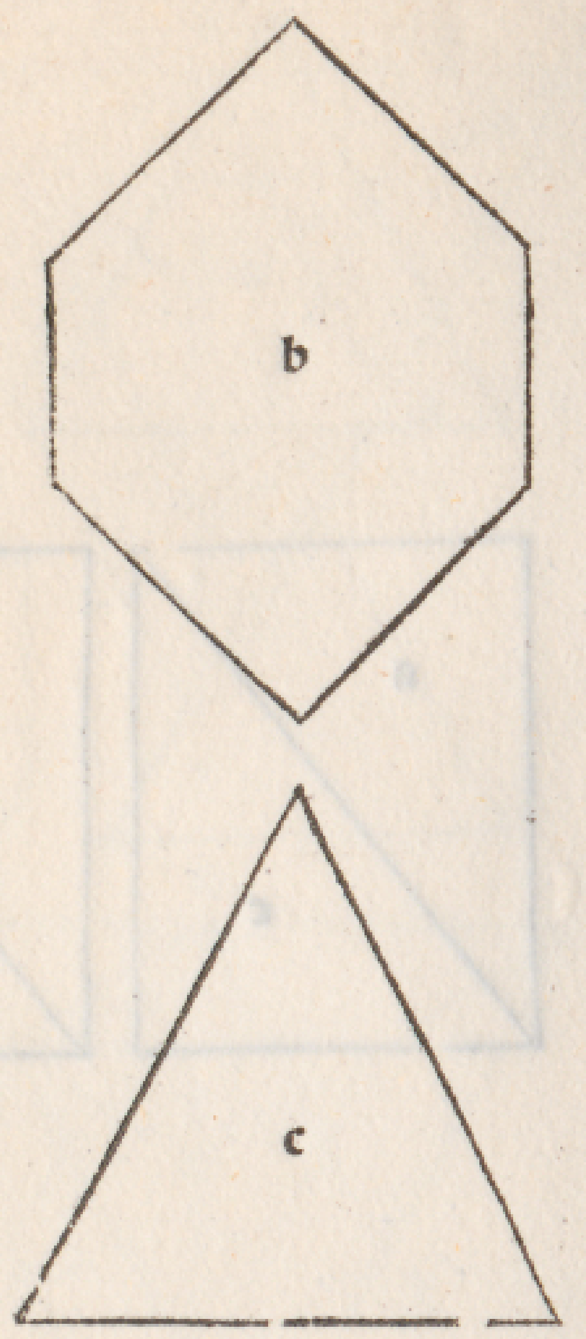
¶ Qđ si due quelibet piramides laterate fuerint equales earum ba/ ses earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitu dinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse opor/ tet.

¶ Si bases vtrarūqꝫ fuerint triangule demonstratum est verum esse qđ diximus. Si altera tm̄: sit igitur .a. basisqꝫ alterius piramidis sit .b. ⁊ sumatur trigonus .c. eq̄ lis poligonio .b. fiatqꝫ super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. ⁊ sint .a b.c. equiuoca nomina piramidum ⁊ basium. Quia igitur ex ypothesi duo pirami/ des .a. ⁊ .b. sūt equales ⁊ ex vltima interpositaꝝ ad sextam huius dueqꝫ piramides b. ⁊ .c. sunt equales: ⁊ erūt ex communi scientia due piramides .a. ⁊ .c. equales: igiť bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cumqꝫ ba ses .b. ⁊ .c. sint equales: altitudines quoqꝫ piramidū .b. ⁊ .c. equales erunt ex prima pte ⁊ secunda .7. quinti bases .a. ⁊ .b. mutue altitudinibꝰ piramidum .a. ⁊ .b. Scđa pars cōuerso modo probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo pira/ midis .b. ad altitudinem piramidis .a. erit ex .2. parte ⁊ prima .7. quinti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. itaqꝫ ex secūda pte huiꝰ .7. duo piramides .a. ⁊ .c. sunt eq̄les quare ꝑ cōmunē scientiam due quoqꝫ piramides .a. ⁊ .b .sunt equales. Si vero neutra propositarū piramidum fuerit trigona sed vtraqꝫ poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur .a. ⁊ .b. sumatur similiter triangulus .c. equalis exagono .b. super quem fiat piramis eque alta piramidi .b. eruntqꝫ due piramides .b. ⁊ .c. equales. ideoqꝫ due que sunt .a. ⁊ .c. etiam per cōceptionem equales quare basis .a. ad ba/ sim .c. sicut altitudo piramidis .c. ad altitudinem piramidis .a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis .a. ad basim .b. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis .a. ad basim .b. fuerit vt altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a.









erit quoqꝫ ex septima quinti basis.a.ad basim.c.vt altitudo piramidis.c.ad alti/tudiné piramidis.a.ideoqꝫ ut patet ex prioribus erunt due piramides.a.⁊.c.eq̃/les quare etiã ex cõmuni scientia ⁊ due que sunt.a.⁊.b.erũt etiã equales.Et hoc ẽ propositum.

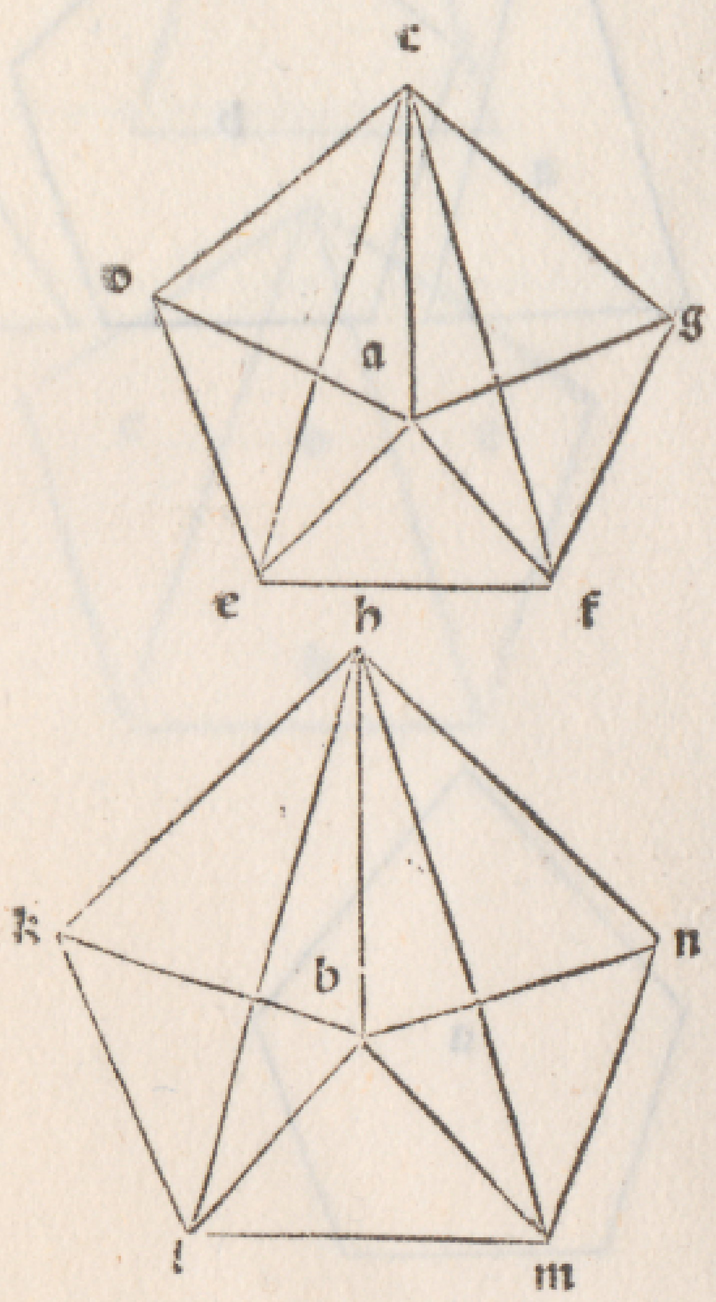
Propositio .8.

Omnium duarum piramidum similium quarum bases triangule ẽ proportio alterius ad alteram tanq̃ꝫ lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

¶ Propositis duabus piramidibus bases triangulas habentibus similibus ex ipsis perfice duo solida paralellograma quemadmodũ dictum est in demonstratione premisse:eruntqꝫ hec duo solida paralellograma si/milia eo ꝙ piramides ponuntur similes ad inuicem.nã duo solidi anguli qui sunt cõmunes piramidibus ⁊ solidis paralellogramis superficialibus angulis numero ⁊ quantitate equalib⁹ continentur: ⁊ latera quoqꝫ illos angulos superficiales con/tinentia sunt proportionalia quare ex.34.primi tres superficies solidorum para/lellogramorum cõmunes angulos solidos constituentes sunt equiangule ⁊ laterũ proportionalium.ideoqꝫ similes ex diffinitione similium superficierum: quare ex 24.⁊.13.quinti cuncte sex supꝑficies hoꝝ duorum solidoꝝ paralellogramoꝝ sunt si/miles adinuicẽ:igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum proportio solidorum ⁊ piramidũ sit vna ex.15.quinti.nam solida sunt sexcupla piramidibus ex sexta huius.cumqꝫ sit proportio solidoꝝ vna sicut suorum relatiuoꝝ laterum triplicata ex.36.vndecimi libri:sunt aũt latera solidorum eadeꝫ quoqꝫ latera piramidũ.erit quoqꝫ ex.11.quinti proportio propositaꝝ piramidum sicut suoꝝ relatiuoꝝ laterum proportio triplicata:quod est propositum.

¶ Nõ si fuerint due quelibet piramides laterate similes erit ꝓportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

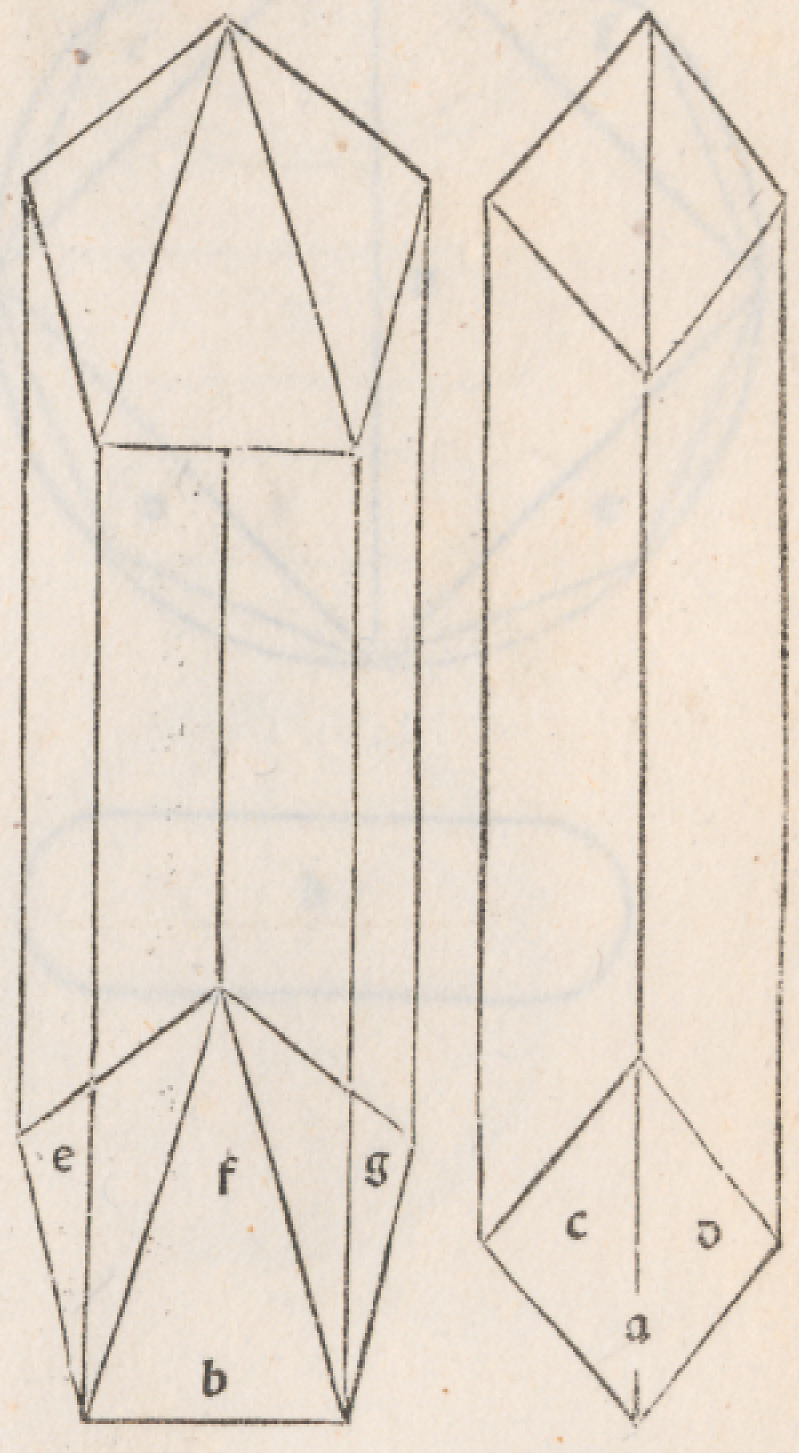
¶ Sint due laterate piramides quaꝝ coni.a.⁊.b.similes sintqꝫ super bases pen/thagonas que sunt.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico ꝙ ꝓportio eaꝝ est sicut suoꝝ relati/uorum laterum triplicata .Constat enim ex diffinitione similiũ superficieꝝ ⁊ cor/porum ꝙ penthagoni qui sunt bases propositarum piramidũ sibi ad inuicẽ cun/ctiqꝫ relatiui al’reliqui triãguli ipsas ãbientes sibi inuicẽ sũt similes.diuidant̃ itaqꝫ bases ambaꝝ in triangulos siĺes ⁊ numero equales ꝑut.18.sexti ꝓponit̃ esse pos/sibile:protractis in hac quidẽ lineis.c.e.⁊.c.f.i illa vero.h.l.⁊.h.m .dico igit̃ istas piramides esse diuisas in piramides triangulas siĺes ⁊ numero equales.Conferãt̃ enim adinuicem due piramides.a.c.d.e.b.h.k.l.quaꝝ coni sunt.a.⁊.b .cõstat au/tem ex ypothesi triangulũ.c.a.d.esse similẽ triangulo. b.h. k.⁊ triangulũ.d .a.e. triangulo.k.b.l.⁊ q̃ etiã ex ypothesi angul⁹.d.ẽ equalis angulo.k.⁊ latera .c.d.⁊ d.e.cõtinẽtia angulũ.d.sunt ꝓportionalia lateribus.h.k.⁊.k.l.cõtinẽtibus angu/lũ.k.erunt ex.6.sexti duo trianguli.c.d.e. ⁊. h.k.l.equianguli. ideoqꝫ per.4.sexti erit ꝓportio.c.d.ad.h.k.sicut.c.e.ad.h.l.cũqꝫ ex ypothesi sit ꝓportio.c.a. ad.h. b.⁊ etiã.a.e.ad.b.l.sicut.c.d.ad.h.k.erit ex. 11.quinti.c.a.ad.h.b.⁊.a.e. ad.b.l. sicut.c.e.ad.h.l.igit̃ ex.5.sexti ⁊ diffinitione similiũ superficieꝝ triangulus.c.a.e. erit siĺis triangulo.h.b.l.manifestum est itaqꝫ ex diffinitione siĺium corporum ꝙ piramis.a.c.d.e.ẽ similis piramidi.b.h.k.l.siĺr quoqꝫ cõstat piramidẽ.a.c.e.f.ee



silem piramidi .b.h.l.m.⁊ piramidē.a.c.f.g.piramidi.b.h.m.n.q̄ ergo ex hac .8 ꝓportio piramidis.a.c.d.e.ad piramidē.b.h.k.l.ē sicut lateris.c.d.ad latus.h.k. triplicata ⁊ etiā piramidis.a.c.e.f.ad piramidē.b.h.l.m.sicut.e.f.ad.l.m .tripli/cata.ac etiā piramidis.a.c.f.g.ad piramidē.b.h.m.n.sicut.e.g.ad.h.n.triplicata cū sit ex ypothesi ꝓportio.e.f.ad.l.m.⁊.e.g.ad.h.n.sicut.c.d.ad.h.k. sequitur ex 13.quinti vt ꝓportio totaliū piramidū.a.⁊. b.sit sicut vnius haꝝ ptialium ad aliā vnā.igit̄ ex hac. 8.⁊ vndecima quinti constat verū eē quod diximus.

¶ Omnes colūne laterate eque alte suis basibus sūt ꝓportionales.

¶ Verū ē qd̄ dicitur sup qualescūqꝫ bases poligonias sint.colūne. Colūnas autē lateratas vocamus solida corpora laterata quoꝝ bases ⁊ sup̄ficies suppreme sunt silēs ⁊ equales.cuncte vero relique superficies ipsa solida circūstantes:sunt equidistantiū laterum Talium autē solidoꝝ prima spēs ē seratile cū super vnā suaꝝ trilaterarū sup̄ficieꝝ intelligit̄ eē statutū Scd̄a vero spēs ē colūna cuiꝰ basis sit q̄drilatera quā ex duobus seratilibus necesse ē esse cōpositā:⁊ tertia ē cuius basis ē pentagona ⁊ ipsa ex tribus seratilibꝰ p̄ficit̄ .Simpliciter aūt dico ꝙ oīs laterata colūna in tot corpora seratilia pōt distingui in quot triāgulos sua basis Intelligant̄ itaqꝫ due colūne laterate.a.⁊.b.ꝯstitute sup duas bases.a.⁊.b.eque alte.dico ꝙ ꝓportio colūnaꝝ.a.⁊.b.ē sicut basiū.a.⁊.b.distinguāt̄ nāqꝫ hee bases i triāgulos ⁊ hee columne in seratilia:basis quidē.a.que ponatur esse quadrangula in duos trigonos.c.⁊.d.⁊ colūna.a.in duo seratilia.c.⁊.d.basis vero.b.que sit pentagona distinguat̄ in tres trigonos.e.f.g.⁊ colūna.b.in tria seratilia que silr̄ vocent̄.e .f.g. Manifestū ē igit̄ ex his que in.36.vndecimi dicta sunt ꝙ ꝓportio seratilis .c.ad seratile.e.est sicut basis.c.ad basim. e.⁊ iterū seratilis.d.ad seratile.e. sicut basis d.ad basim. e. quare per.24.quinti erit columne .a.ad seratile.e.sicut basis.a.ad basim. e.eadem ratione erit columna.a.ad seratile.f.sicut basis.a :ad basim.f.at rursus columne.a.ad seratile.g.sicut basis.a.ad basim.g .igit̄ ex.24.quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile cōcludes propositū.constat itaqꝫ ex hoc ꝙ



¶ Omnes colūne laterate super eandē basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

¶ Cum eni vt proximo probatum est eque alte colūne laterate sint suis basibꝰ ꝓportionales.ponantur aūt bases esse aut easdē aut equales necesse ē ex.24.quinti vt etiam colūne sint equales.constat quoqꝫ ꝙ.

¶ Si fuerint quelibet solida paralellograma seratilia ⁊ laterate colūne eque alta ipsa quoqꝫ suis basibus proportionalia eē necessario cōprobantur.

¶ Omnia enim hee species sunt lateratarꝝ columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

¶ Distinguatur basis columne in triangulos ⁊ ſm numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia ⁊ piramis columne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratilium. constat itaqꝫ vnumquodqꝫ seratile ad eā piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse.hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri:igitur ex. 13 quinti omnia seratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas necesse est esse triplum cumqꝫ ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna et

et ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columne perficiantur con/
stat veram esse hanc nostram propositionem.

**¶Si fuerint due quelibet columne laterate equales: earum bases ea
rundem altitudinibus mutue erũt. Si vero bases earum ⁊ altitudines
mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.**

¶Si enim columne sint equales earum piramides erunt equales eo ꝙ omnis la/
terata colũna ē tripla ad suā piramidē. si autem piramides fuerint equales sue ba
ses suis altitudinibus mutue erunt quēadmodũ demonstratum est in septima hu/
ius: quia igitur columnarum suarumqꝫ piramidũ eedem sunt bases ⁊ altitudines
sunt eedem. constat prima pars ꝓpositi. Sint igitur bases ⁊ altitudines ꝓposita/
rum columnarum lateratarum mutue: dico ꝙ columne erunt equales. cum eni ee/
dem sint bases eedemqꝫ altitudines colũnaꝝ suaꝝqꝫ piramidum: erunt bases ⁊ al/
titudines piramidũ ꝓpositaꝝ colũnarum mutue. si hoc vt positũ est veꝝ fuerit de
columnis. erunt itaqꝫ piramides equales ꝓut in septimo huius demonstratum ē
igitur ⁊ columne equales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare patet secũ
da pars eius quod propositum est.

**¶Omnium duarum columnarum lateratarum similium est propor/
tio alterius ad alteram tanqꝫ lateris ad suam relatiuum latus propor/
tio triplicata.**

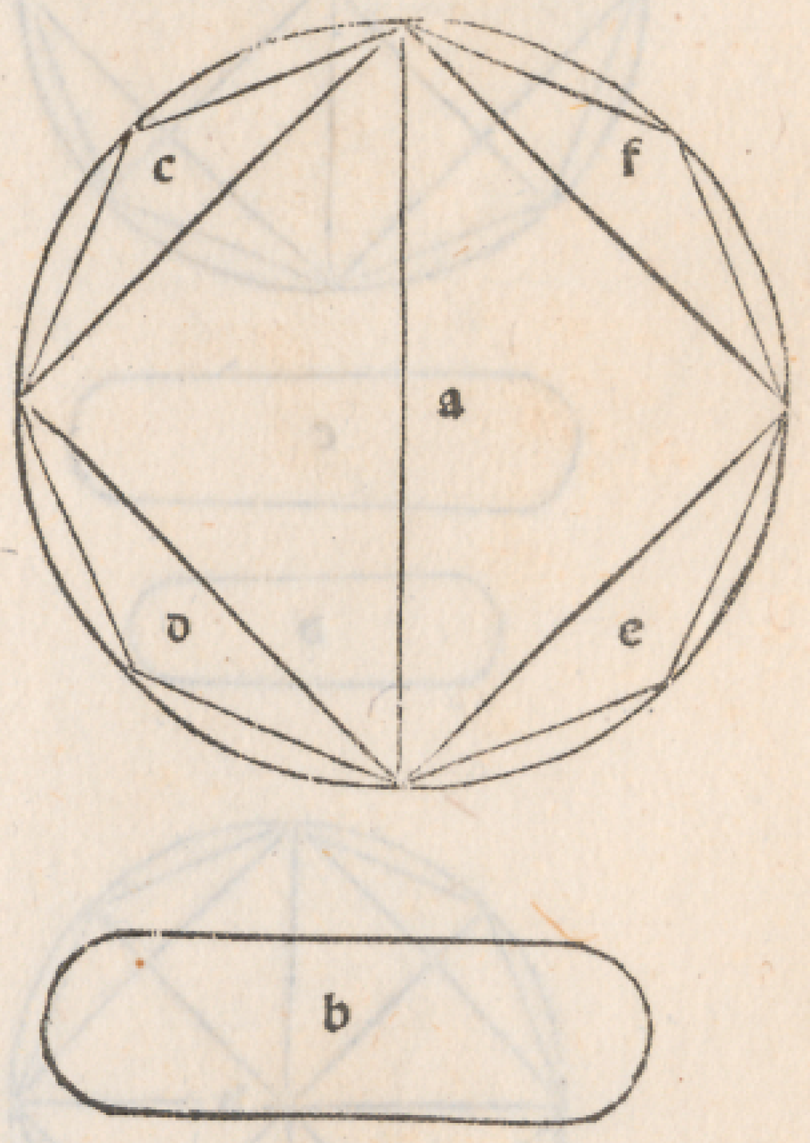
¶Si columne fuerint similes erunt ex diffinitione similiũ corporum bases earum
ceterecqꝫ superficies eas ambientes siles Diuidant̃ itaqꝫ bases earum in triangl'os
similes ⁊ numero equales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: ⁊ ipse
columne diuidant̃ in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur proba/
re seratilia vnius suis relatiuis seratilibus alterius eē similia: qđ facile probabis ex
ypothesi ⁊ sexta ⁊ quarta ⁊ quinta sexti: et diffinitione similium superficieꝝ ⁊ diffi/
nitione similium corporum hoc autē probato erit ex .36. vndecimi proportio vnius
cuiusqꝫ seratilis vnius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus
illius ꝓportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta
seratilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima
quinti vt cunctorum seratilium vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit propor/
tio vna: quare per .13. quinti que est proportio vnius seratilis ad suum seratile rela
tiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta
⁊ quia vtrobiqꝫ omnia seratilia pariter accepta componunt columnas ⁊ relatiua
latera seratilium sunt relatiua latera columnarum: necesse est ex vndecima quinti
vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplica
ta quod est propositum.

Propositio .9.

**OMnis columna rotunda piramidi sue triplex esse cõpro/
batur.**

¶Supra circulum .a. intelligantur vna columna ⁊ vna piramis secũ
dum eandē suā altitudinē erecte: dicanturqꝫ equiuoce ipsa piramis et
columna ⁊ circulus nomine vno scꝫ .a. dico itaqꝫ ꝙ colũna .a. est tri/
pla ad piramidē .a. cuius ꝓbatio ē quia neqꝫ maior neqꝫ minor põt esse q̃ꝫ tripla
Sit eni primũ si possibile est maior quam tripla quantitate corporis .b. ita ꝙ si .b.

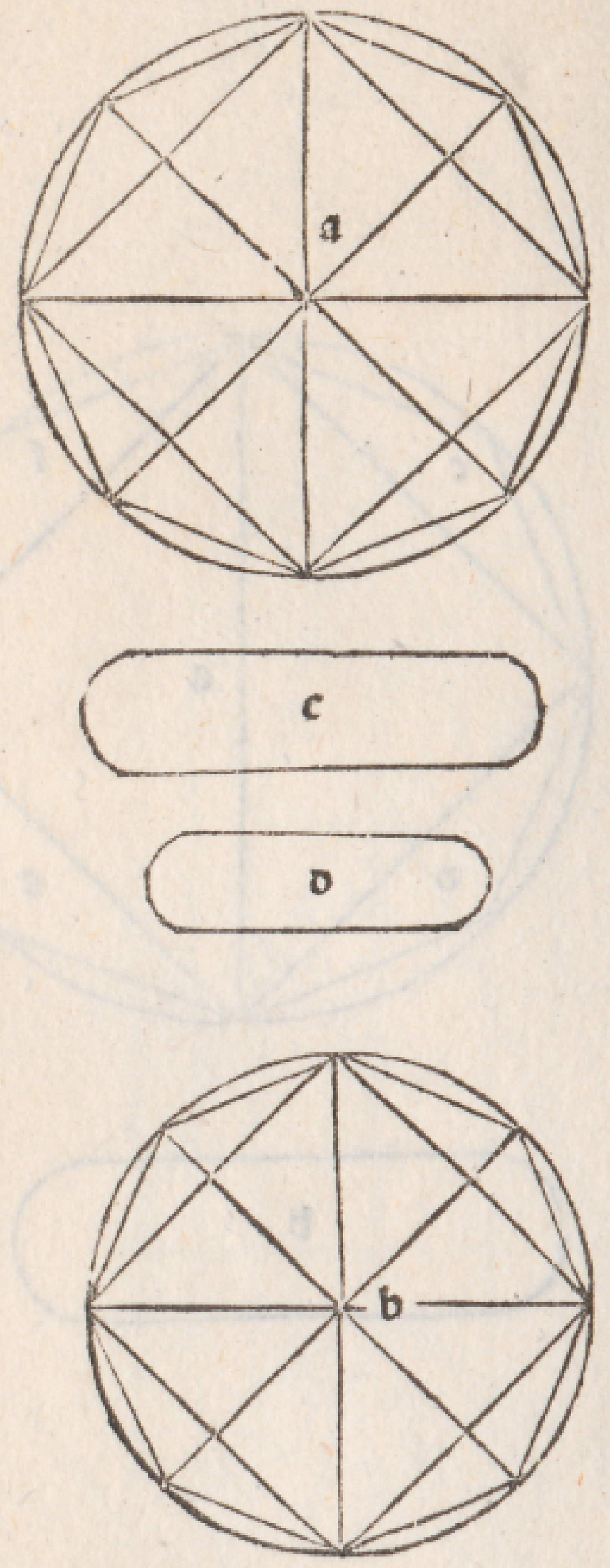
corpꝰ dematur de colūna.a.erit resid ū eiꝰ triplū ad piramidē .a. Inscribatᷣ ergo quadratuꝫ circulo.a.sup qd̉ erigantur duo seratilia eque alta colūne.a. de quibus duobus seratilibus ꝑiter acceptis cōstat ꝙ ipsa sūt plus medietate colūne.a .quē/admodū ipsum quadratū constat esse plus medietate circuli.a.Si eni ex ipsis sera tilibus perficiantur solida palellograma quoꝝ ipsa sunt medietates:erit ipsa colū/na ps ipsoꝝ duoꝝ solidoꝝ ꝑiter acceptoꝝ:deinde super latera quadrati inscripti ꝑ ficiā quatuoꝛ triangulos duum equaliū lateꝝ in portionibus circuli quaꝝ portioni nuꝫ latera quadrati sunt chorde diuisis arcubus illaꝝ portionū ꝑ equalia ⁊ sint illi trianguli.c.d.e.f .super quos etiā erige seratilia ad altitudinē colūne.a.⁊ manife/stū est ꝙ hec seratilia sunt maius medietate portionū columne super portiōes cir/culi consistentiū quēadmodū ⁊ ipsi trianguli sunt maius medietate portionū circu li.Fiat aūt hoc totiens quousqꝫ ꝑ primā . 10.cogatᷣ aduersarius cōfiteri portiones colūne ꝑiter acceptas esse minus corpore.b.Erit igitᷣ columna laterata octogona quā cōponunt omnia seratilia pariter accepta quaꝝ bases sunt trianguli diuiden/tes poligoniū inscriptū circulo .a.maiꝰ triplo piramidis rotūde.a. ⁊ qꝛ ipsa latera ta colūna ē tripla ad suā piramidē sicut demonstratū e in eis que premissa sunt. se quitur ex scd̉a pte. 10.quinti libri vt rotunda piramis.a.sit minoꝛ laterata pirami de laterate columne cuius basis ē inscriptū poligoniū basi rotunde piramidis.a. qd̉ est impossibile.Est eni piramis laterata ps ipsius piramidis rotunde :nō ē igitᷣ piramis.a.minꝰ tertia pte sue columne.sed nec plus tertia.Si eni possibile ē:sit pi ramis.a.plus tertia pte columne.a.quātitate corporis.b.ita ꝙ detracto corpore.b de piramide.a.sit residuū ipsius piramidis tertia pars colūne.a.igitᷣ quēadmodū priuꝫ ex piramide.a.intelligatᷣ detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratū circulo.a.inscriptū quā lateratam piramidem constat esse plus dimi/dio piramidis rotunde.Item de residuo piramidis.a.rursus intelligantᷣ detrahi piramides eque alte statute super triangulos.c.d.e.f.qui sunt in portionibus ba/sis ⁊ hoc totiēs fiat vt ex prima decimi relinquatᷣ ex piramide.a.minus corpore.b erit itaqꝫ piramis laterata inscripto poligonio supstans quā cōponunt laterate pi ramides ex rotunda piramide detracte maius tertia pte rotunde colūne.a. ⁊ quia ut probatū ē in p̄cedentibus hec piramis laterata ē tertia ps sue columne laterate a.sequitᷣ denuo ex scd̉a pte. 10.quinti libri columnā rotundā.a.esse minorē colūna laterata eiusdē altitudinis cuius basis ē poligoniū basi rotunde piramidis inscri/ptū:hoc aūt impossibile:nā hec colūna rotunda laterata ps ē colūne rotūde. Cum igitur columna rotunda nō possit eē minus triplo sue piramidis neqꝫ maius:erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.



Propositio .10.

OMnium duarum rotundaꝝ piramidum similiū columna rumve rotundarum similium ē proportio alterius ad al/teram tanq̄ꝫ diametri sue basis ad diametrū basis alteriꝰ proportio triplicata.

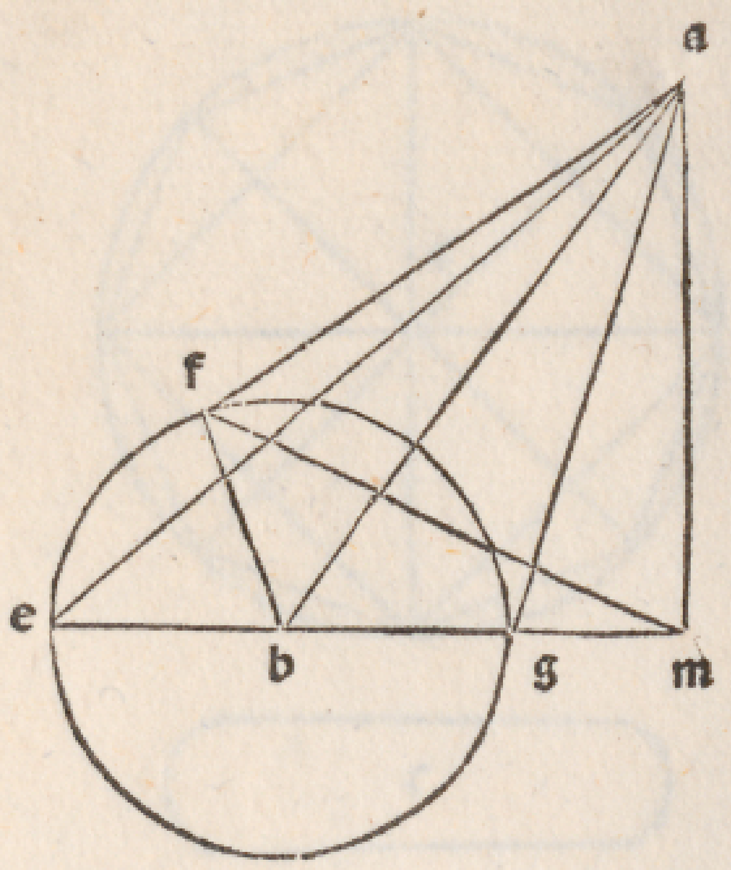
¶Sint duo circuli.a.⁊.b.superᷣ quos constituantur due rotūde pira mides simles dueqꝫ columne rotunde similes ⁊ dicantur circuli ⁊ piramides ⁊ co/

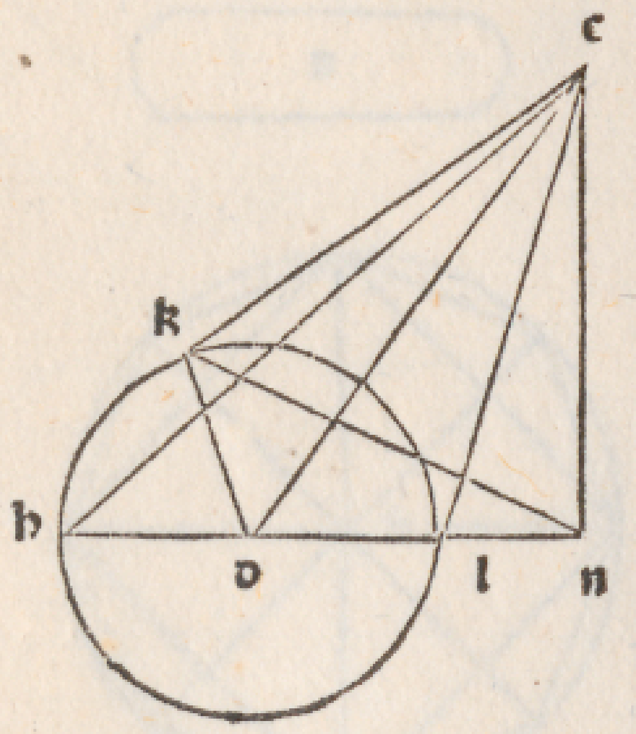


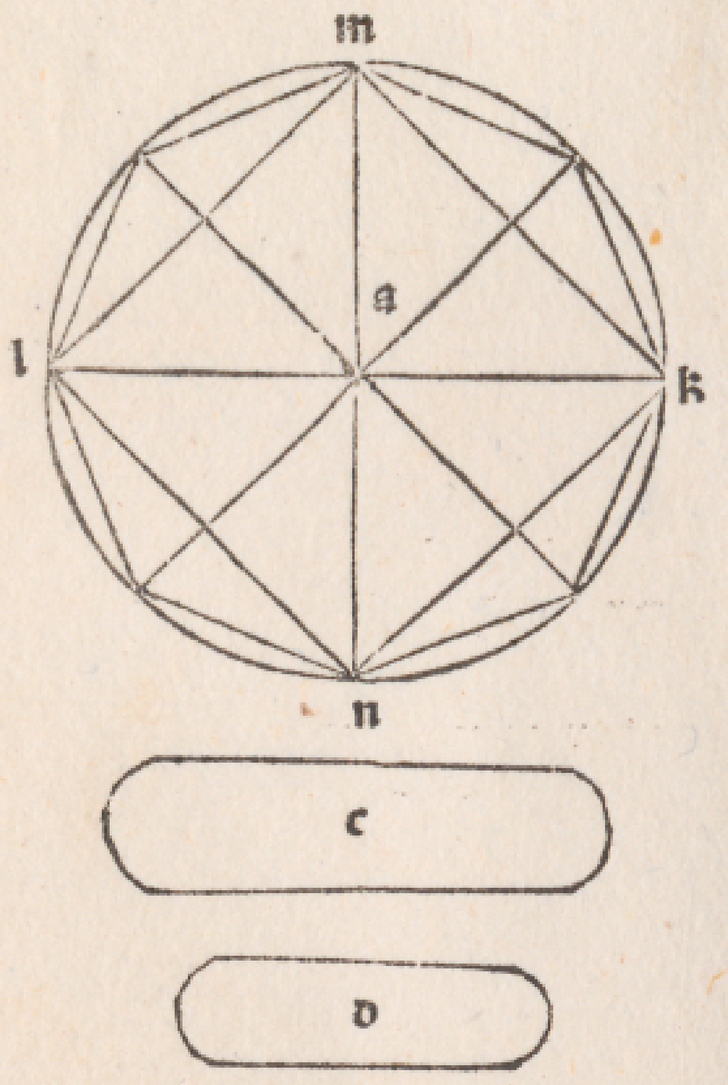
lumne ⁊ diametri circulorum his nominibus.a.⁊.b.equiuóce:dico itaqꝫ ꝙ ꝓpor/
tio duarum piramidum.a.⁊.b.duarũqꝫ columnaꝝ.a.⁊.b.ẽ sicut duaꝝ diametroꝝ
a.⁊.b.proportio triplicata:hoc autem si de piramidibus constiterit :de columnis
autem constabit ex.15.quinti.cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla
ad suam piramidẽ:de piramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente
ad impossibile.Est eñ per cõmunẽ sciam positã in principio scđe demõstrationis
huius. 12.libri : que proportio diametri.a.ad diametrũ.b.triplicata: eadem pira/
midis.a.ad aliqđ corpus:illud igit̃ corpus sit.c.de quo dico ꝙ ipsum non põt esse
minus neqꝫ maius piramide.b.Sit primo minus si fuerit possibile quantitate cor
poris.d.ita ꝙ duo corpora.c.⁊.d.ꝑiter accepta sint quãtum piramis. b.itaqꝫ quẽ
admodũ in scđa ꝑte premisse ex piramide.b .detrahat̃ laterata piramis sibi eque
alta cuius basis sit quadratum inscriptũ circulo.b.⁊ ex residuo eius detrahant̃ pi/
ramides eiusdẽ altitudinis consistentes super trigonos portionũ circuli.b. fiat ita
qꝫ hoc totiens quousqꝫ cogente prima.10.sit residuũ piramidis.b. minus corpore
d.eritqꝫ ex cõi scia laterata piramis detracta quã cõponunt partiales piramides
detracte maius corpore.c.Inscribat̃ itaqꝫ circulo.a.poligoniũ simile illi quod est
basis laterate piramidis detracte a piramide.b.⁊ ad angulos huius poligonij in/
scripti circulo .a.demitte lineas a cono piramidis.a.perficiens super illud poligo
nium lateratã piramidẽ eque altã rotunde piramidi.a.hanc igit̃ studeas demon/
strare esse silẽm laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.qđ hoc mõ fa/
cies:in vtraqꝫ piramide eriges axem ipsius que erit ex diffintõne linea cõtinuans
verticẽ piramidis cũ cẽtro basis ⁊ erit perpendicularis ad basim:dehinc a centris
basium protrahas in vtroqꝫ circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusqꝫ
poligonij inscripti.cumqꝫ ex diffinitione similium piramidum rotundarum sit ꝓ/
portio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum ba
sis alteri⁹.ideoqꝫ etiã ex.15.quinti ⁊ equa ꝓportiõalitate sicut semidiametri ad se
midiametrũ.sint aũt vtrobiqꝫ omnes anguli quos axes cum semidiametris conti
nent recti.necesse ẽ ex sexta ꝓpositione sexti libri ⁊ quarta eiusdẽ ⁊ diffinitiõe simi
lium superficieꝝ ⁊ similiũ corpoꝝ diffinitione vt laterata piramis.a.sit similis late
rate piramidi.b.quare ꝑ additã ad.8.huius ꝓportio laterate piramidis.a.ad la/
teratam.b.ẽ sicut lateris vnius ad suũ relatiuũ latus alterius ꝓportio triplicata.
ideoqꝫ ⁊ sicut diametri.a.ad diametrũ.b.triplicata.igit̃ quoqꝫ sicut rotunde pira/
midis.a.ad corpus.c.ex.11.quinti quare permutatim proportio laterate pirami/
dis.a.ad rotundã piramidẽ.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.⁊ qꝛ latera
ta piramis.b.maior ẽ corpore.c.erit laterate piramis.a.maior rotunda piramide
a.qđ ẽ impossibile cũ sit ꝑs eius:nõ est ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b
Restat itaqꝫ ꝓbandũ ꝙ nec maius.si eñ aduersarius dicat ipsũ eẽ mai⁹ tunc argu
atur ex cõuersa proportionalitate ꝓportionẽ diametri.b.ad diametrum.a.tripli/
catã esse sicut corpis.c.ad rotundã piramidẽ.a.sed ex cõceptione eadẽ est rotunde
piramidis.b.ad aliqđ corpus aliud qđ sit.d.⁊ qꝛ ex ypothesi corpus.c. maius ẽ ro
tunda piramide.b.sequit̃ ex.14.quinti ꝙ rotunda piramis.a.sit maior corpore.d.
itaqꝫ proportio rotunde piramidis.b.ad corpus qđ ẽ minus rotunda piramide.a
videlicet ad.d.est sicut sue diametri.b.ad diametꝝ alterius ꝓportio triplicata.hoc
aũt est impossibile .nã ex hoc demõstrauim⁹ sequi ꝙ ꝑs sit maior suo toto.cũ ergo

corpus.c.nõ possit minꝰ eẽ neqꝫ maiꝰ rotunda piramide.b.erit necessario sibi eq̃/
le.ideoqꝫ ex sc̃da pte.7.quinti constat ꝓpositũ.Nõ lateat autem nos huius demon
strationis processum ad eas dũtaxat colũnas ⁊ piramides rotundas coartari qua
rum axes suis basibus perpendiculariter insistunt:tales eñi diffinite fuerũt ĩ prin
cipio vndecimi:cum tamẽ passio hic demonstrata cõmuniter conueniat omnibus
columnis rotundis similibus piramidibusqꝫ rotundis similibus siue eaꝝ axes su/
per bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclinate: ⁊ ap/
pellen̄t differentie cã hee rotunde colũne ⁊ pirammides q̃rum basibꝰ axes ortho/
gonaliter superstant erecte:relique vero dican̄t inclinate :⁊ qꝛ in principio.11.non
sunt diffinite colũne aut piramides rotunde nisi ille tm̃ quas erectas vocamꝰ:hee
quidẽ per motũ ꝑalellogrami rectanguli.illi vero per motũ trigoni rectãguli. ideo
conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas ⁊ piramides diffinitionibꝰ
cõmuniter ⁊ vniuoce conuenientibus erectis ⁊ inclinatis columnis ⁊ piramidibus
rotundis.Cum igit̄ extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctꝰ qui
cũ circũferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato
puncto manente fixo descripto circulo quousqꝫ ad locum vnde moueri inceperit.
circũducat̄:corpus qđ a curua sup̱ficie quã motu suo describit hec linea ⁊ ab ipso
circulo cui circũducit̄ cõtinet̄ voco piramidẽ rotundã.et circulũ cui linea hec circũ
ducitur voco basim ipsius piramidis.fixum aũt punctũ extra circulũ sup̱ficiem si/
gnatũ voco conũ piramidis:lineamqꝫ rectã cõtinuantẽ centrũ basis cũ cono pira
midis appello axem seu sagittã piramidis.Cunqꝫ hec sagitta fuerit perpendicula/
ris ad basim dico piramidẽ esse erectam.cũ vero inclinata dico etiã piramidẽ incli
natam.cum aũt fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistanti
bus quos vna plana sup̱ficies ꝑ eoꝝ centra transiens secuerit fuerintqꝫ continua
te per lineã rectã due relatiue sectiones duarum circũferentiarum ipsoꝝ circulorũ.
Si linea hec in circũferentijs ipsoꝝ circuloꝝ equidistanter sitũ a quo moueri ince/
perit quousqꝫ ad locũ suum redeat circũducat̄:corpus qđ a curua sup̱ficie quã mo/
tu suo describit hec linea ⁊ a duobus ꝓpositis circulis continet̄:voco columnã ro/
tundam.cuius axis siue sagitta ẽ linea recta centra duoꝝ circuloꝝ cõtinuans. Et
cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusqꝫ duorum circulo/
rum:dico columnam esse erectam.Cum vero fuerit super basim inclinata dico co
lumnam esse inclinataꝫ.Cunqꝫ fuerint due rotunde piramides aut columne a qua
rum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte
fuerintqꝫ anguli quos axes ⁊ communes sectiones harum superficierum ⁊ basiuꝫ
continent ad inuicem equales: ⁊ fuerit proportio axis vnius ad axem alterius si/
cut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterıꝰ:tunc illas duas pi
ramides adinuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse.His dif
finitionibus positis demonstrandũ est ꝙ omnium duarum rotundarum pirami/
dum similium columnarũve rotundarum similium siue erecte siue inclinate fue/
rint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum ba
sis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc
autem premittimus antecedens necessarium.

Si fuerint due rotunde piramides ad inuicem similes vtranqꝫ quaꝝ

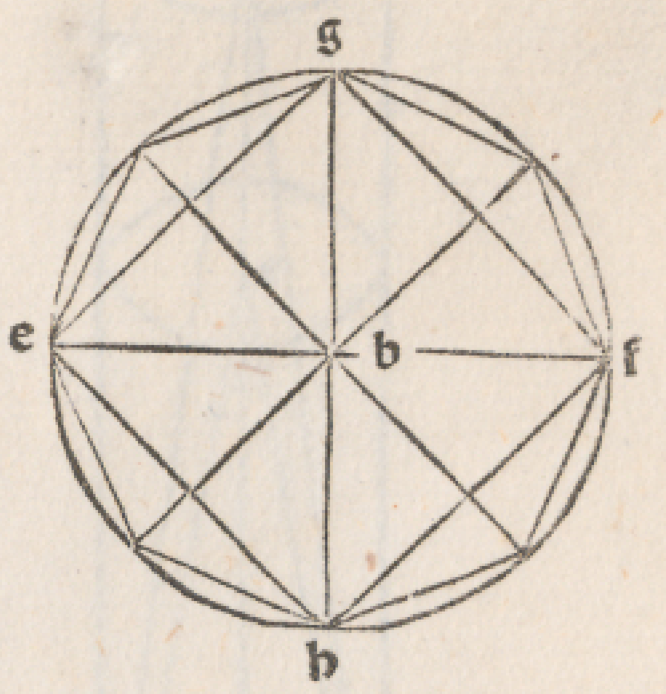






due plane superficies super axem secent fuerintqꝫ haꝝ duaꝝ supficieꝝ altera in vtraqꝫ piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes ⁊ due communes sectiones basium ⁊ earum superficieꝝ que sup bases nõ ponũt orthogonaliter erecte cõtinẽt adinuicẽ eq̃les
¶ Sint due rotunde piramides .a.b.⁊.c.d. quaꝝ bases sũt circuli .e.f.g.⁊.h.k.l. et axes due linee .a.b.⁊.c.d.⁊ diametri basiũ .e.g.⁊.h.l. centra basiũ sunt duo pũcta b.⁊.d. coni piramidũ .a.⁊.c. similes ad inuicẽ: ⁊ ab earum conis ad superficiẽ basiũ protrahant̃ vt docet .11. vndecimi libri due ppendiculares que sunt .a m.⁊.c.n. ⁊ continuentur puncta .m.⁊.n. cũ centris basiũ ꝓtractis lineis .b.m.⁊.d.n. eritqꝫ ex .18. vndecimi supficies .a.b.m. que egredit̃ ab axe .a.b. erecta sup basim piramidis .a.b. orthogonaliter. Eodẽ modo supficies .c.d.n. que egredit̃ .a.b. axe .c.d. erit erecta super basim piramidis .c.d. orthogonaliter. sint itaqꝫ duo arcus .f.g.⁊.k.l. similes: ⁊ intelligant̃ due superficies .a.b.f.c.d.k. egredi ab axibus ⁊ secare piramides .a.b.⁊.c.d. siles: dico igitur duos angulos .a.b.f.c.d.k. esse adinuicem equales. protrahant̃ eñi due linee .f.m.⁊.k.n. qꝛ igit̃ due piramides .a.b.⁊.c.d. sunt similes ⁊ due supficies .a.b.m.c.d.n. stantes orthogonaliter super bases egrediunt̃ ab earum axibus: erit ex diffinitione similiũ piramidũ angulus .a.b.m. equalis angulo .c.d.n: ⁊ qꝛ ex diffinitione linee supra supficiem ppendiculariter erecte vterqꝫ duoꝝ ãguloꝝ .a.m.b.c.n.d. ẽ rectus erunt ex .32. primi ⁊ .4. sexti duo primi trianguli .a.b.m.⁊.c.d.n. laterũ ꝓportionaliũ vt ꝓportio linee .a.b. ad lineã .c.d. sicut b.m. ad .d.n. ⁊ sicut .a.m. ad .c.n. ⁊ qꝛ ex diffinitione siliũ piramidũ ꝓportio axis a.b. ad axem .c.d. ẽ sicut semidiametri .b.f. ad semidiametꝝ .d.k. erit ex .11. quinti. proportio .b.f. ad .d.k. sicut .b.m. ad .d.n. Cumqꝫ sint duo anguli .f.b.m.⁊.k.d.n. equales eo ꝙ duo arcus .f.g.⁊.k.l. sunt similes ex ypothesi: erit ex sexta ⁊ quarta sexti proportio .f.m. ad .k.n. sicut .b.m. ad .d.n: ideoqꝫ sicut .a.m. ad .c.n. ⁊ quia iteꝝ ex diffinitione linee super superficiẽ perpendiculariter erecte vterqꝫ duorũ angulorꝝ .a.m.f.c.n.k. ẽ rectus: erit ex sexta ⁊ quarta sexti ꝓportio .a.f. ad .c.k. sicut a.m. ad .c.n. ideoqꝫ per .11. quinti sicut .a.b. ad .c.d. ⁊ sicut .b.f. ad .d.k. igit̃ ex quinta sexti duo anguli .a.b.f.⁊.c.d.k. sunt adinuicem equales quod est propositum.
¶ Idem ꝓbabis leuiter de rotũdis columnis similibus: hoc itaqꝫ demonstrato dico ꝙ omnium duarum rotundarum piramidum similium quecunqꝫ fuerint siue erecte siue inclinate ẽ proportio vnius earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius due rotunde piramides .a.⁊.b. quarum bases sunt circuli .a.⁊.b.⁊ horum circulorum diametri sint etiam .a.⁊.b. sitqꝫ proportio piramidis .a. ad corpus .c. sicut diametri .a. ad diametrum .b. proportio triplicata. non erit igitur corpus .c. minus neqꝫ maius rotunda piramide .b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis .d. ita ꝙ duo corpora .c.⁊.d. pariter accepta sint quantum rotunda piramis b. ab axe igitur piramidis .b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum .b. Sitqꝫ communis sectio huius superficiei et circuli .b. linea e.f. transiens per centrum .b. que erit diameter circuli .b. ⁊ protrahatur inter circulum .b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit .g.h. Sicqꝫ inscribatur circulo .b. quadratum .e.g.f.h. ⁊ a rotunda piramide .b. intelligatur

detrahi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum:que vt probatum ē supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius de/ trahantur piramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionū cir/ culi.b. fiatq3 hoc totiens quousq3 residuum sit rotunde piramidis. b.minus cor/ pore.d.ex prima decimi. Eritq3 ex conceptione laterata piramis detracta quam componūt laterate partiales piramides detracte maius corpore.c.tunc ergo pro deat ex axe piramidis.a.superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circu/ culum.a.⁊ sit cōmunis sectio huius superficiei ⁊ circuli.a.linea.k.l.que ob hoc erit diameter circuli.a.protrahatur aūt in circulo.a.alia diameter secans hanc ortho/ gonaliter que sit.m.n.sicq3 inscribatur in circulo.a.quadratū.k.m.l.n.⁊ diuiden/ do arcus portionū circuli.a.per equalia ꝑficiatur in circulo.a.poligoniū simile illi quod est inscriptum circulo.b.⁊ ad singulos angulos huius poligonij demitte line as rectas a cono piramidis.a.ꝑficiens super illud poligonium lateratam pirami/ dem eque altā piramidi.a.hanc aūt lateratā piramidē ꝓbabis esse similē laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.quod hoc modo facies ꝓduces axes co/ gitatione vel actu vtriusq3 in vtrisq3 piramidib⁹ .a.⁊.b.⁊ a centris basium ꝓtra/ has lineas rectas ad omnes angulos inscriptoꝝ poligonioꝝ. Eruntq3 ex premisso antecedente omnes anguli quos cōtinet axis piramidis.a.cum singulis lineis du ctis a centro circuli.a.ad angulos poligonij sibi inscripti equales suis relatiuis an gulis quos continet axis piramidis.b.cū singulis lineis ductis a centro circuli.b. ad āgulos poligonij sibi inscripti. Et q2 ex diffinitione rotundaꝝ piramidū similiū proportio axis piramidis.a.ad axem piramidis.b.est sicut semidiametri circu/ li.a.ad semidiametrū circuli.b.sequitur ex sexta ⁊ quarta sexti ⁊ diffinitionib⁹ simi lium superficierū ⁊ similiū corporum ꝙ due laterate piramides.a. ⁊.b. sint siles. Cetera argue sicut prius in decimo.constat itaq3 de omnibus rotundis piramidi/ bus similibus ꝙ proportio eaꝝ sit sicut diametroꝝ suaꝝ basium triplicata.⁊ quia omnis columna rotunda ē tripla ad suā piramidē.hoc eni sufficiēter ē demōstratū siue colūne ⁊ sue piramides fuerint erecte siue inclinate: sequit̃ ex.15.quinti vt etiā quarumlibet columnaꝝ rotundaꝝ siliūm sit proportio sicut suaꝝ diametroꝝ tri/ plicata.



Propositio .11.

Omnes duas rotundas piramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est.

¶ Supra duos circulos.a.⁊.b.statuantur ut prius due rotunde pi/ ramides eque alte que dicant̃ siliter.a.⁊.b.⁊ due rotunde columne eque alte eisdē litteris ascripte .a.⁊.b.dico itaq3 ꝙ ꝓportio duaꝝ piramidū .a.⁊ .b.duarūq3 colūnaꝝ.a.⁊.b.ē sicut duoꝝ circuloꝝ.a.⁊.b.quod de columnis mani festum erit si hoc prius de piramidibus demōstrabit̃ omnis eni rotunda columna tripla ē ad suam piramidem: de piramidibus autem cōstabit indirecta demōstra/ tione hoc modo. Est eni ex cōi scia ꝓportio rotunde piramidis.a.ad aliqd corpus sicut circuli.a.ad circulū.b.illud corp⁹ sit.c.dico itaq3 ꝙ corp⁹ .c.nō pōt eē maius neq3 min⁹ rotūda piramide.b.sit eni ꝑmo min⁹ q̃ntitate corpis.d.igit̃ circlo. b.in scribat̃ q̃dratū ⁊ detrahat̃ a rotunda piramide.b.piramis laterata cuius sit basis quadratū circulo.b.inscriptū ⁊ ex portionibus piramidib⁹ detrahant̃ piramides

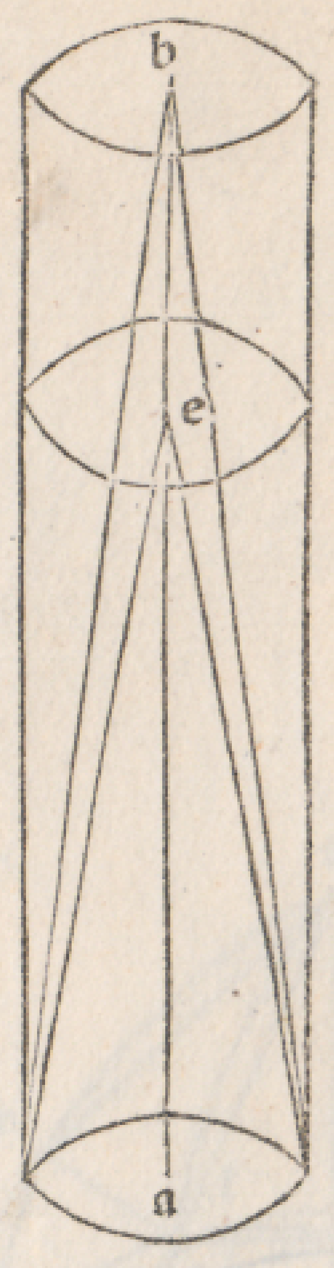
super trigonos portionum circuli consistentes fiatq3 hoc totiens quousq3 sit ex pi
ramide.b.residuum minus corpore.d.eritq3 laterata piramis detracta quã com/
ponunt partiales piramides detracte maior corpore.c.inscribatur ergo circulo.a.
poligonium simile illi poligonio quod est basis laterate piramidis.b. ꝛ perficiat̃
super ipsum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate.a .ad an/
gulos poligonij inscripti.Eruntq3 due laterate piramides.a.ꝛ.b.eque alte.hoc eñ
est propositum de rotundis :quare proportio laterate piramidis.a.ad lateratã pi
ramidem.b.est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut poligonij.a.ad poli
gonium .b .hoc enim demonstratum est in sexta huius .at vero poligonij. a. ad
poligoniũ .b.ẽ sicut circuli.a.ad circulum .b.quod manifestum ẽ ex prima ꝛ secun
da huius:itaq3 laterate piramidis.a.ad lateratã piramidem.b.sicut rotunde pira
midis.a.ad corpꝰ.c.q̃re permutatim laterate piramidis.a.ad rotundam pirami/
dem.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.cumq3 sit laterata piramis.b.ma/
ior corpore.c.sequitur lateratam piramidem.a.esse maiorem rotunda piramide
a.hoc autem impossibile:est enim pars eius:non erit ergo corpus.c.minus rotun
da piramide.b.Si vero ponat aduersarius ꝙ sit maius demõstrabimus. rursum
idem impossibile consequi:erit enim per conuersam proportionalitatem ꝓportio
corporis.c.ad rotundam piramidẽ.a.sicut circuli.b.ad circulum.a.sit quoq3 eadẽ
rotunde piramidis.b.ad aliquod corpus qd̃ sit.d.cum igiť corpus.c.sit maius ro
tũda piramide.b.per ypothesim:erit ex.14.quinti rotunda piramis.a.maior cor
pore.d.itaq3 proportio circuli.b.ad circulum.a.erit sicut rotunde piramidis.b.ad
quoddã corpus minus rotunda piramide .a.sed hoc demõstratũ ẽ prius esse im/
possibile .sic enim sequiť ꝙ pars sit maior suo toto.non est igiť corpꝰ.c. neq3 minꝰ
neq3 maius rotunda piramide.b.sed tm̃ equale.itaq3 ex scd̃a parte septime quinti
conclude propositum. Vt aũt facilius incõcussiusq3 demonstrareť qd̃ sequitur:ad
ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnam equidistanter basi eiꝰ
secuerit:erunt duo partialia corpora que ad illam secantem sup̃ficiem
terminantur portionibus axis columne proportionalia.

¶ Simile ẽ hoc ei quod ꝓposuit.25.vndecimi libri de solidis paralellogramis nec
solum verum est hoc de columnis rotundis imo simpliciter de omnibus columnis
siue laterate fuerint siue rotunde.Qd̃ qui argumentationem prime sexti vel.25.vn
decimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit:hic eñ nõ aliter q̃3 ibi ex diffi/
nitione incontinue proportionalitatis que posita ẽ in prohemio quinti libri argu/
endum est propositum.Attendere aũt oportet ꝙ quecunq3 superficies secat colũ/
nam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficiei basis eius
opposite.nam quecunq3 superficies vni superficiei sunt equidistantes ipse quoq3
sunt equidistantes adinuicem ut ex his que dicta sunt ex decimasexta vndeci/
mi libri didicisti :quare manifestum est ꝙ omnes rotunde columne quarum sunt
bases eq̃les altitudinibꝰ suis sunt proportionales: Idem quoq3 de lateratis.idem
quoq3 de piramidibus rotundis:ꝛ etiam de lateratis quod de piramidibus cõsta/
bit si prius de columnis probetur.Est enim omnis columna triplex ad suam pi/
ramidem rotunda quidem ex nona huius:laterata vero ex his que supra in octa/
ua demnostrata sunt

Propositio .12.

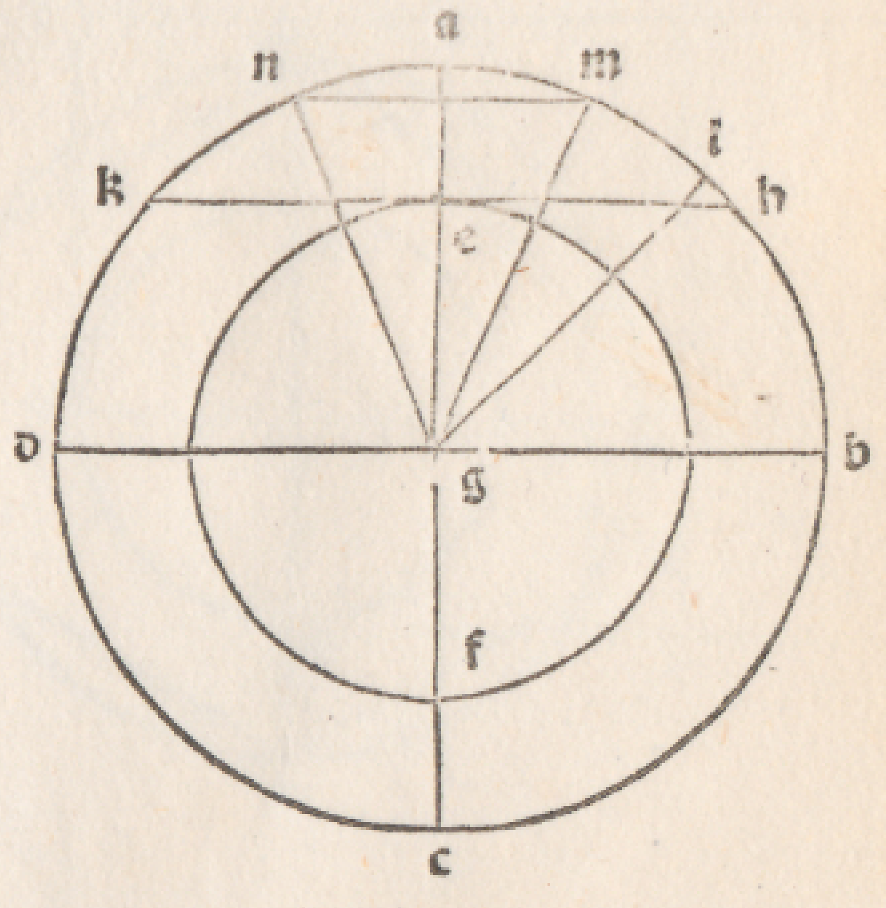
Si due piramides rotunde siue columne fuerint eq̄les sue bases ⁊ altitudines erūt mutue. Si vero sue bases ⁊ altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue colūnas eq̄les eē necesse ē. ¶ Altitudinē piramidū determinant linee a conis ad bases ꝑpendiculariter descēdentes: colūnaꝝ autem a supremis earū sup̄ficieb⁹ ad bases. Sint itaq3 due rotūde piramides .a. b. ⁊ .c. d. eq̄les: dueq3 rotūde colūne .a. b. ⁊ .c. d. eq̄les: sintq3 cōes bases tam piramidū q̄3 colūnaꝝ duo circuli .a. ⁊ .c. cōes quoq3 altitudines tam piramidū q̄3 colūnaꝝ determinate ꝑ lineas .a. b. ⁊ .c. d. dico ꝙ ꝓportio circuli .c. ad circulum .a. ē sicut altitudinis .a. b. ad altitudinē .c. d. ⁊ ecōuerso. hoc aūt si de colūnis ꝓbatū fuerit de piramidibus certū erit: qm̄ ois colūna rotūda tripla ē ad suā piramidē. si itaq3 due altitudines .a. b. ⁊ .c. d. fuerint eq̄les ex p̄missa cōstat ꝓpositū. Si aūt ineq̄les sit .a. b. maior sumaturq3 .a. e. eq̄lis .c. d. ⁊ secet̄ colūna .a. b. a sup̄ficie .e. equidistāter basi ei⁹ .a. erit q3 ex p̄misso antecedente colūna .a. b. ad colūnā .a. e. sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e. iōq3 ex prima pte .7. quinti colūna .c. d. ad colūnā .a. e. sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e. quare ꝑ scōam ptē .7. quinti sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .c. d. ex premissa aūt ē colūna .c. d. ad colūnā .a. e. sicut circulus .c. ad circulū .a. itaq3 ꝑ .11. quinti ē altitudo .a. b. ad altitudinē .c. d. sicut basis .c. ad basim .a. constat igitur prima ps. Scōa cōuerso mō cōstabit eadē dispositione manēte. sit eni vt basis .c. ad basim .a. sic altitudo .a. b. ad altitudinē .c. d. dico ꝙ due colūne .a. b. ⁊ .c. d. sūt eq̄les. erit eni ex scōa pte .7. quinti altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e. sicut basis .c. ad basi3 .a. ⁊ q2 ex p̄missa colūna .c. d. ad colūnā .a. e. ē sicut basis .c. ad basi3 .a. ⁊ ex p̄missa antecedente colūna .a. b. ad colūnā .a. e. sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e sequit̄ ex .11. quinti vt colūna .c. d. ad colūnā .a. e. sit sicut columna .a. b. ad eandem .a. e. igitur ex prima pte .9. quinti due colūne .a. b. ⁊ .c. d. sunt equales: quare cōstat etiā secunda pars.

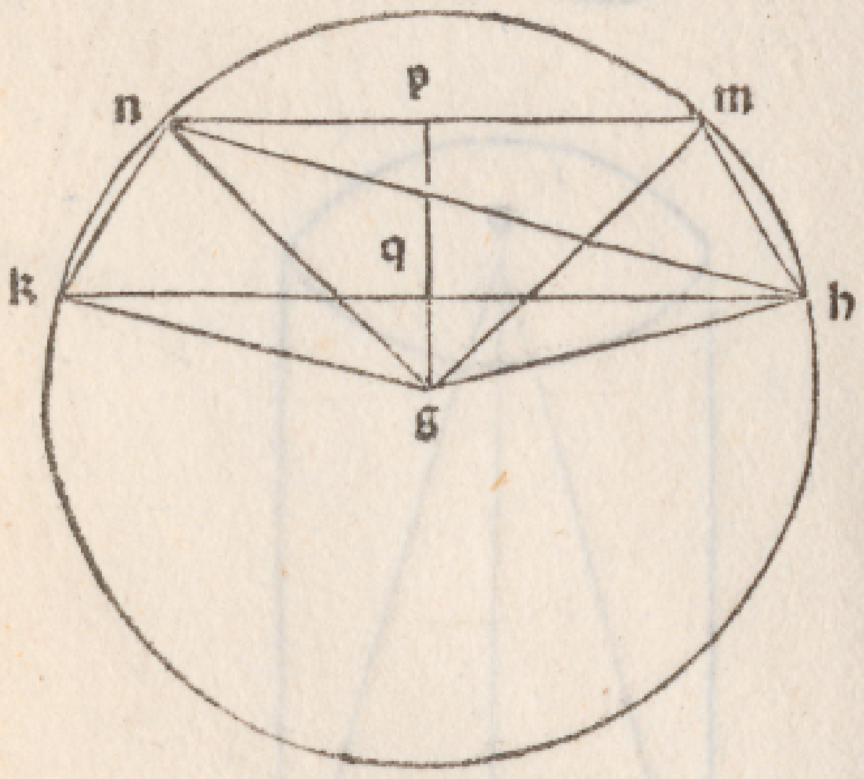


Propositio .13.

Cum ꝓpositi fuerit duo circuli ab vno cētro circūducti superficiē multiangulā equaliū lateꝝ circulū minorē minime tangentiū intra circulum maiorem describere.

¶ Sint duo circuli .a. b. c. d. ⁊ .e. f. ab vno cōi cētro qd̓ sit .g. circūducti. dico ꝙ intra maiorem qui sit .a. b. c. d. possibile ē vnū poligoniu3 qd̓ sit equilateꝝ describi minorē circulū qui ē .e. f. nullo suoꝝ lateꝝ tangens. Quadrent̄ eni hi duo circuli duabus diametris sup̄ centꝝ ipsoꝝ orthogonaliter seinuicē secantibus que sint .a. c. ⁊ .b. d. sitq3 .e. f. diameter minoris ps diametri .a. c. q̄ ē diametri maioris. sicq3 igit̄ a puncto .e. ducat̄ vtrinq3 vsq3 ad circūferentiā maioris linee orthogonaliter super diameꝝ .e. f. que occurrat circumferentie maioris hinc quidē ī puncto .h. inde vero in puncto .k. eritq3 ex correlario .15. tertij linea .h e .k. contingens circulum minorē: postea vero quadrantē .a. b. maioris circuli diuide per equalia in puncto .l. sc̓dū doctrinam .29. tertij: dehincq3 rursus arcum .a. l. ꝑ equalia ad punctum .m. cumq3 hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcū qui minor erit arcu .a. b. sitq3 hic .a. m. hoc autē idcirco necessarium est q2 cu3 fuerint due quātitates īeq̄les si a maiori eaꝝ demat̄ ei⁹ dimidiū. iteq3 a residuo dimidiū possibile ē hoc totiēs fieri quousq3 tādē mior miore eaꝝ relinq̄t̄ quēadmodū ī p̄ma .10. demōstratū ē. cū igit̄ sic diuidēdo ad arcū q̄ntulumcūq3 miorē .a. b. fuerit



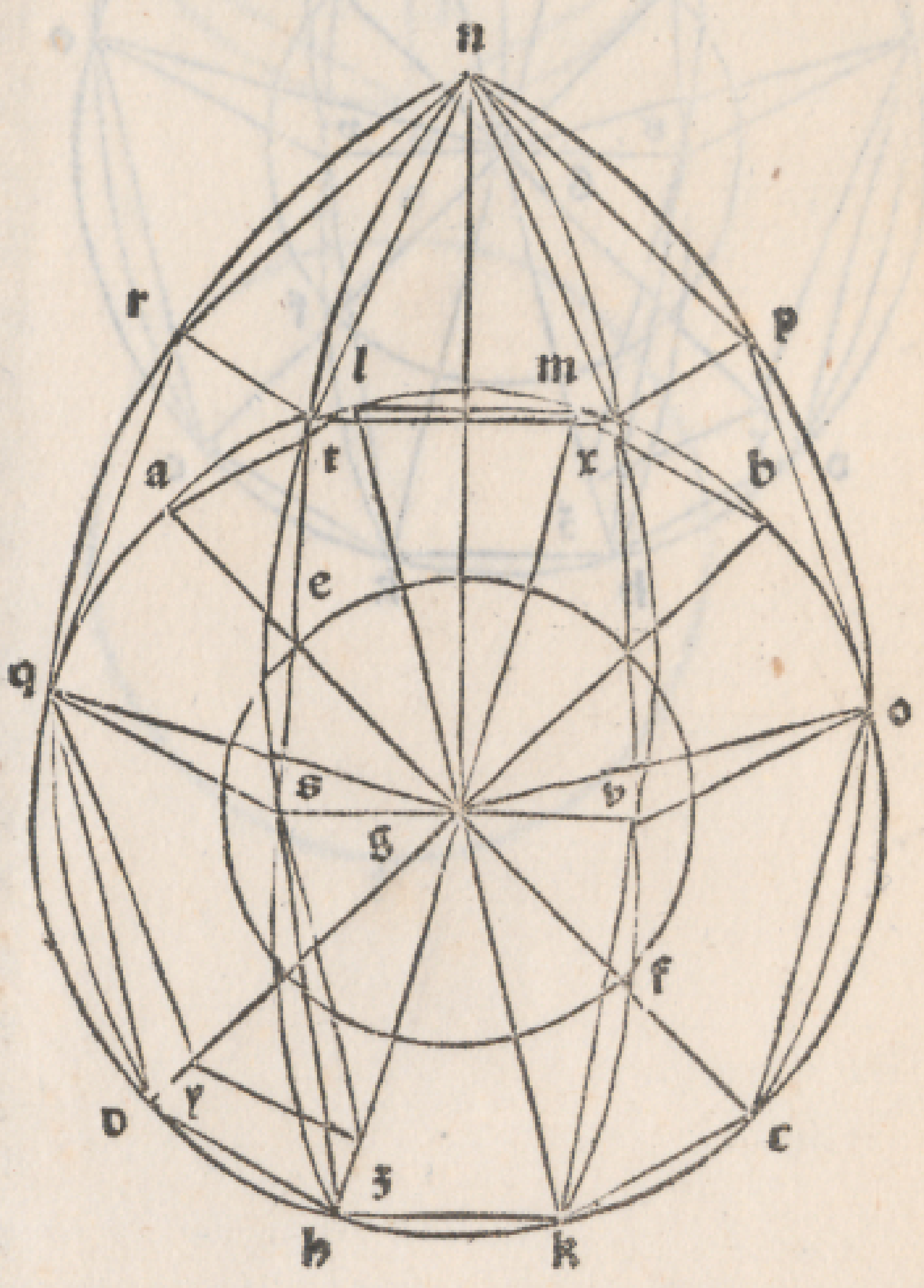


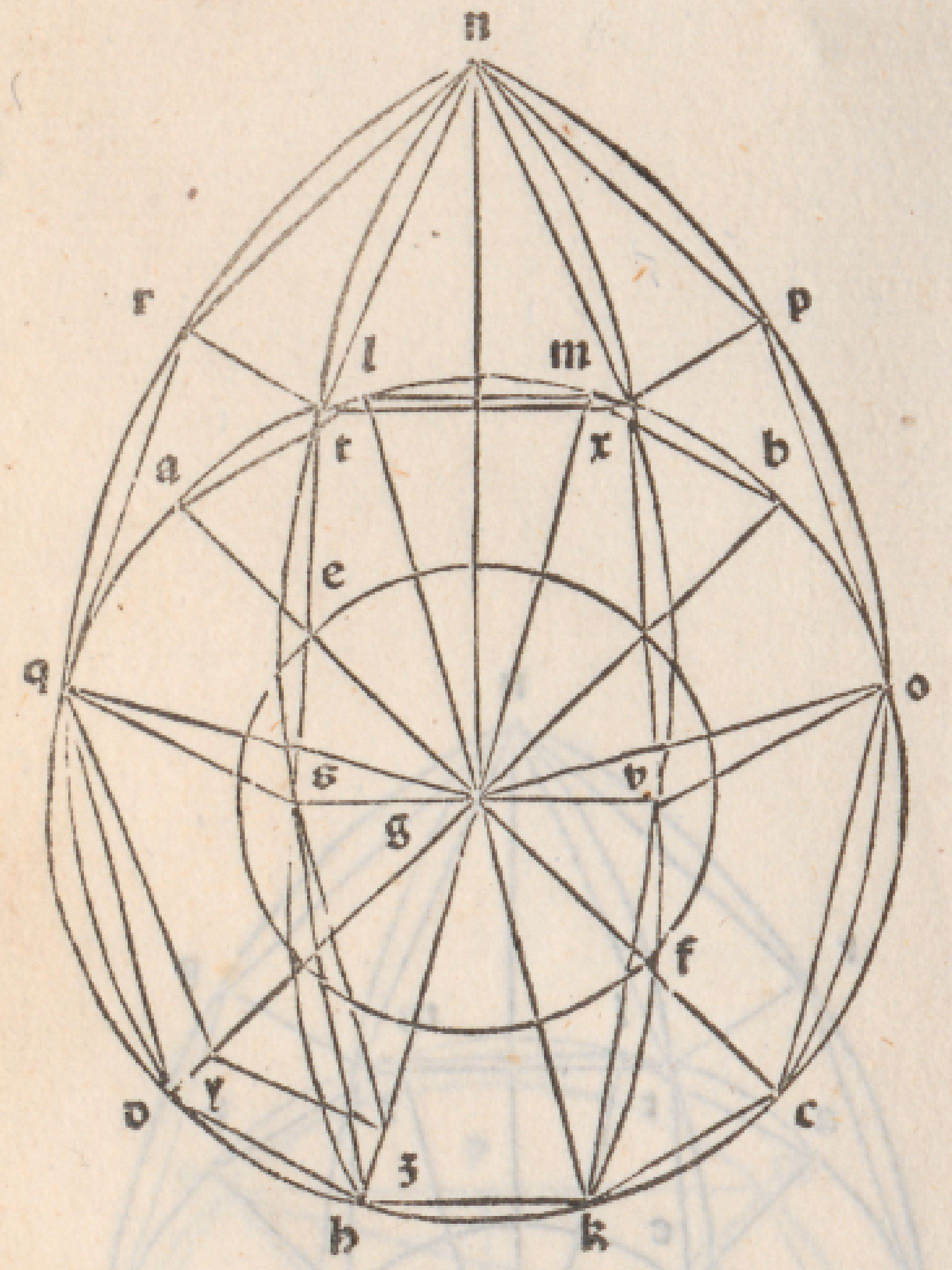
deuentū cuiusmodi est arcus hic.a.m.sumatur arcus.a.n.equalis arcui .a.m.du/
canturq; due linee.a.m.⁊.n.m.quia igitur arcus.a.k.est equalis arcui. a.b.quod
ex secunda parte tertie tertij ⁊ quarta primi ⁊.28. tertij manifestum ē ⁊ quia arcus
a.n.est equalis arcui.a.m.erit ex cōmuni scientia arcus.n.k.equalis arcui.m .b.
ergo due linee.m.n.⁊.k.b.sunt equidistantes ergo linea.m.n.non poterit tange/
re circulū.e.f.q̄re multo fortius neq; linea.a.m.potest ipsum tangere: ¶ Quoniaz
igitur constat circulum.a.b.c.d.diuisibilem esse per arcus equales arcui.a.m.iōq;
per.28.tertij sil' cōstat itra ipsū circulū posse chordulas eq̄les chordule.a.m.conti/
nue coaptari circulum ipsum poligonie chordantes.manifestū est itra circulū ma/
iorē posse vnū poligoniū equilaterū cuius vnū latus ē linea .a.m. inscribi ⁊ quia
linea.a.m.nō contingit circulum minorē p; ex prima pte.13. tertij et diffinitione
linearum a centro circuli equaliter eq̄distantium q̄ inscriptū poligoniū nullo late/
rū suoꝝ tangit circulū minorē qd̄ est propositū. ¶ At quid dubitas duas lineas.m
n.⁊ k.b.eē eq̄distantes cū sint duo arcus.n.k.⁊.m.b.equales: hoc aūt incōcussaz
veritatē sortitum est q̄ due linee circulū vnū nō aūt se inuicē secantes: si ex circum
ferentia equales arcus hincinde lineis ipsis inter sint erunt equidistantes: duc qui
dem a centro.g.lineā.g.p.ꝑpendicularē ad lineā.m.n.que secet lineā.b .k.i pun/
cto.q.⁊ protrahe lineas.g.m.g.n.g.k.g.b.⁊ duobus arcubus:n.k.⁊.m.b.subten
de duas chordas que etiā dicant̄.n.k.⁊.m.b.erūtq; ex.28.tertij hec chorde eq̄les
n.k.⁊.m.b.eo q̄ arcus equales ⁊ per secūdā ptē tertie eiusdē tertij erit linea.n.p.
equalis linee.m.p.cum igitur vterq; duoꝝ angulorum qui sunt .a. d.p. sit rectꝰ ex
diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus.n.p.g. equalis angulo
p.g.m. At vero per.8.primi angulus.k.g.n.ē equalis angulo.b.˝g.m. itaq; p cō/
munem scientiā que ē si equalibus equalia addas tota erunt equalia.erit angulus
k.g.q.equalis angulo.q.g.b. ideoq; per quartā primi linea.k.q erit equalis linee
q.b.quare p primā partē tertie tertij linea.g.q.erit perpendicularis ad lineā.k.b.
igitur ex prima pte.28.primi due linee.n.m.⁊.k.b.sunt equidistantes ⁊ hoc est qd̄
dubitare conquestus es. ¶ Hoc eni idem aliter demōstrare est possibile ducat̄ eni
linea.n.b.eritq; ex vltima sexti angulus.b.m.n.equalis angulo.n. b.k. eo q̄ ar/
cus.b.m.est equalis arcui.n.k.ideo ex.27.primi linea.m.n.erit equidistans linee
b.k.Conuersam quoq; si libuerit conuerso modo probabis.si enim.linea.m.n.est
equidistans linee.b.k.erit arcus.n.k.equalis arcui .m.b.erunt eni ex prima par/
te.29.primi duo anguli.b.m.n.⁊.n.b.k.equales.ideoq; ex vltima sexti duo arcus
n.k.⁊.m.b.erunt etiam equales.

Propositio .14.

Duabus speris vnum centrum habentibus propositis in/
tra maiorem earum solidum multarum basium superfici/
em minoris spere minime tangentiū figuraliter cōstituere
Quo constituto si in minori spera siue in qualibet alia spe
ra simile corpus intelligibiliter constituatur erit propor/
tio corporis multarum basium intra maiorē speram constituti ad cor
pus multarum basium intra minorem speram vel aliam constitutam
sicut diametri maioris spere ad diametrum minoris vel alterius spere
proportio triplicata.

¶ Sint proposite due spere.a.b.c.d.⁊.e.f.vnum atqȝ idem centrum quod sit.g.
habentes ⁊ sit maior earum spera.a.b.c.d.minor vero spera.e.f. volumus autem
intra maiorem earum vnum corpus multarum basium constituere: de quibꝰ non
intendimus ꝙ ipse bases sint equales aut similes sed ꝙ nulla earum tangat super
ficiem minoris spere. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranqȝ
propositarum sperarum vna plana superficie per cõmune centrum earum transe/
unte: eruntqȝ ex diffinitione spere ⁊ diffinitione circuli cõmunes sectiones huius
secantis superficiei ⁊ superficierum sperarum propositaꝝ linee continentes circu/
los.sint itaqȝ duo circuli.a.b.c.d.⁊.e.f.quorum centrum est centrum spere de quo
propositum est ꝙ ipsum sit.g. Quadrabimus igit̃ hos duos circulos duabus dia
metris se supra cõe centrũ eorũ orthogonaliter secantibus que sint.a.c.⁊.d.b.po/
stea maiori circulo ꝫm precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilate/
rum nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa
inscripsisse duodecagonum equilaterum ita ꝙ in quadrante ipsius maioris circu/
li qui est.c.d.sint tria latera huius duodecagoni que sint chorde.d.h.h.k.⁊.k.c.
que cum sint equales erunt quoqȝ ex prima pte.27.tertij arcus earum equales: de/
hinc a duobus punctis.h.⁊.k.que sunt extremitates medie chorde producemus
duas diametros que sunt.h.m.⁊.k.l.⁊ super centrum.g.erigemus lineam.g.n.
perpendicularem ad superficiem circuli.a.b.c.d.quã producemus quousqȝ obuiet
superficiei spere maioris super punctum.n.deinde intelligam quatuor superficies
secantes speras propositas: quarum vnaqueqȝ secet eas super lineam.g.n.sed pri/
ma earum supra lineam.g.n.⁊ diametrum.d.b.secũda super lineam.g.n.⁊ diame
trum.h.m.tertia vero super lineam.g.n.⁊ diametrum.k.l.quarta autem super li/
neam.g.n.⁊ diametrum.c.a.eruntqȝ ex diffinitionibus spere ⁊ circuli cõmunes se
ctiones harum superficierum ⁊ superficiei spere maioris linee continentes circu/
los ⁊ erũt portiones inscripte vt inter punctũ.n.⁊ quatuor puncta que sũt.d.h.k.
c.quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt.d.n.h.n.⁊.k.n.⁊.c.n. hoc
autem ideo euenit ꝙ omnes anguli quos continet linea.g.n.cum vnaquaqȝ dia/
metrorum protractarum in superficie circuli.a.b.c.d.sunt recti ex diffinitione li/
nee perpendicularis ad superficiem: recti vero anguli in centro quarte circumferen
tie subtendantur.quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autẽ cir
culorum equalium manifestum est ꝙ vnusquisqȝ hoꝝ q̃tuor circuloꝝ ẽ equalis cir
culo.a.b.c.d. Nam diameter omnium ipsoꝝ ẽ diameter spere maioris. igit̃.p.15.
quinti q̃drantes eorũ sunt equales: quare quinqȝ arcꝰ qui sunt.d.n.h.n.k.n.c.n.⁊
d.c.sunt equales: i vnoquoqȝ ergo q̃tuor q̃drantiũ circuloꝝ erectoꝝ coaptent̃ ypo/
themisales chorde quaꝝ q̃libȝ sit eq̃lis chorde circuli ꝓstrati q̃ sũt latera poligonij
sibi inscripti ⁊ ẽ vna eaꝝ chorda.d.h.sintqȝ i p̃mo quidẽ.d.q.q.r.⁊.r.n.in secũdo
vero.h.s.s.t.⁊.t.n.in tertio autẽ.k.u.u.x.⁊.x.n.⁊ in quarto sint.c.o.o.p.⁊.p.n.
⁊ protrahant̃ corausta cõiũgẽtes capita ypothemisaliũ chordaꝝ q̃ sint.q.s.s.u.u.o
⁊.r.t.t.x.x.p.vides igitur quarte parti supioris hemisperij maioris spere que qui/
dem quarta pars ẽ.d.n.c.iscriptum ẽe corpus.9.basium quarũ tres que coeunt in
puncto.n.sunt triangule: cetere autẽ sunt quadrangule.suntqȝ harum quadrangu
larum superficierum ypothemisalia latera equalia.sed non equidistantia. Corausti
autẽ inter quosqȝ duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicẽ ⁊ chorde cir
culi prostrati sed non sunt adinuicem equales. hoc aũt scies si perpendiculares a

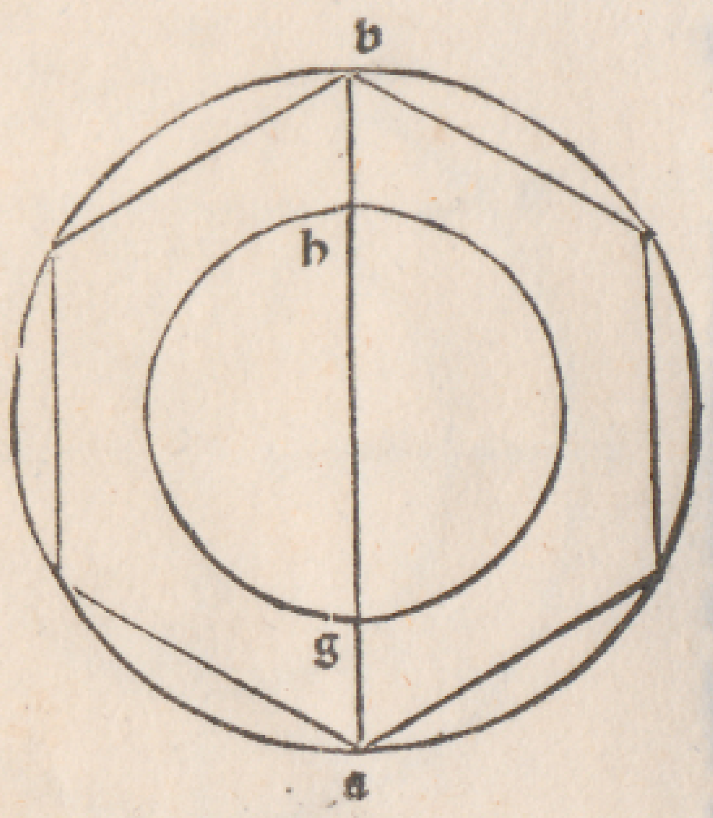




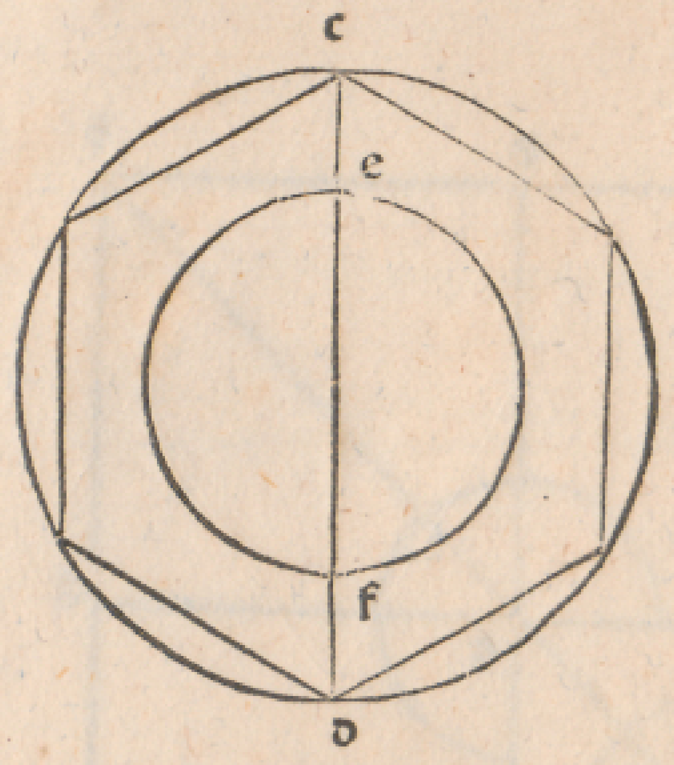
coraustoꝝ extremitatibꝰ ad superficié circuli iacétis demiseris. de quibus ꝯstat ꝙ ipse cadent super diametros circuloꝝ quos corausti ꝯtinuát qd ex demóstratis in 13.11. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. f. demisse due perpendiculares. q. y. ⁊. f. z. cadentes in diametris. d. b. ⁊. h. m. ⁊ ꝓtrabá tur linee. q. g. ⁊. y. z. eruntqꝫ ex quarta sexti duo trianguli. q. y. d. ⁊. f. z. b. siles quare proportio duarum perpendicularium. q. y. ⁊. f. z. erit sicut duaꝝ cordaꝝ. q. d. ⁊. f b. cumqꝫ sint corde equales erunt etiá ⁊ ꝑpendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. 11. ergo ex. 33. primi coraustꝰ. q. f. est equalis ⁊ equidistans linee. y z. ⁊ quia ex scda pte scde sexti linea. y. z. é equidistans corde. d. b. ⁊ io minor. e. a. sequitur ex. 9. vndecimi ut coraustus. q. f. sit etiá equidistás corde. d. b. ⁊ mior ea ex conceptione. Cum itaqꝫ corde que sunt latera poligonij inscripti in circulo iacenti ⁊ ipse sunt oés equales corde. d. b. nó tangát sperá minoré: necesse est ut nulluz latus harum basium corporis inscripti siue quadrangule sint siue trigóne tágat eandem minorem sperá cú oia hec latera sint ipsis cordis equalia aut minora. Simpliciter auté dico ꝙ nulla etiá harú basiú de quibus omnibus manifestum est ex secunda pte scde. 11. ꝙ ipse sunt tote in superficie vna potest aliquo sui puncto contingere minorem speram eo ꝙ omnis linea recta ducta super quélibet punctum cuiusqꝫ earum equidistanter corausto minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quartaruz maioris spere tam superioris hemisperij q̄ȝ inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisqꝫ superficiebus subtexantur: eritqꝫ maiori spere corpus. 72. basium superficiem minoris spere minime tangentium quemadmodú ꝓpositú fuerit inscriptú Dico insup ꝙ si in alia qualibet spera simile corpus statuat̄ erit ꝓportio vnius ad alteꝝ sicut diametri vnius spere ad diametrú alterius triplicata erunt enim ex. 72. basis vtriusqꝫ corꝑis bases totidem lateratarꝝ piramidú quaꝝ omnium vertices erunt in centris ipsaꝝ speraꝝ has auté piramides perficies. si a singulis angulis inscriptoꝝ corpoꝝ que sút extremitates cordaruz ⁊ coraustoꝝ lineas ad centra speraꝝ produxeris. Stude itaqꝫ ex diffinitione silium corpoꝝ ꝓbare cúctas piramides vniꝰ eé siles suis relatiuis piramidibus alterius. Quo ꝓbato erit ex. 8. huius ꝓportio vniuscuiusqꝫ earum vniꝰ ad suá relatiuá alterius sicut ꝓportio semidiametroꝝ speraꝝ ipsarum triplicata. sunt eni semidiametri speraꝝ latera cunctaꝝ piramidum. At qꝛ semidiametrorum ⁊ diametrorum est ex. 15. quinti vna ꝓportio ex. 13. eiusdem facile concludes propositum.

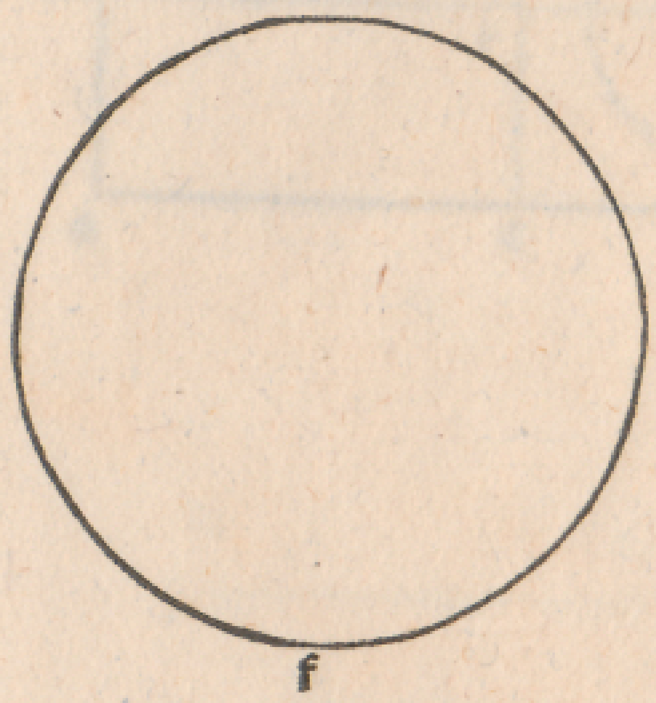
Propositio .15.

Omnium duarum sperarum est proportio alterius ad alteram tanquá sue diametri ad diameteꝝ alterius proportio triplicata.



¶ Sint due spere. a. b. ⁊. c. d. quarum diametri sint. a. b. ⁊. c. d. dico ꝙ proportio earum est sicut suarum diametroruȝ ꝓportio triplicata Cuius demonstratio est qm̄ neqꝫ ad minoré sperá q̄ȝ sit spera. c. d. neqꝫ ad maioré est proportio spere. a. b. sicut diametri. a. b. ad diameteꝝ. c. d. triplicata. Esto quidé ꝓportio spere. a. b. ad speram. e. f. sicut diametri. a. b. spere. a. b. ad diametrú. c. d. triplicata: demonstrabo itaqꝫ ꝙ spera. e. f. non potest esse minor neqꝫ maior q̄m spera. c. d. si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor eam indui a spera. c. d. ⁊ circúduci ab eodem centro ⁊ inscribam spere. a. b. qd etiá nomine



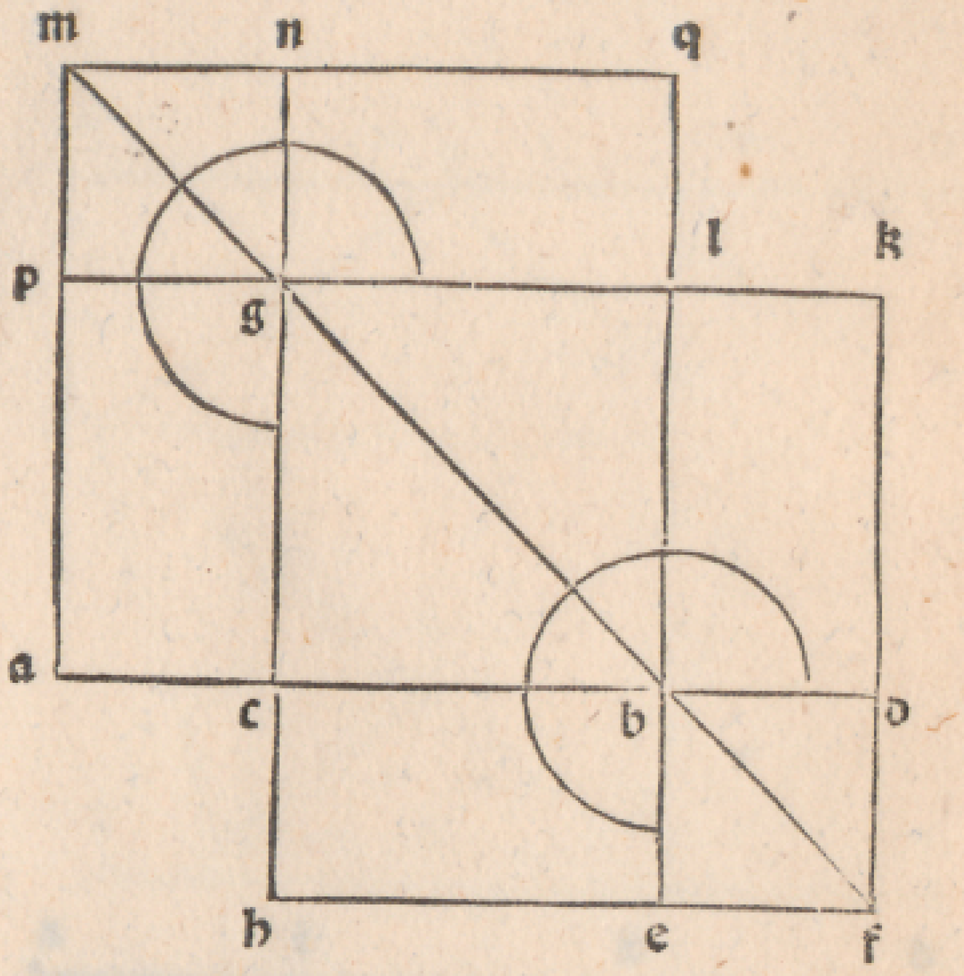


sue spere dicat̃.a.b.ꝯstat itaq; ex scđa ꝑte p̄misse ⁊.11.quīti ꝙ ꝓportio spere.a.b.
ad sperā .e.f.ē sicut corpis mltaꝝ basiū qđ ē.a.b.ad corp⁹ multaꝝ basiū:qđ ē.c.d.
vtraq; eni ē sicut diameter. a.b.ad diametrū.c.d.triplicata:hec aūt ex ypothe.illa
vero ex scđa ꝑte p̄misse:quare ꝑmutatim ꝓportio spere .a.b.ad corpus multarum
basium.a.b.ē sicut spera.e.f.ad corpus multaꝝ basium.c.d. cū igit̃ spera.a. b.sit
maior corpore multaꝝ basiū.a.b.erit etiā spera.e.f.maior corpore multaꝝ basium
c.d.hoc aūt est impossibile.nā ipsa est pars ei⁹:nō ē ergo spera.e.f.est minor spe/
ra.c.d.Si aūt dicat aduersarius eā esse maiorē cōfutabimus ipsū hoc modo: erit
eni per cōuersā proportionalitatē spera. c.f. ad sperā.a.b. sicut diametir.c.d.ad
diametrum.a.b.triplicata.sit itaq; eadem spere.c.d.ad speram.g.h.eritq; ex. 14:
quinti spera.g.h.minor spera.a.b.co ꝙ spera.c.d.posita est minor spera .e.f.q̃re
ꝓportio spere.c.d.ad aliquā sperā minorē spera.a.b.est sicut diametri .c. d.ad di
ametrum .a.b.triplicata .At hoc est impossibile:nam ex hoc sequit̃ ꝙ ps sit maior
suo toto ut demonstratū est prius.itaq; spera.e.f.nō est maior neq; minor q̃; spe
ra.c.d.igitur ex.7.quinti conclude propositā conclusionē que imponit finem libro
duodecimo. Explicit liber Duodecimus Incipit liber Terciusdecimus.

Propositio .1.

Cum diuisa fuerit linea scđm proportionem
habentem mediū duoq; extrema:si maiori
portioni linea in longum addatur equalis
dimidio ipsius linee proportionaliter diui
se:quadratū linee ex eis duabus composite
quadrati medietatis eiusdē linee diuise quin
tuplum esse necesse est.

¶Sit linea.a.b.diuisa i puncto.c.ꝑut docet.29.sex
ti.⁊ sit maior portio eius linea .b. c.cui.b.c.directe
adiungat̃ linea .b.d. que sit equalis medietati toti⁹
a.b.dico ꝙ quadratū linee.c.d. erit quintuplum ad
quadratū linee.b.d.Quadrabo eni lineā.b.d.⁊ sit eius quadratū.d.e.⁊ circūponā
huic quadrato gnomonē scđm quantitatē linee.b.c.ꝑtracta diametro.f.b.g. sitq;
circūpositus gnomo.e.g.d.eritq; ex. 22.sexti superficies inde cōposita que sit.h.k
tanq̃; quadratū linee.c.d.dico igitur quadratū.h.k.quintuplū esse ad q̃dratū.d.e
sit igit̃.e.l.quadratū circūpositi gnomonis sibi que circūponatur alius gnomo ad
quātitatē linee.a.c.ꝑtracta diametro.f.b.vsq; ad.m.sitq; hic gnomo.c.m.l.⁊ pro
trahant̃ linee.c.n.⁊.p.l.equidistanter lateribus oppositis secantes se super diame
trū.f.m.in puncto.g.Manifestū est aūt ex.22.sexti ꝙ compositū ex hoc secundo
gnomone ⁊ quadrato.c.l.⁊ ipsū quadratū sit.a.q.est quadratū linee.a.b. quod ex
quarta secundi necesse est esse quadruplū ad quadruplū.d.e.eo ꝙ linea. b. d.ē me
dietas linee.a.b.cūq; sit ex p̄ma parte.16.sexti sup̃ficies.a.n.ideoq; p.43.p̄mi sup
ficies .m.l.equalis q̃drato.c.l.ꝓuenit eni.a.n.ideoq; ⁊.m.l. ex.b.a.in. a.c.⁊.c.l.
ꝓuenit ex.c.b.in se ⁊ cum ex prima sexti sit.a.l.dupla ad.l.d. ideoq; equalis. l.d.
⁊.c.c. pariter acceptis ex.43. primi erit ex hac cōmuni scientia:si equalib⁹ equalia
addas tota fient equalia:quadratum .a.q. eq̃le gnomoni .e.g.d.hic ergo gnomo
quadruplus est ad quadratum.d.e. quēadmodū erat quadratū.a.q. itaq; totum
quadratum.h.k.cum ipsum constet ex simplo ⁊ quadruplo erit ex cōmuni scientia



quintuplũ ad idē qd̓ ē propositũ. Idē aliter ex quarta scd̓i cōstat ꝙ quadratũ linee a.b.ē quadruplũ ad quadratũ linee.b.d. At per scd̓am eiusdē qd̓ fit ex.a.b.in.b.c.⁊ in.a.c.ē equale quadrato .a.b.qd̓ aũt ex.a.b.in.b.c.equũ ē ei qd̓ ex.b.d.bis i.b.c.qd̓ ex prima scd̓i manifestũ est.cũ.a.b.sit dupla ad.b.d. At vero qd̓ ex.a.b.in.a.c.ē ex prima pte. 16.sexti equale quadrato.b.c.itaqꝫ ꝑ cōem sciam qd̓ fit ex.b.d.bis in.b.c.⁊ qd̓ ex.b.c.in se ē equale quadrato.a.b.⁊ ideo ē quadruplũ ad quadratum b.d.quare supaddito quadrato.b.d.erit totũ aggregatũ quintuplũ videlicet illud qd̓ fit ex.b.d.bis in .b.c.cum q̄drato .b.c. ⁊ q̄drato.b.d. atquia ex quarta secundi hoc totũ est equale quadrato.c.d.constat verum esse quod diximus.

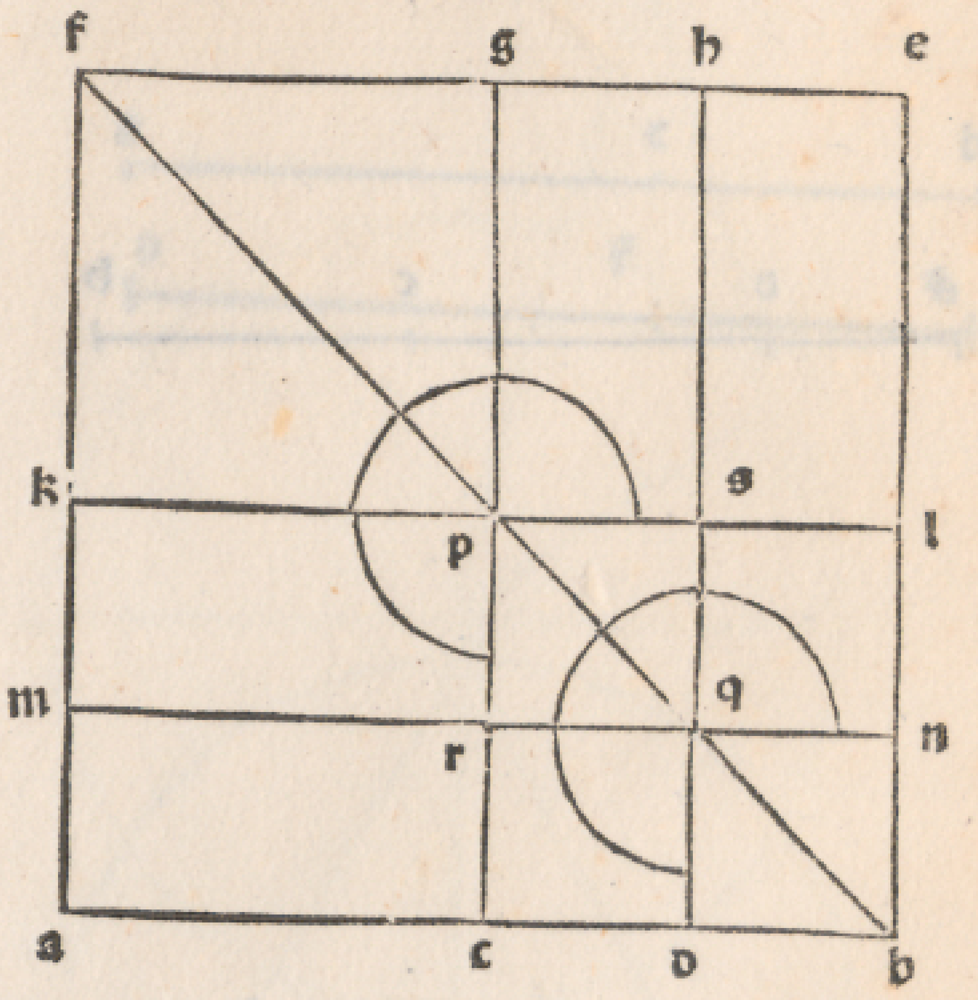
Propositio .2.

Si cuilibet linee bipartite cuius quadratum quadrati alterutrius suaꝝ portionũ sit quintuplũ in longũ sibi linea addatur donec eidē portioni reliq̄ portio cũ addita linea fiat duplex: eadē duplex linea scd̓m ꝓportionē habentē medium duoqꝫ extrema diuisa erit maiorqꝫ portio eius erit linea media. ¶ Hec ē cōuersa premisse duplici quoqꝫ modo sicut illa demōstrabitur via retrograda eadē prorsus manente dispōne. verbi grã. sit quadratũ b.k.quintuplũ ad quadratũ.d.e.⁊ linea.a.b.dupla ad lineã.b.d.dico ꝙ linea.a.b.diuisa ē in puncto.c.ƀm ꝓportionē habentē mediũ ⁊ duo extrema ⁊ maior portio eius ē linea media vt ē.c.b.cōstat aũt ex.4.scd̓i ꝙ quadratũ.a.q. quadruplum ē ad quadratũ.d.e.itaqꝫ gnomo.g.d.e.equalis ē quadrato.a .q.quocirca duo supplementa.l.d.⁊.c.e.ꝑiter accepta sunt quantũ gnomo.c.m.l.atqꝫ eadē supplementa pariter accepta sunt ex prima sexti quantũ.a.l.ideoqꝫ quantũ.c.q.sequit̄ ꝙ.c.q sit equalis gnomoni .c.m.l.dempta igit̄ ab vtroqꝫ sup̄ficie.l.n.erit quadratum.c.l equale superficiei.a.n.cum igit̄ fiat sup̄ficies.a.n.ex.a.b.in.a.c. sit autem quadratum.c.l.quadratũ linee.c.b.erit ex scd̓a pte. 16.sexti proportio.a.b.ad.b.c.sicut.b c.ad.c.a.ex diffinitione ergo linee ƀm proportionē habentē mediũ ⁊ duo extrema diuise positã in principio sexti libri cōclude ꝓpositũ. Itē aliter cum quadratũ.c.d sit ex ypothesi quintuplũ ad quadratũ.b.d.quadratũ vero.a .b.sit ex quarta scd̓i quadruplũ ad idem.at quadratũ.c.d.sit ex eadem equale quadrato .c.b. ⁊ quadrato .b.d.⁊ ei qd̓ fit ex.b.d.bis in.c.b.sequitur ut illud qd̓ fit ex.b.d.bis in.c.b. cum quadrato.c.b.sit equale quadrato.a.b.sed ex.b.d.bis in.c.b.tm̄ ē quantũ qd̓ ex.a b.in.b.c.eo ꝙ.a.b.dupla est ad.b.d.ergo quod fit ex.a.b.in.b.c.cuꝫ quadrato.b c.est equale quadrato.a.b.⁊ q꞉ ex scd̓a scd̓i qd̓ fit ex.a.b.in.b.c.⁊ in.a.d.est equale quadrato.a.b.sequitur ex cōmuni scientia ut quadratum linee.b.c.sit equale ei qd̓ fit ex.a.b.in.a.c.igitur ex secunda parte.16.sexti ⁊ diffinitione constat ꝓpositum.

Propositio .3.

Cum diuisa fuerint linea scd̓m ꝓportionē habentē mediũ ⁊ duo extrema si minori portioni tanq̄ꝫ dimidium maioris directe iungatur: erit vt quadratum linee inde composite quintuplum sit quadrati qd̓ ex ipsa maioris medietate portionis describit. ¶ Sit linea.a.b.diuisa in puncto.c. secundum proportionē habentē medium ⁊ duo extrema .sitqꝫ eius maior portio linea.c b.que diuidatur per equalia in.d.dico ꝙ quadratum linee .a.d.est quintuplum ad quadratũ linee.c.d.describatur enim quadratũ.a.b.quod sit .a.e. in quo ꝓtrahãt

diametri.b.f.ꝛ linee.g.c.ꝛ.p.b.itemqꝫ.k.l.ꝛ.m.n.equidistanter lateribus oppo/ sitis secantes se inuicē sup diametꝝ in duobus punctis.p.ꝛ.q.ꝛ extra diametrū in duob⁹ alijs locis .r.ꝛ.s.manifestū igiť ē ex.22. sexti vel ex corelario quarte scđi: ꝙ omnes superficies existentes in quadrato.a.e.quas diameter diuidit per medium sunt quadrate: quatuoꝛ autem superficies que sunt.a.r.m.p.p.b.ꝛ.s.e.constat ex 43.primi ꝛ prima sexti esse adinuicē equales.nā due postreme.p.b.ꝛ. s.e.sunt ad/ inuicē equales ex prima sexti qm̄ igiť ex p̄nti ypothesi ꝛ diffinitiōe linee ꝺm ꝙ ꝓ/ poniť diuise ꝛ prima pte.16.sexti quadratū.c.l.ē equale supficiei.a.g.ideoqꝫ ꝛ gno moni.r.f.s.ꝓpter id qđ supficies.a.r.ē equalis superficiei.p.b.ꝛ qm̄ ex quarta se/ cundi quadratū.c.l.est quadruplū ad quadratū.r.s.qđ ē tanq̄ꝫ quadratū linee.c.d sequitur ex cōmuni scientia ꝙ quadratū.m .b.sit quintuplū quadrati .r.s. constat eni ex gnomone quadruplo ꝛ .r.s.simplo.hoc aūt est propositū. Idē aliter cū sit linea.b.c.diuisa per equalia in puncto.d.ꝛ addita est ei linea.a.c.erit ex.6.secūdi quod fit ex .a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d.interiacentis equale q̄drato.a.d.at qꝛ quod fit ex.a.b.in.a.c.equale ē quadrato.c.b.ex prima pte.16.sexti: hoc autem est quadruplum ad quadratum .c.d.manifeste pꝫ veritas eius qđ diciť. Potes quoqꝫ si libet etiam duplici modo ex cōsequēte huius suū antecedens cōcludere processu retrogradu.sit eni eadē dispositione manente quadratū.m.h.quintuplū ad qua/ dratū.r.s.eritqꝫ gnomo.r.f.s.equale quadrato.c.l. Vtrūqꝫ eni est quadruplū ad quadratū.r.s.at qꝛ supficies.a.g.ē equalis gnomoni predicto necesse ē vt supficies eadē sit equalis quadrato predicto: quare ex scđa pte.16.sexti. ꝛ diffinitione linea a.b.ē diuisa in puncto.c.ꝺm ꝓportionē habentē medium ꝛ duo extrema: ꝛ maioꝛ portio eius ē linea.c.d. Idē aliter cū sit ex ypothesi quadratū linee.a.d .quintuplū ad quadratū linee.c.d.ꝛ ex .6.scđi idē ipsū quadratum sit equale ei quod fit ex.a.b in.a.c.cum quadrato.c.d.sequiť vt id qđ fit ex.a.b.i.a.c.cū quadrato.c.d.sit quin tuplum ad idē quadratū.c.d.ideoqꝫ eo dempto erit residuū videlicet qđ fit ex.a.b in.a.c.quadruplū ad ipsum ꝛ qꝛ etiā ex quarta scđi quadratum linee.c.b.ē quadru plum ad idē necesse ē vt qđ fit ex.a.b.in.a.c.sit equale quadrato.c.b.quare iterum ex secunda pte. 16.sexti ꝛ diffinitione linea.a.b.ē diuisa ꝺm proportionē habētem medi m ꝛ duo extrema in puncto.c.ꝛ maioꝛ eius portio est linea.c.b.



Propositio .4.

Si scđm proportionē habentē mediū ꝛ duo extrema que/ libet linea fuerit diuisa eiqꝫ i longū directe tanq̄ꝫ maioꝛ sectio adijciatur: erit totā lineā inde cōpositā ꝺm ꝓportio/ nem habentē mediū ꝛ duo extrema diuisaꝫ esse ꝛ erit eius maioꝛ portio linea prima.

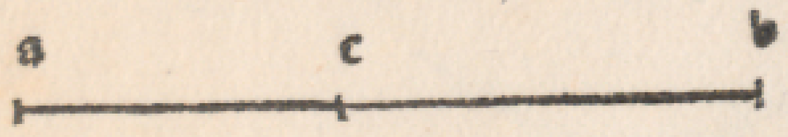
¶Sit linea.a.b.diuisa qua supponiť ꝓportione in puncto.c.ꝛ sit eius maioꝛ por tio.c.b.totiqꝫ.a.b.adijciať directe linea.b.d.que sit equalis.c.b.dico ꝙ tota.a.d. eadem proportione diuisa est in puncto.b.ꝛ maioꝛ eius portio ē linea .a.b .que ē linea prima. Est eni ex diffinitione .a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.a.at qꝛ ex septima quinti .a.b.ad.b.d.sicut ad.b.c.igitur ex vndecima eiusdē.a.b.ad.b.d. sicut. b.c. ad.c.a. quare per cōuersam proportionalitatem.b.d.ad.b.a. sicut.a .c.ad.c .b.et coniunctim.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.c.Cumqꝫ sit ex septima quinti.a. b.ad.b.c sicut ad.b.d.eriť ex vndecima eiusdē.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.itaqꝫ ex diffini tione linea .a.d.diuisa est in puncto .b.secundū proportionem habentē medium

⁊ duo extrema ⁊ maior portio eius est linea.a.b.quod est propositum. Eodē quo/ qz modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundū predictā ꝓportionē diuise tanqz minor portio detrahatur:erit ipsa maior portio scdm eandē proportionem diuisa.eritqz maior portio eius linea detracta.verbi gratia.Sit linea.a.b.sicut ꝓ/ ponitur in puncto.c.diuisa sitqz maior portio.a.c.a qua detrahat̃.c.d.equalis.c. b.dico q̃.a.c.ē diuisa:ſm proportionē eandem i puncto.d.⁊ q̃ maior portio ei⁹ ē linea.d.c.cum eni sit ex diffinitione.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad.c.b.At ex septima quinti.a.c.ad.c.b.sicut ad.c.d.erit ex vndecima eiusdē.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad c d.ideoqz per.19.quinti:sicut.c.b.residuū ad.d.a.residuū.sed ex septima eiusdem c.b.ad.d.a.sicut.c.d.ad.d.a.itaqz.a.c.ad.c.d sicut.c.d.ad.d.a.ex diffinitiōe er/ go cōstat qd diximus:nec igit̃ ea quā auctor ꝓponit additio nec ea quā ex opposito proponimus detractio quātūcunqz vtralibet in prolixum tendat a proprietate di/ uisionis linee primitiue discordat.

Propositio .5.

Si secūdū proportionē habentē medium ⁊ duo extrema quelibet linea fuerit diuisa qd ex tota linea quodqz ex mi nori portione producit̃ ambo q̃drata p̃iter accepta tri/ plū sunt eius qd ex maiore portione quadratū describit̃.

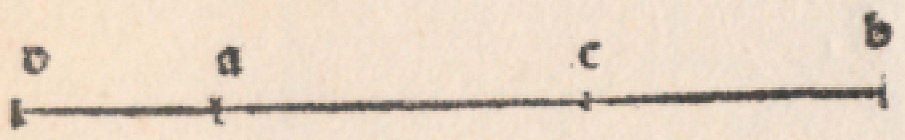
¶ Sit linea.a.b.diuisa per sepe dictā portionē in puncto.c.sitqz ma ior portio eius linea.c.b.dico q̃ quadrata duarum linearum.a.b.⁊.c.a.pariter ac cepta triplum sunt ad quadratum linee.c.b.hec enim duo quadrata pariter acce/ pta sunt ex septima secundi quantum quadratum.c.b.⁊ duplum eius quod fit ex a.b.in.a.c.itemqz quia quod fit ex.a.b.in.a.c.est equale quadrato.c.b.ex diffini/ tione ⁊ prima parte.16.sexti:manifestum est propositum.

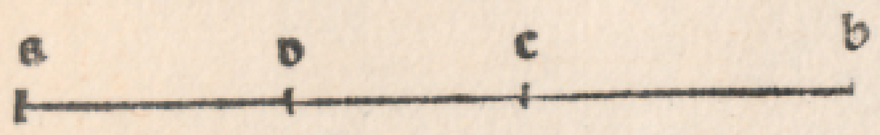


Propositio .6.

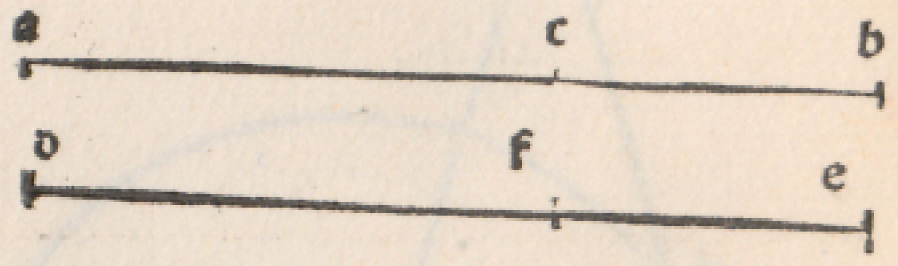
Omnis rationalis linee secundū proportionem habentē mediū ⁊ duo extrema diuise vtranqz portionem residuū esse necesse est.

¶ Sit linea.a.b.ſm solutā proportionem diuisam in puncto.c.ra/ tionalis.dico q̃ vtraqz portio eius residuū.Sit eni maior ei⁹ por/ tio.a.c.cui directe adijciatur.a.d.equalis dimidio totius.a.b.eritqz etiā.d.a.ra/ tionalis ex.6.decimi libri ⁊ diffinitione.constat autē ex prima huius q̃ quadratuz linee.d.c.quintuplū ē ad quadratū linee.d.a.igit̃ linea.d.c.est cōicans linee.d.a. in potentia ex diffinitione.sed non in longitudine ex vltima pte.7.decimi quare p 68.decimi linea.a.c.est residuum cum due linee.c.d.⁊.d.a.sint ambe rōnales po/ tentialiter tm̃ cōicantes.⁊ quia iterum si ad lineam rationalem.a.b.adiungatur superficies equalis quadrato linee.a.c.que est residuum erit latus eius secundum linea.c.b.ex prima pte.16.sexti necesse est ex.92.decimi vt linea.c.b.sit residuū pri mum:quare constat propositum.Amplius autē si linee sic diuise vt proponit̃ ma/ ior portio fuerit rōnalis:erit minor residuum:verbi grā.sit vt prius.a.b.diuisa i.c ſm dictam proportionem ⁊ maior portio eius que est.a.c.sit rōnalis que diuidat̃ per equalia in.d.eritqz ex tertia huius quadratū.d.b.quintuplum ad quadratum d.c.at q̃r.d.c.ē rōnalis cū ipsa sit dimidiū.a.c.sequit̃ vt due linee.d.b.⁊.d.c.sint rōnales potentialiter tm̃ cōicantes quare ut prius linea.c.b.est residuum.at vero si linea rōnalis in potentia tm̃ ſm proportionem habentem mediū ⁊ duo extrema





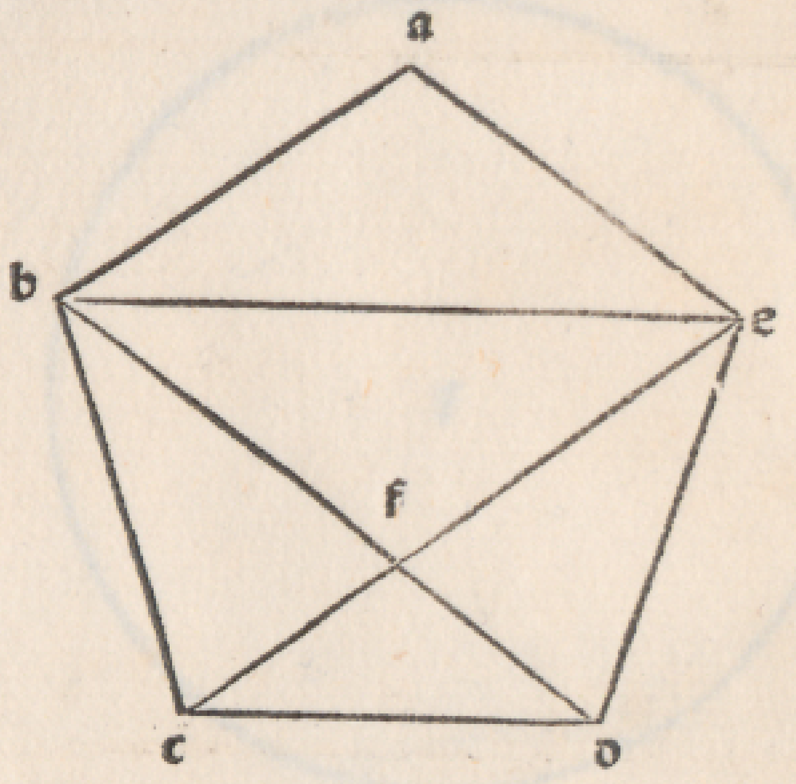
diuidatᷣ adhuc necesse est vtˀvtraqꝫ portio eius sit residuũ. sit eni .a.b. rõnalis i potentia tñ diuisa sicut ꝓponitur in puncto .c. ⁊ sumatᷣ aliqua rõnalis in longitudie que sit .d.e.q̃ etiã diuidatᷣ in .f. ſm p̃dictã proportionẽ. manifestũ est igitᷣ ex secũda 14. libri que sine adminiculo alicuius eoꝝ que sequũtur inconcussa demonstratione roboratᷣ ꝙ ꝓportio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. ⁊ sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo a.b. cõicet cum .d.e. in potentia sequitᷣ ex prima pte .10. decimi ꝙ .a.c. communicet cũ .d.f. ⁊ .c.b. cũ .f.e. in potentia. Et qꝛ vtraqꝫ portio linee .d.e. ẽ residuum ut patet ex predictis sequitᷣ ex .98. decimi vt vtraqꝫ portio linee .a.b. sit etiã residuũ sed non eiusdem speciei vt ibidẽ demonstratũ est. Quare cõstat ꝙ oẽs linee rõnalis in longitudine vel in potentia tñ scdm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema diuise vtraqꝫ portio ẽ residuũ. Et nota ꝙ prima ps p̃ntis demonstrationis qua demonstratᷣ ꝙ maior portio linee diuise ſm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema sit residuũ si tota linea sit rõnalis ꝓcedit ex sufficientibꝰ siue tota linea ponatᷣ rõnalis in longitudine siue in potentia tñ. Scda vero ps qua demonstratᷣ hoc de minori portione ꝙ ipsa quoqꝫ sit residuũ si tota ẽ rõnalis nõ ꝓcedit ex sufficientibꝰ nisi tota sit rõnalis in longitudine. Tertia aut pars qua ꝓbatur ꝙ minor portio ẽ residuum sufficienter procedit siue maior portio sit rationalis inlongitudine siue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto modo diuise ꝙ ipsa sit residuũ sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tñ. sed ad cõcludendũ quoqꝫ hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portionẽ maiorẽ. sic rõnalẽ in potentia tñ. sed ad cõcludendũ hoc de minori portione mediante necesse est ponere totã lineã esse rõnalem i longitudine aut vtcũ ẽ scda .14. libri queadmodũ dictum est.



Propositio .7.

Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoqꝫ idẽ pentagonꝰ eẽ ꝓbatᷣ.

¶ Sit pentagonus .a.b.c.d.e. equilaterꝰ. sintqꝫ quilibet tres eiꝰ anguli siue cõtinue siue incõtinue sumantᷣ adinuicẽ equales ⁊ sint priꝰ incontinue sumpti. sintqꝫ anguli .a.c.d. illi tres qui ponuntᷣ adinuicẽ equales dico totũ pentagonũ eẽ equiangulũ. His angulis subtendantᷣ chorde .b.e. b.d. ⁊ .e.c. ⁊ totus pentagonus diuidatᷣ in trigonũ ⁊ quadrilateꝝ cuius due diagonales sint chorde duoꝝ proximoꝝ equaliũ anguloꝝ secantes se intra quadrilaterũ ipsũ in puncto .f. eritqꝫ ꝑ quartã primi basis .b.e. equalis basi .b.d. ⁊ angulus .a.e.b. equalis angulo .c.d.b. Cumqꝫ ꝑ quintã primi angulus .b.e.d. sit equalis angulo b.d.e. eo ꝙ duo latera .b.e. ⁊ .b.d. sint equalia. erit ex cõi scia totalis angulus .e. equalis totali angulo .d. similiter probabis totalẽ angulum .b. esse equalẽ angulo totali .c. est eni per quartã primi basis .b.e. equalis basi .c.e. ⁊ angulus .a.b.e. equalis angulo .d.c.e. per quintã aũt eiusdẽ scꝫ primi est angulus .e.b.c. equalis angulo .e.c.b. igitᷣ ex cõi scia totalis angulꝰ .b. ẽ equalis totali angulo .c. Sint itaqꝫ tres anguli .b.c.d. cõtinue sũpti equales ⁊ sic quoqꝫ erit pentagonus equiangulus: erit enim ex .4. primi basis .b.d. equalis basi .c.e. ⁊ angulus .c.d.b. angulo .d.c.e. ⁊ angulus .b.d.c. angulo .e.c.d. quare ꝑ sextã primi due linee .c.f. ⁊ .f.d. erũt equales cũ duo anguli trianguli .f.e.d. qui sunt ad basim .c.d. sunt equales: igitᷣ ex hac cõi scia erit linea .f.b. equalis linee .f.e. erat eni tota .b.d. equalis toti .c.e. ideoqꝫ per quintã primi erit angulus .f.b.e. equalis angulo .f.e.b. ꝑ eandẽ autẽ ẽ angulus .a.b.e.



equalis angulo .a.e.b. itaq; per cōem sciam angulus .b. totalis est equalis angulo
c. totali tres enī partiales anguli cōponentes vnū sunt equales tribus ptialib⁹ cō-
ponentibus alium vnusquisq; suo relatiuo. Manifestū ē igitur ꝙ tres anguli .e.b
c. nō cōtinue sumpti in proposito pentagono sunt equales. cū aūt sic demōstratuz
est totum pentagonū esse equiangulum vtrolibet ergo modo constat propositum.

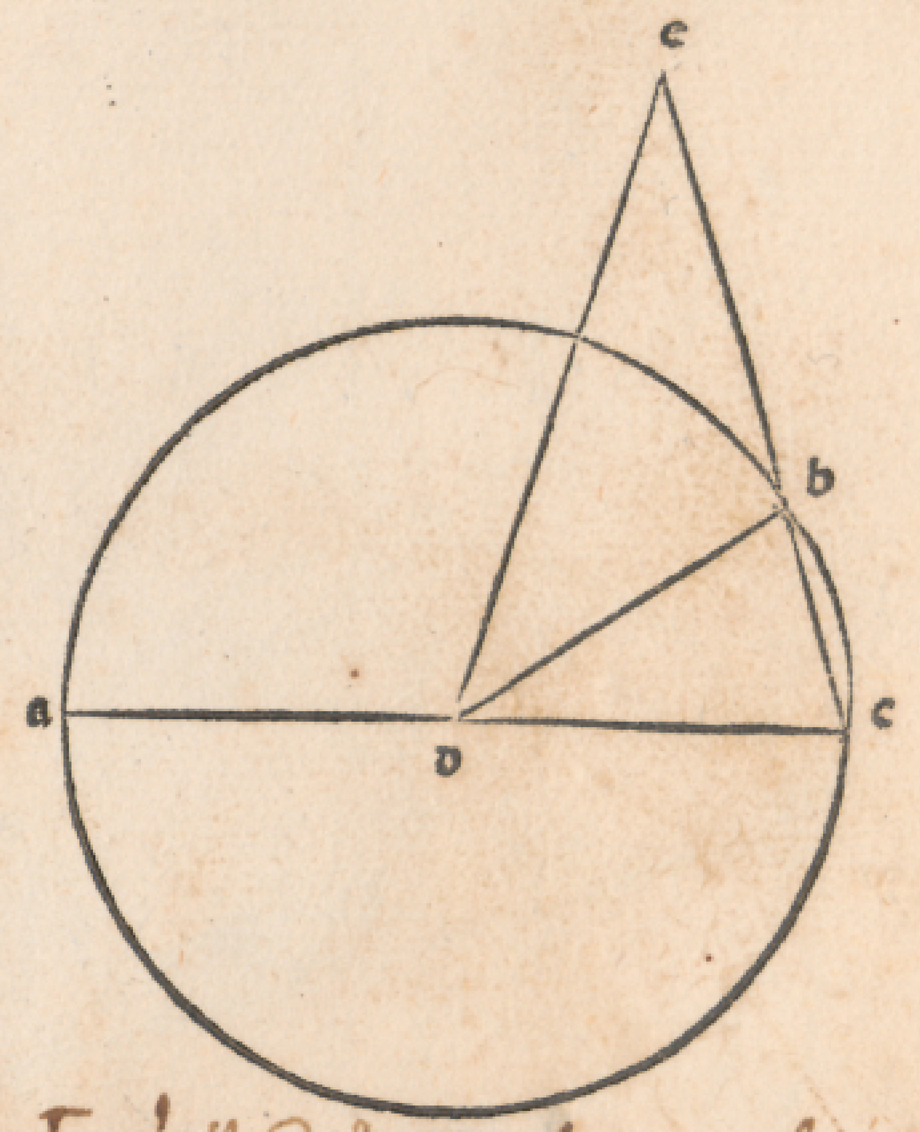
Propositio .8.

Omnis trianguli equilateri qd̄ a latere suo quadratū de-
scribitur triplum est quadrato dimidij diametri circuli a
quo triangulus ipse circūscribitur. ❡ Sit triangulus .a.b.c.
equilaterus cui circūscribatur circulus .a.b.c. supra centrū .d. queād
modum docet quinta quarti libri ꝛ protrahat̄ in eo diameter .a.d.e
dico ergo ꝙ quadratū linee .a.b. triplū est ad quadratū semidiametri .a.d. ducant̄
enī due linee .b.d. ꝛ .d.c. ꝛ arcui .b.e. subtendat̄ chorda .b.e. eritq; ex octaua primi
angulus .b.a.d. equalis angulo .c.a.d. quare per vltimā sexti arcus .b.e. est equalis
arcui .e.c. Et qr̄ ex .27. tertij tres arcus .a.b. b.c. ꝛ .c.a. sunt adinuicē equales eo ꝙ
coꝝ chorde que sunt latera trigoni sūt equales ex ypothesi: erit arcus .b.e. sexta ps
circūferentie. ideoq; chorda .b.e. erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti.
quare per corel. 15. q̄rti linea .b.e. ē eq̄lis semidiametro .a.d. Manifestū ē autē ex
prima parte .30. tertij ꝙ angulus .a.b.e. est rectus. ideoq; quadratum linee .a.e. ē
equale quadratis duaꝝ lineaꝝ .a.b. ꝛ .b.e. pariter acceptis ex penultima p̄mi. At ve-
ro quadratū .a.e. quadruplū ad quadratum .b.e. ex quarta scdi cum linea .a.e. sit
dupla .b.e. relinquitur ergo quadratū .a.b. triplū esse ad quadratum .b.e. ꝛ ideo ad
quadratum .a.d. qd̄ est propositum. Nō lateat aūt nos ꝙ linea .b.c. que ē latus tri-
goni diuidat semidiametꝝ .d.e. per equalia. Esto quidē punctus diuisionis .f. con-
stat igit̄ ex quarta primi ꝙ .b.f. est equalis f.c. ideoq; per primam partem tertie
tertij omnes anguli qui sunt ad .f. sunt recti. quare ex penultima primi quadratū
.b.d. ē equale quadratis duarum linearum .d.f. ꝛ .f.b. quadratum vero .b.e. equale
quadratis duarum linearum que sunt .b.f. ꝛ .f.e. Et qr̄ .b.d. est equalis .b.e. erunt
ex comuni sciencia duo quadrata duarum linearum .b.f. ꝛ .f.d. pariter accepta equa-
lia duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ .b.f. ꝛ .f.e. pariter acceptis: dempto igit̄ utrinq;
quadrato .b.f. erit ex cōi scia quadratum .f.d. residuum equale quadrato .f.e. re-
siduo quare ꝛ linea .f.d. linee f.e ex hac cōi scientia quaꝝ quadrata sūt equalia eas
lineas eē equales. Ex hoc itaq; manifestū ē ꝙ perpendicularis ducta a centro circu-
li ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis ē dimidio linee ducte a cētro eiuf-
dē circuli ad ipsius circūferentiam.

Propositio .9.

Si latus exagoni equilateri latusq; decagoni equilateri
quos ambos vnus idēq; circulus circūscribit sibi inuicē
in lōgū directūq; cōiūgant̄ tota linea ex eis cōposita fm
ꝓportionē habētē mediū ꝛ duo extrema diuisa erit ma-
iorq; eius portio latus exagoni. ❡ Sit circulus .a.b.c. cuius
centrum .d. ꝛ diameter .a.d.c. sitq; arcus .c.b. quinta ps arcus semicirculi .a.b.c.
cui subtendat̄ chorda .c.b. quā ꝯstat esse latus decagoni equilateri ꝓposito circulo
inscripti adiungat̄q; linee .c.b. incōtinuū ꝛ directū linea .b.e. que ponatur eē eq̄-
lis lateri exagoni equilateri p̄dicto circulo inscripti dico totā lineā .c.e. diuisam eē
in puncto .b. fm ꝓportionē habentē mediū ꝛ duo extrema ꝛ maiorē ei⁹ portionē

dico esse lineā.b.e.que est latus exagoni: ducant̄ eni in centꝝ due linee.e.d.ꝛ.b.d. eritqꝫ angulus.e.equalis angulo .b.d.e.ex.5.primi ꝑpter hoc ꝙ linea.e.b.ē eq̄lis linee.b.d.ex corel'.15. quarti angulus quoqꝫ.d.b.c.est equalis angulo.c.ex.5.pri mi:quare ex:32.primi angul⁹.a.d.b.erit duplus ad angulū.d.b.c.ꝛ qꝛ ꝑ eādē an/ gulus.d.b.c.ē duplus ad angulū.e.sequit̄ vt angulus.a.d.b.sit quadrupl⁹ ad an/ gulū.e.Est eni ex cōi scia q̄druplū quicquid fuerit duplū dupli.cūqꝫ sit ēt idē angu lus.a.d.b.quadruplus ad angulū.b.d.c.ex vltima sexti eo ꝙ arcus.a.b. ē quadru plus ad arcū.b.c.necesse ē ex cōi scia ut angulus.e.sit equalis angulo.b.d.c.si igit̄ intelligant̄ duo trianguli.d.e.c.totalis.ꝛ.b.d.c.ꝑtialis cū angulus.e.totalis sit eq̄ lis angulo.b.d.c.partialis ꝛ angulus. c.sit cōis vtriusqꝫ necesse ē ex.32.primi:vt ipsi sint equianguli:quare per quartā sexti ꝓportio duoꝝ lateꝝ.e.c.ꝛ.c.d.cōtinen tiū angulū .c.ī totali triāgulo ē sicut duoꝝ lateꝝ. d.c.ꝛ .c.b.ꝯtinētiū eūdē angulū ī ꝑtiali triangulo quia ḡ ꝓportio.e.c.ad.c.d.ē sicut ad.e.b.ex scda pte.7.quinti.ꝛ d.c.ad. c.b.ē sicut. e.b .ad eādē ex p̄ma pte eiusdem.sequit̄ ex.11.quinti ut sit pro portio.c.e.ad.e.b.sicut.e.b.ad.b.c.igitur a dione cōclude ꝓpositū lineā. e.c.esse diuisā ꝫm proportionē habētē mediū ꝛ duo extrema ꝛ maiorē portionē eius eē la/ tus exagoni ꝙ oportuit nos demonstrare.Conuersam quoqꝫ demonstrare ꝯuenit qd̉ facile fiet via retrograda:eā eni assumit Ptolemeus capitulo .9.prime dictiōis almagesti ad demonstrandū quantitatē chordaꝝ arcuū circuli. Dico itaqꝫ ꝙ si li/ nea quelibet ꝫm proportionē habentē mediū ꝛ duo extrema diuidat̄ cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni:eiusdē minor erit latus decagoni. At vero cuius minor erit lat⁹ decagoni eiusdē maior erit latus exagoni.Sit eni priori dispositiōe manente linea.e.c.diuisa in puncto.b.ꝫm predictā proportionē ꝛ maior ei⁹ portio sit.e.b.dico ꝙ cuiuscūqꝫ circuli linea.c.b.est lat⁹ exagoni eiusdē ē linea .b.c. latus decagoni:ꝛ cuiuscunqꝫ circuli linea .b.c.est latus decagoni eiusdē est linea.c.b.lat⁹ exagoni. Intelligo aūt hoc de exagonis ꝛ decagonis equilateris.si eni sit.e. b.la/ tus exagoni circulo.a.b.c. inscripti:erit ꝑ corel'.15. quarti.e.b.equalis.d.c.ꝛ quia ꝓportio.c.e ad.e.b.est sicut.e.b.ad.b.c.ex ypothesi erit ex.7.quinti. c.e. ad.d.c. sicut.d.c.ad.c.b.igit̄ ex.6.sexti duo trianguli.e.d.c.ꝛ.d.c.b.sunt equianguli:angu lus ergo.e.est equalis angulo.b.d.c.ipsos eni latera ꝓportionalia respiciunt.cūqꝫ sit angul⁹.a.d.b.q̄druplus ad āgulū.e.ex.32.p̄mi bis assūpta.ꝛ quīta eiusdē bis: sequit̄ vt etiā idē angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulū.b. d.c. ideoqꝫ ex vltīa sexti arcus.a.b.quadruplus est ad arcū.b.c.linea igit̄.b.c.ē latus decagoni.a.b.c. inscripti. Qd̉ si linea.b.e.fuerit latus decagoni c rculi.a.b.c.erit.e.b. latus exago/ ni eiusdē.sit eni.c.b.latus exagoni circuli.f.eritqꝫ ex predictis.b.c.latus decagoni eiusdē.intelligant̄ igitur inscripti eē decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c.ꝛ.f quoꝝ omnia latera erūt equalia linee .b. c.ꝛ quia ois figura equilatera circulo in/ scripta ē equiangula vt probatū est in.15.quarti libri sequit̄ vtrosqꝫ decagonos esse equiangulos.Cunqꝫ omnes anguli vni⁹ ꝑiter accepti sint equales omnibus angu lis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in.32.primi: necesse ē ex hac cōi scia quorūlibet eq̄liū decimas aut quotaslibet ꝑtes eiusdē deno tationis eē equales ut vnus hoꝝ decagonorū sit equiangulus alij.ideoqꝫ silis ex dione silium supficieꝝ:ꝛ qꝛ si due figure siles duobus circulis inscribant̄:erit ꝓpor tio duoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ illaꝝ figuraꝝ sic t duaꝝ diametroꝝ illoruꝫ circulorūm vt apparet ex corel'.18.sexti libri ꝛ prima .12.cū latera decagonoꝝ silium inscriptorū

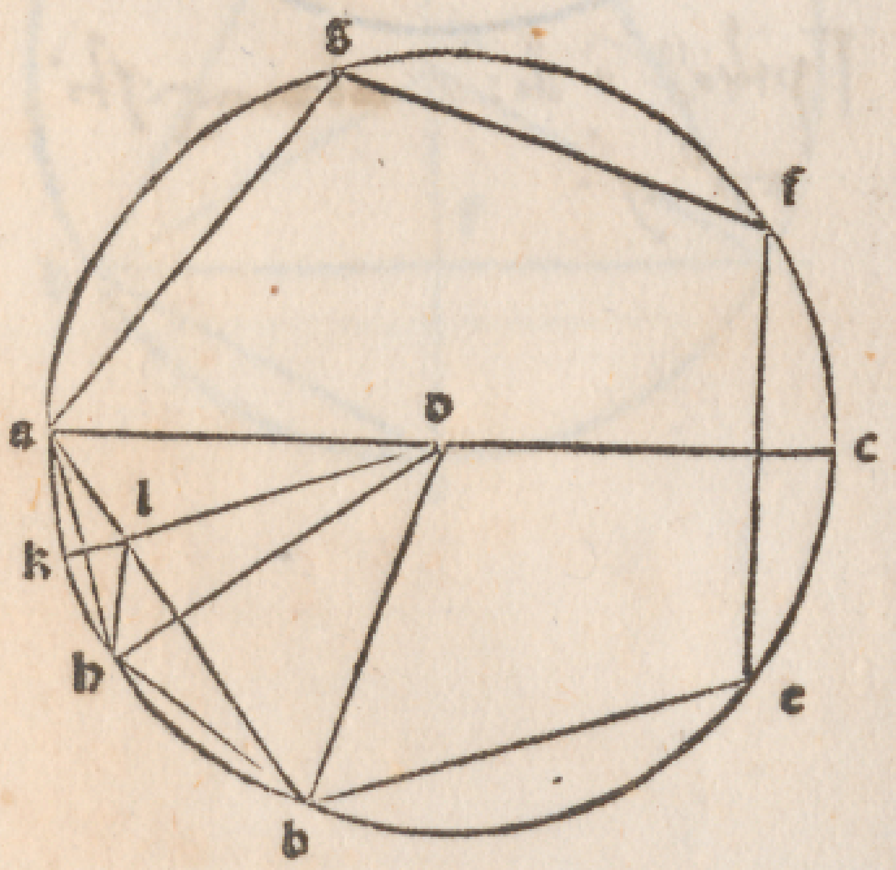


duobus circulis .a.b.c. ⁊.f. sint equalia sequitur ut diametri eorum sint equales. ideoqꝫ et semidiametri etiam equales. sunt autē semidiametri ⁊ latus exagoni equalia ex corellario. decima ⁊ quinta sexti. erit ergo linea.c.b. latus exagoni circuli.a.b.c. inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli.f. sibi equalis: hoc autem ē qḋ demonstrare voluimus. Ex hac aūt nona hui⁹.13. libri noueris exortā eē decimam quarti libri que duū equaliū lateꝝ ꝓponit trigonū describendū cuius vterqꝫ duorū anguloꝝ quos basis obtinet ad tertiū duplus existat: talis eni ē vterqꝫ triangulo.c.d.e. ⁊.d.c.b. ⁊ simpliciter oīs cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee diuise ẜm proportionē habentē mediū duoqꝫ extrema ⁊ tertiū quod est basis est equale minori portioni linee eiusdē vel cuius duo latera sūt equalia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero ē equalis lateri decagoni equilateri eidē circulo inscripti qḋ ē ꝓpositū

Propositio .10.

OMne latus pentagoni equilateri tanto potentius ē latere exagoni equilateri quantū potest latus decagoni equilateri si sint in eodē circulo ambo inscripti.

¶ Sit circulus.a.b.c. cuius centꝝ.d. ⁊ diameter.a.d.c. inscribaturqꝫ ei pentagonus equilaterus qui sit.a.b.e.f.g. ⁊ a centro.d. ꝓtrahatur perpēdicularis ad latus.a.b. que producatur vsqꝫ quo obuiet circūferentie in puncto.h. sitqꝫ.d.h. ⁊ protrahanť due chorde.a.h. ⁊.h.b. que erunt equales adinuicē ex scḋa pte.3. tertij ⁊ quarta primi. ideoqꝫ etiā duo arcus.a.h. ⁊.h.b. eq̄les adinuicem ex.27. tertij. Est igitur vtraqꝫ duaꝝ chordaꝝ.a.h. ⁊.h.b. latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti. dico itaqꝫ ꝙ quadratū linee.a.b. que est latus pentagoni ē equale duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.b.d. ⁊.a.h. ꝑiter acceptis quarum prima est eq̄lis lateri exagoni ex corelľ.15. quarti: ⁊ secunda ē latus decagoni ꝓtrahatur eni a centro.d. ꝑpendicularis ad lineā.a.h. que est latus decagoni que ꝓducať vsqꝫ ad circūferētiā: sitqꝫ.d.k: q̄ secet lineā.a.b. q̄ ē latus pētagoni i pūcto l. ⁊ ꝓtrahať linea.b.l. ꝯstat aūt ex scḋa pte tertie tertij ⁊.4. p̄im ⁊.27. tertij ꝙ linea d.k. q̄ est ꝑpendicularis ad chordā.a.h. simul diuidit ꝑ equalia chordā ⁊ arcū idqꝫ arcus.a.k. est equalis arcui.k.h. quare ex vltima sexti angulus.a.d.l. ē equalis angulo.l.d.b. ideoqꝫ ex quarta primi basis.a.l. basi.l.b. igiť ex quinta primi angul⁹ l.a.b. equalis est angulo.l.b.a. cūqꝫ etiā sit ex eadē angulus.h.a.b. equalis angulo.h.b.a. sequitur vt angulus.l.b.a. sit equalis angulo.h.b.a. ergo ex.32. p̄mi duo trianguli.h.a.b. ⁊.a.b.l. sunt equianguli. est eni angulus.h. maioris equalis angulo.b. minoris ⁊ āgulus.a. ꝯmunis est vtriqꝫ: itaqꝫ ꝑ quartā sexti ꝓportio.h.a. ad a.b. ē sicut .a.b. ad.l.a. quare ex prima pte.16. sexti qḋ prouenit ex.h.a. in.a.l. est equale quadrato linee.a.b. que ē latus decagoni. cū sit autē semicirculus.a.e.c. eq̄lis semicirculo.a.f.c. ⁊ arcus.a.e. arcui.a.f. erit arcus.e.c. residuus equalis arcui.f c. residuo: quare arcus .e.c. est medietas arcus.e.f. ideoqꝫ equalis arcui .a.h. ⁊ duplus ad arcū.h.k. ⁊ q2 arcus.e.b. ē duplus ad arcum .b.h. erit ex.13. quinti totus arcus.c.e.b. duplus ad totū arcū.b.h.k. ideoqꝫ ex vltima sexti angulus.c.d.b. est duplus ad angulū.b.d.l. cumqꝫ etiā angulus.c.d.b. duplus sit ad angulū. b.a.d. ex.32. ⁊ quinta primi. sunt eni duo latera.d.a. ⁊.d.b. equalia erit angulus.b.d.l. equalis angulo.b.a.d. itaqꝫ per.32. primi erit triangulus.b.d.l. equiangulus triangulo.b.a.d. Est enim angulus.d. minoris equalis āgulo.a. maioris. ⁊ angul⁹.b ē cōis vtriqꝫ: ergo per quartā sexti ꝓportio.a.b. ad.b.d. ē sicut.b.d. ad.l.b. quare

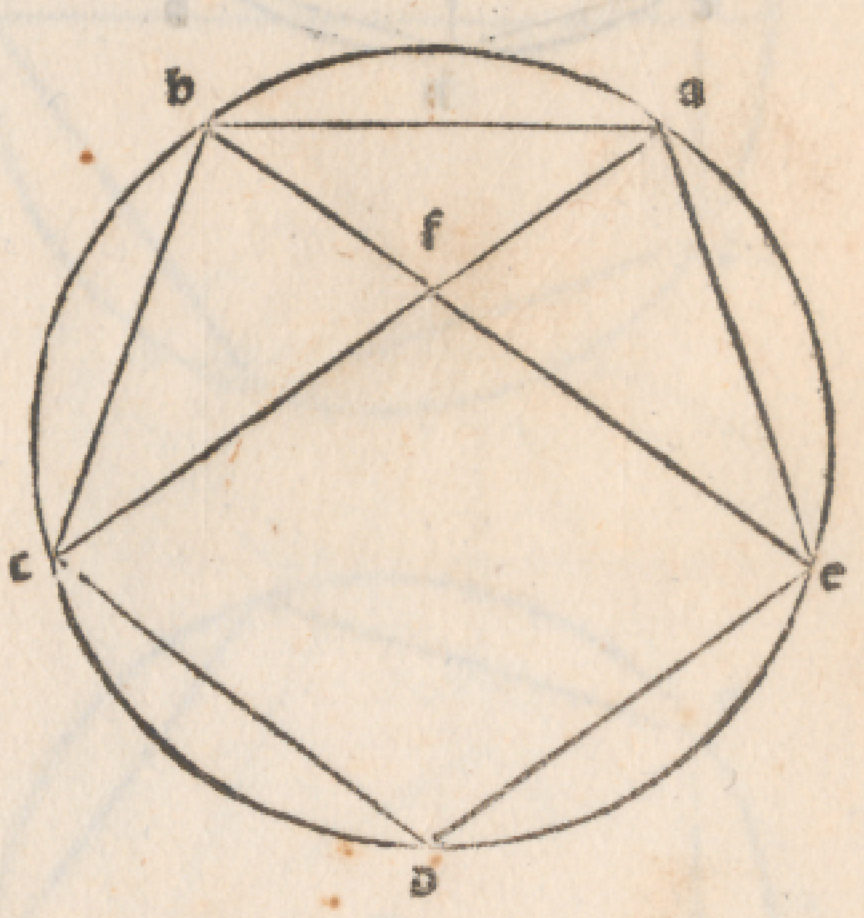


per primam partem.16.sexti quod prouenit ex.a.b.in.b.l.est equale quadrato.d.
b.at vero probatum est prius ꝙ illud qđ prouenit ex.a.b.in.l.a.ē equale quadra/
to.a.b.itaqꝫ quod prouenit ex.a.b.in.a.l.⁊ in.l.b.est equale duobus quadratis
duaꝝ linearum.a.b.⁊.b.d.⁊ quia ex scđa secundi qđ prouenit ex.a.b.in.l.a.⁊ in.l
b.est equale quadrato linee.a.b.est autem linea.a.b.latꝰ pentagoni equilateri ꝓ/
posito circulo inscripti:linea vero.a.b.ē latus decagoni equilateri.⁊ linea.b.d.est
ex corelario.15.quarti equalis lateris exagoni equilateri ꝓposito circulo inscripto
rum inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Propositio .11.

Si duobꝰ ꝓpinquis āgulis pētagoni equilateri ītra circulū descripti a terminis suoꝝ lateꝝ due recte linee subtendantur vtraqꝫ alteram scđm proportionē habentē mediū duoqꝫ extrema secabit maiorqꝫ ipsius portio lateri ipsius pē/tagoni equalis erit.

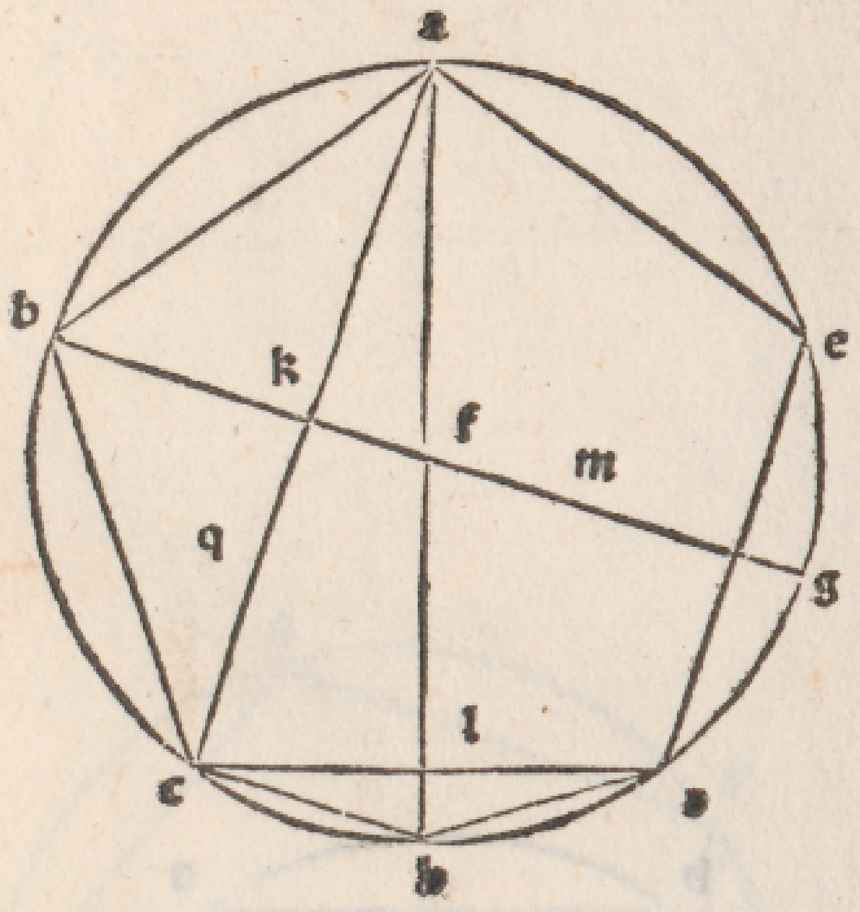
¶ Sit pentagonus equilaterus.a.b.c.d.e.inscriptus circulo eisdem litteris signa/
to ⁊ duobus eius ꝓpinquis angulis qui sunt.a.⁊.b.subtendanť due recte linee.a
c.⁊.b.e.secantes se inuicē in puncto.f.dico itaqꝫ vtranqꝫ haꝝ esse diuisā i puncto
f.sm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema:⁊ ꝙ maior portio vtriusqꝫ ē equa
lis lateri pentagoni.Manifestū est eni ex.27.tertij ꝙ quinqꝫ arcus circuli penta/
gonū propositū circūscribentis quoꝝ latera ipsius pentagoni sunt chorde:sunt ad
inuicem equales.ideoqꝫ ex vltima sexti quatuor anguli.a.c.b.a.b.c.b.a.c.⁊.b.c.a
sunt adinuicē equales.Nam arcus.a.b.a.e.⁊.b.c.sunt adinuicem equales.cumqꝫ
sit arcus.c.d.e.duplus ad arcū.b.c.erit quoqꝫ ex vltima sexti angulus.c.a.e.du/
plus ad angulū.c.a.b.at vero ex.32.primi angulus a.f.e.duplus ē ad angulū.f.a
b.igitur angulus.a.f.e.ē equalis angulo.f.a.e.quare per sextam primi linea.a.e.ē
equalis linee.f.e.sunt aūt duo trianguli.a.b.e.⁊.a.f.b.equianguli per ea q̄ dicta
sunt ⁊ p.32.primi:est eni angulus.e.maioris equalis angulo.a.minoris ⁊ angu/
lus.b.cōis vtriqꝫ:igiť p quartā sexti ꝓportio.e.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.f.b.cūqꝫ
sit.e.f.equalis.a.b.eo ꝙ ipsa ut probatum est equalis.a.e.sequitur ex.7.quinti:
vt sit proportio.b.e.ad.e.f.sicut.e.f.ad.f.b.quare per diffinitionē linea.e.b.ē di/
uisa sm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema ⁊ eius maior portio est equalis
lateri ipsius pentagoni.si aūt hoc ē veꝝ de linea.e.b.erit quoqꝫ ex.7.quinti ⁊ qui
ta eiusdē ⁊ diffinitione idē veꝝ de linea.a.c.nam tota.b.e.est equalis toti.a.c.ex
quarta primi ⁊ portiōes portionibꝰ ex sexta primi ⁊ cōi scīa:portiōes eni.a.f.⁊.b.
f.sunt equales ex sexta primi.ideoqꝫ.f.e.⁊.f.c.residue erunt adinuicē equales ex cō
ceptione vel potes si libet ⁊ facilius de linea.a.c.demonstrare propositum nego/
tiando circa ipsum vt prius circa lineam.e.b.

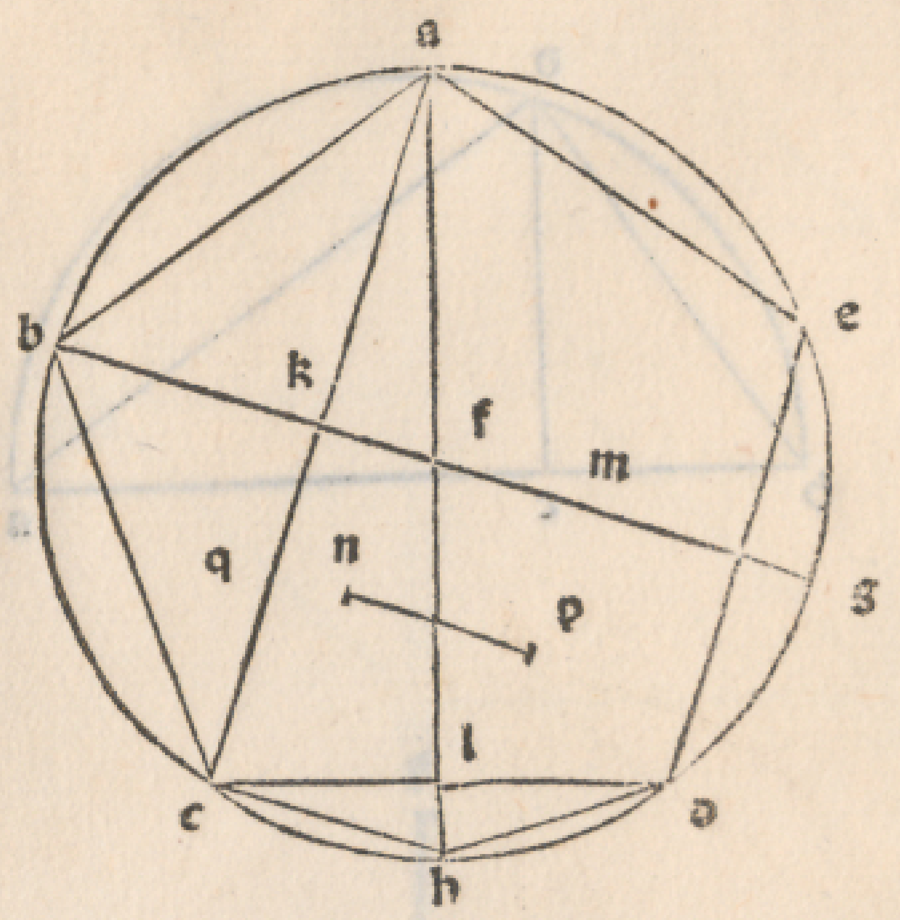


Propositio 12.

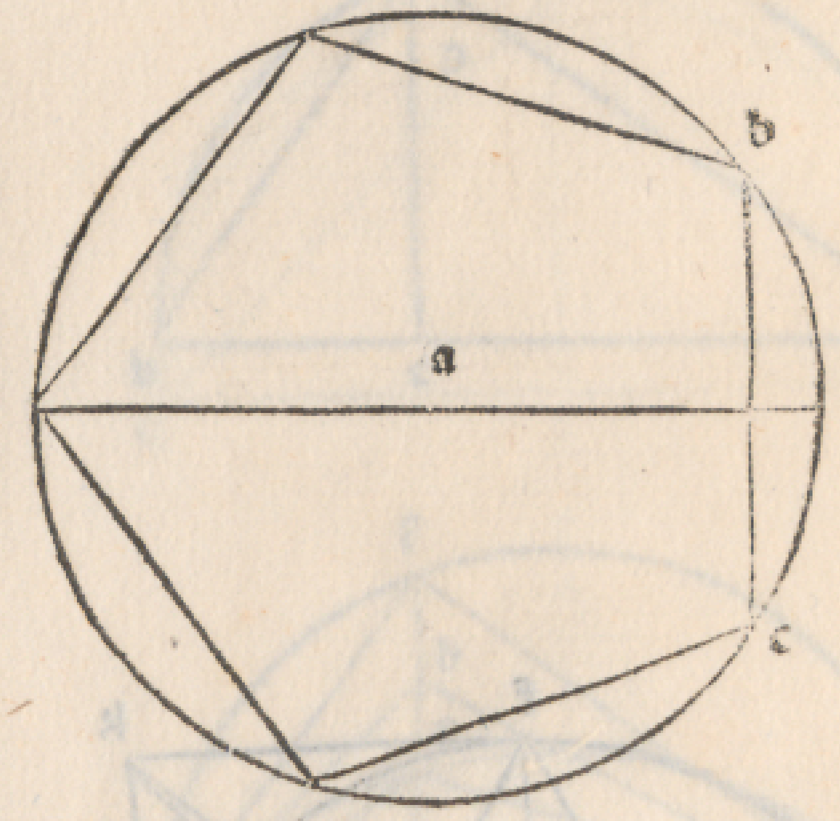
Si circuli pentagonū equilaterum circūscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irra/tionalis ea scilicet que dicitur minor. ¶ Sit pentagonꝰ equi/laterꝰ.a.b.c.d.e.iscriptꝰ circulo eisdē litteris ascripto cꝰ ceтꝝ.f.⁊ due diametri.b.g.⁊.a.h.sitqꝫ vtraqꝫ haꝝ diametroꝝ linea rōnalꝭ i longi
tudie:dico tunc ꝙ latꝰ pētagoni inscripti erit linea irrōnalis illa videlꝫ q̄ diciť mi/
nor:ꝓtrahať eni linea.a.c.q̄ secet diametꝝ.b.g.in puncto.k eritqꝫ ex vltima sexti

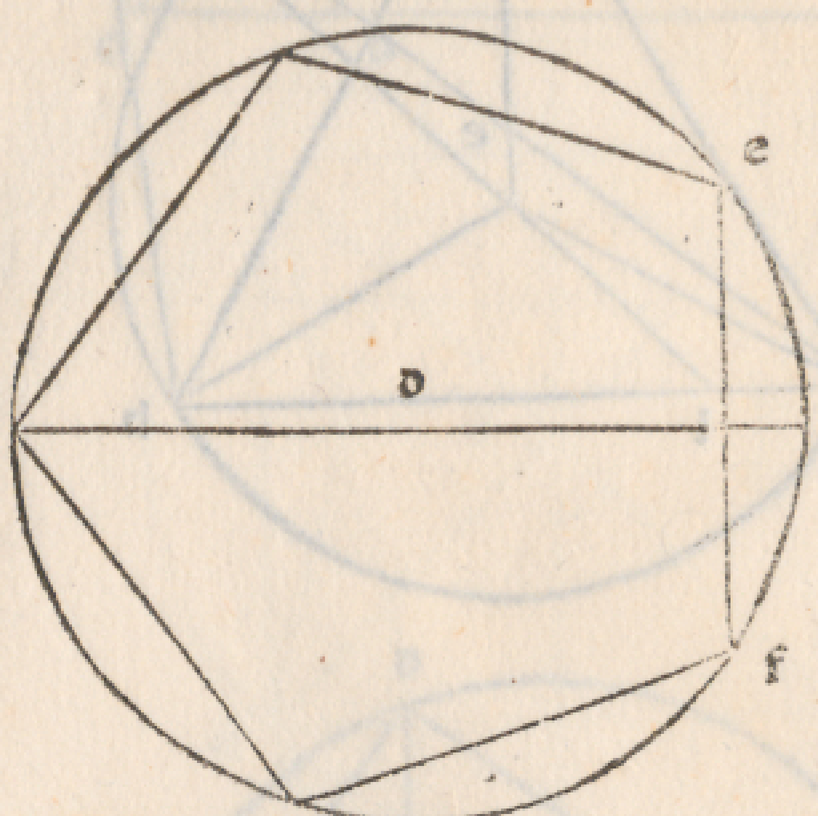
ꝛ quarta p̃mi linea.a.c.diuisa a diametro .b.g.orthogonaľr ꝛ p eq̃lia i pũcto.k.qꝛ
cũ semicirculus.b.a.g.sit eq̃lis semicirculo.b.e.g.ꝛ arc⁹.b.c.arcui. b. c.sicut ꝯstat
ex.27.tertij erit arcus.a.g.residu⁹ equalis arcui.c.g.residuo:ĩdeoq; ex vltima sexti
angulus.a.b.g.eq̃lis etiã angulo.c.b.g.cũ itaq; duo latera.a.b.ꝛ.b.k.trianguli.a
b.k.sint eq̃lia duobus laterib⁹.c.b.ꝛ.b.k.trianguli.c.b.k.ꝛ angulus.b .vnius an/
gulo.b.alterius:erit ex quarta p̃mi basis.a.k.eq̃lis basi.k.c. ꝛ oẽs anguli qui sunt
ad.k.sunt recti ex prima pte tertie tertij:diameter aũt.a.h.secet latus pẽtagoni.c.
d.in puncto.l.Eritq; siľiter linea.c.d. diuisa a diametro.a .h. orthogonaľr ꝛ per
equalia in puncto.l.cũ eni sint duo arcus.a.d.h.ꝛ.a.c.h.eq̃les ꝛ arcus.a.c.sit eq̃/
lis arcui.a.d.erunt duo residui semicirculoꝝ qui sũt.c.h.ꝛ.d.h. eq̃les quib⁹ si sub/
tendanť due chorde que sunt .c.h.ꝛ.d.h.ipse quoq; ex.28.tertij erunt equales ꝛ qꝛ
arcus.a.c.ẽ equalis arcui.a.d.erit ex vltima sexti angulus.c.h.l.eq̃lis angulo.d.h
l.ideoq; per quartã primi basis .c.l.est equalis basi.d.l .ꝛ omnes anguli qui sunt
ad.l.recti ex prima pte tertie tertij.itaq; duo trianguli .a.c.l.ꝛ.a.f.k.sũt eq̃angu/
li ex.32.p̃mi.Est eni angulus .l.maioris eq̃lis angulo.k. minoris eo ꝙ vterq; est
rectus ꝛ angulus .a.ẽ cõis vtriq;:quare ex quarta sexti ꝓportio.l.c.ad.c.a. ẽ sicut
k.f.ad.f.a. Sumať igiť ex diametro.b.g.linea.f.m.equalis quarte parti semidia/
metri eritq; per equam proportionalitatẽ proportio.c.l.ad quartã partẽ linee. a.c
que sit.c.q.sicut.k.f.ad quartam partẽ linee.f.a.que est.f.m. ꝛ qꝛ ꝑ.15.quinti ꝓ/
portio.c.d.ad.c.k.est sicut.c.l.ad.c.q.sic eni est duplum ad duplum sicut simpluz
ad simplum:erit ꝑ.11.quinti.d.c.ad.c.k.sicut.k.f.ad.f.m.ꝛ cõiuncti linee cõstan/
tis ex.d.c.ꝛ.c.k.ad.c.k.sicut.k.m.ad.m.f.ꝛ ĩõ per primam partem.21.sexti pro/
portio quadrati linee cõposite ex.d.c.ꝛ.c.k.ad quadratũ linee. c.k. sicut quadrati
linee.k.m.ad quadratũ linee.m.f.cõstat autẽ ex p̃missa ꝙ si linea. a. c.diuidatur
ꝺm proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema maior portio ei⁹ erit eq̃lis linee
d.c.igiť linea constans ex.d.c.ꝛ.c.k. cõponiť ex maiori portione diuise ꝺm pro/
portionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema ꝛ ex medietate toti⁹ linee sic diuise:ẽ eni
c.k.medietas.a.c.itaq; ꝑ primã istius. 13.libri quadratũ linee composite ex. d.c.
ꝛ.c.k.quintuplum quoq; ẽ ad quadratũ linee.c.k.ideoq; quadratum linee. k. m.
quintuplũ quoq; ẽ ad quadratũ linee.m.f.cum sit hoꝝ quadratoꝝ ꝛ illorum vna
ꝓportio ẽ aũt linea.b.m.quintupla ad lineã.m.f.erat eni.m.f.quarta ꝑs semidia
metri propositi circuli:ergo quadratũ linee.k.m.ad quadratũ linee.m.f.est sicut li
nee.b.m.ad lineam.m.f.et quia ex secunda pte.18.sexti quadratũ linee. k.m.ad
quadratum linee.m.f.est sicut linee.k.m.ad lineam.m.f.duplicata:erit ex vndeci
ma quinti linea.b.m.ad lineam.m.f.sicut linea.k.m.ad lineam. m.f. duplicata:
igitur linea.k.m.est medio loco proportionalis inter duas lineas.b .m.ꝛ. m .f.qđ
sic constat.Sit enim linea.n.p.medio loco ꝓportionalis inter eas sũpta ꝺm do/
ctrinã none sexti eritq; ex diffinitione ꝓportionis duplicate que posita ẽ i p̃ncipio
quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.sicut.b.m.ad.n.p.duplicata:ꝛ qꝛ.b.m.ad.n.p.sicut
n.p.ad.m.f.erit etiã ex.11.quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.sicut n.p.ad.m.f. dupli/
cata igiť ex prima pte.9.quinti due linee.k.m.ꝛ.n.p.sunt eq̃les:ĩdeoq; ex prima pte
7.quinti ꝛ ex scđa pte eiusdẽ linea.k.m. ẽ medio loco ꝓportionalis inter. b.m.et
m.f.quare ex correľ.15.sexti proportio quadrati linee.b .m.ad quadratum linee
m.k.ẽ sicut ẽ linee.b.m.ad lineam.m.f.ꝛ quia linea.b.m.ẽ quintupla ad lineam
m.f.erit quadratum linee.b.m.quintuplũ ad quadratũ linee.m.k.linea aũt.b.m.





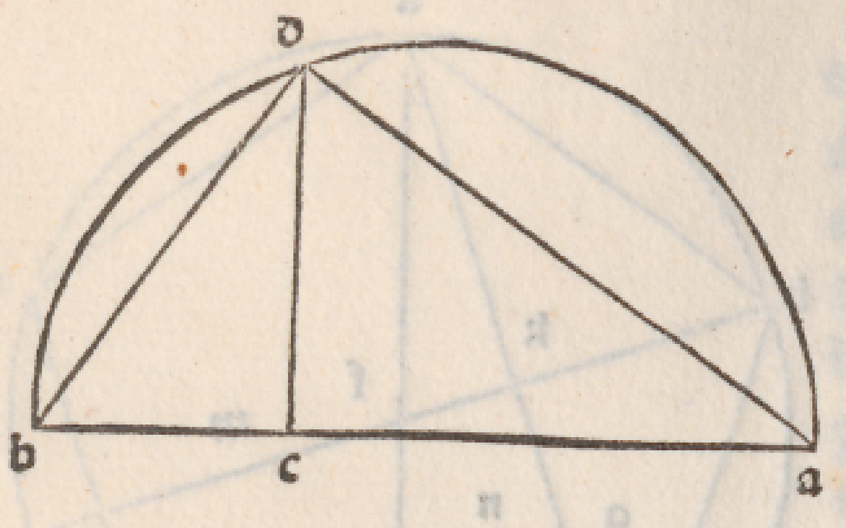
est rõnalis in longitudine: ergo per vltimã ptẽ.7.decimi linea .m.k. est rõnalis in potentia tm̃ ⁊ qꝛ linea.b.m.ẽ potentioꝛ linea.m.k.in quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine vt in cõtinuo ꝓbabit̃ erit linea.b.k.residuũ quartũ ex diffinitione residui quarti. Qđ aũt probandũ assumpsimus sic patet.sit numerus.r: quintuplus ad numeꝝ.s.sintq̃ʒ.t.⁊.s.quantũ.r.ac si esset.r.quinq̃ʒ.s.vnũ.t.quatuoꝛ:⁊ sit linea .b.m.potentioꝛ linea.m.k.in quadrato linee.x.cũ igit̃ sit quadratum linee.b.m.ad quadratũ linee.m.k.sicut numer⁹.r.ad numeꝝ.s.erit ꝑ euersã ꝓpoꝛtionalitatẽ quadratũ linee.b.m.ad quadratũ linee.x.sicut numer⁹.r.ad numeꝝ.t. quare per vltimã ptẽ.7.decimi linea.x.ẽ incõmensurabilis linee.b.m.in longitudine.nõ est ergo dubiũ quin.b.k.sit residuũ quartũ. Manifestũ vero ẽ ex.34.tertij: ꝙ illud qđ fit ex.b.k.in.k.g.ẽ equale ei qđ fit.a k.in.k.c.ideoq̃ʒ etiã ipsũ idem est equale quadrato.k.c.eo ꝙ.a.k.ẽ equalis.k.c. ergo quadrato. b.k. addito vtriq̃ʒ erit ex penultima pꝛimi qđ fit ex.b.k in se ⁊ in.k.g.equale quadrato .b.c. et qꝛ ex pꝛima secundi quod fit ex .b.k.in se ⁊ i.k.g.est equale ei qđ fit ex.b.k.in..g.b.erit linea.b.c.latus tetragonicũ supficiei contenti a duabus lineis.g.b.⁊.k.b .⁊ quia linea.g.b.ẽ rõnalis:linea vero.b.k.ẽ residuũ quartũ.⁊ qꝛ linea potens in superficiẽ linea rõnali residuoq̃ʒ quarto cõtenta est linea minoꝛ vt constat ex.89.decimi libꝛi necesse est lineã.b.c.que est latus pentagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti eẽ lineã minoꝛem qđ erat ex pꝛincipio demonstrandũ. Hoc ergo mõ sequit̃ ꝙ lat⁹ pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minoꝛ.si diameter circuli cui inscribatur fuerit rõnalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rõnalis in potentia tm̃.adhuc necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minoꝛ. esto eni linea.a.rõnalis in potentia tm̃ supꝛa quã describatur circulus eiq̃ʒ descripto inscribat̃ pentagonus equilaterus cuius vnũ latus sit. b.c. dicant̃q̃ʒ pentagonus et circulus.a.dico ꝙ linea.b.c.ẽ linea minoꝛ. Sumatur eni aliqua linea rõnalis i longitudine que sit.d.⁊ super eã linectur circulus cui inscribat̃ pentagonus equilater⁹ ⁊ sit vnũ latus ipsius linea.e.f dicant̃q̃ʒ pentagonus ⁊ circulus.d.constat igitur ex hac.12.ꝙ.e.f.ẽ linea minoꝛ cũ diameter.d.sit rõnalis in longitudine. Qm̃ vero ꝓpoꝛtio pentagoni.a.ad pentagonũ.d.ẽ sicut quadrati linee.b.c.ad quadratum linee.e.f.vtraq̃ʒ eni ẽ ex scđa pte.18.sexti:sicut linee.b.c.ad lineã.e.f. duplicata pentagoni aũt.a.ad pentagonũ .d.ẽ sicut q̃drati.b.c.ad quadratũ linee.e.f.diametri a.ad quadratũ diametri.d.ex pꝛima. 12.erit ex.11.quinti quadratum linee.c.b.ad quadratũ linee.e.f.sicut quadratũ diametri.a.ad quadratũ diametri.d. cũq̃ʒ quadrata duaꝝ diametroꝝ.a.⁊.d.sint cõicantia:qꝛ ambo sũt rõnalia ex ypothesi erũt quoq̃ʒ ex pꝛima pte.10.decimi quadrata duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊.e.f. cõicantia :ergo linea.b.c.cõicat i potẽtia cũ linea.e.f.⁊ qꝛ linea.e.f. ẽ minoꝛ: sequit̃ ex.100.decimi: ꝙ etiã.b.c.sit linea minoꝛ qđ ẽ ꝓpositũ.siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue i potẽtia tm̃ necesse ẽ vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minoꝛ.



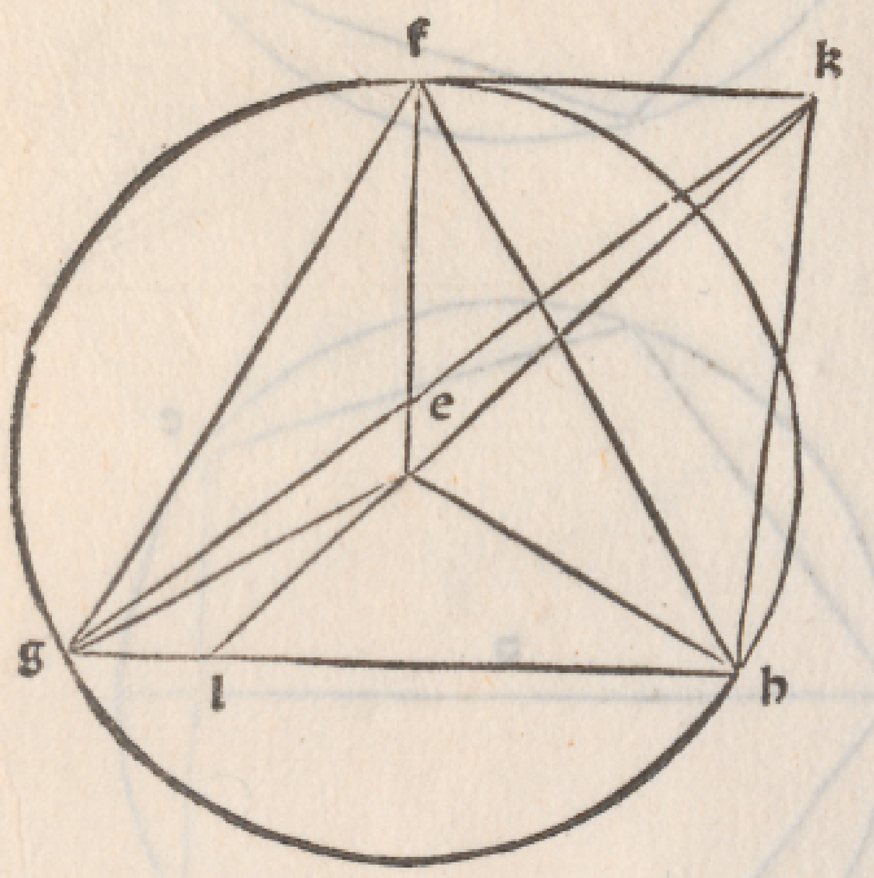


Propositio .13.

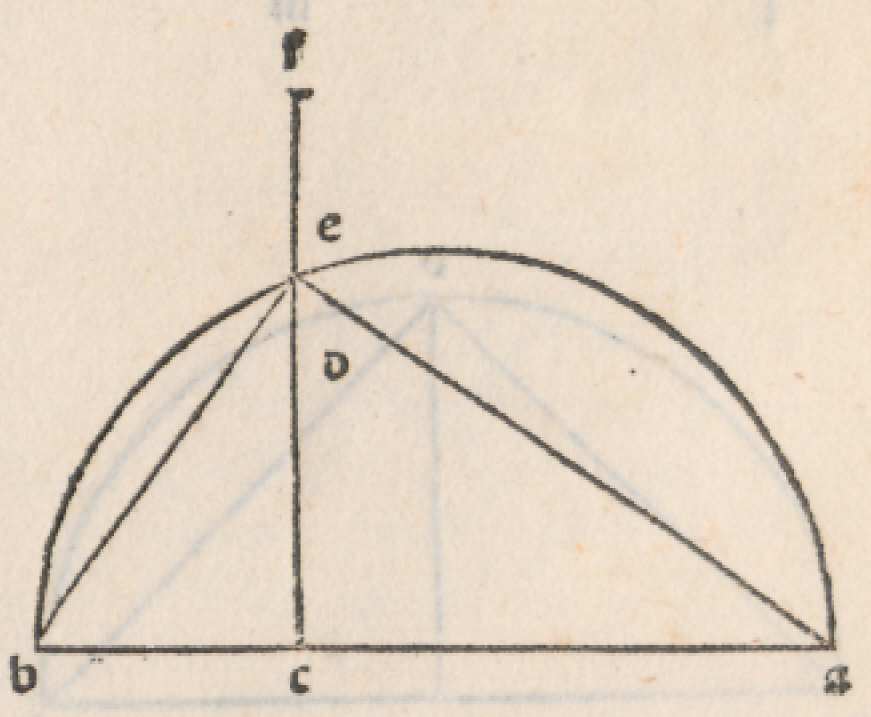
Piramidẽ q̃tuoꝛ basiũ triãgulariũ ⁊ eq̃lateraꝝ ab assignata spera circũscriptibilẽ fabricare h⁹ ergo spere diametros ad lat⁹ ipsi⁹ piramidis sexq̃alterã ꝓpoꝛtionẽ potentialiter habere ꝓbat̃. ¶ Sit linea.a.b.diameter assignate spere que diuidatur in puncto.c.ita ꝙ.a.c.sit dupla ad.b.c.⁊ lineet̃ super eam semicirculus.a.d.b.⁊ producatur linea.c.d.oꝛthogonaliter sup lineã.a.b.⁊ ꝓducat̃ linea

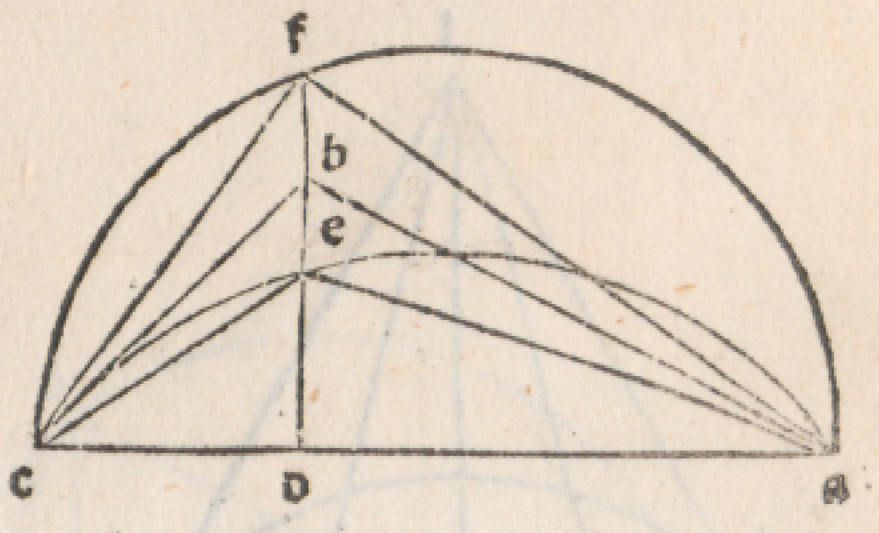


b.d.⁊.d.a.poſtea fiat circulus.f.g.h.ſuper centrū.e.cuius ſemidiameter ſit equa/
lis linee.c.d.cui ex ſcđa quarti libri inſcribat̃ triangulus equilaterus qui ſit. f.g.h.
ad cuiꝰ angulos ꝓtrahant̃ a centro linee.e.f.e.g.e.h.deinde ſup centꝝ.e.erigatur
ſm ꝙ docet.12.decimi vel vndecimi linea.e.k.q̄ ponat̃ equalis.a.c.ꝑpendicularis
ad ſuperficiē circuli.f.g.h.⁊ demittant̃ a puncto.k.ypothemiſe.k.f.k.g.k.h.eritqꝫ
cōpleta piramis quatuoꝛ baſiū triangulariū ⁊ equilateraꝝ quā dico eſſe ab aſſigna
ta ſpera circūſcriptibileꝫ ⁊ dico quadratum diametri ꝓpoſite ſpere ſexquialteꝝ eſſe
ad quadratum lateris fabꝛicate piramidis .cōſtat eni ex pꝛima pte coꝛrelarij .8.ſe/
xti ꝙ linea.c.d.ē medio loco ꝓpoꝛtionalis inter.a.c.⁊.c.b.quare ex coꝛrel̃.17.eiꝰ/
dem quadratum linee.a.c.ad quadratū linee.c.d.ē ſicut.a.c.ad.c.b.ergo cōiuncti
quadratū.a.c.⁊ quadratū.c.d.ad q̄dratū.c.d.ſicut.a.b.ad.b.c.ideoqꝫ ex penult̃.
pꝛimi quadratū.a.d.ad quadratū.d.c.ſicut.a.b.ad.b.c.cū ergo linea.a. b.ſit tri/
pla ad.b.c.erat eni.a.c.dupla ad eā erit quoqꝫ quadratū.a.d.triplū ad quadratū
d.c.ē autē ex .8. huius quadratū .f.g.triplū ad quadratū. e.f.quare cū ex ypotheſi
d.c.ſit equalis .e.f.erit ex cōi ſcia.a.d.equalis.f.g.⁊ qꝛ ex diffinitione linee perpē
dicularis ad ſuperficiē linea.e.k.continēt cū ſingulis lineis.e. f.e.g. e.h. angulos
rectos quaꝝ quelibet ē equalis linee .c.d.⁊ qꝛ ipſa eadē ē equalis linee.a.c .⁊ angu
lus.c. ē rectus :erit per quartā pꝛimi vnaquaeqꝫ triū lineaꝝ.k.f.k.g.k.h.equalis li/
nee .a.d.Manifeſtum eſt igit̃ fabꝛicatam piramidē eſſe quatuoꝛ baſiū triangula/
riū eq̄lateraꝝ.Ipſā aūt eē circūſcriptibilē ab aſſignata ſpera ſic habeto:linee.e.k.
intelligatur adijci ſm rectitudinē linea.e.l.equalis linee.c.b.vt tota k.l.ſit equalis
a.b.que ē diameter aſſignate ſpere:hanc aute lineā inquā.e.l.imagineris eſſe ſub
circulo.f.g.h.perpendicularem quoqꝫ ad.ipſius ſuꝑficiem ex pte inferioꝛi ſicut eſt
e.k.ex parte ſupioꝛi eritqꝫ vnaquaeqꝫ triū lineaꝝ.e.f.e.g.e.h.⁊ ſimpl̃r q̄libet ſemidi
ametri circuli.f.g.h.medio loco ꝓpoꝛtionalis inter.k.e.⁊.e.l.queadmodū ē. d.c.
inter.a.c.⁊.c.b. nam hee ſūt equales illis vnaquaqꝫ ſue relatiue. Si igit̃ ſup lineaꝫ
l.k.deſcribat̃ ſemicirculꝰ circūducaturqꝫ quouſqꝫ ad locū vnde moueri ceperat re/
deat erit ex diffinitione ſperaꝝ equaliū ſpera deſcripta motu huius ſemicirculi eq̄
lis ſpere aſſignate.ſunt eni ſpere equales quaꝝ ſunt equales diametri queadmo/
dum de circulis in pꝛincipio tertij dictū ē:ſemicirculū hunc vero neceſſe eſt tranſi/
re per tria puncta.f.g.h.que ſunt anguli ſolide piramidis fabꝛicate. ſil̃r autē dico
ꝙ ſemicirculus hic qui ſuꝑ lineā.k.l.fuerit deſcriptꝰ ſi circūducat̃ quouſqꝫ ad locuꝫ
redeat vnde moueri ceꝑat continget circulū.f.g.h.ſuper omnia puncta circūferen
tie ipſius.Qđ ex hac vetuſta veritate pꝛobatur:ſi linea recta ſuper lineaꝫ rectā per
pendiculariter ſteterit que inter partes eius cui ſuperſtat uel circumſtat medio lo/
co pꝛopoꝛtionalis ponatur.fueritqꝫ ſuper eam lineam cui perpendicularis ſuꝑſtat
ſemicirculus deſcriptꝰ circūferentia ipſius ꝑ extremitatem linee medio loco ꝓpoꝛ/
tionalis poſite ꝑpendiculariter neceſſario trāſibit.cum igitur cuncte ſemidiametri
circuli.f.g.h.ſint ꝑpēdicl̃ares ad lineā.k.l.⁊ medio loco ꝓpoꝛtiōales iter ꝑtes ipiꝰ
que ſunt.k.e.⁊.e.l.ſequit̃ ut ſemicirculus deſcriptꝰ ſuꝑ.k.l.ſi circūducat̃ tranſeat ꝑ
omnia puncta circūferentie.f.g.h.⁊ per omnes ſolidos angulos piramidis fabꝛi/
cate.itaqꝫ a diffinitione eius quod eſt figuram inſcribi figure piramis fabꝛicata
eſt inſcriptibilis illi ſpere quā ſemicirculus ſuper lineam.k.l.lineatꝰ mutuo ſuo de/
cribit:⁊ quia hec ſpera deſcripta eſt aſſignate ſpere equalis ꝑ diffinitionē equaliū
ſperaꝝ ſequit̃ ex cōi ſcientia vt hec piramis fabꝛicata ſit ab aſſignata ſpera circū/



ſcriptibilis qᷓ eſt ꝓpoſitū. Corelariū aūt pȝ ſic. Cum enī.a.b.ſit tripla ad.b.c.ꝑ
euerſam proportionalitatē erit.a.b.ſexquialtera ad.a.c.ideoqȝ ex ſcḋa pte corela
rij.8.ſexti ⁊ corelario.17.eiuſdē quadratū linee.a.b.erit etiā ſexquialterꝝ ad qua/
dratū linee.a.d.⁊ qꝛ linea.a.d.ē equalis lateri fabricate piramidis.at vero.a.b.eſt
diameter ſpere: conſtat verꝝ eē qᷓ per corelariū dicit᷑. Ne aūt quēqȝ de vetuſta ve/
ritate propoſita heſitare cōtingat eā volum⁹ hoc mō demōſtratione firmare. Sit
igit᷑ ſup lineā.a.b.linea.c.d. ꝑpendicularis q̄ ponat᷑ medio loco ꝓportionalis in/
ter ptes linee.a.b.que ſint.a.c.⁊.c.b.ita ꝙ proportio.a.c.ad.c.d.ſicut.c.d.ad.c.b
Et ſuper lineā.a.b.deſcribat᷑ ſemicirculus.a.e.b.dico ꝙ huius ſemicirculi circūfe/
rentia tranſibit per punctū.d.qui ē extremitas ꝑpendicularis. Sinautē aut ſecabit
lineā.c.d.aut ſuptranſibit eā totā ipſā trāſiens ⁊ includens ⁊ non contingens. ſe/
cet ergo primo eā in puncto.e.⁊ ducant᷑ linee.e.b.⁊.e.a: eritqȝ ex prima pte.30.ter
tij totalis angulus.a.e.b.rectus.itaqȝ ex prima pte corel᷑.8.ſexti ꝓportio eſt.a.c.
ad.c.e.ſicut.c.e.ad.c.b.at vero ex ſecunda pte.8.quinti ꝓportio.a.c.ad.c.e.ē ma
ior q̄ȝ.a.c.ad.c.d.eo ꝙ.c.e.ē minor q̄ȝ.c.d.cū igit᷑ ſit.c.e.ad.c.b.ſicut.a.c.ad.c.e
⁊.c.d.ad.c.b.ſicut.a.c.ad.c.d.erit per.12.quinti.e.c.ad.c.b.maior q̄ȝ.c.d.ad.c.
b.ideoqȝ per primā ptē.10.quinti.e.c.ē maior q̄ȝ.d.c.ps videlicet q̄ȝ ſuū totuȝ qᷓ
eſt impoſſibile. Nō ergo ſecabit circūferentia ſemicirculi lineā.c.d. ¶ Sup tranſeat
igit᷑ ⁊ ꝓducat᷑.c.d.vſqȝ ad circūferentiā: ſitqȝ tota.c.e.⁊ protrahant᷑ linee.e.b.⁊.e
a.ſequet᷑qȝ ut pri⁹ lineā.c.d.eſſe maiorē q̄ȝ ſit linea.c.e.qᷓ eſt etiā impoſſibile: con
ſtat ergo ꝓpoſitū. Silr̄ aūt dicimus ꝙ ſi fuerit aliquis angul⁹ rectus cui baſis ſub
tendat᷑ ſup quā ſemicirculus linee᷑: ipſius circūferentiā ꝑ angulū rectū tranſire ne/
ceſſe ē.conuerſā vero huius ꝓponit prima ps.30.tertij.qᷓ aūt dicimus ſic conſtat
¶ Sit enī angul⁹.a.b.c.rectus cui ſubtendat᷑ baſis.a.c.⁊ ſup eā linee᷑ ſemicircul⁹
dico ꝙ ipſius circūferentia tranſibit ꝑ punctū.b.in quo coeunt linee continentes
angulū rectū cuius demonſtratio ē ꝙ neqȝ tranſibit ſupra neqȝ infra. ſin autē trā/
ſeat: p̄mo īfra ſitqȝ.a.e.c.⁊ ab angulo.b.producat᷑ linea.b.d.perpēdicularis ad ba
ſim.a.c.que ſecet circūferentiā ſemicirculi in puncto.e.⁊ protrahant᷑ linee.e.a.⁊.e
c.eritqȝ angulus.a.e.c.rectus ex prima pte.30.tertij.at ipſe ē maior angulo.a.b.c
per.21.primi hoc autē ē impoſſibile ex tertia petitione cū vterqȝ ſit rectus.hic qui
dē ex ypotheſi: ille vero ex prima parte.30.tertij. Nō ergo trāſibit circūferentia ſe
micirculi infra angulū.b.tranſeat itaqȝ ſupra ⁊ ſit.a.f.c.ꝓducatur autē ꝑpendicu
laris.d.b.quouſqȝ obuiet circūferentie ſemicirculi.a.f.e.i puncto.f.⁊ producant᷑
linee.f.a.f.c.eritqȝ ex prima parte.30.tertij angulus.a.f.c.rectus. cūqȝ etiā eēt ex
ypotheſi angulus.a.b.c.rectus ſequit᷑ impoſſibile per.21.primi ſicut in principio.
relinquit᷑ ergo qᷓ diximus. hoc aūt neceſſariū eſt ad cognitionē eoꝝ que ſequūtur.

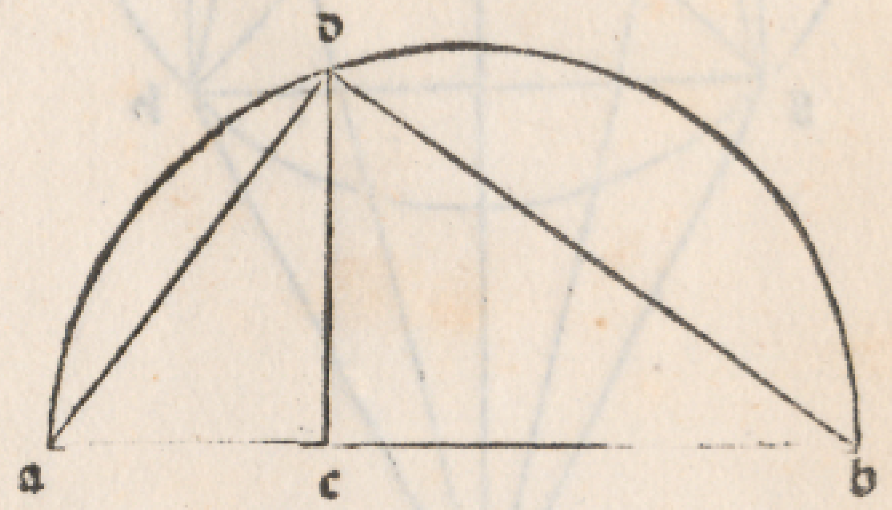


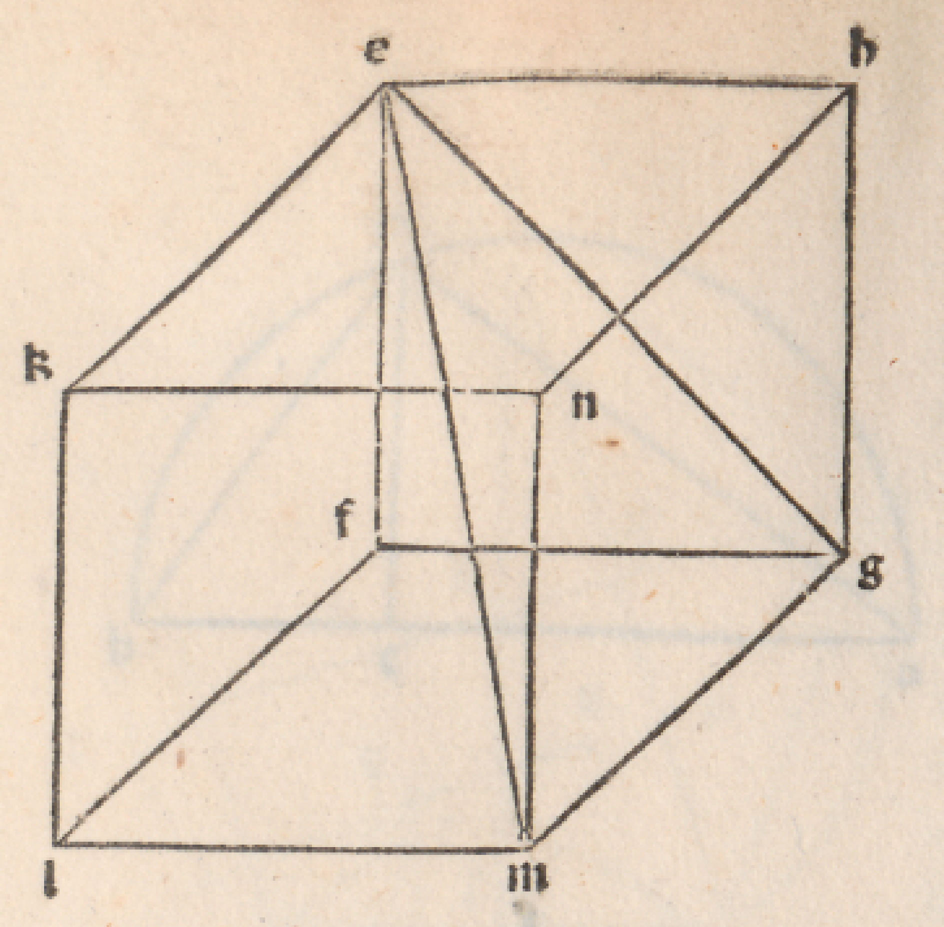


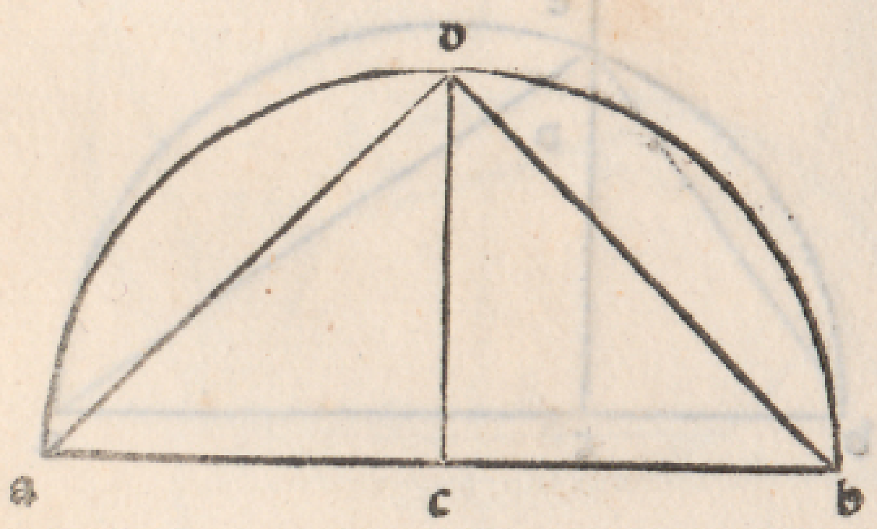
Propoſitio .14.

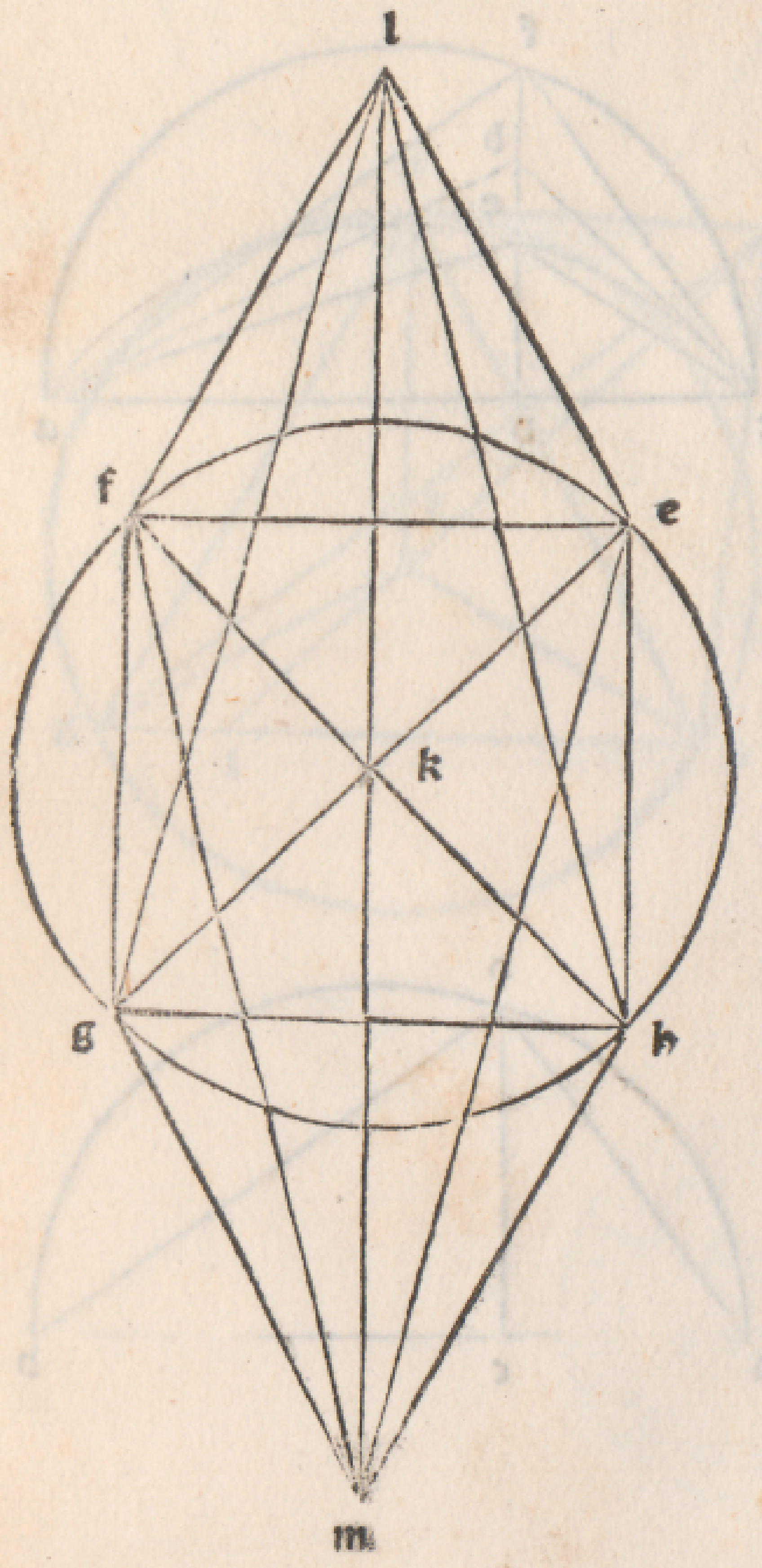
AB aſſignata ſpera circūſcriptibilem cubum conſtituere eiuſdem autem ſpere diametrum lateri ipſi⁹ cubi poten/tialiter triplicem eſſe manifeſtum erit.

¶ Aſſignate ſpere diametrum ſit.a.b.ſuper quā lineetur ſemicircu/
lus.a.d.b.diuidaturqȝ diameter i puncto.c.prorſus ſecundum con
ditionem premiſſe videlicet ut linea.a.c.ſit dupla ad lineam.c.b.⁊ producatur
c.d.perpendicularis ad.a.b.⁊ protrahantur.d.b.⁊.d.a.poſtea fiat vnū q̄dratum
cuius oīa latera ſint equalia linee.b.d.ſitqȝ.e f.g.b.ſup cui⁹ q̄tuor anglos erigant᷑









vt docet .12. vndecimi quatuor lineę ppẽdiculares ad supficiẽ ipsi⁹ q̃drati q̃r q̃libȝ ponatur etiã equalis lineę.b.d.sintq̧.e.k.f.l.g.m.h.n.eruntq̧ hę quatuor ppendiculares singule singulis equidistantes ex sexta vndecimi: ꝛ anguli quos cõtinent cũ lateribus quadrati recti ex diffinitione lineę ppẽdicularis ad supficiẽ: deinde cõiungant̃ extremitates istarꝫ ppendiculariũ ꝓtractis lineis.k.l.l.m.m.n.n.k.eritq̧ cõplet⁹ cub⁹ sex supficieb⁹ q̃dratis cõtentus.cõstat eni ex.34.pmi q̧ q̃tuor superficies ipsum ambientes ꝛ ipse sunt quarꝫ opposita latera sunt quatuor perpendiculares sint omnes quadrate: de basi autẽ hoc positũ est.at vero de suppręma ei⁹ supficie que ẽ.k.l.m.n.q̧ ipsa quoq̧ sit quadrata. cõstat ex.34.primi ꝛ.10.vndecimi.ideoq̧ ex quarta vndecimi manifestũ ẽ singula latera eiusdẽ cubi duab⁹ ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Ut autẽ cubũ hunc ab assignata spera circũscriptibilem eẽ demonstremus: in vna suarꝫ supficierꝫ ꝓtrahat̃ diagonalis.verbi gratia in basi eius sitq̧.e.g.ꝛ.a.b.huius diagonalis altera extremitate ꝓtrabatur diameter cubi.e.m.eritq̧ ex penultima primi quadratũ.e.g.duplũ ad quadratũ.f.g.ideoq̧ ꝛ ad quadratũ.g.m.eo q̧.g.m.ẽ equalis.f.g.sũt eni omnia latera cubi adinuicẽ equalia.ꝛ q: rursus ex penultima primi quadratũ.e.m.ẽ equale quadratis duarꝫ linearꝫ.e.g.ꝛ.g.m.ꝑpter hoc q̧ angulus.e.g.m.ẽ rectus ex diffinitione lineę perpendicularis ad superficiẽ: erit quadratũ.e.m. triplum ad quadratũ.m.g. constat eni ex duplo ꝛ simplo.cumq̧ ex secũda pte conel̃.8. sexti ꝛ ex conel̃.17.eiusdẽ q̃dratũ quoq̧.a.b.sit triplũ ad quadratũ.b.d.eo q̧ linea.a.b. tripla ẽ ad lineã.b.c.sit autẽ.b.d.equalis.g.f.sequitur ex cõi scia ut.e.m.q̃ ẽ diameter cubi sit equalis.a.b.que ẽ diameter sperę.itaq̧ si sup.e.m.lineet̃ semicirculus circumducat̃q̧ quousq̧ ad locũ vnde fuit initiũ motus redeat spera descripta ꝛ erit ex diffinitione sperarꝫ equaliũ equalis sperę assignate.at vero q: hic semicirculus trãsitũ faciet p punctũ.g.eo q̧ angulus.e.g.m.ẽ rect⁹ eadẽq̧ rõne p ceteros singlos rectos angulos cubi qd̃ ex antecedente ante hãc.14. imediate pmisso manifestũ ẽ constat cõstitutũ cubũ ab assignata spera eo q̧ a sua equali circũscriptibilẽ esse qd̃ demonstrare oportebat.conelarij vero demõstratio in isti⁹ demõstratiõis ꝓcessu prepatuit.

Propositio .15.

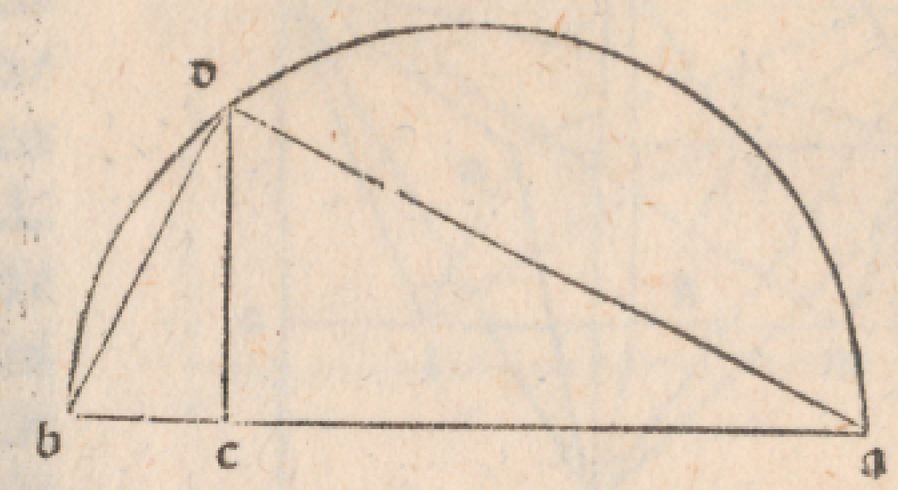
Corpus octo basiũ triãgulariũ ꝛ equilaterarũ a spera ꝓposita circũscriptibile cõponere: eritq̧ palã eiusdeȝ sperę diametrꝫ lateri ipsius corpis duplicem esse potentialiter.

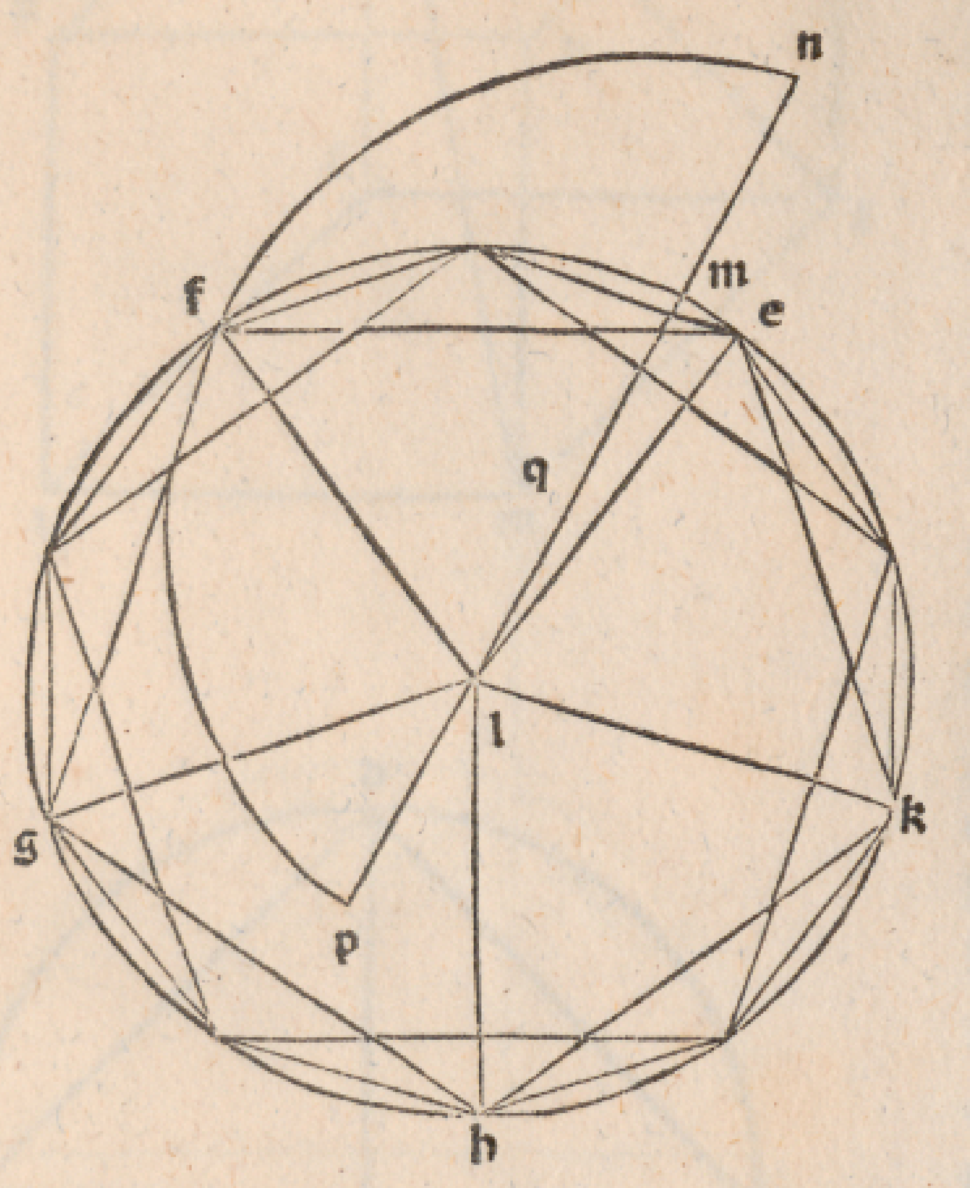
¶ Diameter sperę ꝓposite sit.a.b.que diuidat̃ p equalia i puncto.c. ꝛ sup eã lineet̃ semicirculus.a.d.b.ꝛ ꝓducat̃.c.d.ppendicularis.ad.a.b.ꝛ iungat̃ punct⁹.d.cũ.a.ꝛ cũ.b.describat̃q̧ vnũ quadratũ cuius singula latera sint equalia lineę.b.d.sitq̧ quadratũ.hoc.e.f.g.h.in quo ꝓtrahant̃ diametri due.e.g.ꝛ.f.h. secantes se inuicẽ in puncto.k.ꝯstat igit̃ ex.4.primi q̧ vtraq̧ istarꝫ diametrorꝫ sit equalis lineę.a.b.que ẽ diameter sperę cũ angulus.d.sit rectus ex pma pte.30.tertij ꝛ singuli quoq̧ anguli.e.f.g.h.recti ex dione q̃drati: ꝯstat rursus q̧ eedem due diametri.e.g.ꝛ.f.h.diuidũt se inuicẽ p equalia in puncto k.hoc autẽ ex.5.primi ꝛ 32.ꝛ sexta eiusdẽ facile ẽ elicere.erigat̃ itaq̧ sup punctũ.k.linea.k.l.ppendicularis ad supficiẽ q̃drati q̃ ponat̃ eq̃lis medietate diametri.e.g.l̃.f.h.ꝛ demittant̃ ypothemise l.e.l.f.l.g.l.h. erũtq̧ ex his q̃ posita sunt ꝛ penul pmi quotiẽs oportuerit repetita singule harꝫ ypothemisarꝫ eq̃les sibi inuicẽ et equales laterib⁹ q̃drati. habes ergo piramidẽ quatuor equilaterarꝫ triangulariumq̧ basiũ sup quadratũ ꝯstitutã.

hinc itaqꝫ sub ipso quadrato similē piramidē hoc mō appone lineā.l. k.producas ꝑforando quadratum vsqꝫ ad.m.ita ꝙ.k.m.exñs sub quadrato sit equalis .l.k. existenti supra: ⁊ iunge punctū.m.cū singulis angulis q̄drati ꝓducendo.4 .alias ypothemisas que sunt.m.e.m.f.m.g.m.h.de quibus quoqꝫ manifestū ē ex penul'. primi: queadmodū de alijs que sunt in supiori pte ꝙ ipse sint equales ad inuicē et lateribus quadrati. Cōpleuimꝯ igitur corpus.4.basiū triangulariū ⁊ equilaterarū hoc aūt ab assignata spera circūscriptile eē sic habeto. cōstat enī ꝙ linea. l. m.est equalis diametro assignate spere: nā vtraqꝫ eaꝝ ē equalis diametro quadrati.igit' si sup.l.m.lineet' semicirculꝯ qui circūuoluat' quousqꝫ ad locū suū redeat: spera quā motu suo describet erit equalis assignate spere vt ex diffinitione speraꝝ equalium colligit'.hic vero semicirculus transibit ꝑ quatuor angulos quadrati ⁊ simpl'r ꝑ oīa puncta circūferentie circuli circūscribentis quadratū: eo ꝙ semidiameter quadrati vt linea.f.k.⁊ portiones linee.l.m.que sunt.l.k.⁊.k.m.sunt adinuicē equales. q̄re ex diffinitione eius qd ē figurā vnā alij figure inscribi fabricatū corpus inscriptibile ē spere motu huius semicirculi descripte.itaqꝫ ⁊ spere assignate ex cōcept.cū ipse sint adinuicē equales ex diffinitione. Concl'.vero manifeste cōstat: sunt enī due linee .d.b.⁊.d.a.equales ex.4.primi: ideoqꝫ quadratum.a.b.duplū est ad quadratum.b.d.ex penul'.primi: latus aūt fabricati corporis ē equale linee.b.d. veruꝫ est ergo conclarium.

Propositio .16.

Corpus viginti basiū triangulariū atqꝫ equilateraꝝ a data spera diametrū rōnalē habēte circūscriptibile fabricare. eritqꝫ palā latꝯ eiusdē corporis eē lineā irrationalem eam scꝫ que dicitur minor. ¶Sit hic quoqꝫ diameter assignate spere.a.b.q̄ ponat' eē rōnalis siue in longitudine siue in potentia tm̄ ⁊ diuidat' in puncto.c.ita ꝙ.a.c.sit quadrupla ad.c.b. ⁊ lineet' super eā semicirculus.a.d.b.⁊ ꝓducat'.c.d.ꝑpendicularis ad.a. b.⁊ ꝓtrahat' linea.d.b. deinde fm quantitatē linee.d.b.lineet' circulus.e.f.g.h.k.supra centrū.l.cui inscribat' pentagonus equilaterus eisdē litteris annotatus: ad cuius angulos a cētro .l. ducant' linee.l.e.l.f.l.g.l.h.l.k.rursus in eodem circulo inscribat' decagonꝯ equilaterꝯ: diuidant' enī cuncti arcus quoꝝ chorde sunt latera pētagoni ꝑ equalia ⁊ a punctis medijs ad extremitates cunctoꝝ lateꝝ inscripti pentagoni linee recte dirigant'. itēqꝫ super singulos angulos pentagoni erigatur cathecꝯ fm ꝙ docet.12.vndecimi quorum quilibet sit etiā equalis linee.b.d.⁊ cōtinuent' extremitates hoꝝ quinqꝫ cathecoꝝ quinqꝫ coraustis. erūtqꝫ ex.6.vndecimi quinqꝫ catheci erecti adinuicē equidistantes: cūqꝫ ipsi sint eq̄les erūt quoqꝫ ex.33.primi quinqꝫ corausti coꝝ extremitates iūgentes eq̄les lateribꝯ pentagoni. demitte igitur a summitatibus singulis singuloꝝ cathecoꝝ binas ⁊ binas ypothemisas ad duos circūstantes angulos iscripti decagoni ⁊ haꝝ decē ypothemisaꝝ a quinqꝫ extremitatibus cathecoꝝ ad.5. pūcta que sunt singuli anguli medij inscripti decagoni descenden. iū extremitates ꝯtinua aliū pentagonum rursus ipsi circulo inscribendo qui quoqꝫ erit equilaterus ex.23. tertij: cū hoc itaqꝫ feceris videbis te ꝑfecisse decē triangulos quoꝝ latera sunt decē ypothemise ⁊ quinqꝫ corausti ⁊.5.latera hꝯ scōi pentagoni inscripti. hos ergo decē triangulos eq̄lateros eē sic collige. cū enī tā semidiameter descripti circuli q̄ꝫ q̄libet erectorum cathecorum sit equalis linee.b.d.ex ypothesi: erit ex conclario.15.quarti quilibet cathecorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter:



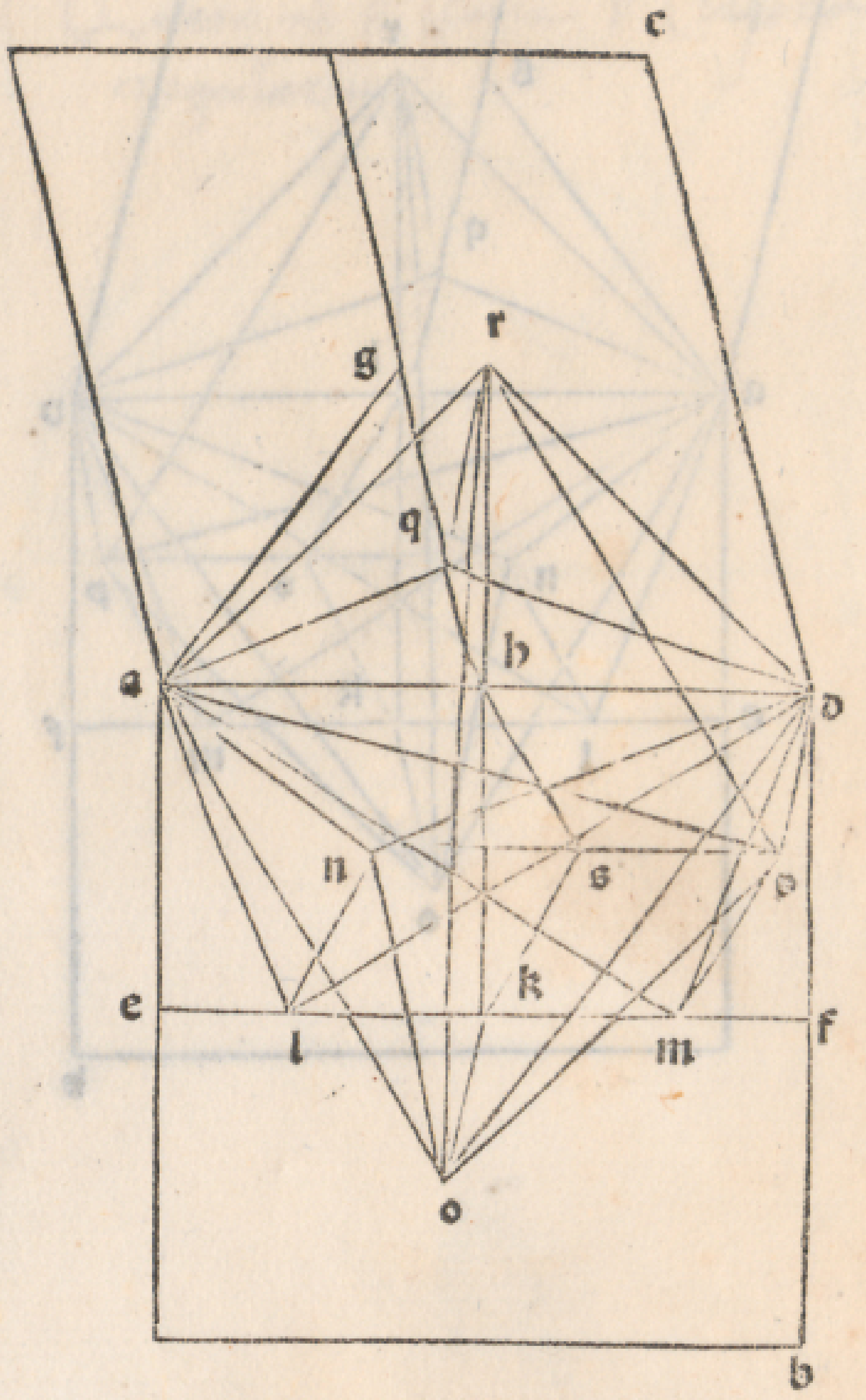


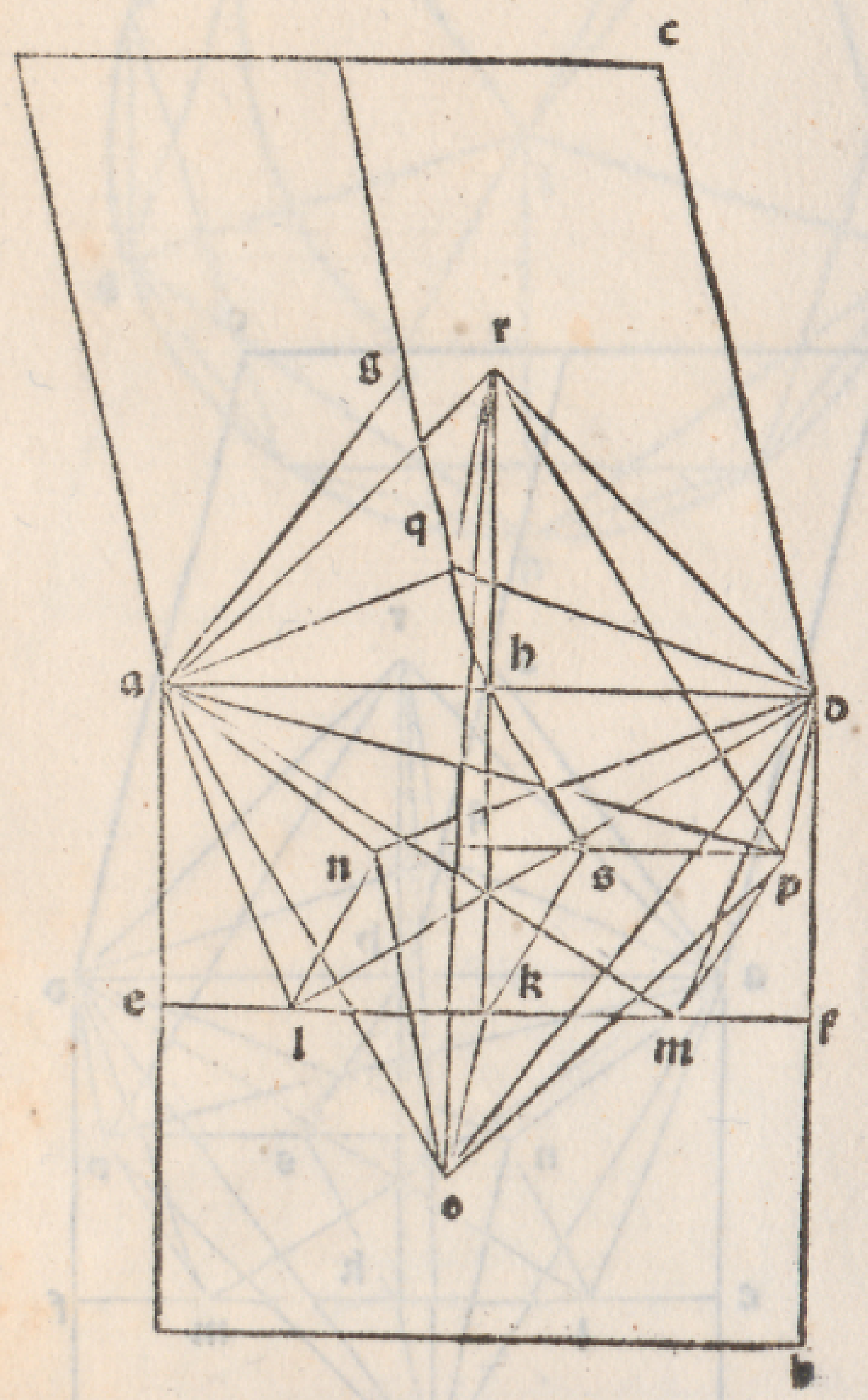
est equalis linee.b.d.inscripti.quia vero ex penul'.primi vnaqq3.10.ypothemisaꝝ tanto est potentior catheco quātū pōt latus decagoni. at vero ex.10.huius latus quoq3 penthagoni ē tanto potentius eodē quātū pōt idē latus decagoni.erit ex cō muni scientia vnaqq3 haꝝ ypothemisaꝝ equalis lateri pentagoni. De coraustis aūt iam patuit ꝙ ipsi sint equales lateribus pentagoni.itaq3 cuncta latera horum decē trianguloꝝ aut sunt latera pentagoni equilateri scda vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igiť equilateri trianguli.Ampli⁹ aūt sup centꝝ circuli qd ē punctū l.erige aliū cathecū equalē priorib⁹ qui sit.l.m.eiusq3 supiorē extremitatē que ē pū ctus.m.iūge cū singulis extremitatib⁹ prioꝝ p quinq3 coraustos eritq3 ex sexta vn decimi hic centralis cathecus singulis cathecoꝝ angulariū equidistans:iōq3 ex.33 primi hi quinq3 corausti erunt semidiametro circuli equales ꝛ ex correl'. 15.quarti quilibet eoꝝ tāquā latus exagoni.centrali ergo catheco ex vtraq3 pte adijciatur li/ nea vna equalis lateri decagoni:supra quidē adijciať ei.m.n.deorsum aūt sub cir/ culo adijciať sibi a centro circuli.l.p.postea demittanť a puncto.n.5.ypothemise ad.5.superiores angulos decē trianguloꝝ qui sunt in circuitu.ꝛ a puncto.p.alie.5 ad alios quinq3 inferiores eruntq3 hee decē ypothemise equales adinnicē laterib⁹ inscripti pentagoni ex penul'.primi ꝛ.10.huius quēadmodū de alijs decē pri⁹ de/ monstratū est.habes ergo corpus.20.basium triangularium atq3 equilateraꝝ cui⁹ cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni.eius vero diameter est linea. n.p. hoꝝ aūt.20.trianguloꝝ decē cōsistunt in circuitu supra circulū.quinq3 aūt cōsur/ gunt sursum ad punctum.n.cōcurrentes.at quinq3 reliqui deorsum emergunt sup punctū .p.coeuntes.hoc autē ycocedrū corpus a data spera circūscriptibile eē sic erit manifestum:cū linea.l.m.sit equalis lateri exagoni ꝛ.m.n.lateri decagoni equi lateroꝝ quos circulus.e.f.g.circūscribit tota l.n.erit ex nona presentis libri diuisa ꝭm ꝓportionem .h.m.ꝛ.d.extra in puncto.m. ꝛ maior portio eius erit linea.l.m. Diuidatur itaq3 .l.m.per eq̄lia in.q. eritq3 ex cōmuni scia.p.q.eq̄lis.q.n.nā. p.l. posita ē equalis lateri decagoni quēadmodū.m.n.quare.q.n.ē medietas.n.p.quē admodū ē.q.m.medietas.m.l.cū ergo quadratū.n.q.sit ex.3.hui⁹ quintupluȝ ad quadratum.q.m.erit quoq3 ex.15.quinti quadratū.p.n.quintuplū ad quadratum l.m.est eni ex quarta scdi quadratum.p.m.quadruplū ad quadratū.q.n.quadra/ tū quoq3.l.m.quadruplū ad quadratū.q.m.ex eadē:quadruplū autē ad quadru/ plū ē vt simplum ad simplū teste. 15.quinti.at vero quadratū.a.b.quintuplum est ad q̄dratū.b.d.ex scda pte correl'.8. sexti:ꝛ ex correl'.17. eiusdē:ē etiā.a.b.quincu/ pla ad.b.c.eo ꝙ.a .c.fuit ad eandē quadrupla:qr ergo .l. m.ē ex ypothesi equalis b.d.erit ex cōi scia.a.b.equalis.n.p.itaq3 si sup lineam.n.p.semicirculus describa tur qui tandiu ꝙ locū primum repetat circūuoluať spera ipsi⁹ motu descripta erit a diffinitione sperarum equaliū equalis spere ꝓposite.ꝛ qm̄ linea.l.m.ē medio lo co ꝓportionalis inter.l.n.ꝛ.n.m.ideoq3 inter.l.n.ꝛ.p.l.erit quoq3 quelibet semi/ diameter circuli medio loco ꝓportionalis inter.l.n.ꝛ.l.p.ꝛ cū.l.m. sit equalis se/ midiametro circuli.itaq3 semicirculus sup.p.n.descriptus transibit p oia pūcta cir cūferentie circuli.e.f.g.ideoq3 ꝛ per singulos angulos solidi fabricati in illa circū/ ferentia cōsistentes:ꝛ qr eadē rōne singuli corausti cōtinuantes extremitates an/ gularium cathecoꝝ:cū extremitate centralis sunt medio loco ꝓportionales inter p.m.ꝛ.m.n.eo ꝙ quilibet eoꝝ ē equalis.l.m.sequiť ut idē semicirculus trāseat etiā per reliquos angulos figure ycocedre statute .ē igitur corpus hoc iscriptibile spere

cuius diameter.p.n.ideoqꝫ ⁊ spere cuius diameter.a.b. Latus aũt huius solide fi/
gure dico esse lineã minorẽ.cõstat eni ꝙ linea.b.d.ẽ rõnalis in potentia cũ eius
quadratũ sit subquincuplũ ad quadratũ linee.a.b.que posita ẽ rõnalis siue in lon
gitudine siue in potentia tm̃:itaqꝫ semidiameter atqꝫ semidiametri circuli.e.f.g.ẽ
etiã rõnalis in potentia.nam eius semidiameter ẽ equalis.b.d. igiť ex.12.huiꝰ latꝰ
pẽtagoni equilateri huic circulo iscripti ẽ linea minor.at vero sicut i huius demon
strationis processu patuit latus huius figure est quantũ latus pentagoni:ergo la/
tus huius figure.20.alchaidarꝫ ẽ linea minor quẽadmodum proponitur.

Propositio .17.

Corpus duodecim basium pentagonorꝫ equilaterarꝫ atqꝫ equiãgulariũ ab assignata spera circũscriptibile cõstitue re.eritqꝫ palã latꝰ eiusdẽ corporis irrationale esse.id qđ residuũ diciť. ¶ Fiat cubus ſm ꝙ docet.14.huius circũscriptibile ab assignata spera:sitqꝫ huius cubi due superficies.a.b.⁊.a.c.ima/
ginemur aũt nunc ꝙ.a.b.sit supma superficies cubi ⁊.a.c. sit vna ex lateribꝰ.sit
qꝫ linea.a.d.cõmunis istis duabus superficiebus.diuidanť itaqꝫ in superficie.a.b
duo opposita latera p equalia videlicet.d.b.⁊ latus ei oppositũ:⁊ puncta diuisio/
nis cõtinuenť p lineã.c.f.latus quoqꝫ.a.d.⁊ illud qđ sibi opponiť in supficie.a.c.
diuidanť per equalia ⁊ puncta diuisionis ꝯtinuenť linea recta cuius medietas sit
g.h.sitqꝫ punctus.h.medius punctꝰ linee.a.d.similiter linea.e.f. diuidať p equa/
lia in .k.⁊ protrahať.h.k.quãlibet igiť triũ linearꝫ.e.k.k.f.⁊.g.h.diuide ſm pro/
portionẽ.ha.me.⁊.du.ext.in tribꝰ pũctis.l.m.q.sintqꝫ maiores portiones earꝫ.l.
k.k.m.⁊.g.q.quas manifestũ ẽ eẽ eq̃les cũ tote linee diuise sint equales videlꝫ que
libet earꝫ medietati lateris cubi.deinde a duobus punctis.l.⁊.m.erige perpendicu
lares vt docet.12.vndecimi ad supficiẽ.a.b.quarꝫ vtrãqꝫ ponas equalẽ linee .k.l.
sintqꝫ.l.n.⁊.m.p.similiter a puncto.q.erige perpendiculariter.q.r.ad superficieꝫ
a.c. quã ponas eq̃lẽ.g.q.ꝓtrahe itaqꝫ lineas.a.l.a.n.a.m.a.p.d.m.d.p.d.l.d.n
a.r.a.q.d.r.d.q. Manifestũ est igitur ex quinta huius ꝙ due linee.k.e.⁊.e.l.po/
tentialiter sunt triplũ ad lineã.k.l.ideoqꝫ etiã ad lineã.l.n.cũ.k.l.⁊.l.n.sint eq̃les
At vero.k.e.ẽ equalis.e.a.igiť due linee.a.e.⁊.e.l.sunt potentia triplũ ad lineã.l.
n.quare ex penulť.primi.a.l.ẽ potentia tripla ad.l.n.ideoqꝫ per candẽ.a.n.ẽ po/
tentia quadrupla ad.l.n. Cũqꝫ ois linea sit potentia quadrupla ad medietatẽ sui
sequiť ex cõi scia ꝙ.a.n.sit dupla in longitudine ad.l.n. ⁊ q̃r.l.m.dupla est ad.l.k
At.k.l.⁊.l.n.sunt equales:erit.a.n.equalis.l.m.sunt eni earꝫ dimidia equalia. Et
q̃r ex.33.primi.l.m.ẽ equalis.n.p.erit.a.n.equalis.n.p.eodẽ modo ꝓbabis tres
lineas.p.d.d.r.⁊.r.a.esse equales sibi inuicẽ ⁊ duabus predictis .habemꝰ itaqꝫ ex
his quinqꝫ lineis pentagonũ equilaterꝫ qui ẽ.a.n.p.d.r.sed fortasse dices ipsũ nõ
esse pentagonũ q̃r nõ nec forsan ẽ totus in supficie vna.qđ esset necessariũ ad hoc
vt esset pentagonus . Qđ ergo sit totꝰ in supficie vna sic habeto:prodeat equideꝫ a
puncto.k.linea.k.s.perpendicularis ad supficiẽ.a.b.que sit equalis.l.k. eritqꝫ ob
hoc equalis vtriqꝫ duarꝫ.l.n.⁊.m.p.cũqꝫ ipsa sit equidistãs vtriqꝫ earꝫ ex sexta vn
decimi:ideoqꝫ cũ ambabꝰ in eadẽ supficie ex dione linearꝫ equidistantiũ necesse ẽ
vt punctꝰ.s.sit in linea.n.p.⁊ ꝙ diuidat eã p equalia:ꝓtrahanť igiť due linee.r.h.
⁊.h.s.sunt itaqꝫ duo trianguli.k.s.h.⁊.q.r.h.sup vnũ angulũ videlicet.k.h.q.cõ/
stituti ⁊ ẽ proportio.k.h.ad.q.r.sicut.k.s.ad.q.h.nã vt.g.h.ad.q.r.sic.k.h.ad.q





r.ex.7.quinti:⁊ vt .r.q.ad.q.h.sic.k.f.ad.q.h.ex eadē.sed.g.h.ad.q.r. vt.q.r.ad
q.h.eo ꝙ.q.r.est equalis.g.q.ergo p.30.sexti linea.r.h.f.ē linea vna. Quare ex se
cūda vndecimi tot⁹ pentagonus de quo disputam⁹ ē in sup̄ficie vna. Ipsū quoq̃
dico esse equiangulū.cū eni.e.k.sit diuisa ſm ꝓportionē habentē mediū duoq̃ ex
trema ⁊.k.m.sit equalis maiori portioni eius:erit quoq̃ ex.4.p̄ītis tota.e.m. di
uisa ſm ꝓportionē habentē mediū duoq̃ extrema:maior quoq̃ portio eius linea
e.k.iōq̃ per.5.due linee.e.m.⁊.m.k.iōq̃ due.e.m.⁊.m.p.nā.m.p.ē equalis. m.
k.sūt potētia triplū ad lineā.e.k.iōq̃ ⁊ ad lineā.a.e.nā.a.e.ē eq̄lis.e.k.itaq̃ tres
linee.a.e.e.m.⁊.m.p.sunt potentia quadruplū ad lineā.a. e. Constat autē per pe
nultimā primi bis assumptā ꝙ linea.a. p.ē potentia equalis tribus lineis.a.e.⁊.e.
m.⁊.m.p.itaq̃.a.p. ē potentia quadrupla ad lineā.a.e.latus vero cubi cū sit du/
plū ad lineā.a.e.est potentia quoq̃ quadruplū ad ipsā ex .4.scōi:igit̄ ex cōi scien/
tia.a.p.est lateri cubi equalis. Cūq̃.a.d.sit vnū ex lateribus cubi erit. a.p. equa/
lis.a.d.ideoq̃ ex.8. primi angulus.a.r.d.ē equalis angulo.a.n.p. Eodē modo ꝓ/
babis angulū.d.n.p.esse equalē angulo.d.r.a.q2 ꝓbabis lineā.d.n.esse potentia
liter quadruplū ad medietatē lateris cubi.cū igit̄ ex his pentagonus sit equilater⁹
⁊ habeat tres angulos equales ipse erit equiangulus ex septima p̄ītis libri. Si ita
q3 hac via rōneq̃ cōsili ⁊ sup̄ vnūq̃dq̃ reliquoꝝ lateꝝ cubi pentagonū equilaterū
⁊ equiangulū fabricemus ꝑficiet̄ solidū . 12.sup̄ficiebus pentagonis equilateris et
equiangulis contentū.cub⁹ eni habet.12. latera. Reliquū aūt ē demonstrare solidū
hoc esse a data spera circūscriptibile:ꝓtrahant̄ igit̄ a linea.f.k.due sup̄ficies secan
tes cubū quaꝝ vna secet ipsū super lineā.h.k.⁊ alia sup̄ lineā.e.f.eritq̃ ex.40.vn/
decimi vt cōis sectio haꝝ duaꝝ sup̄ficieꝝ secet diametꝝ cubi ⁊ secetur viceuersa ab
ipsa diametro per equalia.sit ergo cōis sectio eaꝝ vsq̃ ad diametrū cubi linea.k.o
ita ꝙ.o.sit centrū cubi ⁊ ducant̄ linee.o.a.o.n.o.p.o.d.o.r. constat aūt ꝙ vtraq̃
duaꝝ lineaꝝ.o.a.⁊.o.d.est semidiameter cubi.ideoq̃ equales.d.e.linea.autē.o.k
cōstat ex.40.vndecimi ꝙ ipsa ē equalis.e.k.videlicet medietati lateris cubi. Et q2
k.f.est equalis.k.m.erit.o.f.diuisa in puncto.k.ſm proportionē habentē mediū
duoq̃ extrema ⁊ maior portio ei⁹ erit linea.o.k.q̄ ē eq̄lis.e.k.itaq̃ ꝑ.5.h⁹ erūt due
linee.o.f.⁊.f.k.iōq̃.o.f.⁊.f.p.eo ꝙ .f.p. ad quos hec demr̄atio n̄ extēdit̄.ē eq̄lis
k.f.triplū i potētia ad lineā.o.k .⁊ iō ad medietatē lateris cubi q̄re ꝑ penul̄.ꝑmi.
linea.o.p.ē potētia tripla ad medietatē lateris cubi. Ex concl̄.aūr.14.h⁹ cōstat ꝙ
semidiameter spere tripla est in potentia ad medietatē lateris cubi quem circūscri
bit eadem spera.itaq̃.o.p.est quanta semidiameter spere circumscribentis cubū
propositum. Eadem ratione cnucte linee ducte a puncto.o. ad angulos singulos
pentagonorum omnium superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos
inq̄3 qui proprij sunt pentagonis nō aūt cōes eis ⁊ sup̄ficiebus cubi sc3. proprij q̄/
les sunt in pentagono statuto tres anguli.n.p.r. de illis aūt lineis que veniunt a
puncto.o.ad angulos singulos pentagonoꝝ qui sunt cōes pentagonis ⁊ sup̄ficie/
bus cubi quales sunt in pentagono p̄īti duo anguli.a.⁊.d.cōstat ꝙ ipse sūt equa/
les semidiametro spere circūscribentis cubū:ipse eni sunt diametri cubi ex.40.vn/
decimi.at vero semidiameter cubi ē tanq̄3 semidiameter spere ipsū circūscribentis
quēadmodū ex rōcinatione.14.apparet igit̄ oēs linee ducte a puncto.o.ad singu/
los angulos duodecedri sunt equales adinuicē ⁊ semidiametro spere semicirculus
itaq̃ super totā diametrū spere vel cubi lineatus.si circūducat̄ trāsibit per omnes

ãgulos eiꝰ quare ꝑ diffinitionẽ ipſũ eſt ab aſſignata ſpera circũſcriptibile. dico iteꝝ ꝙ latus huius figure ẽ linea irrõnalis iſta videlicet que reſiduũ dicitur ſi diameter ſpere ipſũ circũſcribentis fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. cũ enĩ dia/meter ſpere ſit ex. 14. huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rationa le in potentia ſi diameter ſpere fuerit rõnalis in longitndine vel in potentia. Con ſtat autem ex. 11. ꝙ linea. r. p. diuidit lineam. a. d. que eſt latus cubi ſm propor/tionẽ habentẽ mediũ duoqꝫ extrema ⁊ ꝙ portio eiꝰ maior equalis eſt lateri penta/goni ⁊ q2 maior portio eiꝰ ẽ reſiduũ ex ſexta huius manifeſtũ eſt latus figure duo cedron eſſe reſiduũ qḋ demõſtrare voluimus. Fabricata ſũt igitur ꝑ. 13. ⁊ quatuor eam ſequentes quinqꝫ corpora equilatera atqꝫ equiangula quoꝝ vnũqḋqꝫ ẽ circũ/ſcriptibile ab aſſignata ſpera. Sunt aũt hec ſolida: primũ quidẽ q̃tuor baſiũ triã/gularium: ⁊ dicitur tetracedron. Secũdũ eſt ſex baſiũ quadrataꝝ ⁊ dicitur cubus ſi ue exacedron. Tertiũ octo baſiũ triangulariũ: ⁊ dicit̃ octocedron. Quartũ autem ẽ ſolidũ ycocedron ⁊ eſt viginti baſium triangulariũ. Quintũ vero ex. 12. baſibꝰ pen tagonis cõſiſtit: diciturqꝫ duodecedron. Hec autẽ quinqꝫ ſolida regularia dicuntur qm̃ ipſa eq̃ãgula ſũt atqꝫ eq̃latera ⁊ a ſpera atqꝫ ab inuicẽ circũſcriptibilia. plura vero his quiqꝫ eq̃latera q̃ ſint ⁊ eq̃ãgula eſſe ẽ impoſſibile. Ad cõſtitutionẽ cuiuſli bet anguli ſolidi neceſſe eſt ad minus tres ſupficiales angulos cõcurrere. Ex duo/bus enĩ ſolis ſuperficialibus nequit ſolidus angulus cõpleri: q2 ergo tres anguli cu iuſlibet exagoni equilateri ⁊ equianguli ſunt equales q̃tuor angulis rectis. At vero eptagoni ⁊ cuiuſlibet pluriũ lateꝝ figure equilatere atqꝫ equiangule tres anguli ſũt maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex. 32. primi euidenter elicit̃: omnis autẽ angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor ẽ teſte. 21. vndecimi impoſſibi le eſt tres angulos exagoni atqꝫ eptagoni: ⁊ ſimpliciter omnis plurilatere figure equilatere tamẽ atqꝫ equiangule ſolidũ angulum conſtituere. iõ nulla ſolida figura equilatera atqꝫ equiangula põt ex ſupf. ciebus exagonalibus aut pluriũ lateꝝ con/ſtitui. Si enĩ tres anguli exagoni equilateri atqꝫ equianguli quemqꝫ ſolidũ angu/lum excedũt quatuor ⁊ plures multo fortius eundẽ excedũt: tres aũt angulos pen tagoni equilateri atqꝫ equianguli minores eſſe quatuor rectis angulis. manifeſtũ ẽ ⁊ quatuor eẽ maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atqꝫ equian guli poſſibile eſt ſolidũ angulũ conſtitui. ex quatuor autẽ aut ex pluribus impoſſi/bile. ideoqꝫ vnũ duntaxat ſolidum ex pentagonis equilateris atqꝫ equiangulis cõ ſtitutũ eſt illud videlicet qḋ duodecedron dicit̃ in quo anguli pentagonoꝝ terni et terni ſolidos angulos ꝑficiunt. Eadem quoqꝫ eſt rõ in quadrilateris figuris equi/lateris ⁊ equiangulis que in pentagonis: oĩs enim quadrilatera figura ſi equilate/ra equiangulaqꝫ fuerit ipſa erit q̃drata a diffinitione. Nã omnes eiꝰ anguli erunt recti per. 32. primi. Ex tribus igit̃ angulis talis ſuperficialis figure poſſibile eſt ſoli dum angulum cõſtitui: ex quatuor aũt aut ex pluribꝰ impoſſibile eſt: ꝓpter qḋ ex talibꝰ figuris ſuperficialibꝰ que cũ drilatere ipſe ſũt eq̃latere atqꝫ equiangule vnicũ ſolidũ qḋ cubũ dicimus: fabricatũ ẽ trianguloꝝ aũt equilateroꝝ ſex anguli ſũt eq̃/les quatuor rectis ex. 32. primi: pauciores ergo minores ⁊ plures maiores: igit̃ ex ſex angulis taliũ trigonoꝝ aut ex pluribus impoſſibile ẽ angulum ſolidum fieri: ex quinqꝫ et ex quatuor ⁊ ex tribus poſſibile. Cum itaqꝫ tres anguli trigoni equilate/ri efficinnt angulum ſoliduꝫ: perficitur ex triangulis eq̃lateris corpus quatuor ba/ſium triangularium atqꝫ equilaterum. Cum vero quatuor conſurgunt corpus octo

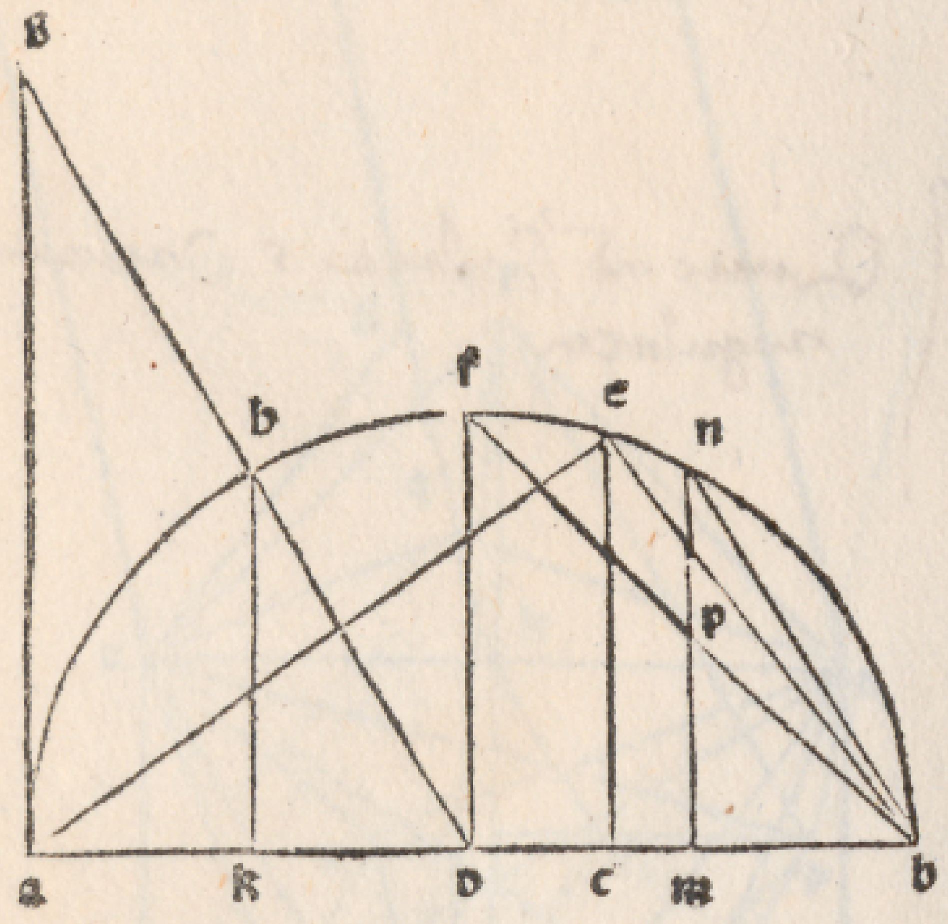
Quare nõ ſĩt plura 5 corpora regularia

basium quod octocedron diximus. At vero si quinq̨ triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum cõtineant fiet corpus ycocedron viginti basi. m triangu/lariũ ⁊ equilateraꝝ. Quare ergo tot ⁊ talia sunt solida regularia ⁊ quare plura his non sint dictum est.

Propositio .18.

Latera quinq̨ corporum premissorum ab eadẽ spera cir cumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis ꝓpo sita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

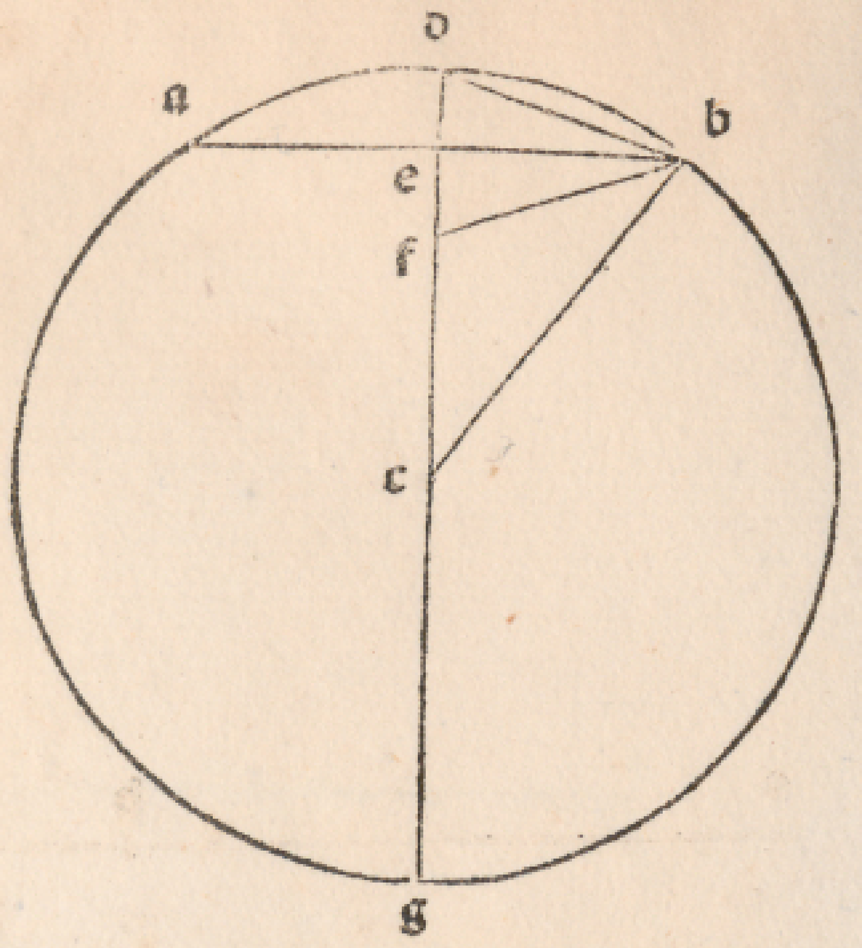
¶ Sit .a.b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq̨ premissoꝝ corpoꝝ elicere. Diuidamꝰ igiẗ hanc diame/trum in .c. ita ꝙ .a.c. sit dupla ad .c.b. ⁊ per equalia in .d. ⁊ lineemus sup eam semi circulum .a.f.b. ad cuius circũferentiã protrahanẗ due linee perpendiculares ad li neã .a.b. que sint .c.e. ⁊ .d.f. ⁊ iungamꝰ .e. cũ .a. ⁊ cũ .b. ⁊ .f. cũ .b. Manifestũ ergo ẽ ex demonstratione .13. ꝙ .a.e: ẽ latus figure quatuor basium triangulariũ ⁊ equila teraꝝ ⁊ ex demõstratione. 14. ꝙ .e.b. ẽ latꝰ cubi: ⁊ ex demõstratione .15. ꝙ .f.b. est latus figure octo basium triangulariũ ⁊ equilateraꝝ: prodcat itaq̨ a puncto .a. li/nea .a.g. perpendicularis ad .a.b. ⁊ equalis eidẽ .a.b. ⁊ iungaẗ .g. cum .d. sitq̨ .h. punctus in quo .g.d. secat circũferentiã semicirculi ⁊ ducaẗ .h.k. perpendicularis ad .a.b. ⁊ quia .g.a. est dupla ad .a.d. erit ex quarta sexti .h.k. dupla ad .k.d. Sunt enim duo triãguli .g.a.d. ⁊ .h.k.d. eq̄anguli ex .32. primi eo ꝙ angulꝰ .a. maioris ẽ equalis angulo .k. minoris: nãq̨ vterq̨ rectus ⁊ angulus .d. ẽ cõis vtriq̨: igitur ex quarta scdi .h.k. est potentia quadrupla ad .k.d. ergo ex penulẗ. primi .h.d. est po/tentia quincupla ad .k.d. cũq̨ .d.b. sit equalis .h.d. est eni .d. centrũ semicirculi erit quoq̨ .d.b. potentia quincupla ad .k.d. At vero cũ tota .a.b. sit dupla ad totã .b.d quẽadmodũ .a.c. detracta ex prima .a.b. ẽ dupla ad .c.b. detractã ex secunda .b.d. eritq̨ ex. 19. quinti .b.c. residua prime: dupla ad .c.d. residuã secunde: ideoq̨ tota b.d. est tripla ad .d.c. igitur q̄dratũ .b.d. est nonecuplũ ad quadratũ .d.c. ⁊ qꝛ ipsũ erat quincuplũ tm̄ ad quadratum .k.d. erit ex scda pte decime quinti. quadratũ .d. c. minus q̄drato .k.d. ideoq̨ .d.c. minor .k.d. sit g̃ .d.m. equalis .k.d. ⁊ ꝓdcat .m.n vsq̨ ad circũferentiã que sit perpendicularis ad .a.b. ⁊ iungaẗ .n. cũ .b. Cũ igiẗ .d.k ⁊ d.m. sũt eq̄les erũt ex diffinitione eiꝰ qd̓ ẽ aliq̄s lineas a centro eq̄distare due lin ee .h.k. ⁊ .m.n. eq̄liter distantes a centro. ideoq̨ eq̄les adinuicẽ ex scda parte .13. tertij ⁊ ex scda pte tertie eiusdem. itaq̨ .m.n. ẽ equalis .m.k. nam .h.k. erat equalis ei. At qꝛ .a.b. dupla est ad .b.d. ⁊ .k.m. dupla est ad .d.k. ⁊ quadratum .b.d. quin/cuplũ ad quadratũ .d.k. erit ex .15. quinti quadratũ .a.b. siliẗ quincuplũ ad q̄dratũ k.m. ẽ eni quadratũ dupli ad quadratũ dupli sicut quadratũ simpli ad q̄dratum simpli. Ex demõstratione eni .16. manifestũ ẽ ꝙ diameter spere ẽ potẽtialiter quicu pla tã ad latꝰ exagoni circuli figure .20. basiũ g̃ .k.m. ẽ eq̄lis lateri exagoni circuli fi gure .20. basiũ nã diameter spere q̄ ẽ .a.b. ẽ potẽtialiter quicupla tã ad latꝰ exagoni circuli illiꝰ figure q̄z .ad .k.m. Rursꝰ q̨ ex demõstratione eiusdẽ manifestũ ẽ ꝙ dia meter spere cõstat ex latere exagoni ⁊ duplici lateri decagoni circuli figure .20. ba siũ cũ ergo .k.m. sit tanq̄z latꝰ exagoni. at vero .a.k. sit eq̄lis .m.b. nã ipsa sũt resi/dua eq̄kũ dẽptis eq̄libꝰ erit .m.b. tãq̄z latꝰ decagoni: qꝛ igiẗ .m.n. ẽ tãq̄z latꝰ exago ni. nã ipsa est equalis .k.m. erit ex penulẗ. primi ⁊ .10. huiꝰ .n.b. tanq̄z latꝰ pẽtago ni figure circuli .20. basiũ ⁊ qꝛ ex demõstratione .16. apparet ꝙ latꝰ pentagoni circu li figure 20. basiũ ẽ latꝰ eiusdẽ figure .20. basiũ. constat lineã .n.b. ẽe latꝰ istiꝰ figure



Diuidat itaqꝫ.c.b.que ē lat⁹ cubi ab assignata spera circūscriptibilis ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema i puncto.p.sitqꝫ maior portio eius.p.b.constat igit̄ ex demōstratione pmisse ꝙ.p.b. ē lat⁹ figure.12.basium. Inuenta ergo sūt latera.5. premissoꝝ corpoꝝ ex diametro spere nobis ꝓposita.ē eni latus. a.c.piramidis.4. basiū.c.b.latus cubi.f.b.latus octocedri. at vero. n.b. latus ycocedri:linea aūt.p.b.latus duodecedri. Que autē hoꝝ lateꝝ sint maiora alijs sic habetur. constat eni ꝙ.a.c.ē maior.f.b.nā arcus.a.c.est maior arcu. f.b.itēqꝫ.f.b.ē maior c.b.⁊.c.b.maior q̄ꝫ.n.b.at vero.n.b.dico etiā esse maiorē q̄ꝫ.p.b.cum eni sit.a.c. dupla ad.c.b.erit ex quarta scōi quadratū.a.c.quadruplū ad quadratū.c.b. ꝯstat autē ex scōa pte conclarij.8.sexti ⁊ ex conelario.17.eiusdē ꝙ quadratū.a.b.triplū ē ad quadratum.b.e.sed p.21.sexti quadratū.a.b.ad quadratū.b.e.ē sicut quadratum.b.e.ad quadratū.c.b.ex eo ꝙ ꝓportio.a.b.ad.b.e.ē sicut.b.e.ad. b.c. ex secunda pte conelarij.8.sexti.itaqꝫ p.11.quinti quadratū.b.e.triplū est ad quadratum.c.b.⁊ qr quadratū.a.c.quadruplū est ad idē quadratū vt ostensum ē: erit ex prima pte.10.quinti quadratum.a.c.minus quadrato.b.e.ideoqꝫ linea.a.c.maior ē linea.b.e.iōqꝫ.a.m.multo maior.b.e.manifestū vero ex.9.huius ꝙ si linea.a.m diuisa fuerit ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema erit maior portio eius linea.k.m.que ē equalis.m.n. At vero cū.b.e.diuidit̄ ſm eandē proportionem videlicet habentē medium duoqꝫ extrema maior eius portio ē linea. p.b. cum itaqꝫ tota.a.m.sit maior tota.b.e.erit.m.n.que est equalis maiori portioni.a.m.maior q̄ꝫ.p.b.q̄ est maior portio b.e.hoc autē manifestū est ex scōa.14.libri que sine auxilio alicuius eaꝝ q̄ sequūtur firma demōstratione solidat̄:ergo p.19.pmi a fortiori n.b.maior ē q̄ꝫ.p.b. Quare pꝫ latera hoꝝ.5.corpoꝝ pmissoꝝ fere eo ordine quo corpora seinuicē sequunt̄ se inuicē excedere.in cubo eni dūtaxat ⁊ octocedro habet hic instantias.nā latus octocedri excedit latus cubi q̄uis cubus antecedat octocedrū. Cubū aūt premittunt idcirco octocedro:quia eadē diuisione diametri assignate spere latus piramidis.4. bases triangulas habentis ⁊ latus cubi inuenit̄.est igit̄.a.c.latus piramidis maius lateribus ceteroꝝ corpoꝝ:post ipsū aūt ē.f.b.lat⁹ octocedri maius sequentiū corpoꝝ lateribus Tertio ordine sequit̄ i magnitudie.c. b.latus cubi. Quarto vero loco est.n.b.latus ycocedron. Minimū autem est omnium.p.b.latus duodecedron vel duodecedri. ¶Explicit liber Terciusdecimus

Incipit liber Decimusquartus. Propositio .1.

Omnis perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulū ipsū descripti dimidio lateris decagoni atqꝫ dimidio lateris exagoni intra circulū eundē descriptoꝝ ambobus dimidijs in longū directūqꝫ cōiunctis equalis eē ꝓbat̄. patet igit̄ ꝙ ꝑpendicularis ducta a cētro circuli ad latus pentagoni ē equalis ꝑpēdiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioqꝫ lateris decagoni intra eūdē circulū descripti directe cōiunctis. ¶Sit linea.a.b.latus pentagoni equilateri inscripti circulo cui⁹ centꝝ.c.⁊ ducat̄ a centro.c.ꝑpendicularis ad lineā a.b. que p scōam ptem tertie tertij diuidet ipsā p equalia ⁊ arcū eius etiā p equalia

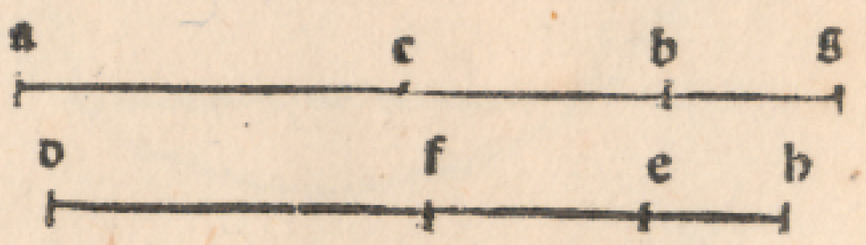


ex quarta primi ⁊.27.tertij sitq̃ hec ꝑpendicularis linea.c.d.secans.a.b. in pũcto e.⁊ arcũ ei⁹ in puncto.d.est igit̃ vt dixim⁹ linea.a.e.eq̃lis linee.e.b.⁊ arc⁹.a.d.ar cui.d.b.ꝓtrahaturq̃ linea.d.b.de qua cõstat ꝙ ipsa est lat⁹ decagoni equilateri ꝓ posito circulo inscripti cũ ipsa subtẽdat̃ medietati quinti totius circũferentie: dico itaq̃ ꝙ linea.e.c.ẽ equalis medietati linee.c.d.⁊ medietati linee. d.b. in longum directumq̃ cõiunctis Cõpleatur quidem diameter.d.c.sitq̃.d.c.g.⁊ sit.e.f.equa lis.e.d.⁊ ꝓtrahat̃.b.f. eritq̃ ex.4.primi.b.f.eq̃lis.b.d.ideoq̃ per.5.primi angul⁹ b.d.f.erit equalis angulo.b.f.d.cõstat aũt ex vltima sexti ꝙ angulus.g.c.b. qua druplus ẽ ad angulũ.b.c.d.eo ꝙ arcus.g.b.quadrupl⁹ ẽ ad arcũ.b.d.at vero an gulus.g.c.b.p.32.primi dupl⁹ ẽ ad angulũ.b.d.c.nã ipse ẽ extrinsecus duob⁹ qui sunt.b.d.c.⁊.d.b.c.at ipsi sunt eq̃les ex.5. primi:igitur angulus.b.d.c.duplus est ad ãgulũ.b.c.d:q̃re ãgulus quoq̃.b.f.d.duplus ẽ ad ãgulũ.b.c f.sed angul⁹.b.f d.ẽ equalis duob⁹ intrinsecis q̃ sunt.b.c.f.⁊.c.b.f.p.32.p̃mi.itaq̃ duo ãguli.b.c.f ⁊.c.b.f.sũt eq̃les:ideoq̃ p.6.primi.c f.ẽ eq̃lis.b.f. ideoq̃ etiã.c.f.ẽ eq̃lis.b.d.nã.b.d ⁊ b.f. sũt eq̃les adinuicẽ:q̃re dimidiũ.c.d.cũ dimidio.b.d.est quantũ dimidiũ.c.d cũ dimidio.c.f.at vero dimidiũ.c.d.cũ dimidio.c.f.ẽ quãtum dimidiũ.c. f.bis cũ dimidio.f.d.dimidiũ aũt..c.f.bis ẽ quãtum.c.f.⁊ dimidiũ.f.d.ẽ q̃ntũ.e.f.itaq̃.c e.est quantũ dimidiũ.c.d.cũ dimidio.c.b.⁊.d.b.qđ ẽ ꝓpositũ.Correl̃.aũt sic con stat manifestũ ẽ eni ex.8. tredecimi libri ꝙ ꝑpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad la tus trianguli sibi inscripti ẽ equalis dimidio linee ducte a centro ad circũferentiam hoc quidẽ ibi demõstratum ẽ ⁊ quasi correl̃.cõclusũ.cum igit̃ ex hac prima isti⁹.14 libri pateat ꝙ ꝑpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circũferentiã ⁊ dimidio lateris decagoni: sequitur ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis ꝑpendicu lari ducte a centro ad latus trianguli:dimidioq̃ lateris decagoni intra eundẽ cir culum descripti:⁊ hoc est qđ ex correl̃.ꝓponit̃.Nunc ergo explicandũ est quod ait. Ariste⁹.in libro ĩtitulato Exposito scie.5.corpoꝝ nec nõ ⁊ Appoloni⁹ in dono secũ do:in ꝓportionalitate figure.12.basiũ ad figurã.20.basiũ dicẽs:ꝙ ꝓportio supfi cieꝝ figure habentis.12.bases ad superficies figure habentis.20. bases.ẽ tãq̃ ꝓ portio corporis.12.basium ad corpus.20.basiũ:linea ⁊ eni ducta a centro circuli pentagoni figure.12.basium duodecedri ad circũferentiã eius ẽ quasi linea ꝓdicẽs a centro circuli trianguli figure.20.basium ycocedri ad circũferentiã eius.hec sunt ipsi⁹ magni appollonij verba Intelligẽda aũt sũt de figura.12.⁊ figura.20.basiũ ab vna eadẽq̃ spera circũscriptibilium.Est eni ꝓportio corpis duodecedri ad cor pus ycocedron cum ambo vna eadẽq̃ spera circũscribit sicut ꝓportio omnium su pficieꝝ duodecedri piter acceptaꝝ ad oẽs supficies ycocedri pariter acceptas quẽ admodũ Appolloni⁹ p̃missoꝝ verboꝝ p̃ma pte cõmemorat:qđ ⁊ decima huius.14 libri solida demõstratione stabilitur.⁊ ẽ circulus circũscribens pentagonũ duodece dri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron ⁊ ycoce dron eadem spera circumscribit quẽadmodum ipse appollonius secunda pte pre missorum verborum cõmemorat:quod etiam in quinta huius libri demonstratio ne firmatur:premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Propositio .2.

Quicquid accidit vni linee diuise secūdū ꝓportionē habētem medium ⁊ duo extrema omni linee siliter diuise probatur accidere ⁊c.

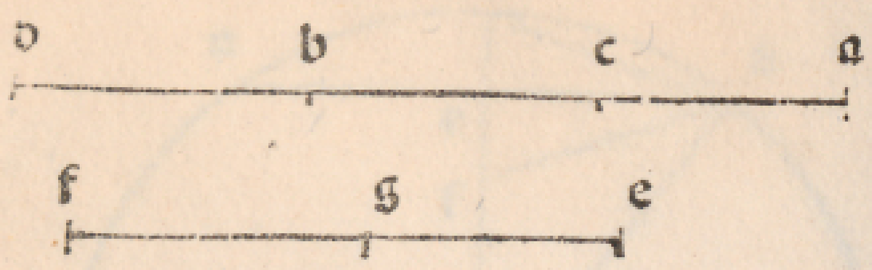
¶ Sit vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.d.e.diuisa ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema.hec quidem i.c.illa vero in.f.sintqꝫ maiores portiones:huius quidē.a.c.illi⁹ aūt.d.f.dico itaqꝫ ꝙ ambaꝝ ad sui maiores portiones est vna ꝓportio.itemqꝫ ambaꝝ ad sui minores portiones est ꝓportio vna ad quoqꝫ maioꝝ portionū ad minores vna.⁊ econtrario ⁊ permutatim ⁊ cōiuncti ⁊ disiunctim ⁊ euersim.Nihil eni aliud est quicquid vni eaꝝ accidit.idē quoqꝫ alij accidere.cōstat eni ex diffinitione linee ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema diuise ⁊ ex prima pte.16.sexti:ꝙ illud quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.a.c.eodēqꝫ modo quod fit ex.d.e.in.e.f.est equale quadrato.d.f.ideoqꝫ ꝓportio eius qđ fit ex.a.b.in.b.c.ad quadratū.a.c.ē sicut eius qđ fit ex.d.e.in.e.f.ad quadratū.d.f.vtraqꝫ eni ē ꝓportio equalitatis:igit̃ quadruplū ei⁹ qđ fit ex.a.b.in.b.c.ad quadratū.a.c.sicut quadruplū eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadratum.d.f.qđ ex.15.quinti:⁊ permutata ⁊ equa ꝓportionalitate manifestū est quare coniunctim quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.cum quadrato.a.c.ad quadratum.a.c.sicut quadruplū eius qđ fit ex.d.e.in.e.f.cū quadrato.d.f.ad quadratū.d.f.Adiungat̃ autem ſm rectitudinē ad lineā.a.b.vna linea que sit equalis.b.c.q̄ dicatur.b.g.⁊ ad.d.e.adiungatur equalis.e.f.que dicat̃.e.h.Manifestū est igitur ex octaua secundi libri ꝙ quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.g.cum quadrato a.c.est equale quadrato linee.a.g.at vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d e.in.e.h.cum quadrato.d.f.est equale quadrato.d.h.At vero ex cōmuni scientia quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b in.b.g.eo ꝙ.b.c.⁊.b.g.sunt equales.similiter quoqꝫ quadruplū eius quod fit ex.d e.in.e.f.equum est quadruplo eius qđ fit ex.d e.i.e.h.eo ꝙ.e.f.⁊.e.h.sūt etiā eq̄les:igitur ex prima parte septime quinti ⁊ ex vndecima quinti eiusdē quadratum a.g.ad quadratum.a.c.sicut quadratum.d.h.ad quadratum.d.f.Quare ex scđa pte.21.sexti proportio linee.a.g.ad lineā.a.c.ē sicut linee.d.h ad lineā.d.f.⁊ coniunctim.a.g.⁊.a.c.ad.a.c.sicut.d.h.⁊.d.f.ad.d.f.at vero.a.g.cum.a.c.sunt tanq̄ꝫ duplum.a.b.⁊.d.h.cum.d.f.tanquam duplum.d.e.quare dupla.a.b.ad.a.c.sicut duplum.d.e.ad.d.f.⁊ permutatim duplum.a.b.ad dupluꝫ.d.e.sicut.a.c.ad d.f.sed duplum.a.b.ad duplum.d.e.sicut.a.b.ad.d.e.ex.15.quinti:igitur.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.itaqꝫ permutatim ⁊ euersim ⁊ conuersim ⁊ disiunctim et coniunctim:qđ oportebat ostendere.



Propositio .3.

Diuiso latere exagoni ſm proportionē habentē medium duoqꝫ extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

¶ Sit linea.a.b.latus exagoni alicui⁹ circuli ⁊ diuisa secūdū ꝓportionem habentem mediū duoqꝫ extrema i puncto.c.sitqꝫ maior portio eius.b.c.dico ꝙ cuiuscunqꝫ circuli.a.b.est latus exagoni eiusdem.b.c.erit latus decagoni.Adiungatur enim ad lineam.a.b.linea.b.d.que sit latus decagoni illius circuli cuius.a.b.est latus exagoni:eritqꝫ ex nona.13.linea.a.d.diuisa secundum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema ⁊ maior portio eius erit

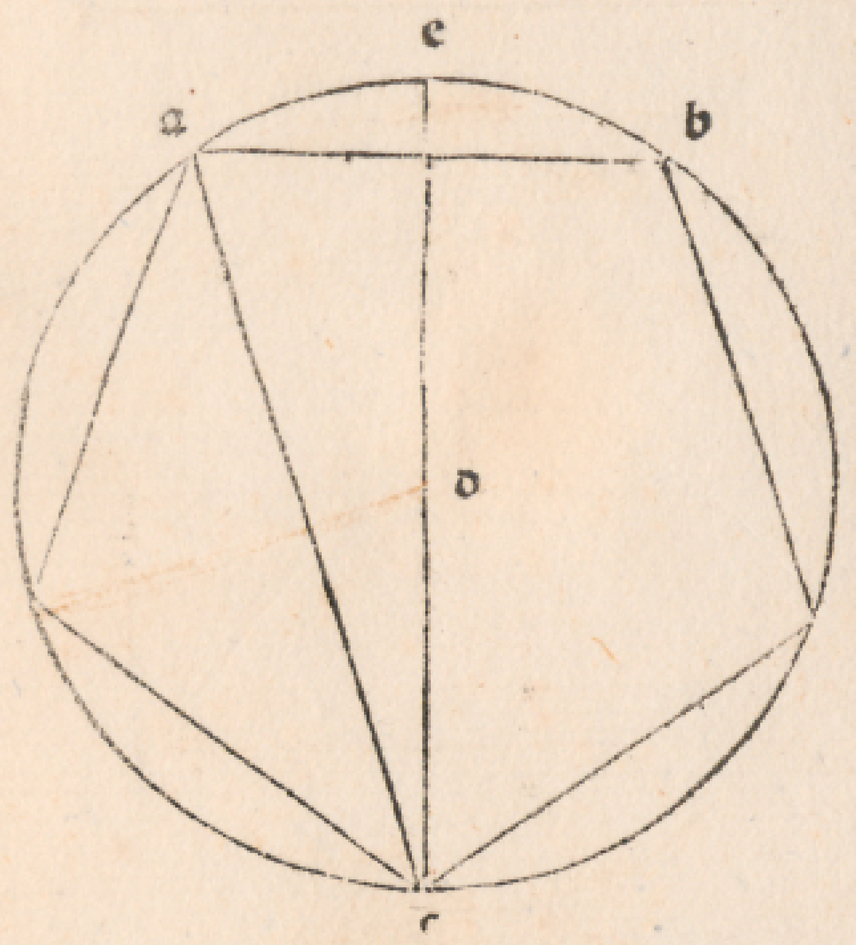


linea.a.b.cum igitur vtraqȝ duarum linearuȝ.a.b.⁊.a.d.sit diuisa ꝫm ꝓportionē habentem medium duoqȝ extrema:igitͬ erit per premissā ambaꝝ ipsaꝝ ad sui maiores portiones vna ꝓportio.itaqȝ.d.a.ad.a.b.que est eius maior portio sicut.a.b.ad.b.c. que est etiā eius maior portio sed.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuise ꝫm proportionem habentem medium duoqȝ extrema ⁊ maior potrio eius :igitur ex vndecima quinti.a .b.ad.b.d. sicut.a .b.ad. b.c .quare per secundā ꝑtem.9.quinti.b.d.⁊.b.c.sunt equales.cum ergo.b.d. sit latus decagoni erit quoqȝ ex cōi scia.b.c.latus decagoni. Vel aliter ad lineā.a .b. adiungatͬ.b.d. equalis.b.c.eritqȝ ex.4.tredecimi tota.a.d. diuisa ꝫm ꝓportionē habentē mediuȝ duoqȝ extrema ⁊ maior portio eiꝰ linea.a.b.itaqȝ per cōuersā.9.tredecimi quā cōtinue post ipsā demōstrauimus cuius circuli linea.a.b.est latus exagoni eiusdeȝ linea.b.d.ideoqȝ linea.b.c.sibi equalis ē latus decagoni. Possumus iteꝝ ideȝ alia via si libet demonstrare.Sit eni.e.f.equalis.a.b.que etiā diuidatͬ i.g.ꝫm ꝓportionē habētē mediū duoqȝ extrema ⁊ sit maior portio eiꝰ linea.f.g.ꝯstat igitͬ ex p̄missa ꝙ quēadmodū.a.b.ē eq̄lis.e.f.sic.a.c.ē eq̄lis.e. g.⁊.c.b.eq̄lis.g.f.cūqȝ fuerit.b d.adiūcta ad.a.b.latꝰ decagoni illiꝰ circuli cuiꝰ.a .b.ē latꝰ exagoni erit sicut prius dictū ē ex.9.tredecimi tota.a.d.diuisa ꝫm ꝓportionē habentē mediū duoqȝ extrema ⁊ maior eiꝰ portio erit linea.a.b.itaqȝ ꝑ p̄missā.a:b ad.b.d.sicut.f.g.ad g.e. q̄re ꝑ p̄mā partē.15.sexti qḋ fit ex.a.b.in.g.e.equū est ei quod fit ex.b.d.in.f.g.cūqȝ.a.b.sit equalis.e.f.⁊ erit qḋ fit ex.e.f.in.g.e.equū ē ei qḋ fit ex.b.d.in.f.g .Sed quod fit ex.e.f.in.g.e.equū est quadrato.f.g.ex diffinitione linee diuise ꝫm ꝓportionē habentem medium duoqȝ extrema ⁊ ex prima ꝑte.16.sexti:igitͬ qḋ fit ex.b.d. in.f.g.est equale quadrato.f.g.ideoqȝ ex prima sexti linea.b. d.ē equalis.f.g.⁊ q2 f.g.ē equalis.c.b.erit quoqȝ.c.b.equalis.b.d.⁊ latus decagoni qḋ oportebat ostēdere.

Propositio .4.

Quadratū lateris pentagoni intra circulum descripti quadratum que linee que illius pentagoni angulo subtenditͬ ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

¶ Sit in circulo.a.b.c.cuius centrū.d.inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit.a.b.⁊ protrahatͬ diameter.c.d.e. diuidens lineam a.b.⁊ eiuˢ arcū per equalia. Est igitur arcus.a.e.medietas quinte ꝑtis circūferentie illius circuli quare arcus.a.c.ē due quinte totius circūferentie: protrahantͬ itaqȝ due linee. a.e.⁊ .a.c. eritqȝ. a.e.latus decagoni equilateri eo ꝙ eius arcus est medietas quinte ꝑtis circumferentie.linea vero.a.c.erit que subtenditͬ vni ex angulis pentagoni predicti:eo ꝙ arcus.a.c.est due quinte partis circumferentie circuli:dico itaqȝ ꝙ quadrata duarum linearum.a.b.⁊.a.c.pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.est enim ex quarta secundi quadratum linee.c.e.quadruplum ad quadratum linee.d.e.Cum autem angulus. c.a.e. sit rectus ex prima parte.30.tertij.eruntqȝ ex penultima primi quadrata duaꝝ linearum.c.a.⁊ a.e.quadruplum ad quadratum.d.e.igitur quadrata trium linearum.c.a.⁊.a.e.⁊ d.e.quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.⁊ quia ex decima tredecimi libri q̄dratum.a.b.est equale quadratis duarum linearum.a .e.⁊. d.e. sequitur vt qua/



drata duarum linearum.a.b.&.c.a.sint quincuplum ad quadratum.d.e. quod est
propositum.

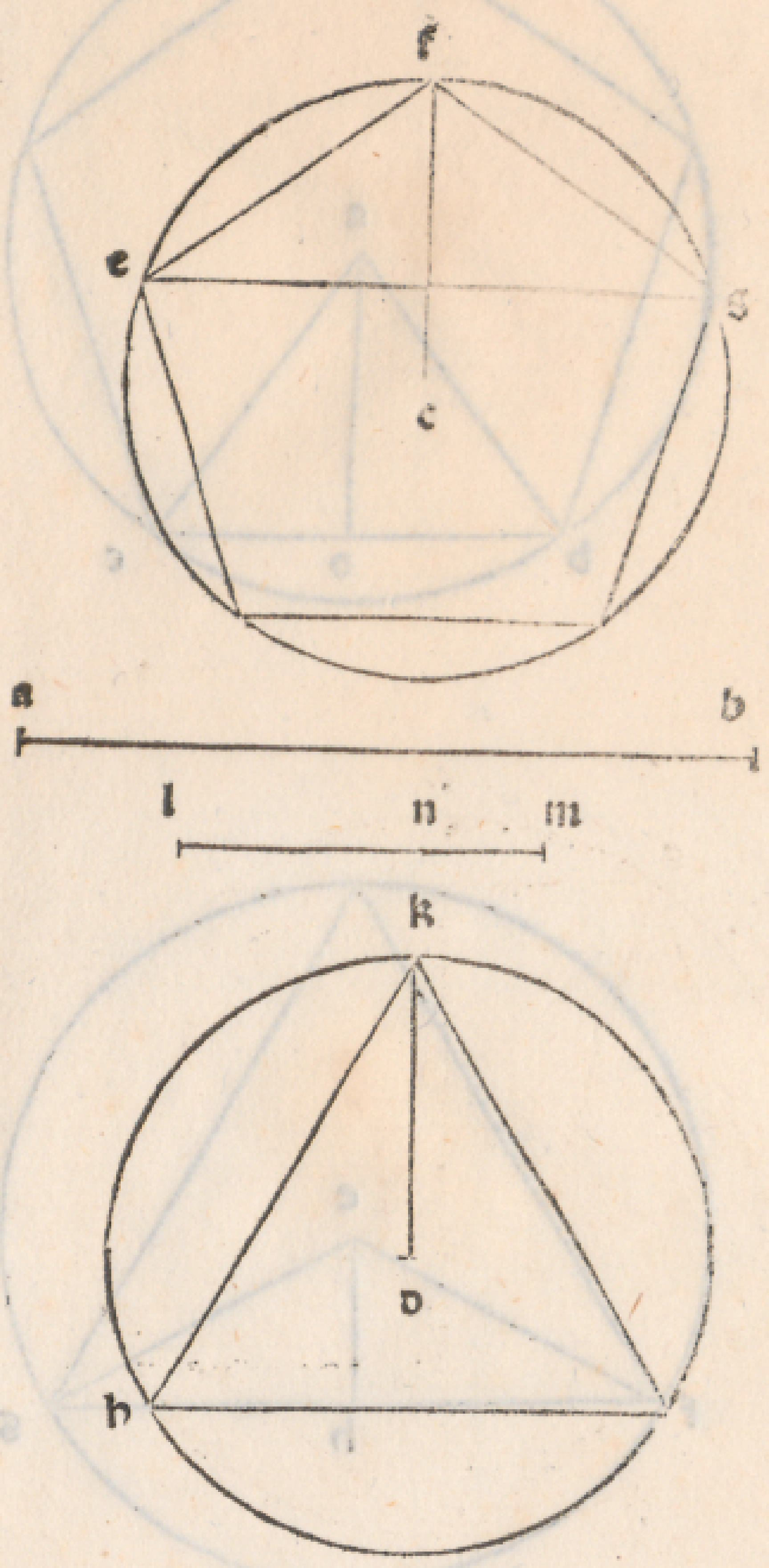
¶ Manifestum est ergo ꝙ quadratum lateris cubi atqꝫ quadratum
lateris figure duodecim basium cum cubum & figurã duodecim basiũ
eadem spera circũscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum
sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentago/
num eiusdem figure duodecim basium.

¶ Istud corelariũ vere manifestum est: constat enim ex demonstratione.17.trede
cimi libri ꝙ latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubũ & do
decedron vna eademqꝫ spera circũscribit: itaqꝫ ꝑ hanc quartam sine obice constat
corelarium.&c.

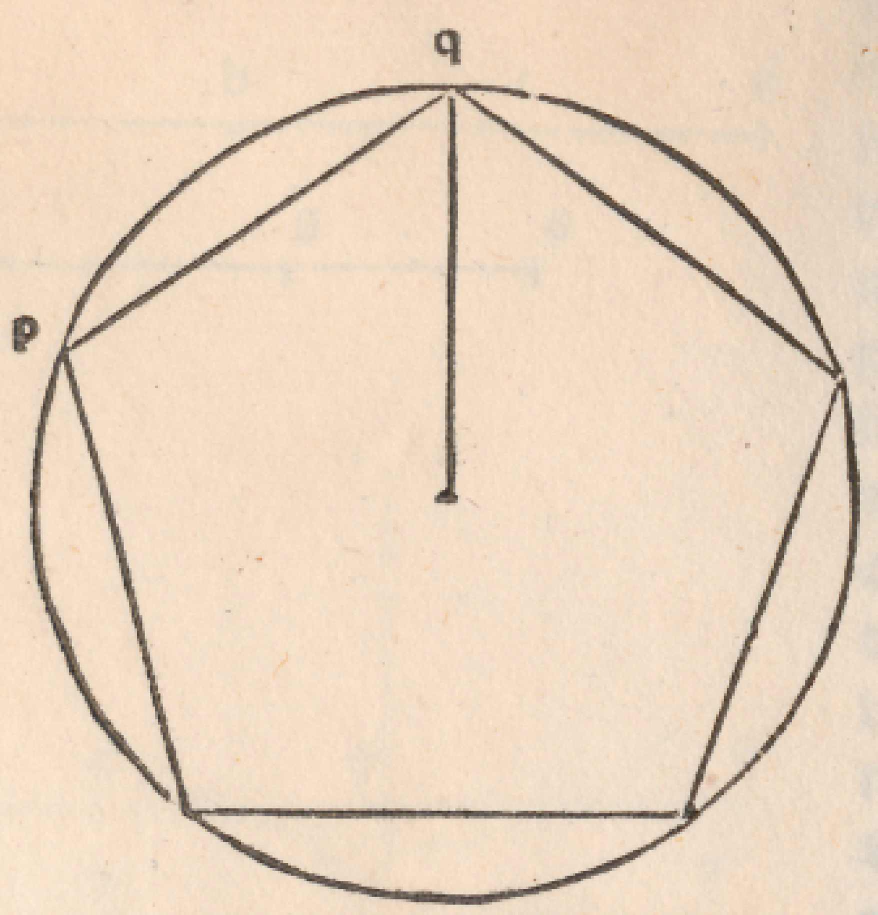
Propositio .5.

Pentagonus figure duodecim basium triangulus`qꝫ figu/
re viginti basium quos eadẽ spera circumscribit vno eo/
demqꝫ circulo circumscribuntur.

¶ Sit spera cuius diameter.a.b.circũscribens duas solidos figuras
videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c.et
ycocedron cuius vnus ex.20.triangulis sit.d.pentagono aũt.c.& trigono.d.super
duo centra.d.&.c.circumscribantᷣ duo circuli huic qdẽ .f.c.ex.14.qrti illi vero.f.d.
ex.5.eiusdẽ:dico itaqꝫ ꝙ hi duo circuli sperarꝫ ꝓpositarꝫ quorum alter circũscri/
bit pentagonũ.c.alter vero trigonum.d.sunt equales. Signentur enim duo latera
pentagoni.c.vnũ ex suis angulis cõtinentia litteris.e. f.&.f.g.& protrahantᷣ linea
e.g.que subtendat angulum.f.& semidiameter circuli que sit.c.f. vnũqdqꝫ ex lateri
bus trigoni.d.signetᷣ litteris.k.h.& protrahatur semidiameter sui circuli que sit.d.
k.dehinc sumatᷣ linea.l.m.ad quã sit linea.a.b.que ẽ diameter spere assignate quĩ
cupla ĩ potentia: q̃ quidẽ.l.m.diuidatᷣ ĩ.n.ſm proportionẽ habentem mediũ duo/
qꝫ extrema sitqꝫ maior portio eius linea.l.n.& ſcd̃m quãtitatẽ totius.l.m. lineetur
circulus.p.q.itaqꝫ semidiameter circuli.p.q.sit equalis linee.l.m.eritqꝫ ex corela
rio.15.quarti linea.l.m.tanq̃ꝫ latus exagoni equilateri circulo.p.q. inscripti. ĩdqꝫ
per tertiam huius linea.l.n.erit tanq̃ꝫ latus decagoni equilateri eidẽ circulo inscri
pti: igitur ex.11.quarti inscribatᷣ pentagonus equilaterus circulo.p.q. cuius vnum
latus sit.p.q.eritqꝫ ex.10.tredecimi libri quadratũ.p.q.equale quadratis duarum
linearum.l.m.&.l.n.pariter acceptis.constat autem ex demonstratione.16.trede/
cimi ꝙ.h.k.est equalis.p.q.ergo quadratum.h. k.est equale quadratis duarum
linearꝫ.l.m.&.l.n.ꝑiter acceptis. At vero ex demõstratiõe.17.ttedecimi.manifestũ
ẽ ꝙ.c.g.ẽ latus cubi ab eadẽ spera circũscriptibilis: q̃re ꝑ corel̃.14.tredecimi.a.b.
q̃ ẽ diameter spere potentialiter ẽ tripla ad.e.g.q̃ ẽ latus cubi.ſi aũt.e.g.diuidatur
ſm ꝓportionẽ hñtem mediũ duoqꝫ extrema pꝫ ex demonstratiõe.17.tredecimi ꝙ
e.f.ẽ tanq̃ꝫ maior portio eius: igitur ex secunda hui⁹.e.g.ad.l.m.sicut.e.f.ad. l.n.
nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem.itaqꝫ per.21.sexti quadratum
e.g.ad quadratum.l.m.sicut quadratum.e.f.ad quadratũ.l.n. q̃re ꝑ.13.quinti q̃/
drata duarum linearum.e.g.&.e.f.pariter accepta ad quadrata duarum linearum
l.m.&.l.n.ꝑiter accepta sicut quadratũ.e.g.ad quadratũ.l. m. ergo ꝑ.15.quinti:et



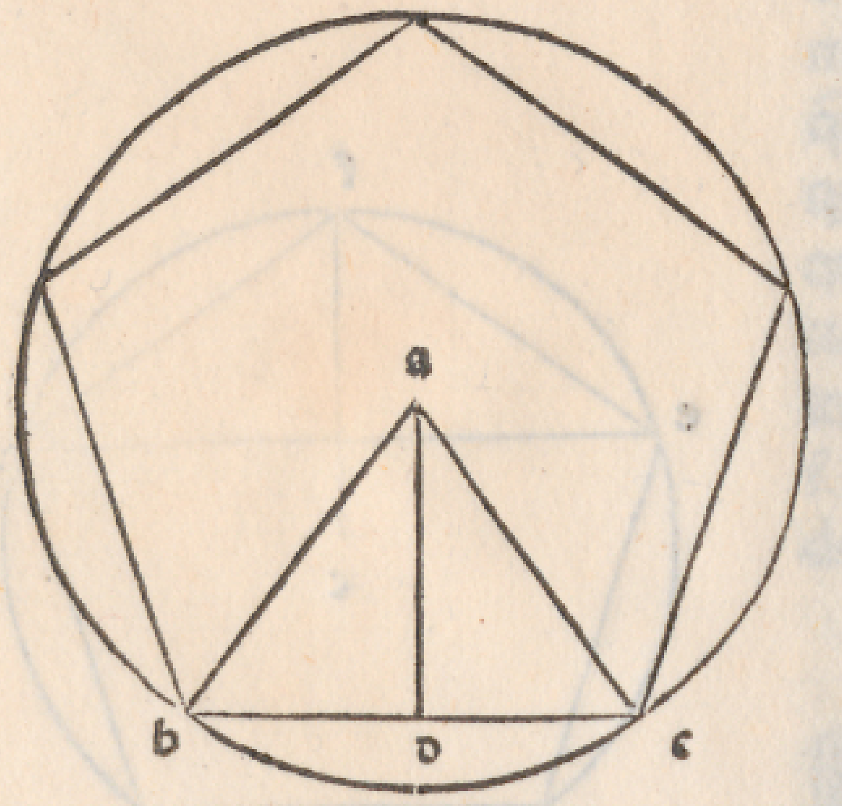
ꝑmutatã ꝓportionalitatẽ ⁊ equã triplum duorum quadratorum duarum lineaꝝ e.g.⁊ .e.f. ꝑiter acceptoꝝ ad q̃drata duarum linearum.l.m.⁊ .l.n. pariter accepta ſicut triplũ quadrati. e.g.ad quadratũ.l.m.triplũ aũt. e.g.quadrati eſt tãq̃ꝫ quadratũ.a.b.ex conel'.14.tredecimi:at quadratũ.a.b.ẽ per ypotheſim quincuplũ ad quadratũ.l.m.ergo triplũ quadrati.e.g.quincuplum quoqꝫ ẽ quadrati.l.m.quare etiã triplum quadratoꝝ duaꝝ lineaꝝ.e.g.⁊.e.f.ꝑiter acceptoꝝ ẽ quincuplũ ad quadrata duaꝝ lineaꝝ.l.m.⁊.l.n.ꝑiter accepta:⁊ q꞉ ꝓbatũ ẽ ꝙ quadratũ.b. k.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.l.m.⁊.l.n.ꝑiter acceptis.ſequit̃ ex cõi ſcia vt triplũ quadratoꝝ.e.g.⁊.e.f.ſit quincuplũ ad quadratũ.b.k.cõſtat aũt ex.8.tredecimi ꝙ quincuplum quadrati. b.k.eſt quindecuplum ad quadratũ.d. k.nam ſimplum eſt triplum.Et ex quarta huiꝰ cõſtat ꝙ triplũ quadratoꝝ.e.g.⁊.e. f.eſt quincuplũ quadrati.e.f. nam ſimplũ eſt quincuplũ.itaqꝫ quindecuplũ quadrati.c.f.ẽ eq̃le quindecuplo quadrati.d.k.ideoqꝫ per.15.quinti quadratũ.c.f.eſt equale quadrato. d.k. quare etiã linea.c.f.ẽ equalis linee.d.k.ergo ex diffinitione circuloꝝ equaliũ circulus circũſcribens pentagonum.c.ẽ equalis circulo circumſcribenti trigonũ.d.quod erat ex principio demonſtrãdum.nam ſemidiametri horum circulorum ſunt equales videlicet.c.f.⁊.d.k.



Propoſitio .6.

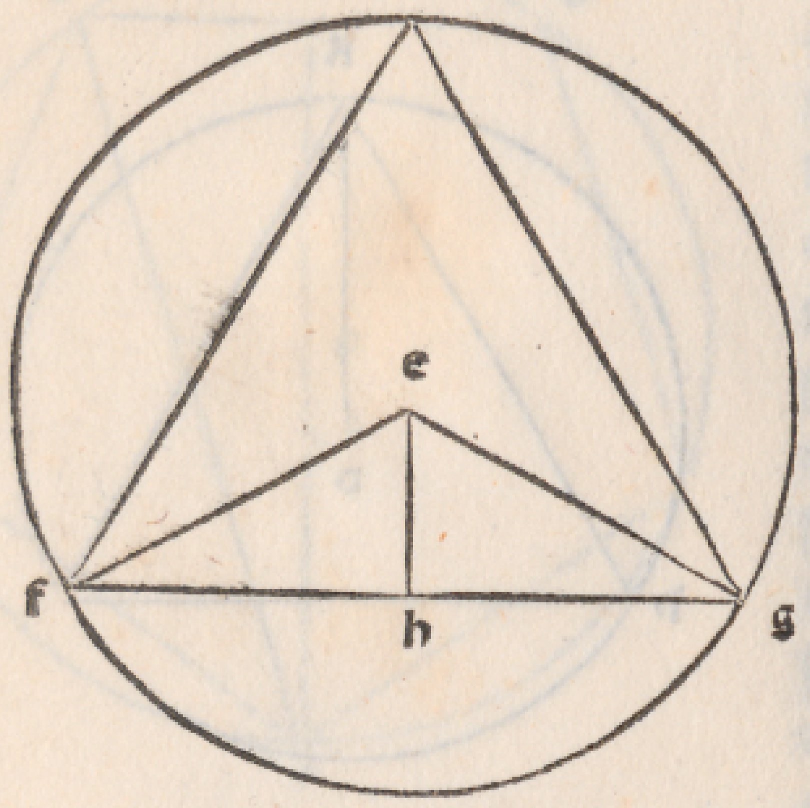
Quadratũ quoqꝫ qḋ eſt triangulũ al' trigincuplũ tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli circũſcribentis pentagonũ figure duodecim baſium ad latus pentagoni atqꝫ ſub latere ipſiꝰ pentagoni cõtinetur omnibꝰ ſuperficiebꝰ corporis duodecim baſiuꝫ pariter acceptis eſſe equale ex neceſſitate conuincitur.

¶ Sit pentagonus.a.vna ex. 12.baſibus figure duodecedri ⁊ vnũ ex eius lateribꝰ ſit.b.c.ſibiqꝫ ex.14.quarti circũſcribat̃ circulus ſupra centꝝ.a.⁊ ꝓtrahant̃ linee.a. b.⁊.a.c.⁊.a.d. ꝑpendicularis ad.b.c.dico ergo ꝙ trigincuplũ eius qḋ fit ex a.d.in b.c.eſt equale omnibus ſuꝑficiebus duodecedri ꝑiter acceptis.conſtat eñi pentagonũ.a.eẽ diuiſibilẽ in quinqꝫ triangulos equales triangulo.a.b.c.ex .8.ꝑmi.itaqꝫ omnes.12.pentagoni duodecedri cum oẽs ſint equales ⁊ ſil'es pentagono. a.diuiſibiles ſunt in.60.triangulos quoꝝ quiſqꝫ ꝑ .8.primi ẽ equalis triangulo.a.b.c. Qḋ autẽ fit ex.a.d.in.b.c.eſt duplum ꝑ.41.ꝑmi:ad triangulũ.a.b.c.ergo trigincuplum eius qḋ fit ex.a.d.in.b.c.ẽ ſexagincuplum ad triangulũ.a.b.c.nã vt ſimplũ ad ſimplum ſic duplum ad duplum.Cum itaqꝫ omnes duodecedri ſuperficies pariter accepte ſint etiã ſexagincuplũ ad triangulũ.a.b.c.ſequit̃ vt trigincuplũ eiꝰ qḋ fit ex.a.d.in.b.c.ſit equale omnibus ſuperficiebus duodecedri ꝑiter acceptis:qḋ ẽ propoſitum.



Propoſitio .7.

Quadratũ quoqꝫ qḋ eſt triangulũ al' trigincuplum tetragoni qui ſub ꝑpendiculari ducta a centro circuli ad latꝰ ſibi inſcripti trianguli figure viginti baſiũ atqꝫ ſub ipſo latere trianguli continetur equale eſt omnibus ſuperficiebus figure viginti baſiũ ꝑiter acceptis. ¶ Eſto eñi hic trigonus.e.vna ex.20.baſibus figure ycocedri ⁊ vnũ ex eis laterꝰ ſit .f.g. ſibiqꝫ ex.5. quarti circumſcribat̃ circulus ſuper centꝝ.e.⁊ ꝓtrahant̃ linee.e.f.e.g.⁊.e. h.ꝑpendicularis ad.f.g. dico igit̃ ꝙ trigicuplũ eiꝰ qḋ fit ex.e.h.i.f.g.ẽ eq̃le oibꝰ ſuꝑficiebꝰ ycocedri ꝑiter acceptis.ꝯſtat eñi trigonũ.e.eẽ diuiſibilẽ ĩ tres trigonos quoꝝ quilꝫ

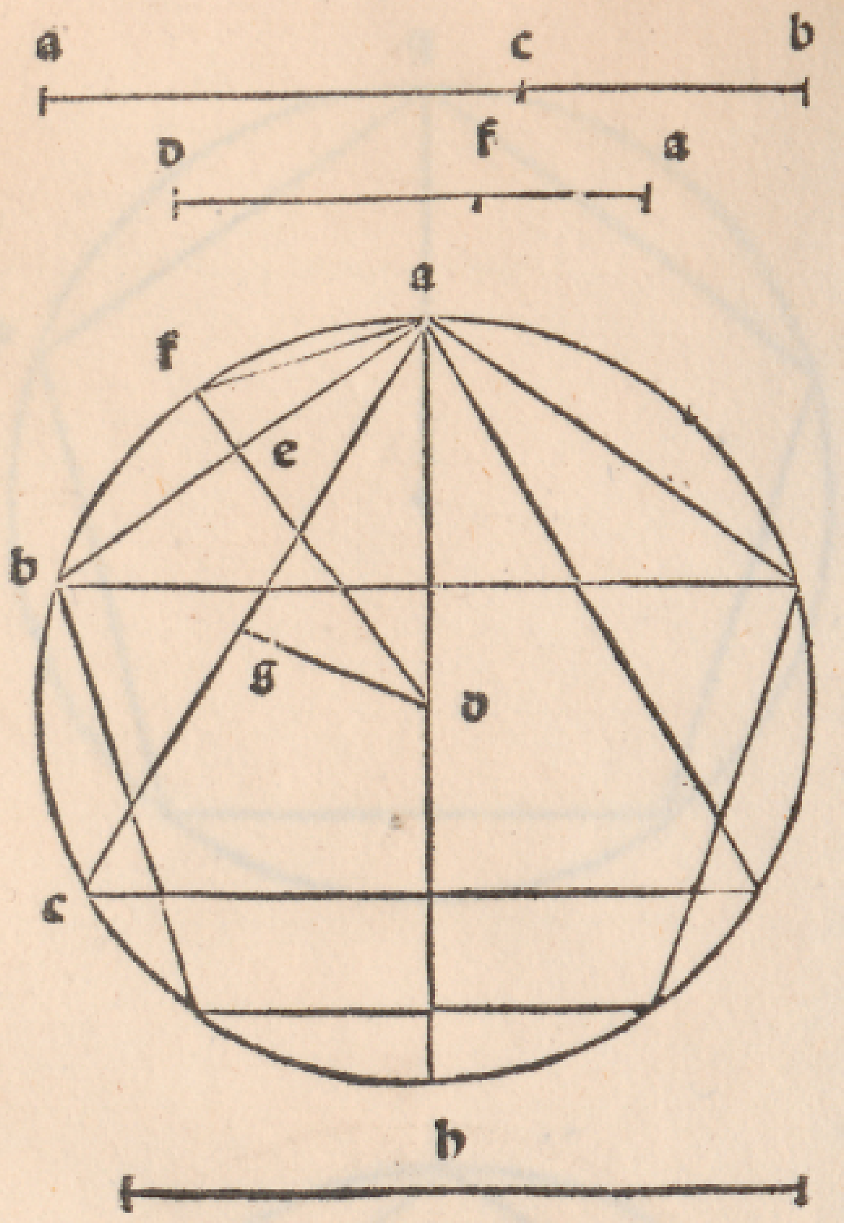


per octauā p̄mi ē equalis trigono.e.f.g itaq; oēs.20.trigoni ycocedri ꝑiter accepti cum cuncti sint equales similes trigono.e.sūt tanq̄; sexagincuplum trigoni.e.f.g. ⁊ q2 per.14.p̄mi qꝺ fit ex.e.b.in.f.g.est duplū trigoni.e.f.g.iōq; trigincuplū hui⁹ est equale sexagincuplo illi⁹:sequit̄ ut trigincuplū.e.b.in.e.f.sit equale oibus sup/ficiebus ycocedri ꝑiter acceptis qꝺ erat demōstrādū. ¶ Manifestū igitur ē q2 porportio superficierū figure duodecim basiū in aliqua spera ꝯtente ad sup̄ficies figure viginti basium in eadē spera cōcluse:ē tanq̄; ꝓpor/tio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodeci ba/siū ⁊ sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus penta/goni:ad tetragonū contentū sub latere trianguli ipsius figure viginti basiū ⁊ perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus triangu/li corporis viginti alchaidaꝝ. ¶ Qꝺ per illud correl̄. ꝯcludit̄ veꝝ esse siue fi/gura.12.basiū ⁊ figura.20.basiū sint ab eadē spera circūscriptibiles vt ꝓponit̄:siue etiā fuerint circūscriptibiles a diuersis speris:ꝓponit̄ autē ꝓut hee figure sint cir/cūscriptibiles ab eadē spera qm̄ hoc modo valet ⁊ sufficit ad ꝓpositū. Ei⁹ ergo cō/munis veritas sic p3.cōstat eni ex.6.hui⁹ ꝙ trigincuplū.a.d.in.b.c.equū ē oibus superficiebus duodecedri ꝑiter acceptis cuius pentagonus.a.est vna ex.12.sup̄fici/ebus ⁊ ex hac.7.ꝯstat silr̄ ꝙ trigincuplū.e.b.in.f.g.equū ē oibus sup̄ficieb⁹ ycoce/dri ꝑiter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20.basibus siue illud duodecedron ⁊ istud ycocedron eadē spera circūscribat siue diuerse.itaq; ꝓportio trigicupli.a.d in.b.c.ad omnes sup̄ficies illius duodecedri ꝑiter acceptas ē sicut trigincupli.e.b. in.f.g.ad omnes sup̄ficies ycocedri ꝑiter acceptas:vtrobiq; eni est ꝓportio equali/tatis:quare permutatim trigincuplū.a.d.in.b.c.ad trigincuplū:e.b.in.f.g. sicut omnes superficies illi⁹ duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri ⁊ per.15. quinti trigincupli ad trigiucuplū ē sicut simpli ad simplū. Constat igit̄ p.11.quinti ꝙ ꝓportio omniū sup̄ficieꝝ illius duodecedri ad oēs sup̄ficies huius ycocedri ē ei⁹ quod fit ex.a.d.in.b.c.ad id qꝺ fit ex.e.b.in.f.g.⁊ hoc ē qꝺ ex correlario ꝓponit̄.

Propositio .8.

PRoportio cunctarū superficieꝝ corporis duodecim ba/sium ꝑiter acceptaꝝ ad cūctas sup̄ficies corpis viginti ba/sium ꝑiter acceptas que ab vna spera ābo circūscribunt̄ est tanq̄; ꝓportio lateris cubi quē circūscribit eadē spe/ra ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Ut ab huius.8.demōstratiōis libri 14.ꝓcessu ambiguitas ois abscedat:istud prescire oportet. Qꝺ si aliq̄ linea ſm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema fu/erit diuisa ⁊ ex medietate eius tanq̄; dimidiū sue maioris portionis detrahat̄:ipsa quoq; medietas ſm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema diuisa erit ⁊ ei⁹ ma/ior portio ē tanq̄; dimidiū maioris sue duple. verbi grā sit.a.b.diuisa ſm ꝓportio/nē habentē mediū duoq; extrema in.c.⁊ maior eius portio sit.a.c.⁊ sit.d.e.tanq̄; dimidiū.a.b.⁊.d.f.tāq̄; dimidiū.a.c.dico ergo ꝙ.d.e.diuisa ē i.f.ſm ꝓportiōem hn̄tem mediu3 duoq; extrema ⁊ maior portio ei⁹ ē.d.f.ꝯstat eni ex.15.q̄nti ꝙ ꝓ/portio.a.b.ad.a.c.ē sicut.d.e.ad.d.f.v3 duplu3 ad duplu3 tāq̄; simplū ad simplū q̄re ꝑmutati.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.igit̄ p.19.q̄nti.c.b.ad.f.e. sicut.a.b.ad d.e.ē itaq;.c.b.dupla ad.f.e.sic eni ē.a.b.ad.d.e.cū igit̄ tota.e.b.sit dupla ad to/tā.d.e.⁊ sigl̄e ptes.a.b.ad sigl̄as ptes.d.e.q̄re ex.15.q̄nti ⁊.11.ei⁹dē ⁊ dione linee



diuise ſm ꝓportionem hñtem mediū duoqꝫ extrema erit linea.d.e.diuiſa i.f.quēad modū ꝓponiť. Nūc igiť demōſtrationi eiꝰ qđ ꝓpoſitū ē iſiſtamꝰ. Ad cuiꝰ exēplū ſit a.b.c.circulꝰ cuiꝰ centꝝ.d.circūſcribēs pentagonū duodecedri ⁊ trigonū ycocedri ꝗ ambo ꝑiter eadē ſpera circūſcribit ⁊ ꝯcludit.nā ex.5.huiꝰ manifeſtū ē ꝙ idē circulꝰ huius pentagonū ⁊ illiꝰ trigonū circūſcribit.ſit aūt linea.a.b.latus pentagoni ⁊ linea.a.c.trigoni.ſitqꝫ linea.h.tanq̄ꝫ latus cubi ab eadē ſpera circūſcripti: dico itaqꝫ ꝙ ꝓportio omniū ſupficieꝝ duodecedri ꝑiter acceptaꝝ ad oēs ſupficies ycocedri ꝑiter acceptas ē ſicut linea.h.ad lineā.a.c.ꝓducať quidē a centro.d.ꝑpendicl'aris ad.a.b.que tranſeat vſqꝫ ad circūferentiā ſecans.a.b.in puncto.e.⁊ arcū eiꝰ i puncto.f.hanc autē ꝑpendicularē ꝯſtat diuidere ꝑ equalia tā lineā.a.b.q̄ꝫ eius arcum chordā quidē.a.b.ꝑ ſcđam ꝑtē tertie tertij:arcū vero eiꝰ ꝑ quartā ꝑmi ⁊.27.tertij.ē igiť arcus.f.a decima ꝑs circūferentie.ſubtendať itaqꝫ ſibi chorda.a.f.ꝗ erit latus decagoni equilateri eiuſdē circuli.erit igiť ex.9.tredecimi linea conſtans ex.d.f.f.a diuiſa ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema.⁊ maior portio eius erit linea d.f.At vero ex prima huius.d.e.ē equalis dimidio.d.f.dimidioqꝫ.f.a.i longū directūqꝫ cōiunctis.Sit igiť.d.g.ꝑpendicularis ad.a.c.eritqꝫ ex correlario.8.tredecimi.g.d.tanq̄ꝫ dimidiū.d.f.itaqꝫ ſi a linea.d.e.ꝗ eſt tanq̄ꝫ dimidiū.d.f.a.cū.d.f ⁊.f.a.ſit linea vna:detrahaťqꝫ eq̄lis.d.g.ꝗ ē tanq̄ꝫ dimidiū.d.f.erit ꝑ illud qđ ante hoc ꝓbatū ē linea.d.e.diuiſa ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema et maior portio erit tanq̄ꝫ.g.d.ex demōſtratione aūt.17.tredecimi cōſtat ꝙ ſi linea h.ꝗ ē latus cubi diuidaťqꝫ ſm ꝓportionē habētē mediū duoqꝫ extrema maior portio eius erit tanq̄ꝫ.a.b.ꝗ ē latus pentagoni figure.12.baſiū. itaqꝫ per ſcđam huiꝰ ꝓportio.h.ad.a.b.eſt ſicut.d.e.ad.g.d.quare ꝑ primā ꝑtē.15.ſexti: qđ ꝓuenit ex h.in.g.d.equū ē ei qđ fit ex.a.b.in.d.e.Ex correlario aūt premiſſe manifeſtum eſt ꝙ ꝓportio omniū ſupficieꝝ duodecedri cuius latus.a.b.ꝑiter acceptaꝝ ad oēs ſuperficies ycocedri cuius latus.a.c.pariter acceptas ē ſicut eius qđ fit ex.a.b.in.d.e ad illud qđ fit ex.a.c.in.g.d.igiť ex prima ꝑte.7.quinti ⁊.11.eiuſdē ꝓportio eiꝰ qđ ꝓuenit ex.h.in.g.d.ad illud qđ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ē ſicut omniū ſuperficierū illiꝰ duodecedri ad oēs huius ycocedri.At vero eius qđ ꝓuenit ex.h.in.g.d.ad illđ qđ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ē per primam ſexti ſicut.h.ad.a.c.itaqꝫ ꝑ.11.quinti proportio omniū ſupficieꝝ illius duodecedri ad oēs huius ycocedri ē ſicut .h.ad.a.c. quod ē ꝓpoſitū.hoc ipſū aliter probare poterimꝰ.ſi ad ipſū huius antecedens neceſſarium ꝑmiſerimꝰ quod eſt. ¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inſcribatur rectangulū ꝙ ſub dodrante diametri ipſius circuli et ſub dextante ipſius linee angulū ipſius pentagoni ſubtendentis continetur eidē pentagono equū eē ex neceſſitate oportet. ¶ Maiores noſtri vnūqđqꝫ integꝝ in.12.ꝑtes eq̄les intellectu ⁊ rōne diuiſerūt oēſqꝫ eas ſil'.hoc ē ipm totū aſſem: vocauerunt vndecim vero eaꝝ dixerūt deuncē.decē aūt dextantē. nouē dodrantē.octo vero biſſe.at ſeptūcē ſeptātē vel quicūcē.ſex aūt ſemis:quiqꝫ quiquincē.q̄tuor trientē.tres aūt q̄drātē.duas vero ſextātē.vnā aūt appellauerūt vnciā eaſqꝫ ꝑ ordinē talibꝰ deſignauere figuris ꝗ ſepiſſime iueniūť i antiq̄s libris

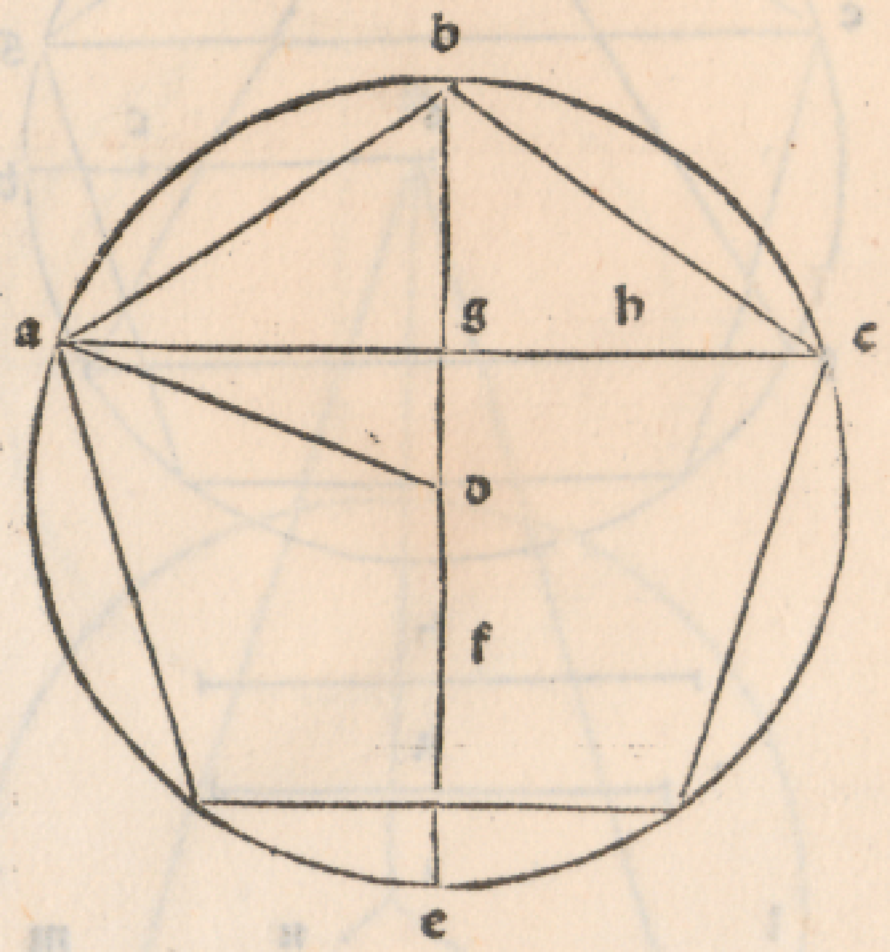
As	Deunx	Dextans	Dodrans	Biſſe	Septunx
Semis	Quantunx	Triens	Quadrās	Sextans	Vncia

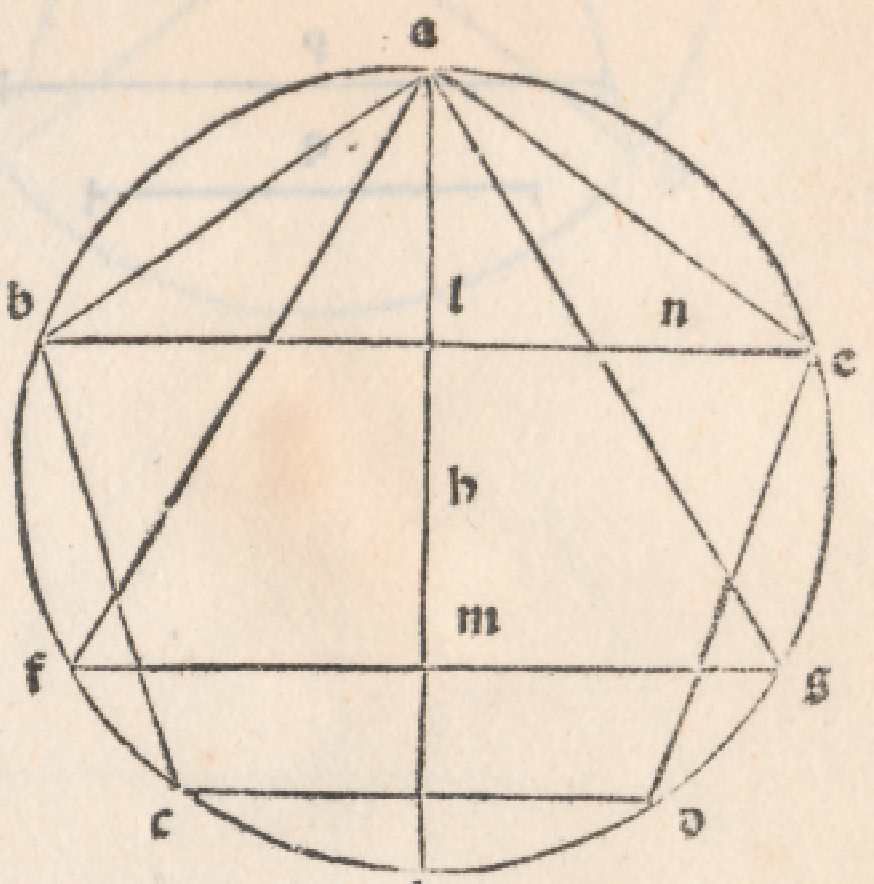
¶ Unciã quoq3 quã duodecimã ptẽ assis fore diximꝰ ĩ alias rursꝰ.12.fractiões. Sȝ
alia via diuiserũt.nã medietatẽ vncie dixerũt semiunciã.tertiã vero duellã.quartã
siciliũ.sextã sexculã.octauã dragmã.duodecimã semissidam.decimãoctauã tremis
sem.vigesimã quartã scrupulũ.quadragesimã octauã obulũ. septuagesimã secũdã
bissiliquã .nonagesimã sextã ceracẽ. Ultima vero q̃ ẽ centesima quadragesima q̃r
ta ps ipius vncie siliquã nominauerũt. his aũt.12.fractionibus vncie posteriores
adiunxere calcũ. Est aũt calcus centesima nonagesima scd̃a ps vncie: cuiꝰ additio/
nis cã fuit vt vsq3 ad minimũ extremũ diatesseron ꝛ diapente simphoniaꝝ tonoꝝ
semitonorũq3 interuallis distinctaꝝ haꝝ fractionũ denoĩatio cõscẽderet vl' cõtende
ret ꝛ ipsas omnes ᵽm ordinẽ talibus annotauere figuris.

2	3	4	6	8	12	18
Semiũciã	Duella	Siciliꝰ	Sexcula	Dragma	Emissecla	Tremissis

24	48	72	96	144	192
Scrupulus	Obulus	Bissiliqua	Cerates	Siliqua	Calcus

¶ Eius ergo qd̃ dicitᷣ: sensꝰ ẽ: ꝙ si in aliquo circulo pentagonꝰ eq̃lateris inscribatᷣ
illud qd̃ fit ex tribꝰ q̃rtis diametri circuli ĩ quinq3 sextas linee subtẽdẽtis vnũ ex an
gulis inscripti pentagoni eq̃le ẽ pentagono. verbi grã. Sit circl's.a.b.c. sup cẽtꝝ.d
eiq3 ex.11.q̃rti inscribatᷣ pentagonꝰ equilaterꝰ cuiꝰ duo latera vnũ ex suis angulis
ꝯtinẽtia sint.a.b.ꝛ.b.c.ꝛ angl'o.b.subtendatᷣ linea.a.c.ꝛ ꝓtrahatᷣ diameter.b.d.e
secãs lineã.a.c.ꝑ eq̃lia in puncto.g. sitq3.d.f.medietas.d.e.ꝛ.g.b.dupla ad.b.c.
eritq3.b.f.dodrãs diametri: ẽ eñi tres q̃rte ipsiꝰ ꝛ.a.b.erit dextãs vel sextãs.a.c.ẽ
eñi.5.sexte eius: ꝓtrahatᷣ aũt linea.a.d: dico ꝙ illud qd̃ ꝓuenit ex.b.f.in.a.b.ẽ e/
q̃le pẽtagono inscripto circulo.cũ eñi.a.g. sit ꝑpendicularis ad.b.d.erit ex.41.p̃mi
ꝛ illud qd̃ ꝓuenit ex.b.d.in.a.g.duplũ ẽ ad triangulũ.a.b.d.iõq3 qd̃ ꝓuenit ex.b.
f.in.a.g.triplũ erit ad eundeȝ triangulũ ꝛ qd̃ ꝓuenit ex.b.f.in.b.g.duplũ ꝛ ex.b.
f.in totã.a.b.quincuplũ.cũ itaq3 totus pentagonꝰ quintuplꝰ sit ad eũdẽ trianglm
cõstat ꝙ istud qd̃ fit ex.b.f.in.a.b.ẽ eq̃le pentagono ꝛ illud erat demõstrãdũ. Qd̃
igitᷣ ex p̃ncipio ꝓpositũ ẽ nunc alia via sicut ꝓmisimꝰ demõstremꝰ. sint itaq3 circu
lo cuiꝰ centꝝ.b.inscripti pentagonꝰ figure.12.basiũ ꝛ trigonꝰ figure.20.basiuȝ q̃s
eadem spera circũscribit. Constat eñi ex.5.huiꝰ ꝙ huiꝰ duodecedri pentagonꝰ ꝛ il
lius ycocedri trigonꝰ ab eodẽ circulo circũducentᷣ.sitq3 pentagonꝰ.a.b.c.d.e.ꝛ tri
gonus.a.f.g.ꝛ angulo.a.pentagoni subtendatᷣ linea.b.e.q̃ ex demõstratione.17.
tredecimi erit latꝰ cubi quẽ eadẽ spera cõcludit: ꝓtrahatᷣ itaq3 diameter.a.b.k.se/
cans orthogonaliter ꝛ ꝑ equalia vtrãq3 duaꝝ lineaꝝ.b.c.ꝛ.f.g.hãc q̃dẽ ĩ puncto.l
illã vero in pũcto.m.dico ĝ ꝙ ꝓportio oĩuȝ supficieꝝ duodecedri ad oẽs ycocedri
quoꝝ pentagonꝰ ꝛ trigonus ꝓposito circulo sint inscripti ẽ sicut linee.b.e.que est
latus cubi ab eadẽ spera conclusi ad lineam.f.g.que est latus trigoni ycocedri. con
stat enim ex corelario octaue tredecimi ꝙ linea.h.m.ẽ dimidiũ linee.a.h. iõq3.a.
m.erit dodrans diametri.a.k.ẽ eñi eius tres quarte. sit ergo.l.n.dupla ad.n.e.
eritq3 .b.n.dextans.b.c.est eñi quita ciꝰ sexte.itaq3 per p̃missũ aĩs qd̃ prouenit
ex.a.m.in.b.n.erit equale pentagono.a.b.c.d.e.qd̃ autẽ ꝓuenit ex.a.m.in.m.f.ẽ
equale triangulo.a.f.g. igitᷣ ex prima sexti ꝓportio pentagoni ad trigonũ est sicut
b.n.ad.m.f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplũ istius trigoni sint
duodecupli linee.b.n.ad vigincuplum linee.m.f.qd̃ ex.15.quinti ꝛ equa propor/
tionalitate manifestum est duodecuplum autẽ.b.n.ẽ tanq3 decuplum. b.c.nã.12.



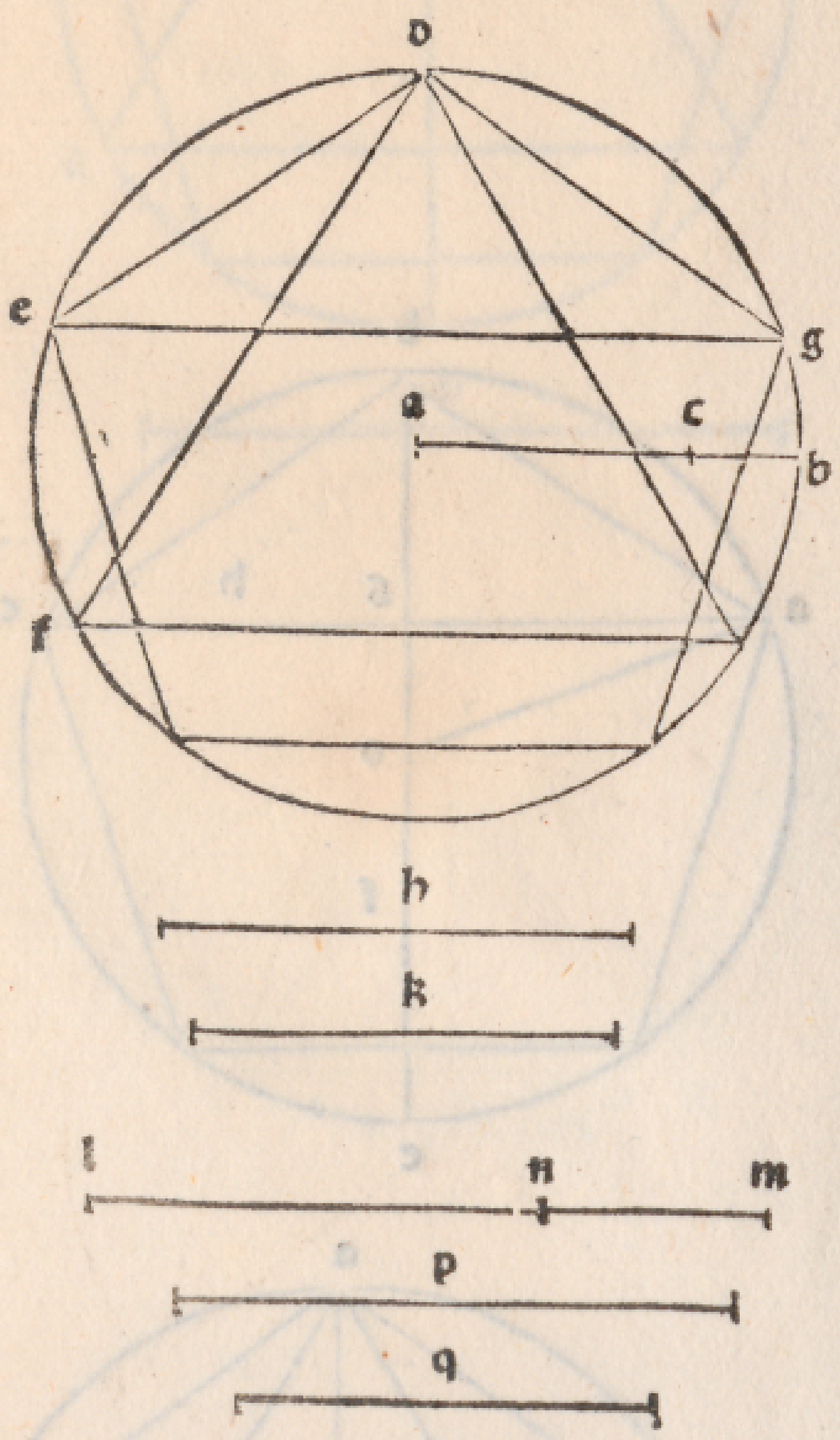


dextātes coequāt.x.asses hoc est.x.tota: vigincuplū vero.m.f.ē tanq̄ȝ decuplū.f.g nam.f.g. est dupla ad.m.f.igiť duo decupli istius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni est sicut decupli.b.e.ad decuplū.f.g.⁊ qꝛ duodecuplū illiꝰ pentagoni ē oēs superficies duodecedri: vigincuplū autē huius trigoni est omnes sup̄ficies ycocedri ⁊ quia per.15.quinti decupli.b.e.ad decuplū.f.g.sicut.b.e.simple ad.f.g.simplam erit per.11.quinti ꝓportio omniū superficieꝝ duodecedri pariter acceptaꝝ ad oēs superficies ycocedri pariter acceptas sicut.b.e.ad.f.g.Et hoc ē quod oportuit nos demonstrare.

Propositio .9.

Diuisa q̄libet linea scōm ꝓportionē habētē mediū duoq̄ȝ extrema erit ꝓportio linee potētis supra totā lineā eiꝰq̄ȝ maiorē portionē ad lineā potētē supra totā eiusdēq̄ȝ minorē portionē tāq̄ȝ ꝓportio lateris cubi ad latꝰ triāguli corporis viginti basiū vna cū cubo ipso ī eadē spera ꝯtenti.

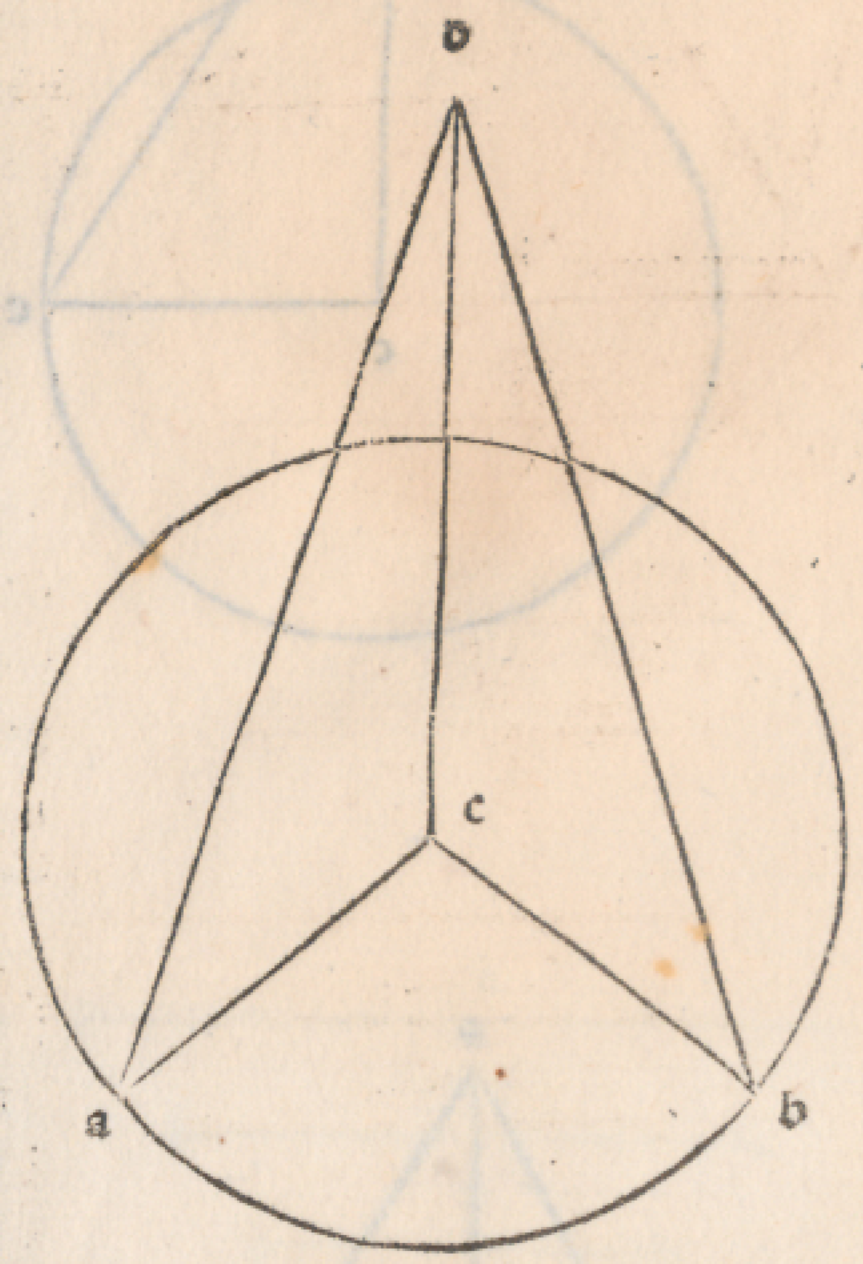
¶Sit linea.a.b.diuisa scōm proportionē habentē mediū duoq̄ȝ extrema ⁊ maior portio eius sit linea.a.c.⁊ super centꝝ.a.ꝭm quantitatē linee.a.b. describať circulꝰ d.b.e.eiq̄ȝ inscribať ex.11.quarti pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. d.e. ⁊ ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit. d.f.⁊ vni ex angulis pentagoni qui sit.d.subtendatur linea.e.g.Constat igiť ex.5. huiꝰ ꝙ spera circūscribens duodecedron cuius pentagoni latus est.d.e .circūscribit siľ ycocedron cuius trianguli latus ē.d.f.⁊ ex demōstratione. 17.tredecimi manifestum ē ꝙ eadem spera circumscribit cubum cuius latus est.e.g.sumať ergo linea.h.potēs super totam.a.b.⁊ eius maiorem portionem .a.c.⁊ sumať.k.potens super totam a.b.⁊ minorē eius portionem .b.c.dico itaq̄ȝ ꝙ ꝓportio.e.g.ad.d.f. hoc ē lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cū ipso cubo ab ipsa spera contenti:ē sicut.h. ad.k.cōstat q̄dē qđ ex corrolario.15.q̄rti ꝙ.a.b.ē tanq̄ȝ latꝰ exagoni equilateri circulo.b.d.e.inscripti:igiť ex tertia huius.a.c.est tāq̄ȝ latus decagoni eiusdē circuli itaq̄ȝ per. 10.13.d.e.potens ē super totā.a.b.⁊ eius maiorē portionē.a.c.quare.d. e.est equalis.h.nā quadratum vtriusq̄ȝ earum tantū est quantū quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.a.c.ꝑiter accepta: pȝ autē ex octaua.13.ꝙ.d.f.est tripla potentialiter ad.a.b.At vero ex.5. eiusdē patet ꝙ.k.quoq̄ȝ tripla est potentialiter ad.a.c. ergo ex secunda parte.21. sexti ꝓportio.d.f.ad.a.b.ē sicut.k.ad.a.c.quare ꝑmutatī.d. f.ad.k.sicut.a.b.ad.a.c.⁊ quia ex demonstratione.17.tredecimi manifestū ē ꝙ si e.g.diuidať ꝭm ꝓportionē habētē mediū duoq̄ȝ extrema maior portio eius erit tā q̄ȝ .d.e.erit ꝑ scōam huius ꝓportio .e.g.ad.d.e.sicut.a.b.ad.a.c. q̄re ꝑ.11.quinti erit quoq̄ȝ .e.g.ad.d.e.sicut.d.f.ad.k.⁊ ꝑmutatim.e.g.ad.d.f.sicut.d.e.ad.k. Et qꝛ per primā ptē.7. quinti.d.e.ad.k.sicut.h.ad.k.eo ꝙ.d.e.⁊.h.sunt equales erit per.11.quinti.e.g.ad.d.f.sicut.h.ad.k.qđ est propositū. Nō solū aūt est ꝓportio e.g.lateris cubi ad.d.f.latus trianguli ycocedri sicut.h.ad.k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alterā:quarum altera potest sup totā quālibet lineam diuisam ꝭm proportionem habentem medium duoq̄ȝ extrema ⁊ sup eius maiorem portionē:altera vero super totam ⁊ eius minorem portionē.nā singulaꝝ linearum taliū ē proportio vna:verbi gratia.maneāt priores ypotheses circa lineas.a.b.h.⁊.k. ⁊ sumatur quoq̄ȝ quelibet alia linea q̄ sit.l.m. diuisa ꝭm proportionē habētem medium duoq̄ȝ extrema in.n.⁊ portio maior sit.l.n.sitq̄ȝ linea. p. potens super totam.l.m. ⁊ eius maiorem portionem.l.n. ⁊ linea.q.sit potens



ſuper totam.l.m.⁊ eius minorē portionē.m.n.dico ergo ꝙ ꝓportio.p.ad.q.eſt ſi cut.b.ad.k.cōſtat enī ex ſcđa huiꝰ ꝙ.b a.ad.a.c.ē ſicut.l.m.ad.l.n.ergo ꝑ p̄mam ꝑtē.21.ſexti quadrati.b.a.ad quadratū.a. c.ē ſicut q̄drati.m. l.ad quadratū. n.l. quare coniunctim quadrati.b.ad quadratū.a.c.ſicut quadrati.p.ad quadratū.l.n ⁊ permutatim quadrati.b.ad quadratū.p.ſicut quadrati.a.c.ad quadratum.l.n. Eodē argumētationis genere ſequit̄ ꝙ ꝓportio quadrati.k.ad quadratū.q .eſt ſi cut quadrati.c.b.ad quadratū.n m.⁊ q2 ex ſcđa huius ex prima ꝑte.21.ſexti qua/ dratū.a.c.ad quadratū.l.n.ſicut quadratū.c.b .ad quadratū.m.n.erit ex.11.quīti quadratū.b.ad quadratū.p.ſicut quadratū.k.ad quadratū.q.quare ꝑ ſcđam ꝑtē 21.ſexti.b.ad.p.ſicut.k.ad.q.Et ꝑmutatim.b ad.k.ſicut.p.ad.q.qđ erat demon/ ſtrandū.⁊ ne quiſq̄ʒ dubitationis locus ea que demōſtrāda reſtant obfuſcet :pre/ mittenda adhuc arbitramur quedā quibus ſequētia firmo demōſtratiōis robore incōcuſſa permaneant.

¶Si aliqua plana ſuperficies ſperam quālibet ſecet cōis differentia plane ſuperficiei ſecantis ⁊ curue ſuperficiei ſpere erit circumferentia continens circulum.

¶Sit igit̄ aliqua plana ſuꝑficies ſecans ſperam ⁊ ſit linea.a.b.cōis ſectio ſuꝑficiei ſecantis ⁊ ſuꝑficiei ſpere.dico ꝙ linea.a.b.eſt circūferentia circuli.aut enī centrum ſpere eſt in plana ſuꝑficie ſecante.aut extra.Qđ ſi fuerit in ea ponat̄ vbicunqʒ ↄti gerit ⁊ ſit.c.Quia ergo tota linea.a.b.ē in ſuꝑficie ſpere ⁊ q2 omnes linee ducte a centro ſpere ad ipſius circūferentiā ſunt equales quēadmodū conſtat ex diffinitio ne ſpere.ſequitur vt omnes linee ducte a puncto.c.ad lineā.a.b.ſint equales.ē igit̄ ex diffinitione circuli ſuperficies quā continet linea.a.b.circulus ⁊ eius centꝝ ē .c. videlicet idē ꝙ centꝝ ſpere.ſi aūt centrū ſpere fuerit extra ſuperficiē ſecantē: pona tur ergo vbilibet qđ ſit.d.a quo ſꝭm doctrinā.11.vndecimi ducat̄ linea.d.c.perpen/ dicularis ad ſuꝑficiē ſecantē ⁊ ꝓtrahant̄ ab eodē centro.d.due linee recte q̄ūocūqʒ contingat ad lineā.a.b.que ſint.d.a.⁊.d.b.⁊ iungat̄.c.cū.a.⁊ cū.b.eruntqʒ due li nee.d.a.⁊.d.b.equales eo ꝙ ipſe ſunt a centro ſpere ad ſuperficiem eius:ex diffi/ nitione autē linee perpendicularis ad ſuperficiē.manifeſtū eſt ꝙ anguli.d.c.a.⁊.d c.b.ſūt recti:ideoqʒ ex penult̄.primi ⁊ iſta cōi ſcia:que equalibus ſūt equalia iter ſe ſunt equalia:erunt quadrata duaꝝ lineaꝝ.c.d.⁊.c.a.pariter accepta equalia qua/ dratis duaꝝ lineaꝝ.d.c.⁊.c.b.pariter acceptis :dempto itaqʒ vtrinqʒ quadrato.d c.erit quadratū.c.a.equale q̄drato.c b.quare ⁊ linea .c.a.linee.c.b. Eodē argumē tationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas a puncto .c.ad lineā.a.b.eē eq̄les ergo ex diffinitione circuli ſuꝑficies quā continet linea.a.b.eſt circulꝰ ⁊ eiꝰ centrū eſt.c.quod eſt propoſitum.

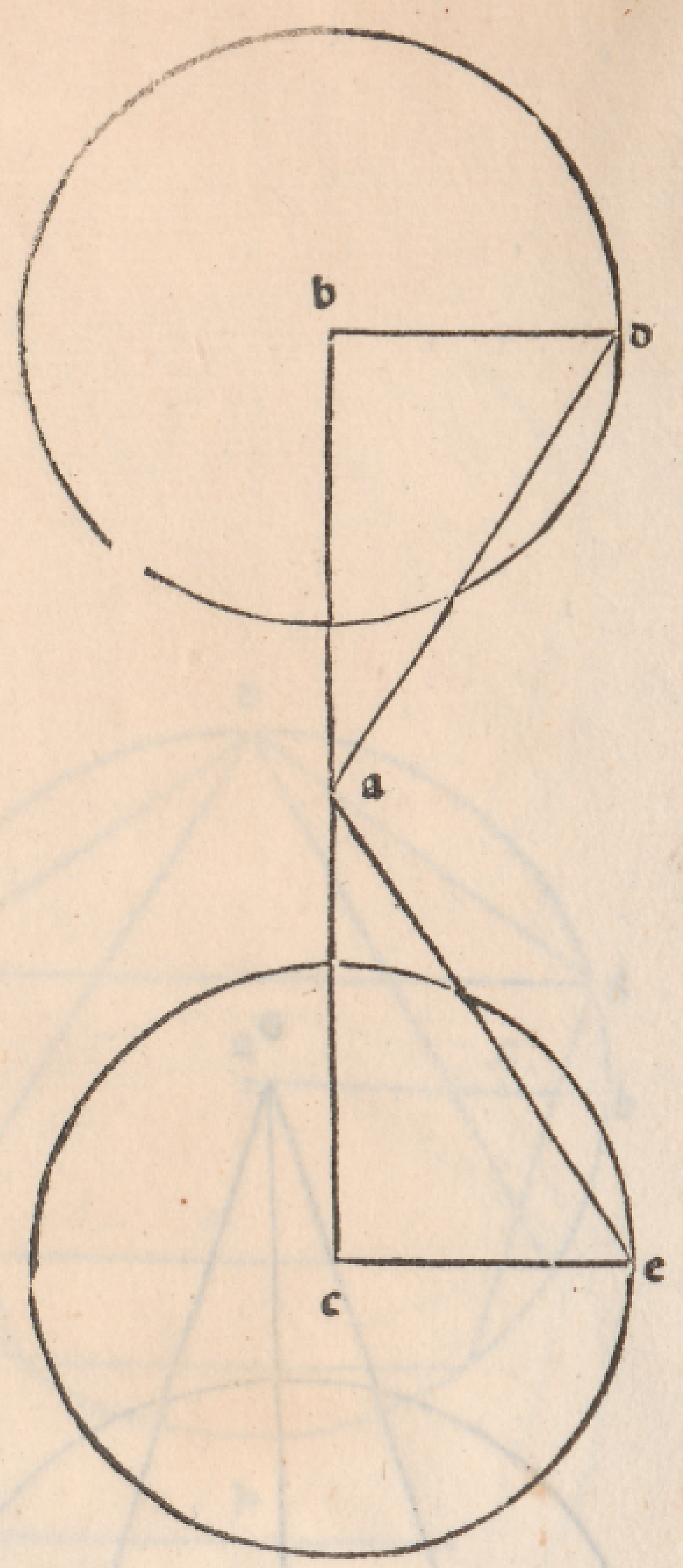


¶Ex hoc itaqʒ manifeſtum eſt ꝙ cum ſuperficies ſecat ſperam ſuper centrum eius ſector ꝓueniens in ſuperficie ſpere eſt linea continens circulum cuius centrum eſt centrum ſpere.Cum autem ſuperficies ſe cat ſperam non ſuper centrum eius ſector quoqʒ prouenīens ī ſuper ficie ſpere eſt linea continēs circulū cuius centꝝ ē punctus ille in quo incidit ꝑpendicularis ducta a centro ſpere ad ſuperficiem ſecantem.

¶Amplius autem dico ꝙ

¶Si in ſpera aliqua fuerint circuli equales ꝑpendiculares ducte a cē tro ſpere ad ſuꝑficies illorum circulorum erunt adinuicem equales.

¶ Sint i spera cuius centꝝ .a. signati duo circuli .b. ⁊ .c. equales ad quoꝝ supficies ꝓtrahant a centro spere videlicet a puncto .a. perpendiculares ꝑm ꝙ docet .11. vndecimi: ad hunc quidé .a.b. ad illū auté .a.c. dico ꝙ due linee .a.b. ⁊ .a.c. sūt equales: ꝓtrahant eni a punctis .b. ⁊ .c. singule linee recte ad circūferentias illoꝝ circuloꝝ ꝓut libuerit: in hoc quidem .b.d. in illo aūt .c.e. ⁊ iungat .a. cū .d. ⁊ cum .e. eritq3 ex diffinitione linee supra superficié ꝑpendiculariter stantis vtriq3 duoꝝ anguloꝝ .a.b.d. ⁊ .a.c.e. rectus. At vero ex scḋa pte ꝑmissi correlarij. Manifestū é ꝙ duo puncta .b. ⁊ .c. sunt centra circuloꝝ .b. ⁊ .c. ideoq3 due linee .b.d. ⁊ .c.e. sunt semidiametri eoꝝ: qui circuli cū ponant equales sequit ex diffinitione equaliū circuloꝝ has semidiametros esse equales: ⁊ quia due linee .a.d. ⁊ .a.e. sunt equales q2 sunt ducte a centro spere ad eius supficié: erunt ex penult. primi due ꝑpendiculares .a.b. ⁊ .a.c equales qḋ oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.



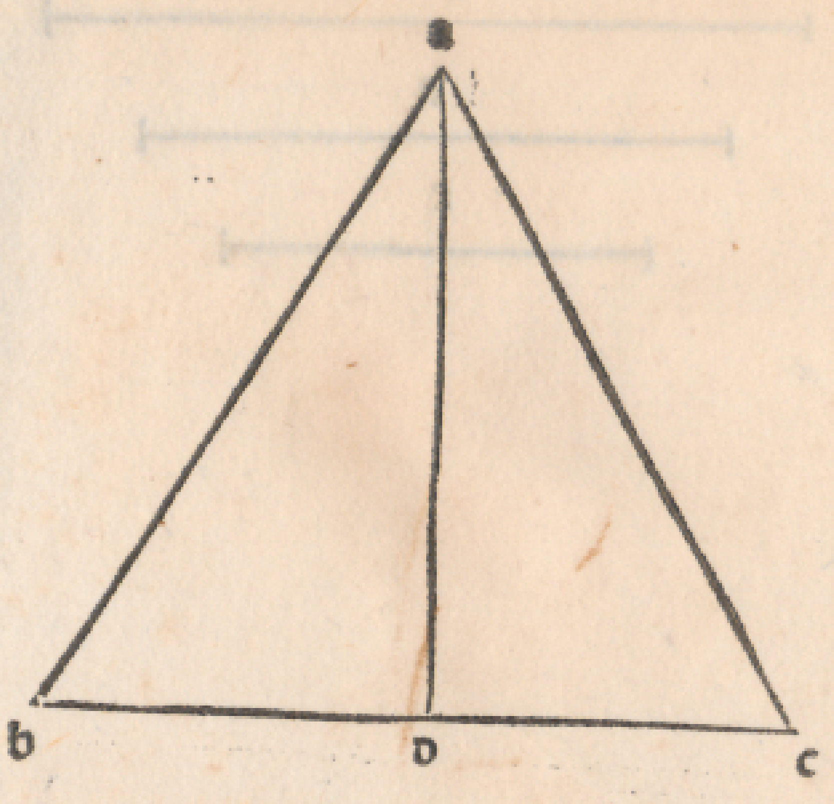
Propositio .10.

Proportio corporis duodecedri ad corp⁹ ycocedri q̄ ambo vna eadéq3 spera icludit: est sicut omniū superficierū eius piter acceptaꝝ ad oés supficies illius piter acceptas

¶ Hoc est qḋ superius post demonstrationé prime huius auctoritate Aristei ⁊ apollonij cōmemorauimus cui⁹ demonstratio ex his q̄ premissa sunt euidenter elicit. Ex quinta quidé huius manifestū é ꝙ circuli quoꝝ alter circūscribit pentagonū duodecedri: reliqu⁹ vero trigonū ycocedri que ambo corpora spera vna coherect sunt adinuicem equales: itaq3 erunt perpendiculares a centro spere ad superficies omnium circuloꝝ circūscribentium pentagonos huius duodecedri ⁊ trigonos illi⁹ ycocedri i eoꝝ centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestū é nam omnes hi circuli teste .5. huius sicut dictū é eq̄les sunt sibi adinuicé piramides: igitur quaꝝ sunt bases pentagoni duodecedri coni auté eaꝝ sunt centꝝ spere atq3 piramides quaꝝ bases sūt trigoni ycocedri: ⁊ coni eaꝝ similiter centrū spere sunt eque alte cunctaꝝ quidé piramidū altitudiné mésurant vel determinant a conis ad bases ꝑpendiculares cadentes: piramides auté eque altas suis basibus ꝓportionales esse oportet quéadmodum in .6. duodecimi probatū est: itaq3 proportio piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidé cuius basis trigoni ycocedri é sicut istius pentagoni ad hunc trigonū. ióq3 per .24. quinti ꝓportio duodecupli illius piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidé cuius basis trigonus ycocedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonū. hec aūt .12. piramides quaꝝ sunt bases .12. pentagoni duodecedri sunt tanq̄3 totū corpus ipsius duodecedri. At .12. pentagoni tanq̄3 oés superficies eius: itaq3 ꝓportio corporis duodecedri ad piramidé cuius basis est trigonus ycocedri é sicut ꝓportio omniū supficieꝝ duodecedri ad trigonū ycocedri. quare rursus ex .24. quinti ꝓportio corporis duodecedri ad vigincuplū illius piramidis cuius basis est trigonus ycocedri é sicut omniū supficieꝝ duodecedri ad vigincuplū trigoni ycocedri. cū igit vigincuplū huius piramidis sit tanq̄3 totū corp⁹ ycocedri ad vigincuplū istius trigoni tanq̄3 omnes superficies ipsi⁹ ycocedri erit ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eadéq3 spera concludit sicut ꝓportio omniū supficieꝝ corpis duodecedri piter acceptaꝝ ad omnes superficies corporis ycocedri piter acceptas. Hoc aūt est predictoꝝ philosophorum de proportione hoꝝ duoꝝ corpoꝝ sententia fixa solidaq3 demōstratiōe roborata.

cui quoqꝫ adijciendũ est hoc.nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli cor poris ycocedri vna cũ ipso cubo ab eadẽ spera cõclusi sit sicut ꝓportio omniũ sup/ ficierꝫ corporis duodecedri piter acceptarꝫ ad omnes superficies ipsius ycocedri in eadem spera cõclusi sicut ex.8. huius demonstratũ est: erit ex.11.quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circũuoluit tãqꝫ ꝓ/ portio lateris cubi eidẽqꝫ spere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycocedri. Amplius aũt qꝛ diuisa qualibet linea ẜm proportionẽ habentẽ mediũ duoqꝫ extrema est proportio linee potentis super totã ⁊ eius maiorẽ portionẽ ad lineã potentẽ su per totã ⁊ eius minorẽ portionẽ sicut lateris cubi alicuiꝰ spere inscripti ad latus tri/ goni corporis ycocedri ab eadẽ spera circũducti sicut ex.9. huius demonstratum ẽ erit etiã ex.11.quinti vt diuisa qualibet linea ẜm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoqꝫ extrema sit ꝓportio linee potentis super totã ⁊ eius maiorẽ portionẽ ad lineã po/ tentẽ super totã ⁊ eius minorẽ portionẽ veluti ꝓportio corporis duodecedri ad cor pus ycocedri que ambo vna atqꝫ eadẽ spera circũscribit. Ex dictis igiť manifestum est ꝙ ꝓportio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem spera circũscripti. itemqꝫ ꝓportio cunctarꝫ superficierꝫ duodecedri ad cunctas sup ficies ycocedri que ambo sup eadẽ spera circũscribit. Et rursus ꝓportio linee poten tis super quãlibet lineã diuisã ẜm proportionẽ habentẽ mediũ duoqꝫ extrema et super eius maiorẽ portionẽ ad lineã potentẽ super eandẽ ⁊ super eius minorẽ por/ tionẽ atqꝫ iterꝫ ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna ea demqꝫ spera cohercet est proportio vna. Mirabilis itaqꝫ est potentia linee ẜm ꝓ/ portionẽ habentẽ mediũ duoqꝫ extrema diuise: cui cũ plurima pholosophãtiũ ad/ miratione digna cõueniãt hoc pncipiũ vel pcipuũ ex superiorꝫ pricipiorꝫ inuaria/ bili ꝓcedit natura vt tã diuersa solida tũ magnitudine tum basiũ numero tũ etiaꝫ figura irrõnali quadam simphonia rõnabiliter conciliet. Quippe demonstratum est ꝙ proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus q̃ ambo spera vna co/ ambit est quasi ꝓportio linee potentis sup quãlibet lineã ẜm prefatã proportionẽ diuisã ⁊ super eius maiorẽ partem ad quãlibet lineã potentẽ super eandem ⁊ eius minorẽ ptem. quoniã vero de tribus ceteris corporibꝰ regularibus nõ habemꝰ ali quid dictũ studeamꝰ de ipsis aliquid dicere. Propositio .11.

IN omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem triangu li ad ipsã ꝑpẽdicularẽ potentialr̃ sexquitertiũ eẽ ꝯueniet. ¶ Sit eni triangulus equilaterus.a.b.c.ducaťqꝫ ab angulo.a. linea a.d. ꝑpendicularis ad basim: dico ꝙ.a.b. ẽ potentialr̃ sexquitertiũ ad.a.d. sunt quidẽ ex.5. p̃mi duo anguli.b.⁊.c.eq̃les ⁊ quia anguli ad.d. sunt recti erit ꝑ.26.p̃mi linea.b.c. diuisa ꝑ equalia in pũcto.d. itaqꝫ ex quarta scdi quadratũ b.c. q̃druplũ ad q̃dratũ.b.d. ideoqꝫ etiã q̃dratũ.a.b. q̃druplũ ẽ ad q̃dratũ.b.d. Est eni triangulꝰ equilaterꝰ q̃re ꝑ penulť. primi q̃drata duarꝫ linearꝫ.a.d.⁊.b.d. pariter accepta quadruplũ sũt ad q̃dratũ.b.d. itaqꝫ q̃dratũ.a.d. triplũ ẽ ad q̃dratũ.b.d. cõstat ergo ꝓpositũ. Propositio .12.



OMnis trigonus equilaterus cuius ẽ latus rõnale supfici/ es medialis eẽ ꝓbať. ¶ Sit vt prius triangulus.a.b.c. equilate/ rus ⁊ sit latus eius.a.b. rõnale siue i longitudine siue i potentia tm̃ dico itaqꝫ ꝙ ipse triãgulus ẽ supficies medialis: ducať eni ꝑpẽdicu/

laris.a.d.ab angulo.a.ad basim:eritq̃ȝ ex premissa et ex.6.decimi ⁊ dione super/
ficiei rõnalis quadratũ linee.a.d.rõnale ⁊ linea.a.d.rõnalis in potentia:ipsa autẽ
ex vltima parte..decimi mediante premissa erit incõmensurabilis linee.a.b.ideo/
qȝ ⁊ linea .b.d.que est tanq̃ȝ eius dimidiũ.sunt itaqȝ due linee.a.d.⁊.b.d.rõnales
potentialiter tantũ cõicantes.igiť ex.19.decimi supficies vnius eaꝝ in alteram est
medialis.cumqȝ superficies vnius earum in alterã sit equalis trigono.a.b.c. ꝯstat
verũ esse quod diximus.

Propositio .13.

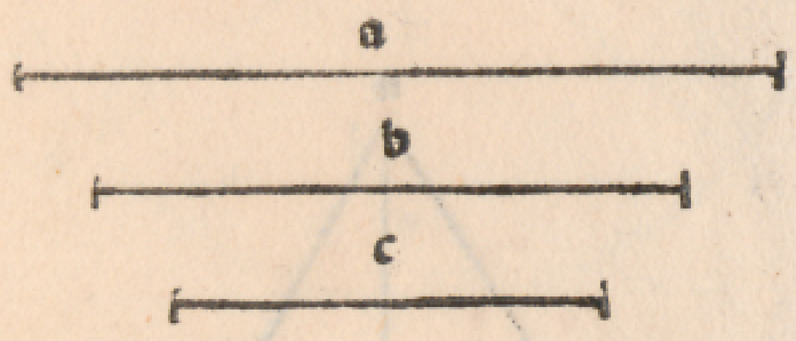
Cuncte supficies vtriuslibet duoꝝ solidoꝝ quoꝝȝ alterũ est piramis quatuor basium triangularium ⁊ equilateraꝝ reliquum vero est corpus octo basium triangularium et equilateraꝝ pariter accepte:si diameter spere ea circumscribentis rõnalis fuerit componũt superficiẽ medialem.

¶ Nam si diameter spere alteꝝ duoꝝ propositoꝝ corporum circũscribentis fuerit
rõnalis siue in longitudine siue in potentia tm̃:erit ex corelario.13.tredecimi libri
latus piramidis rõnale in potentia ⁊ ex corelario.15.eiusdem latus quoqȝ corpo/
ris octo basium rõnale in potentia.quare per premissam trianguli qui sunt bases
vtriuslibȝ corpis erũt supficies mediales.⁊ qr trianguli vtriuslibȝ coꝝ sibi adinuicẽ
sunt equales:erunt ex.21.decimi omnes supficies vtriuslibȝ eoꝝ pariter accepte cõ/
ponentes superficiẽ medialem quẽadmodũ ꝑponitur.⁊c.

Propositio .14.

Si tetracedron ⁊ octocedron vna eademq̃ȝ spera circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexquitertia ad vnã ex basibus octocedri:oẽs aũt bases octocedri piter acceptas ad omẽs bases tetracedri pariter acceptas sexquialterã ꝑportionẽ habere necesse est.

¶ Sit aliqua spera cuius diameter.a.circũscribens piramidem cui⁹ lat⁹.b.⁊ octo/
cedron cuius latus .c.dico itaqȝ ꝙ triangulus equilater⁹ cuius latus.b. sexquiter/
tius ẽ ad triangulũ equilateꝝ cuius latus.c.⁊ ꝙ supficies quã ꝯponũt octo trian/
guli equilateri cuiusqȝ quoꝝ ẽ latus.c.sexquialtera ẽ ad supficiem quã componunt
quatuor trianguli equilateri cuiusqȝ quoꝝ est latus.b.cõstat eni ex corel.13.trede/
cimi ꝙ quadratũ.a.ad quadratũ.b.sicut.6.ad.4.igiť ecõuerso quadratũ.b.ad q̃/
dratũ.a.sicut.4.ad.6.Ex corelario vero.15.eiusdẽ manifestũ est ꝙ quadratum.a.
ad quadratũ.c.sicut.6.ad.3.itaqȝ per equã ꝑportionalitatẽ quadratũ .b. ad qua/
dratũ.c.sicut.4.ad.3.quadratũ aũt.b.ad quadratũ.c.ẽ sicut trigonus equilaterus
cuius latus.b.ad trigonũ equilaterũ cuius latus.c.Vtrobiqȝ eni est sicut.b .ad.c.
ꝑportio duplicata ex secunda pte.18.sexti:igitur trigonus equilaterus cuius latus
b.ad trigonũ equilateꝝ cui⁹ lat⁹.c.sicut.4.ad.3.quare cõstat prima ps ꝑpositi. Ex
quo euidenter eliciť scđa:erit eni p ꝯuersã ꝑportionalitatẽ trigon⁹ equilaterus cui⁹
latus .c.ad trigonũ equilateꝝ cuius latus.b.sicut tria ad quatuor. iđqȝ octuplum
trigoni eq̃lateri cui⁹ lat⁹.c.ad q̃druplũ trigoni eq̃lateri cui⁹ lat⁹.b.est.sicut octuplũ
ternarij ad q̃druplũ q̃ternarij. hoc aũt sicut.24.ad.16.⁊ qr octuplum trigoni eq̃la/
teri cui⁹ lat⁹ .c.ẽ omẽs bases octocedri cui⁹ lat⁹.c. ⁊ q̃druplũ trigoni eq̃lateri cui⁹
lat⁹ .b.ẽ oẽs bases piramidis cui⁹ lat⁹.b.⁊ qr ꝑportio.24.ad. 16.ẽ sexq̃altera seq̃
tur vt supficies quã cõponunt oẽs bases octocedri cui⁹ lat⁹.c.ad supficiẽ quã cõpo
nũt oẽs bases piramides cui⁹ lat⁹.b.sexq̃altera sicut dixim⁹ i ꝑportione respiciat.



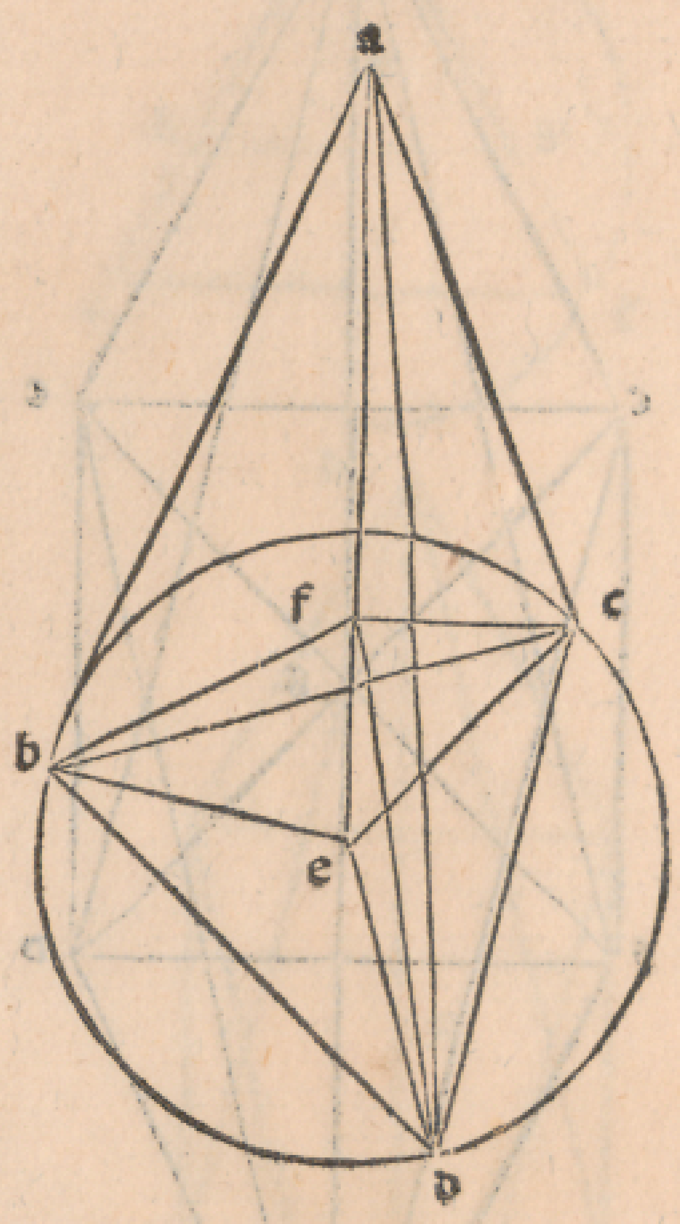
Propositio .15.

Piramide quatuor basium triangulariũ atq; eqlaterarũ intra sperã quãlibet collocata si a quolibet angulorum eius per centrum spere recta linea ad basim ducatur in centrũ circuli basim circũscribentis eam cadere atq; eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

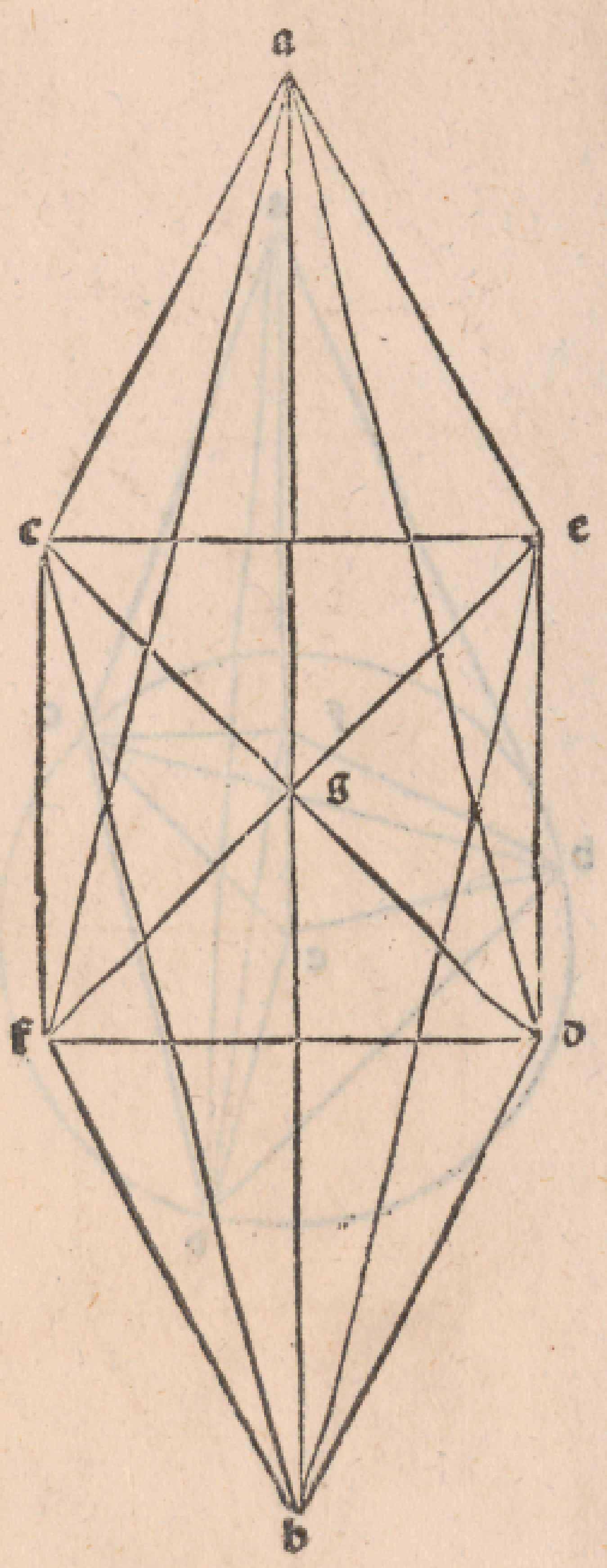
¶Sit piramis .a.b.c.d .4. basium triangulariũ atq; eqlateraꝝ intra sperã aliquã cuius centrũ sit f.collocata ⁊ cũ quilibet quatuor angulorum istius piramidis possit esse conus eius at qlib; quatuor triangulorum basis Imaginemur nũc eius solidũ ãgulum.a.esse conũ ⁊ triangulũ .b.c.d.imaginemur esse basim atq; huic basi intelligamus circũscriptũ esse circulũ.b.c.d.dehinc a puncto.a.quẽ imaginati sumus conum piramidis ducamus ad basim.b.c.d.lineã rectã transeuntẽ per punctũ.f.qui est centrũ spere circũscribentis piramidẽ de qua disputamus ⁊ occurrat hec linea superficiei .b.c.d. quã imaginati sumus basẽ piramidis sup punctũ.e. dico igit꜡ q̄ punctũ.e.ẽ cẽtrũ circuli .b.c.d.⁊ q̄ linea.a.f.e.ẽ perpendicularis ad supficiẽ.b.c.d producam enim lineas.f.b.f.c.f.d.⁊ q: quatuor puncta.ã.b.c.d.sunt in superficie spere cuius centꝝ.f. ꝓpter hoc q̄ illã speram positũ est circumscribere hanc piramidem erunt omnes quatuor linee.f.a.f.b.f.c.f.d.adinuicem equales sunt enim ducte a centro spere ad eius superficiem:ergo q: duo latera.a.f.⁊.f.b.trianguli. a.f.b sunt equalia duobus lateribus.a.f.⁊.f.c.trianguli.a.f.c.⁊ basis.a.b. basi.a. c.nã piramis posita est equilatera:erit ex octaua primi angulus.a. f.b. equalis angulo a.f.c.ideoq; p.13.primi ãgul⁹ quoq;.b.f.e.erit eq̃lis ãgulo.c.f.e.Eodẽ modo ꝓbabis angulũ .d.f.e.esse equalẽ angulo.c.f.e.necesse est eni ex octaua primi ut angulus.a.f.e.sit equalis angulo.a.f.d.quare p.13.primi angulus quoq;.c.f.e.erit eq̃lis angulo .d.f.e.sunt igitur tres anguli.b.f.e.c.f.e.d.f.e.adinuicẽ equales.protractis igit꜡ lineis.e.b.e.c.⁊.e.d.sequit꜡ ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem equales.ideoq; per.9. tertij punctus.e.ẽ centrũ circuli.b.c.d. ⁊ q: perpendicularis ducta a centro spere ad superficiẽ cuiuslibet circuli eam secantis cadit sup centrũ eiusdẽ circuli sicut ex his que p̃missa sũt videlic; ex his q̄ decimã hui⁹ immediate p̃cedunt didicisti cõuincit꜡ lineã.a.f.e.eẽ ꝑpẽdicularẽ ad supficiem circuli.a.b.c. queadmodũ ꝓponit꜡ .Sin aũt erũt eiusdẽ circuli duo cẽtra qḋ natura tanq̃; ĩpossibile exhorruit.

Propositio .16.

Solidum octo basiũ triangulariũ atq; equilateraꝝ qḋ ab aliqua spera circũscribitur diuisibile est in duas piramides eque altas quaꝝ altitudo equalis ẽ semidiametro spere:basis autẽ vtriusq; quadratũ qḋ est sub duplũ quadrato diametri spere. ¶Esto corpus octo basiũ triangularium atq; equilateraꝝ cuius sex anguli sint.a.b.c.d.e.f.circũscripta a spera cuius centrum.g constat itaq; q̄ sex puncta .a.b.c.d.e.f.sunt in superficie spere cuius centrum.g. si igit꜡ centrũ.g.iungatur cũ quolibet hoꝝ sex punctoꝝ erũt due linee iũgentes ipsũ cis adinuicẽ equales cũ ipse sint a centro spere ad superficiẽ:cũ aũt ex corel꜡.15.tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad lat⁹ hui⁹ corpis erit ex quarta scdi latus huius corporis potentialiter duplũ ad semidiametꝝ spere.quadratũ ergo.e.f. duplũ ẽ ad quadratũ.c.g.ĩoq; eq̃le duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ .c.g .⁊.g.f. itaq; p penul꜡.primi angulus .c.g.f.ẽ rectus.eadem rõne quisq; trianguloꝝ.f.g.d.



d.g.e.z.e.g.c.est rect⁹ quare p.14. p̄mi z.c.g.d.z.f.g.e.ē linea vna: igit̄ ex scđa.11 quinq3 puncta.c.f.d.e.g.sunt in sup̄ficie vna. Manifestū ē aūt ex quinta primi: z 32.eiusdē q̄ quilibet quatuor anguloꝝ.c.e.d.f.ē rectus: igit̄ ex diffinitione quadrati sup̄ficies.c.e.d.f.ē quadrata.z q2 latus eius ē latus ꝓpositi corporis.constat ex correlario.15.tredecimi istud quadratū esse subduplū q̄drato diametri spere. cō/ sili quoq3 rōcinatiōne ꝯstat vtrāq3 duaꝝ lineaꝝ.a.g.z.g.b.cū q̄libet q̄tuor lineaꝝ c.g.f.g.d.g.e.g.continere angulū rectū: iōq3 ex.4.vndecimi vtrāq3 eaꝝ ēe perpendicularē ad superficiē.c.e.d.f.z ambas sc3.a.g.z.g.b.p.14.p̄mi componere lineā vnā: diuisum ē igit̄ ꝓpositū corpus in piramidē.a.c.f.d.e.cuius basis quadratū.c e.d.f.quod est subduplū quadrato diametri spere z etiā altitudo linee.a.g.que est semidiameter spere z in piramidē.b.c.f.d.e.cuius basis est predictū quadratum z eius altitudo linea.g.b.quod est semidiameter spere: z hoc ē qđ oportebat ōndere



Propositio .17.

Piramidē quatuor basium triangulariū atq3 equilateraꝝ spera aliqua circūscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitertia ad dodrantē lateris ipsius piramidis z sub linea super quinq3ptiente vicesimasseptimas eiusdē dodrantis cōtinetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basiū triangulariū atq3 equilateraꝝ que ambo eadem spera circūducantur ¶ Sit spera cuius diameter.a.b.z centrū.h.circūscribens piramidem quatuor ba/ sium triangulariū atq3 equilateraꝝ.a.c.d.z corpus octo basiū triangularium atq3 equilateraꝝ qđ sit.e.sitq3 linea.l.m.potētialiter sub sexquitertia ad dodrantem li/ nee.a.c.que ē latus piramidis z linea.n.m.cōtineat dodrantē predictū z ei⁹ quinq3 vicesimasseptimas sitq3.p.quadratū diametri.a.b.dico itaq3 q̄ ꝓportio pira/ midis.a.c.d.ad octocedron.e.ē sicut sup̄ficiei.l.m.in.m.n.ad quadratū.p. imaginemur eni solidū angulū.a. esse conū piramidis z basi3 piramidis cuius vnū lat⁹ est.d.c.secare diametrū spere in puncto.f.eritq3 quēadmodū ex rōcinatiōe.13.tredecimi manifestū ē.a.f.dupla ad.f.b.cumq3 etiā.a.h.sit dupla ad.h.b.erit ex.19. quinti.h.f.dupla ad.h.f.iōq3.a.f.quadrupla ad.f.h.imaginemur igit̄ superficiem secantem piramidē.a.c.d.super centrū spere equidistanter basi ipsius. sitq3 linea g.k.cōis sectio huius sup̄ficiei z triāguli.a.c.d.eritq3 ex.17.vndecimi ꝓportio.c.a ad.a.g.sicut.f.a.ad.a.h.igit̄.c.a.ad.a.g.sicut.4.ad.3.sic eni est ex euersa propor/ tionalitate.f.a.ad.a.h.constat etiā ex scđa pte.29.primi z.16.vndecimi z.10.eius/ dem z prima pte scđe sexti z diffinitione similiū sup̄ficieꝝ z similiū corpoꝝ q̄ pi/ ramis.a.g.k.ē si͠lis piramidi.a.c.d.ideoq3 ex.8.duodecimi ꝓportio piramidis.a c.d.ad piramidē.a.g.k.est sicut.c.a.ad.a.g.triplicata quare sicut.4.ad.3.triplicata.constat autem ex secunda octaui q̄ ꝓportio quatuor ad tres triplicata est sicut 64.ad.27.itaq3 proportio piramidis.a.c.d.ad piramidē.a.g.k.est sicut.64.ad.27 fiat ergo triangulus equilaterus.q.r.s.ex linea equali.a.g.quā cōstat eē dodrantē linee.a.c.z producatur linea.q.t.perpendicularis ad.r.s.eritq3 ex.11.huius linea q.t.potentialiter sub sexquitertia ad lineam.q.r.ideoq3 equalis.l.m.adijciat̄ quoq3 linee.r.s.linea.s.x.ita q̄ proportio.r.x.ad.r.s.sit sicut.64.ad.27.diuidaturq3

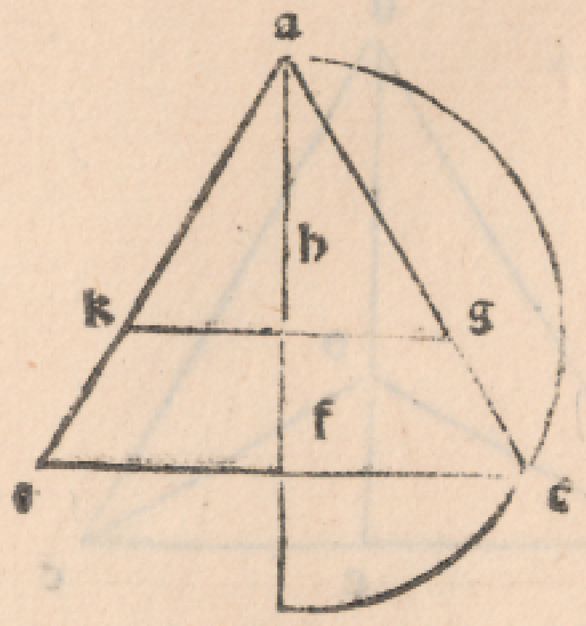
r.x.per equalia in.v.vt sit.r.v.32.de partibus illis de quibus.r.s.est.27.aut.r.x.
64.eritqꝫ.r.u.equalis.m.n.Et ducantur linee.q.u.⁊.q.x.eritqꝫ ex prima sexti pro/
portio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.s.sicut.64.ad.27.cumqꝫ per eandē trian
gulus.q.r.x.sit duplus ad triangulū.q.r.u.at ex.41.primi qd̄ fit ex.q.t.in.r.u.du/
plum quoqꝫ sit ad triangulū.q.r.u.erit qd̄ fit ex.q.t.in.r.u.⁊ ipsū ē equale superfi
ciei.l.n.eq̄le triangulo.q.r.x.q̄re ꝓportio supficiei.l.n.ad triangulū.q.r.s.ē sicut
64.ad.27.ïoqꝫ sicut piramidis.a.c.d.adpirmiadē a.g.k.manifestū ē aūt ex.15.b⁹
ꝙ linea.a.f.ē ꝑpēdicularis ad basiꝫ piramidis.a.c.d.ideoqꝫ p.19.vndecimi linea
a.b est etiā perpendicularis ad basim piramidis.a.g.b.igit̄ altitudo.a.g.k.pi/
ramidis est semidiameter spere.diuidat̄ itaqꝫ octocedron.e.quēadmodū ꝓponit
premissa:erit itaqꝫ vtraqꝫ duaꝝ piramidū in quas ipsū.e.diuidit̄ eq̄ alta piramidi
a.g.k.nam singulaꝝ altitudo est semidiameter spere.q꞉ igitur oēs laterate pirami
des eque alte suis basibus sunt ꝓportionales vt in.6.duodecimi demōstratum est
erit proportio piramidis.a.g.k.ad vtrāqꝫ eaꝝ in quas diuidit̄ octocedron.e.sicut
basis eius ad bases eaꝝ:q̄re per.24.quinti ꝓportio piramidis.a.g.k.ad totū octo
cedron.e.est sicut sue basis quā cōstat esse equalem triangulo.q.r.s.ad bases am/
barum piramidū in quas diuidit̄.e.pariter acceptas quas constat esse eq̄les qua/
drato diametri spere per premissam videlicet.p.qm̄ ergo ꝓportio piramidis.a.c.
d.ad piramidem.a.g.k.est sicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonū.q.r.s.videli
cet.64.ad.27.⁊ piramidis.a.g.k.ad octocedron.e.sicut trigoni.q.r.s.ad quadra/
tum.p.erit per equā proportionalitatē ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e
sicut tetragoni.l.n.ad quadratum.p.⁊ hoc erat demonstrandum.

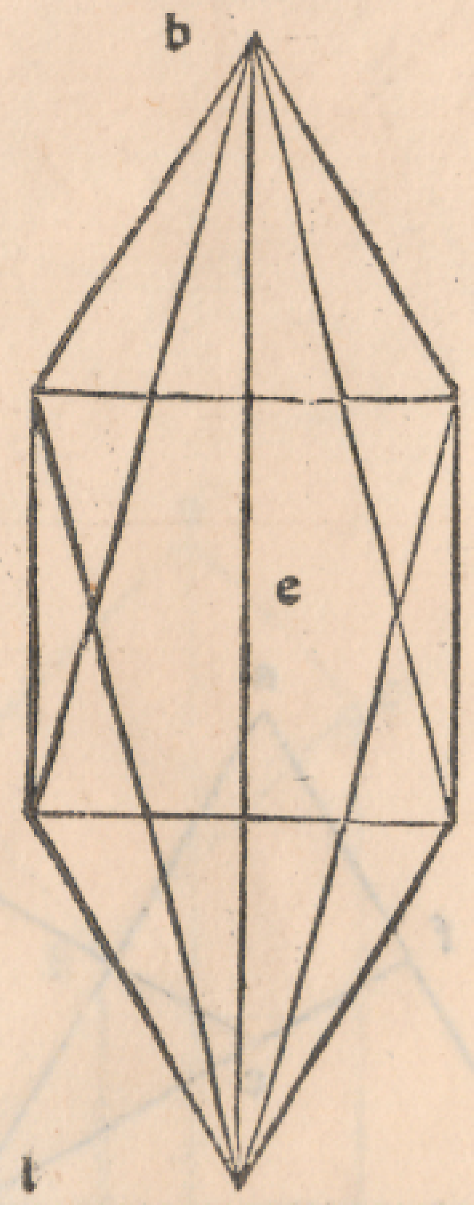
❡Ex premissis igitur manifestum est ꝙ perpendicularis veniens a centro spere piramidē quatuor basiuꝫ triangularū atqꝫ equilateraꝝ circumscribentis ad quālibet basim ipsius piramidis equalis est sexte parti diametri spere.

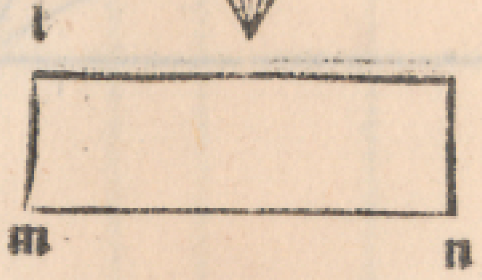
❡Cum enim cuncti trianguli piramidem ambientes sint siles ⁊ equales erūt quo
qꝫ circuli ipsos circūscribentes equales.ideoqꝫ ꝑpendiculares a centro spere ad eos
dem circulos in eoꝝ cētra erūt etiā eq̄les:ꝑpendiculares autē cadentes ad circlos
sunt ꝑpendiculares ad bases piramidis itaqꝫ perpendiculares ad bases sunt ad/
inuicē equales.linea aūt.b.f.est ꝑpēdicularis ad basim piramidis.a.c.d.quā.b.f
q꞉ constat ex predictis esse sextā partē diametri.a.b.relinquitur ergo esse veruꝫ qd̄
per correl̄.concluditur.Ideꝫ aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens
fuerit stabili ratione firmatum.

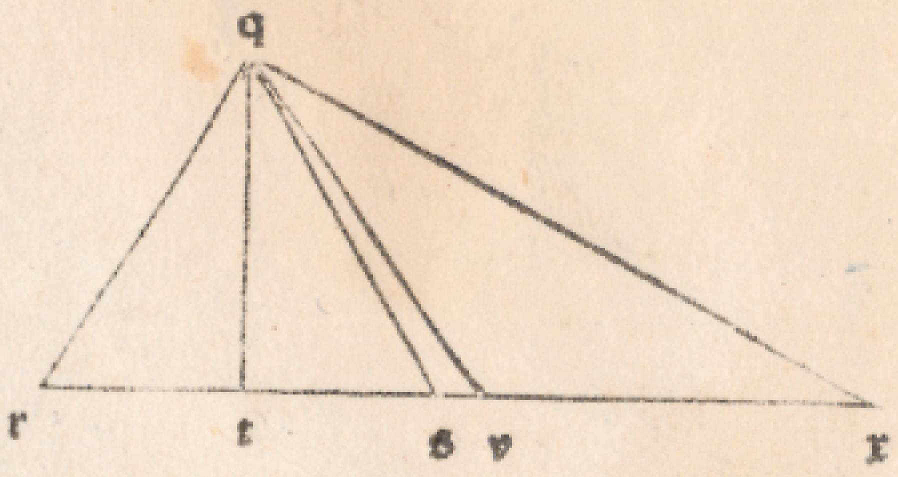
❡In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorū eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē que a centro circuli trigonum ipsū circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

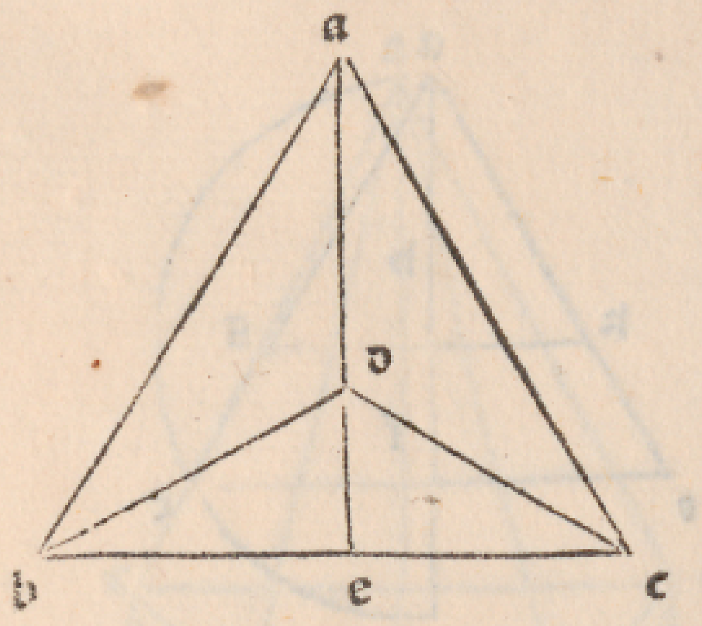
❡Sit enim triangulus.a.b.c.equilaterus sitqꝫ.d.centrum circuli ipsum circumscri
bentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equa/
les cum sint a centro circuli ad circumferentiam.Sint enim tria puncta.a.b.c.in
circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis.protrahatur autem.a.d.
in continuum ⁊ directum quousqꝫ obuiet lateri.b.c.super punctum.e.constat igi/
tur ex octaua primi ꝙ angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.d.c.ideoqꝫ ex.13.p̄mi







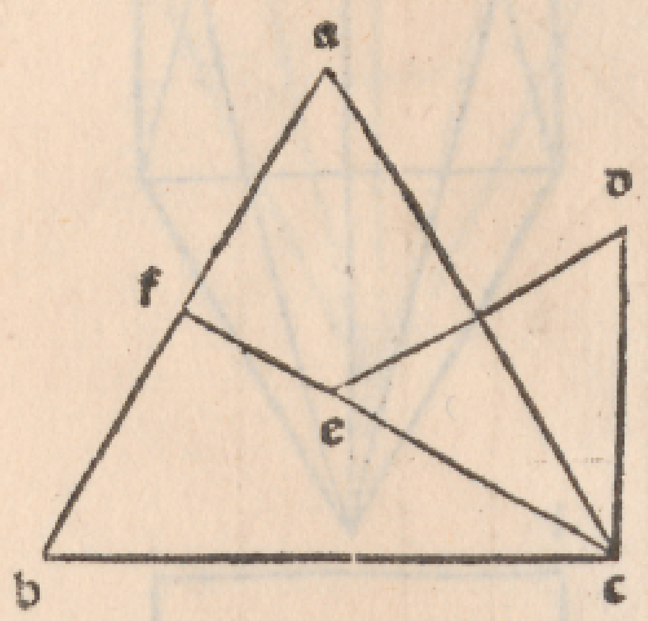




angulus.b.d.e.ē equalis angulo.c.d.e.quare per quartã primi.b.e.ē equalis.e.c. ⁊ anguli qui sunt ad.e.recti:itaqꝫ.d.e.perpendicularis ē ad.b.c.veniens a centro circuli circũscribentis trigonum .a.b.c.⁊.a.e. perpendicularis est etiã ad.b.c.veniens ab vno anguloꝝ predicti trigoni:dico ergo ꝙ.a.e.tripla est ad.e.d.cõstat enĩ ꝙ tetragonus qui fit ex.d.e.in.e.b.equalis est trigono.b.d.c.tetragonꝰ quoqꝫ qui fit ex.a.e.in.e.b.equalis ē trigono.a.b.c.at quia trigonus.a.b.c.triplus ē ad trigonũ.d.b.c.eritqꝫ tetragonus qui fit ex.a.e.in.e.b.triplus ad eum qui fit ex.d.e. in.e.b.cum igiẽ ex prima sexti sit ꝓportio tetragoni.a e.in.e.b.ad tetragonũ.d.e in.e.b.sicut.a.e.ad.e.d.erit.a.e.tripla ad.e.d.quẽadmodũ proponitur.

¶ Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

¶ Nunc itaqꝫ qđ promisimus absoluamus ad hoc aũt imaginemur piramidẽ quatuor basium triangulariũ atqꝫ equilateraꝝ cuius vna ex quatuor basibus eius sit trigonus .a.b.c.circumscriptã esse a spera cuius centrum.d.⁊ protrahatur linea.d e.ꝑpendicularis ad superficiẽ trianguli.a.b.c.quã constat cadere in centrũ circuli dictũ trigonũ circũscribentis.dico igitur lineã.d.e.esse sextã ꝑtẽ diametri spere ꝓpositã piramidẽ circũscribentis:producã eni lineã.d.c.⁊ lineam.c.f.perpendicularem ad lineã .a.b.quã.c.f. ex proximo correlario cõstat transire per punctũ.e.⁊ ex premisso antecedente triplã esse ad.e.f. Constat autem ex quarta secundi ꝙ scđm ꝙ quadratũ diametri spere cuius centrũ.d.est.36.ē quadratũ semidiametri .d.c. 9.ex correl'.aũt .13.tredecimi est quadratum.b.c.24.⁊ꝑ.11.huius quadratũ.c.f.18. ⁊ per premissum antecedens quadratum.c.e.8.qꝛ igitur ex penul'.primi quadratũ d.c.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.e.⁊.e.c.ē aũt quadratũ.d.c.9. ⁊ quadratũ c.e .8.ꝓut quadratũ diametri spere est.36.relinquitur quadratũ.d.e. vnum prout quadratũ diametri spere ē.36. itaqꝫ linea.e.d.est vnũ ꝓut diameter spere est.6.qđ oportebat probare.Eodem demonstrationis genere demonstrabiẽ nobis ꝙ semidiameter spere circumscribentis corpꝰ .8.basium triangulariũ atqꝫ equilateraru tripla ē in potentia ad perpendicularẽ a centro spere circũscribentis ipsũ ad quãlibet suarum basium descendentẽ:cõstat quidẽ quẽadmodũ dictum ē priꝰ ꝙ cũ oẽs bases huius corporis sint equales ⁊ siles erunt circuli ipsas circũscibentes equales ideoqꝫ perpendiculares a centro spere i ipsoꝝ circuloꝝ centra cadentes erunt adinvicẽ equales.cumqꝫ perpendiculares ad circulos basium sint quoqꝫ perpendiculares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro spere ad singulas bases adinvicẽ sunt equales.Si ergo qđ dicimus de perpendiculari ad vnã suaꝝ basiũ probetur:relinquetur verũ eẽ qđ proponiẽ.Sit itaqꝫ ut prius triangulus.a.b.c.vna ex basibus octocedri circũscripti a spera cuius centrũ.d.⁊ cetera quoqꝫ fiant vt prius cũ igitur ex correl'.15.tredecimi diameter spere sit potentialiter dupla ad latꝰ octocedri.sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplũ ad semidiametꝝ spere.iõqꝫ cum quadratũ linee.b.c.est .12.erit quadratũ linee.d.c.que ē semidiameter spere.6.ex.11.autẽ huius cum quadratũ.b.c.ē.12.quadratũ.c.f.ē.9.Et ex premisso antecedente quadratum.c.e.est.4.itaqꝫ cũ q̇dratũ.d.c.que est semidiamiter spere est .6.quadratum .c.e.est .4. ⁊ quia ex penultima primi quadratum.d..c.est equale quadratis duaꝝ linearũ .c.e.⁊.e.d. sequitur ut quadratũ.e.d.sit duo ꝓut quadratum.d.e.est .6. constat ergo qđ diximus.



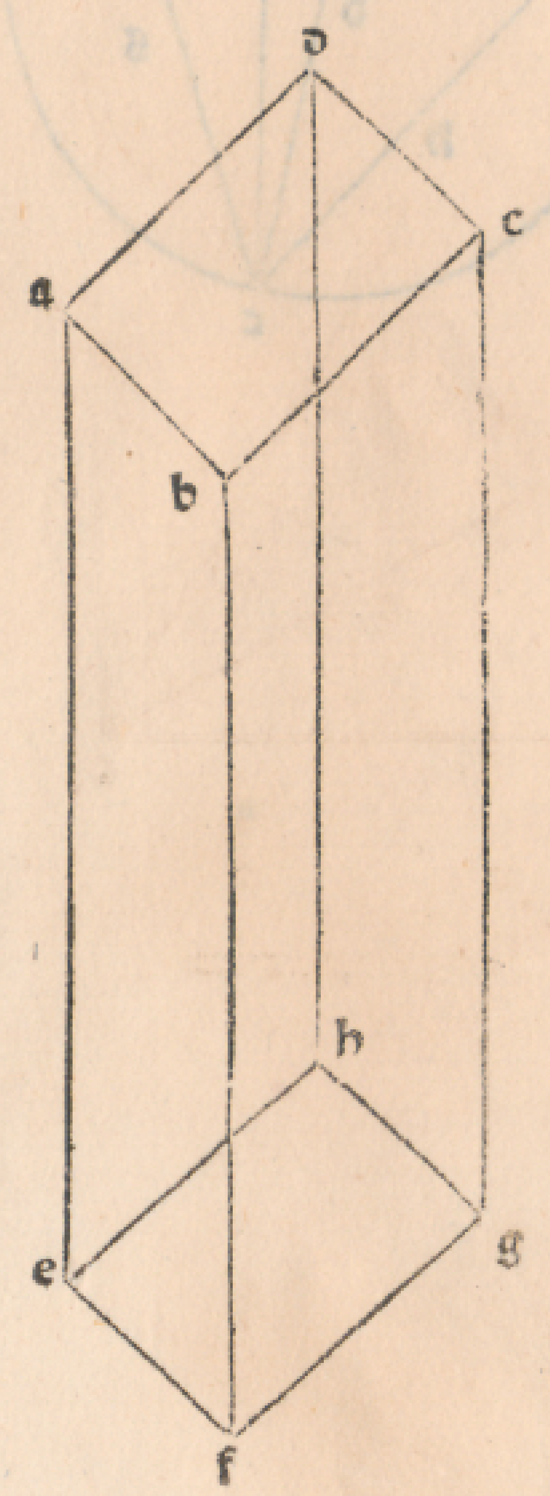
Propositio .18.

Duplum quadrati quod ex diametro spere cubum circū/scribentis describitur equū ē omnib⁹ superficiebus ipsi/us cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a centro spere ad quālibet ex superficieb⁹ cubi ꝑducit me/dietati lateris cubi eiusdē eq̄lis eē ex necessitate cōuincit. ¶ Manifestū ē eni ex correlario .14. tredecimi ꝙ diameter spere cubum includens tripla est in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratum diametri spere triplū sit ad quadratum lateris cubi ⁊ ita triplum: duplū quadrati diametri spere equum sit sexcuplo quadrato lateris cubi. Sunt autē oēs superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaqꝫ duplum quadrati diametri spere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima ps: scdam autem partem ex .18. ⁊ .19. ⁊ .40. vndecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi ī bisse quadrati producti ex diametro spere ipsū cubū ābientis cubi solidi/tas ꝑducatur. ¶ Explicit liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.

Propositio .1.

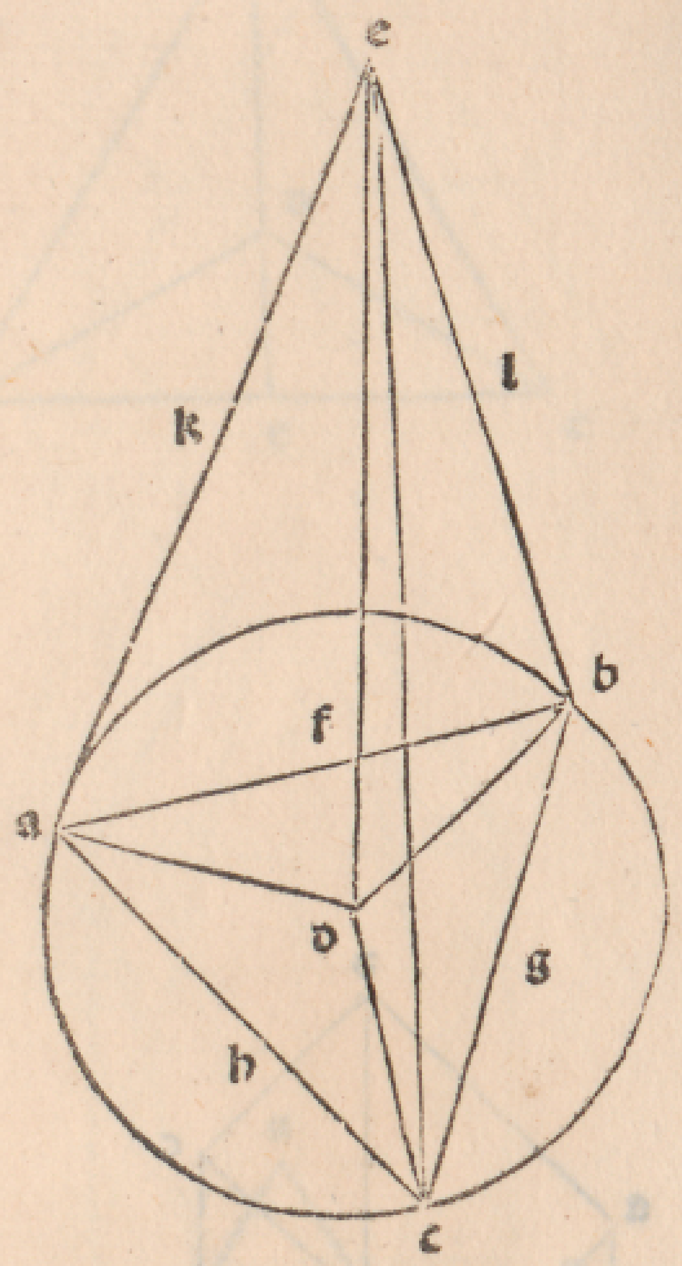
Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium lateruꝫ designare. ¶ Sit cubus cuius basis est quadratuꝫ a.b.c.d. suprema vero eius supficies quadratū .e.f.g.h. Ipsum aūt hac arte fabricare conueniet q̄dra/to basis ꝫm quālibꝫ lineā ex .45. primi descripto sup singulos angulos eius ex .12. vndecimi cathecus ꝫm mensurā lateris ipsius quadrati erigatur quos ex .6. vndecimi constat esse equidistantes. Quiqꝫ ergo eo/rum bini ⁊ bini coraustо eis imposito equidistanter lateri quadrati continuenī. Constat igitur esse cōpo/situm cubū: nā quatuor ei⁹ laterales supficies sunt quadrate ex .33. primi ⁊ ex .34. eiusdem ⁊ diffinitione quadrati: de suprema autē superficie. manifestum est quoqꝫ ꝙ ipsa ē quadrata ex. 10. imo .24. vndecimi ⁊ hac cōi scia que equalib⁹ sunt equa/lia sibi quoqꝫ sūt equalia: ⁊ ex diffinitione quadrati. Si itaqꝫ huic cubo libeat cor/pus quatuor basium triangulariū ⁊ equilateraꝝ inscribere: in basi ⁊ in ei⁹ supficie suprema protrahantur due diametri quaꝝ vna cōtinuet duas extremitates infi/mas duoꝝ cathecoꝝ ⁊ alia cōtinuet supremas alioꝝ duoꝝ quas aio intelliges esse a.c. ⁊ h.f. dehinc a duobus punctis .h. ⁊ .f. terminantibus diametrum supficiei su/preme demitte ypothemisaliter binas ⁊ binas diametros q̄ q̄uor laterales super/ficies diuidant quas imaginaberis esse ab .h. quidem .a.h. ⁊ .h.c. at vero ab .f. .f.a ⁊ .f.c. has aūt diametros in hac plana figura ꝓtrahere cōtempsi ne multitudo li/neaꝝ cōfunderet intellectū. si igiť figurā hāc ut oportet actu vel aio cōpleueris vi/debis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pirami/dem quatuor basium triangularium esse perfectam q̄ꝫ cubo proposito ex diffinitio/ne constat esse inscriptam: huius autem piramidis bases equilateras esse constat eo ꝙ ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt adinuicem equales.



Propositio .2.

Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si itra piramidē quatuor basiū triangulariū ⁊ equilateraꝝ octocedron libeat inscribere prius cōuenit piramidē ipsā fabricare q̄ rōne certa hoc modo cōponitur. Statuat̄ scd̄m cuiuslibet linee quātitatē trigonus equilaterus qui sit.a.b.c.cui circūscribat̄ circulus supra centꝝ.d.⁊ excat.d.e. ꝑpendicularis ad sup̄ficiem ipsius trigoni ex.12.vndecimi: que ponat̄ dupla esse in potencia ad semidiametꝝ circuli circūscribentis trigonū.a.b.c.⁊ a puncto.e.cadāt tres ypothemise super tria puncta.a.b.c.Est itaq; cōpleta piramis quatuor basiū trilateraꝝ ⁊ equilateraꝝ ꝓtrahant̄ eni.d.a.d.b.d.c.cū igit̄ anguli quos cōtinet linea.e.d cum singulis lineis.d.a.d.b.d.c.sint recti ex diffinitione perpendicularis ad sup̄ficiē.cumq; quadratū linee.e.d.sit ex ypothesi duplū ad quadratum semidiametri circuli.a.b.c.erit ex penultima primi quadratū vniuscuiusq; triū ypothemisarium lineaꝝ.e.a.e.b.e.c.triplum ad quadratū semidiametri circuli.a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triū lateꝝ trianguli.a.b.c.triplum ē ad quadratū semidiametri eiusdē circuli: igit̄ oīa latera statute piramidis sunt adinuicem equalia quare ipsa est equilateraꝝ basiū. Cum itaq; sibi octocedron includere voluerim⁹ diuidemus vnūquōq; sex lateꝝ eius in duo media equalia ⁊ cōtinuabimus mediū punctū cuiusq; lateris cū medijs punctis cunctoꝝ reliquoꝝ lateꝝ cū quibus ipsū continet ⁊ angulū superficialē. verbi gratia diuidā latera basis in punctis.f.g h.⁊ ypothemisas cadentes ab.e.i pūctis.k.l.m.⁊ ꝯtinuabo pūctū.f.cū pūcto.g.⁊ cū.h.⁊ cū.k.⁊ cū.l.pūctūq;.m.cū eisdē.g.h.k.l.⁊.g.cū.h.⁊ cū.l.⁊.k.cū eisdē.h.⁊.l Ecce itaq; perfectū est corpus octo basiū triangulariū his duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus cōtentum: hac aūt octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilatera esse manifestū est: ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.



Propositio .3.

Intra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter aūt cubū cōponere oporteat i prima hui⁹ sufficienter dictū est.igitur fabricato cubo piramis quatuor basiū triangularium ⁊ equalium lateꝝ in eo ex prima huius designet̄.ac intra ipsam piramidem expremissa octocedron distiguatur.quo facto simul etiā factū erit quod voluimus. Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi ⁊ ex rōcinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsi⁹ piramidis: quare manifestū ē omnia angularia puncta hui⁹ octocedri esse i basib⁹ assignati cubi. igit̄ ex dione habem⁹ ꝓpositum. Aliter idem centris cunctarum basiū cubi quēadmodū i nona quarti sit reptis a cētro supreme sup̄ficiei ei⁹ ad cētra quatuor lateraliū superficieꝝ quatuor ypothemisas demitte ⁊ a cētro infime ⁊ ad earūdem lateraliū superficierum cētra quatuor alias ypothemisas eleua centra quoq; quatuor laeraliū quatuor rectis lineis cōtinua ita videlicet ꝙ centra earum tantū que seinuicem secant continuos

Uerbi grã. iungas centꝝ anterioꝝ cũ centro dextre ⁊ cũ cẽtro sinistre: centꝝ quo/
qꝫ vltime iunges cũ eisdẽ. hoc eni cũ centro dextre ⁊ cũ centro sinistre. habes itaqꝫ
corpus octo basiũ triangulariũ his. 12. lineis que centra sup̄ficieꝝ cubi cõplexũ con
tinuant. Si igitur has bases equilateras esse ꝓbare volueris: a cetris basium cubi
ad cuncta ipsius latera ꝑpendiculares ꝓtrahe quas necessariũ ẽ oĩa latera ipsius
cubi ꝑ equalia diuidere ex s̄cda pte tertie tertij: quod planũ ẽ si vnicuiqꝫ basiũ cu/
bi circulũ circũscripseris atqꝫ iõ binas ⁊ binas super idem punctũ in lateribus ba/
siũ cubi cõstat cõcurrere easqꝫ ex s̄cda pte. 13. tertij patet adinuicẽ eẽ equales ⁊ equi
distantes lateribus cubi ex s̄cda pte. 28. primi. iõqꝫ etiã singulas esse equales dimi/
dio lateris cubi. igit̃ ex. 10. vndecimi manifestũ est binas ⁊ binas caꝝ sup idẽ latus
cubi in medio eius puncto cõcurrentes rectũ angulũ continere: eo ꝙ omnes super
ficies cubi sunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra sup̄ficieꝝ cubi cõtinuan/
tes ⁊ anguli quos hee linee super media puncta laterũ cubi cõcurrentes bine ⁊ bine
cõtinent subtendũtur ipse erunt ex quarta primi vl' etiã si maius ex penultima pri
mi adinuicẽ equales: ergo est in ꝓposito cubo designatũ corpus octo basiũ trian/
gulariũ ⁊ equilateraꝝ. qd̃ oportebat facere. ⁊c.

Propositio .4.

Intra datum corpus octo basium triangulariũ atqꝫ equi
laterarum cubum figurare.

¶ Non dubites quin corp⁹ octo basiũ triãgulariũ atqꝫ equilateraꝝ
certo dogmate fabricabis hoc modo qualibet recta linea super aliqd̃
planũ sursũ orthogonaliter erecta eã ꝑ equalia diuide ⁊ a puncto ei⁹
medio duas lineas hincinde ꝑpendiculares extrahe que cõponant lineã vnã erunt
qꝫ hee due linee seinuicẽ secantes videlicet prima que super positũ planũ ẽ ortho/
gonaliter erecta ⁊ alia que ipsã sup eius mediũ punctũ orthogonaliter secat i eadẽ
sup̄ficie site sunt ꝑ primã ptẽ s̄cde vndecimi. Ad superficiem igitur in qua ipsẽ site
sunt super cõem punctũ sectionis earum queadmodũ. 12. docet vndecimi perpen/
dicularem erigere quã facias eandẽ sup̄ficiẽ in vtrãqꝫ ptem penetrare: ⁊ pone cun
cta. sex portiones haꝝ trium linearum a puncto in quo seinuicẽ secant equales.
sic eni quelibet quãlibet ꝑ eq̃lia ⁊ orthogonaliter diuidet. ita ꝙ cum sint tres q̃qꝫ
due eaꝝ salutifere crucis venerandũ signũ ad angulos rectos cõtinebũt a supremo
igitur erecte linee sup positũ planũ puncto quatuor ypothemisas ad extremitates
duaꝝ lineaꝝ ipsã secãtium demitte: deinde ab infimo eiusdẽ erecte pũcto: q̃tuor ali
as ypothemisas ad easdẽ duaꝝ secantiũ lineaꝝ extremitates eleua: postremo quo/
qꝫ harũ ypothemisaꝝ extremitates quatuor rectis lineis quadratum cõtinentibus
cõtinua. Erũt enim hec duodecim linee videlicet q̃tuor ypothemise a supmo pun/
cto erecte ꝑpendicularis descẽdẽtes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto
sursũ eleuate ⁊ relique quatuor linee haꝝ ypothemisaꝝ extremitates continuantes
ex penul'. primi sine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem eq̃les: q̃re con/
stat corpus ab eisdẽ terminatũ octo basibus triangularib⁹ equilaterisqꝫ contineri
Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum
ambientium inuenire ex quinta quarti labora. eaqꝫ reperta. 12. lineis rectis hac le/
ge cõtinua vt centꝝ cuiusqꝫ hoꝝ trianguloꝝ cũ cẽtro cuiusqꝫ triũ ad ipsi⁹ latera ter
minatoꝝ ꝑ rectã lineã copulet̃. nõ ẽ aũt h⁹ rei idoneũ figuram i plano depingere.
ideoqꝫ restat vt quod dicitur mente cõcipias ipsũqꝫ si placet actu ⁊ ope conpleas

videbis enī.12. lineis hoꝝ trianguloꝝ centra posita lege cōtinuantes cubū conti/
nere quē restat vt equilateris rectangulisqꝫ superficiebus demonstres esse conclu
sum.nō enī erit cubus nisi omnes eius sup̄ficies sint quadrate.ducito ergo a quo/
libet angulo trigonoꝝ superficieꝝ octocedri perpendicularem ad latus i li angulo
oppositū.has autē ꝑpēdiculares ex.11. q̄rtedecime cōstat eē adinuicē eq̄les ꝛ diui
dere latera quibus ꝑpendiculariter insistunt per equalia.ideoqꝫ binas ꝛ binas sup
idem punctū lateris cui superstant conuenire:easdēqꝫ cōstat ex his que i.17.quar
tidecimi demonstrata sunt transire per centra trianguloꝝ.ideoqꝫ ꝑ extremitates
laterū inclusi corporis transire ac eaꝝ portiones que intra centra trigonoꝝ ꝛ late/
ra ipsoꝝ intercipiunt̄ ex his etiā in eadē demonstrata sunt constat esse equales an
gulos quoqꝫ ab his ꝑpēdicularibꝰ binis ꝛ binis coeūtibꝰ cōtētos ex.8.primi patet
esse equales.Et quia hec perpendiculares sueqꝫ portiones inter centra ꝛ latera in
tercepte eosdem angulos ambiunt:erunt quoqꝫ anguli quos linee a centris trigo/
noꝝ ad latera perpendiculariter cadentes hinc ꝛ hinc cōtinēt adinuicē equales.cū/
qꝫ latera illius corporis de quo disputamus hos angulds subtendunt. sequitur ex
quarta primi frequenter sumpta corpus inclusū esse equilateꝝ at quoqꝫ rectangulū
protrahant̄ enī diagoni in singulis superficiebꝰ hos diagonos ex quarta p̄mi oēs
adinuicem equales eē conuinces mediantibus angulis a duabus perpendiculari/
bus per ipsaꝝ diagonoꝝ extremitates transeuntibus contentis si prius hos angu
los ex.8.primi equales sibi inuicē esse probaueris.cū igitur diameter tetragonarū
basium corporis huius sint adinuicem equales:latera quoqꝫ earundē basiū equa
lia esse necesse est ex.8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equi/
angulas.atqꝫ ex.32.primi oēs anguli cuiusqꝫ eaꝝ sunt equales quatuor rectis. se/
quitur eas esse rectangulas:itaqꝫ ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate:igit̄
inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

Propositio .5.

PYramidem quatuor basium triangularium atqꝫ equilate
rarum assignato corpori octo basiū triangularium quo/
qꝫ atqꝫ equilaterarum inscribere.

¶Assignato corpori octo basiū inscribe ſm precepta premisse cubū
cuboqꝫ inscripto inscribe.vt docet prima piramidē huiꝰ q̄lis ꝓponit̄
cum igitur huius piramidis anguli sint etiā anguli cubi quēadmodū ex demōstra/
tione prime manifestum ē.cuncti autem anguli cubi sunt ex premisse in sup̄ficiebꝰ
assignati octocedri:erunt quoqꝫ cuncti anguli piramidis huius in superficiebꝰ cor/
poris octo basium cū eam iubemur inscribere:quare ex diffinitione manifestum ē
nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

INtra datū corpus viginti basiū ꝛ equaliū lateꝝ corpus
duodecim basiū pētagonaliū eq̄liū lateꝝ atqꝫ equalium
anguloꝝ figural'r cōponere.¶Corpꝰ.20.basiū nō docemꝰ hic
fabricare quoniā ex.16.tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis eui
dens est eo igitur ut ibi docet̄ cōposito.si sibi corpꝰ.12.basiū pētago
naꝝ atqꝫ equilateraꝝ includere delectat hac via procedendum ē.Manifestum enī
est:20.triangulos.60. superficiales angulos hr̄e.ꝛ qr ad ꝯstitutionē vniuscuiusqꝫ
solidi āguli corpis ycocedri quiqꝫ sup̄ficiales conueniūt sicut ex demr̄atione.16.tre
decimi colligitur.constat illud corpꝰ duodeci solidis angulis cōpleri.inuentis igit̄ ut

in ante premissa centris cunctorũ triangulorũ totũ ycocedron terminantiũ ea.30. rectis lineis cõtinua ita q̄ cuiusq; centꝝ centris omniũ circũiacentiũ cũ quibus cõ municat in latere per rectas lineas iungas.cũ ergo hoc feceris videbis ex illis.30. lineis duodecim pentagonis constitui.12.angulis solidis dati ycocedri:oppositos hos itaq; pentagonos queadmodũ in antepremissa fecisti de basibus cubi equila teros esse probabis.Necesse est eni vt cuiuslibet trianguloꝝ duoꝝ idem latus ha bentium centra eodem spatio distant.restat ergo vt eos etiã equiangulos esse silo gises.Manifestũ est autẽ ex rõcinatione.16.tredecimi datum corpus viginti ba/ sium ab eadẽ spera cuius diameter est tanq; diameter hui⁹ corpis videlicet lineas que duos eius angulos oppositos cõtinuat esse circũscriptibile .Si igit̃ hec diame ter per mediũ secet̃ punctus sectionis erit centrũ spere ipsum circũscribentis ab eo. itaq; ad superficies cunctoꝝ pentagonoꝝ perpendiculares ex.11. vndecimi ducto ꝛ a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eoꝝ angulos re/ ctas lineas dirigito.deinde centrũ spere cum singulis angulis ipsoꝝ pentagonoꝝ continuato:age ergo eos ꝓba eẽ equi angulos hoc modo. Cum eni omnes circuli circumscribentes trigonos ycocedri sunt equales erunt omnes perpendiculares a centro spere ad ipsos venientes ꝛ in eoꝝ cẽtra cadentes equales:omnes ergo linee a centro spere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. nam an/ guli pentagonoꝝ sunt cẽtra circulorum trigonos ipsos ycocedri circumscribentiũ ex ypothesi igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo supius in.14.silogisauimus sectorẽ prouenientẽ in superficie spere cum aliqua plana super ficies sperã secat nõ super centrũ eius esse circũferentiã cõtinentẽ circulũ:necesse ẽ quinq; lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro spere ad sup ficies omnium pentagonoꝝ ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni esse adinuicem equales.itaq; omnib⁹ his duodecim pẽtagonis ẽ circulus circũscriptibilis.cũ igit̃ ipsi sint eq̃lateri cõuincit̃ eos esse etiã equiangulos q̃d oportebat ostendere.

Propositio .7.

Intra datũ corpus duodecim basium pentagonaꝝ equi/ laterarum atq; equiangularũ corpus viginti basium tri/ angularium atq; equilaterarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium petagonoꝝ equilateraꝝ atq; equiangulaꝝ cõponere oporteat ex.17.tredecimi require.Sed quali/ ter corpus viginti basium triangularium ꝛ equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce suorum pentagonoꝝ centris vt in.14.quarti fit repertis ea adinuicem 30.lineis hac lege continua vt vniuscuiusq; pentagoni centrum centro cuiusq; pẽ/ tagoni secum in latere cõicantis iungatur ita videlicet q̄ vniuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantiũ vel circũiacentium contineat̃. cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his.30.lineis centra pen/ tagonorum continuantibus contenti.eruntq; hi viginti trianguli viginti solidis gulangulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium trian arium quas equilateras eẽ demonstrabimus ꝛ erũt.12.solidi anguli huius corpis 20.basiũ in cẽtris.12.pentagonorum corpus dati duodecedri terminantium:hos itaq;.20.triangulos equilateros eẽ sic proba.a cẽtris pentagonoꝝ ducito ꝑpẽdicu lares ad latera erũtq; oẽs ꝑpẽdiculares equales binas ergo ꝛ binas ꝓbabis ex

octaua primi equos angulos continere: & quia linee continuantes centra pentagonorum bis angulis a binis & binis perpendicularibus contentis subtenduntur: cum omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee continuantes centra pentagonorum equales: quod est propositū: Perpendiculares autē binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic collige. Ex quinta primi & .26. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pētagonorum super que cadunt per equalia: easq3 esse adinuicē equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine & bine super ide3 latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo q2 vtraq3 diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt cōmune p equalia: has igitur ppendiculares binas & binas vsq3 ad angulos quibus cōmune latus in quo coeunt oppositum per centra penthagonorum producito & eisdem āgulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est esse tanq3 latus cubi ab eadem spera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoq3 patet eas esse equales eo q2 omnia latera cubi sint equalia. easdēq3 liquet ex nona vndecimi esse equidistantes ppter hoc q2 ambe equidistant cōmuni latere in quo bine & bine perpendiculares cōueniunt. At vero ipsas easdē constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi. itaq3 per. 33. primi cuncte linee continuantes puncta i quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq3 cubi latera fore diximus cōcurrunt sunt adinuicē equales. Nam omnes sunt tanq3 latus cubi. igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales: quare per quartam eiusdem linee quoq3 continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptum ergo ē proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus

Propositio .8.

Solido duodecim basium pentagonarum atq3 equilaterarū proposito intra ipsū cubum distinguere.

Cum duodecedron super cubi latera fabricetur ut constat ex. 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubū inscribi. nam cum duodecim sunt pentagoni si vni9cuiusq3 eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chordam vnam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq3 superficies cubi & corpus amplectentes perficies Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato ycocedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas: constat quidem ex decimaseptima tredecimi propositum duodecedron spere esse inscriptibile: ergo a centro: illius spere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares: ut docet vndecima vndecimi protrahe & a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarū superficierum rectas lineas dirige. Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro spere iunge: eruntq3 hee linee centrum spere cū angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri spere de quarum quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanēt ex penultima primi quadrata linearum continuantiū punctum cōcursus perpendiculariū cum angulis quadrilaterarum superficierum necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles

ióq3 necesse ē eas esse equiangulas cum sint equilatere. Et q2 ex. 32. primi anguli cu iusq3 ea℞ pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis. sequitur eas eē rectā gulas nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Propositio .9.

DAto duodecedro sibi demum octocedron includere.

¶ Composito duodecedro ut in. 17. ꝛ tcij decimisex latera suarum supficierū ea videlicet que cathecos sup sex lineas opposita latera su perficierum cubi per equalia secantes erectis tanq3 eorum corausti iungunt per equalia diuide: eaq3 bina ꝛ bina adinuicē composita cō tinua per tres lineas qui seinuicem super medium punctum diametri cubi ex. 48. vndecimi per equalia secabunt: eruntq3 vt quoq3 due ea℞ trium seinuicem quoq3 ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per. 12 lineas rectas continuaueris perueniet tibi corpus octo basiu3 triangulariū ꝛ equi laterarum ꝛ quarta pmi vel si mai⁹ ex penultima primi: qꝺ oportebat ostendere.

Propositio .10.

INtra assignatum duodecedron piramidem quatuor basi um triangularium atq3 equilaterarum adhuc restat distin guere.

¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq3 pi ramidem ex prima. cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi vt patet ex rōcinatione prime ꝛ anguli cubi in angulis duodecedri ex rōcinatione octaua; erunt quoq3 anguli piramidis in angulis duodecedri. itaq3 cōstat quod vo lumus.

Propositio .11.

PRoposito ycocedro in eo cubum figurare.

¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubum ex octaua: constat autē ex demonstratione sexte ꝙ omnes anguli duo decedri cadunt super centrum basium ycocedri ꝛ anguli cubi sunt in angulis duodecedri: itaq3 anguli cubi sunt i centris basium ycocedri habemus ergo propositum.

Propositio .12.

ICocedron datum piramidem quatuor basium triangula rium atq3 equilatera℞ sibi postulat inscribi

¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cuboq3 ex p ma piramidem incluseris quin postulationi ycocedri satisfeceris hesitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptōe in hoc. 15. libro deter minet̄ si vnūqꝺq3 co℞ quilib3 cētro℞ eēt inscriptibile. 20. eorūdē inscriptōes acci derēt Quippe quil3 co℞ quinq3 eēnt cetera q̄tuor inscriptibilia. ióq3 q̄ter quiq3 in scriptōes qꝺ ē. 20. necessario ꝓuenirēt. at vero piramidi solū octocedron ꝯueniēs est inscribi. Non enim sūt in piramide bases aut anguli aut latera in quib⁹ angu li cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsi⁹ piramidis ꝯtingere

Quinque corpora regularia
Cubus
Corpus 4or basium triang.
Corpus octo basium triang.
Corpus 20 basium triang.
Corpus 12 basium pentagonorum

Cubum quoqꝫ soliꝰ piramidis ⁊ octocedri vt octocedron solius piramidis et cubi receptioni sunt apta qualiter eni in eorum alterutro. 12. angulos ycocedri. Aut. 20. angulos duodecedri. ita vt singuli in coꝝ singulis cadant collocabis: ycocedron autẽ cũ cetera cõuenienti ambitione possit cõplecti soliꝰ ycocedri nequit esse receptaculum. nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicẽ bini ⁊ bini oppositione respiciunt lineeqꝫ eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. itaqꝫ illud gl'osũ signũ ad cuius intuitũ cõsternant̃ demones sub rectis ãgulis triplicatũ reddant. hos itaqꝫ triangulos neqꝫ bases neqꝫ anguli neqꝫ latera ycocedri possunt sub suo situ recipere neqꝫ eni in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonaliqꝫ oppõne se cõtinentes: duodecedron autẽ nulli ceteroꝝ sue ambitionis denegauit hospiciũ imo cunctoꝝ receptator existit. vnde nõ incõuenienter duodecedri figurã antiqui platonis discipuli ascribere vel ascripsere celo quẽadmodũ piramidis formã igni eo ꝙ sursum sub piramidali figura euolet. ac octocedri aeri. Quippe sicut aer ignem motus ꝓuitate sequitur sic octocedri forma piramidis. formã ad motũ habilitate comittat̃. Viginti vero basium signram atqꝫ dictauerunt. nã cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circulet̃ in sperã fluentis rei motui magis q̃ꝫ scandentis conuenire visa est. Cubon vere figurã quidaꝫ dedere terre. quid eni in figuris maiori ad motũ violentia indiget quam thessera. At in elementis quid fixius constantiusqꝫ reperit̃ terra. si igitur ex. 20. inscriptionibus. 3. quas piramis nõ substinet binasqꝫ a quibus naturã cubi ⁊ octocedri aliena est. Rursusqꝫ vnã cui ꝛrepugnat ycocedri figura reieceris erũt relique tñ. 12. inscriptiones piramidis quidem sola cubi vero octocedrique bine: ycocedri autem tres duodecedri autem quatuor de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio .13.

FAbricato quouis quinqꝫ regulariuꝫ corpoꝝ sibi speram inscribere.

¶ Ex tertiodecimo libro itaqꝫ manifestũ est vnũqđqꝫ q̃nqꝫ horũ corporum esse spere inscriptibile. nũc itaqꝫ cõstabit viceuersa sperã vnicuiqꝫ ipsoꝝ esse inscriptibilẽ. a circũscribentis eni spere centro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circuloꝝ bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumqꝫ omnes circuli eas circumscribentes sint equales eruntqꝫ hec perpendiculares equales. itaqꝫ si ꝫm quantitatem vnius earum circulum super centrum circumscribentis spere descripseris eiusqꝫ semicirculum quousqꝫ ad locum vnde moueri ceperit redeat circũduxeris quia ipsum per extremitates cunctaꝝ perpendicularium necesse est transire conuinces ex corelario. 15. tertij speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium contingere. Non enim plus potest spera de basibus corporis cõtingere quã circũductus semicirculus dũ mouebatur contingit: quare assginato corpori constat nos speram quemadmodũ ꝓpositum erat inscripsisse.

¶ Opus elementorũ euclidis megarensis in geometriã artẽ In id quoqꝫ Campani ꝑspicacissimi Cõmentationes finiũt. Erhardus ratdolt Augustensis impressor solertissimus. venetijs impressit. Anno salutis. M. cccc. lxxxij. Octauis. Calẽn. Iuñ. Lector. Vale.